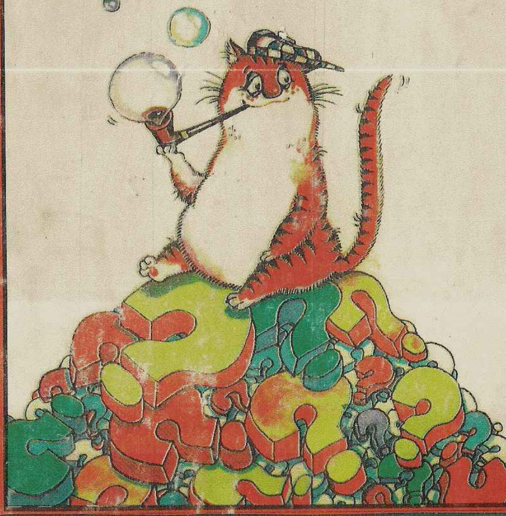
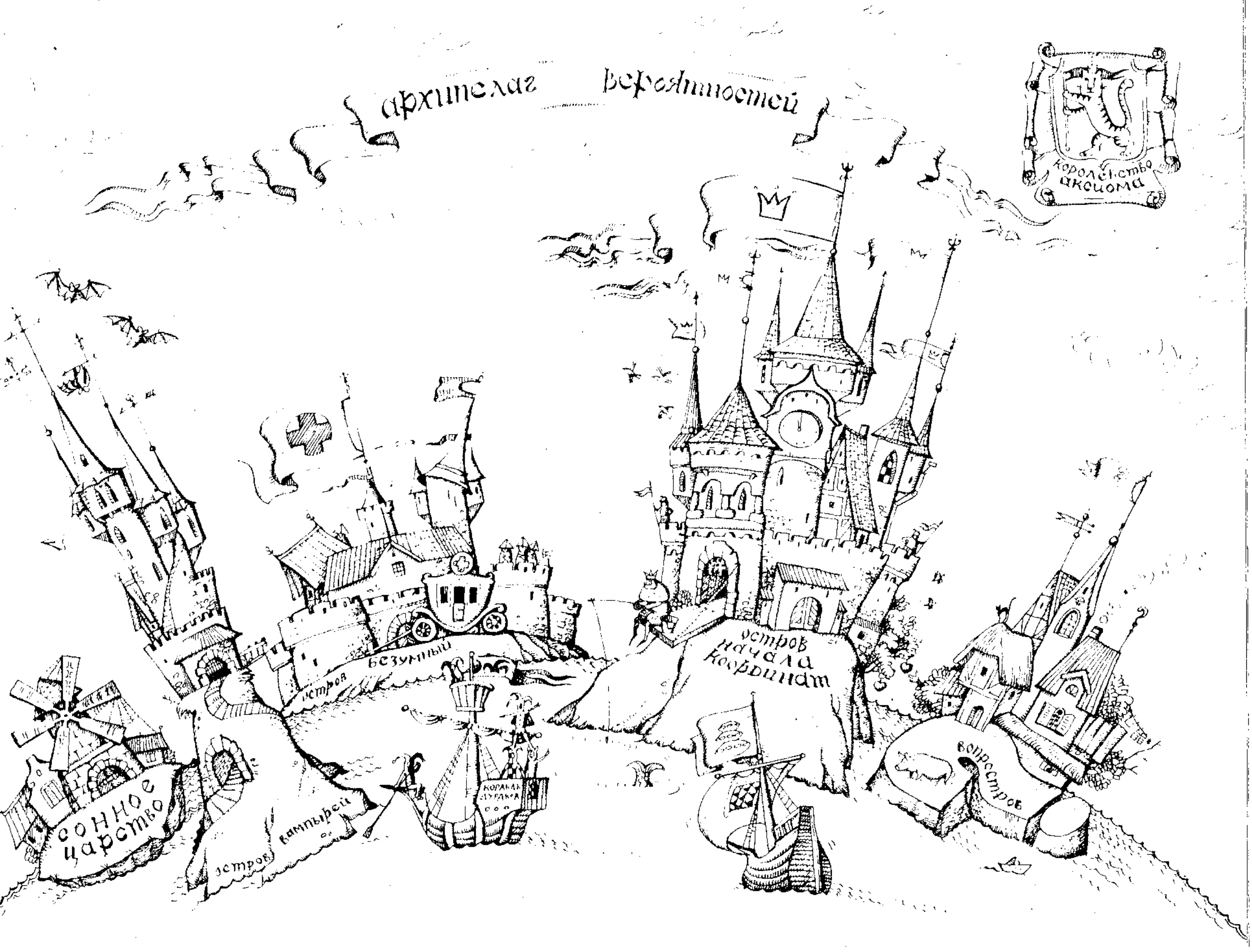
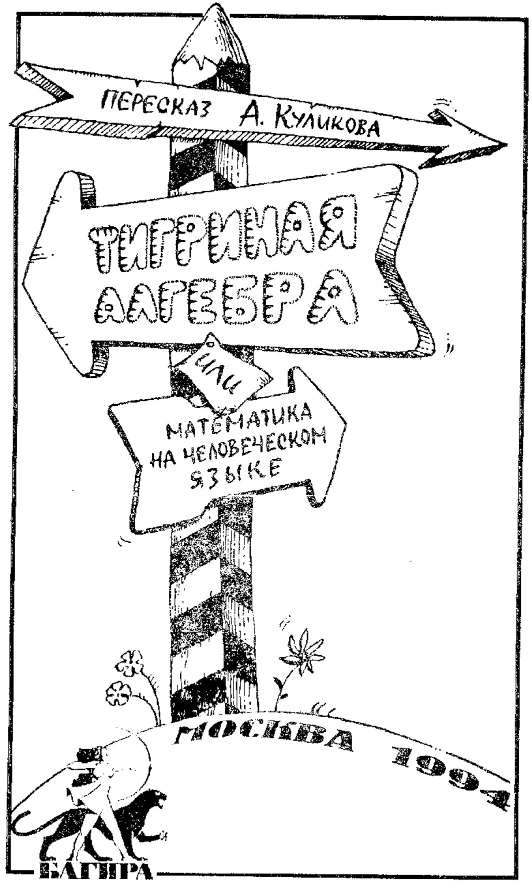
Книга — книгой, а мозгами двигай!

Тигриная алгебра





архипелаг вероятностей
королевство аксиома
остров безумный
сонное царство
остров вампирей
корабль дураков
остров начала координат
вопростров


ПЕРЕСКАЗ А. КУЛИКОВА
ТИГРИНАЯ АЛГЕБРА
ИЛИ
МАТЕМАТИКА НА ЧЕЛОВЕЧЕСКОМ ЯЗЫКЕ
МОСКВА 1994
БАГИРА

ББК
К-90

Менеджеры издания
И.З.Нургалиев
Т.М.Фомина

Художник
О.В.Павельева

Тигриная алгебра. Пересказ А.Куликова. М., Багира, 1994 — 256 стр. с илл.

ISBN 5-88061-004-7

Как спастись из пасти тигра? Что делать, если врач сошел с ума? И можно открыть дверь без ключа?

На все вопросы даст ответ занимательная математика, о которой и написана эта книга.

Лицензия на издательскую деятельность ЛР N 063235 зарегистрирована 04.01.94 в Министерстве печати и информации РФ

К $\frac{1602020000-04}{48\ А(03)-94}$ без объявл.

ПРЕДИСЛОВИЕ РАССКАЗЧИКА

«Из множества занятных писем, присланных мне после выхода в свет моей первой книги логических головоломок (название ее я никак не упомню!), одно принадлежало десятилетнему сыну довольно известного математика, с которым я в свое время учился в школе. В письме предлагалась весьма изящная и оригинальная задача, навеянная некоторыми задачками из моей книжки, которую мальчик прочитал взахлеб. Я сразу же позвонил отцу, решив поздравить его с таким умницей. Но тот, прежде чем позвать к телефону самого парнишку, заговорщицки прошептал мне в трубку: «Ему страшно нравится твоя книга! Но когда будешь с ним толковать, не проговорись, что эта штука называется математикой — в школе он ее просто ненавидит! Стоит ему только заподозрить, что твоя книжка математическая, он тут же забросит ее куда подальше»

Так начал предисловие к своей книге «Принцесса или тигр» известный математик Раймонд М.Смаллиан.

Вообще эти математики — народ странный и загадочный. Они легко ориентируются в вещах, которые нормальный человек не пытается даже представить себе, и в то же время довольно смутно разбираются в той обычной жизни, которую нельзя описать языком формул и теорем.

Смаллиан — не исключение. Хотя, по словам одного из его студентов, книга «Принцесса или тигр» читается, как «математический роман», не стоит забывать, что у профессора математики и студенты тоже были математиками. Их в первую очередь интересовал смысл задач, а не форма изложения. Но неужели могучая математика поблекнет, если заговорить о ней по-человечески (конечно, до тех пор, пока это возможно без ущерба смыслу)? Рассказчик остается твердо убежден в том, что всякая книга должна сначала ***читаться***, а только потом — ***считаться***, даже если она вся насквозь такая математическая.

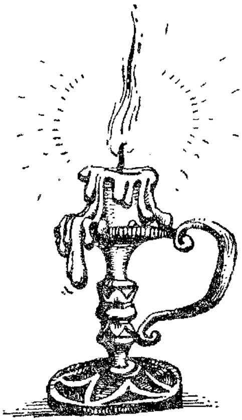
Об этой книге мне самому сначала рассказали — да так, что трудно было не увлечься. Но прочитав все своими глазами, я лишний раз убедился, что никому верить на слово нельзя, ибо никто не врет так, как очевидец. Однако желание прочесть «ту самую» книгу, о которой мне так замечательно рассказывали, не пропало — и чтобы ее теперь смогли прочитать и другие, мне приходится пересказывать все самому.

Короче, не ищите на этих страницах той умной, но скучноватой науки, которая зовется математикой. Принимайте эту книгу, как полубыль-полусказку — с математическим уклоном в пределах начальной школы. И помните: я ее не писал — я вам о ней ***рассказываю.***

Александр Куликов
Москва, 1994

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ
ПРИНЦЕССА ИЛИ ТИГР?

СТАРОЕ ВИНО В НОВЫЕ МЕХИ



На островах архипелага Вероятности (не ищите его на своих картах — если только там не указан океан Бесконечности) раскинулось королевство Аксиома. В древности называлось оно как-то по-другому, но местные жители — народ довольно странный (вы в этом убедитесь, когда узнаете их поближе) и не помнят исторического названия своей родины. Зато им хорошо известна история новейшего времени.

В одно прекрасное утро король обнаружил, что время-то оказывается, идет: побелели волосы, выросло число лет, а сил, наоборот, убавилось. И решил король переложить бремя правления страной на плечи мудрых министров.

Король и не подозревал, что здравый смысл часто подсказывает ложные решения, а то, что приходит в голову в первую очередь, не обязательно оказывается правильным. И пока король раздумывал, как же подобрать правящий кабинет, первый кандидат в министры явился сам.

СКОЛЬКО ДАТЬ?

1

— Ваша Бесконечность, — учтиво обратился он к королю, — вот у вас и у меня имеется одинаковая сумма денег.

— Или вы слишком богаты, или я чересчур обнищал, — проворчал король.

— О, я забыл сказать:«Предположим»!

— Это другое дело, — обрадовался король. — Моим подданным мечтать не вредно.

— Так вот, если бы у нас с вами денег было поровну, сколько я должен был бы вам дать, чтобы у вас стало на 10 золотых больше, чем у меня?

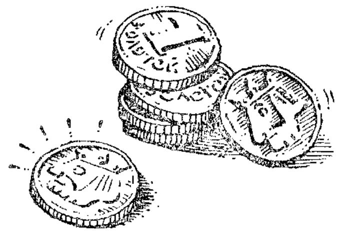
— Конечно же, десять! — воскликнул король. — Где мои монетки?

— Вы так нетерпеливы! Позвольте, я объясню вам...

И первый кандидат в министры поведал королю правильный ответ, который вы, конечно, нашли сами (или прочли в конце этой главы).

— Превосходно! — вскричал король. — Вы и будете первым из моих министров!

Так все началось...



О ЧЕСТНЫХ МИНИСТРАХ

2

...И вот как едва не закончилось: к королю вновь явился его первый министр.

— Ваша Бесконечность! — сказал он. — Предположим...

— Опять вы о деньгах? — оживился король.

— Увы — нет, — вздохнул министр, — о гораздо более важном.

— Что же может быть важнее денег?

— Власть и справедливость, — ответил министр.

— Вы говорите загадками.

— Скорее, задачами, — печально улыбнулся министр. — Предположим, что каждый из сотни ваших министров либо продажен, либо честен.

— А нельзя ли конкретнее? — заинтересовался король.

— Заметьте, я никого лично не обвиняю, но мне (а теперь и вам) точно известны следующие два факта:

1) По крайней мере один из ваших министров честен.

2) Из любой пары министров по крайней мере один продажен.

Сможете ли вы на основании этих утверждений решить, сколько из ваших министров честны, а сколько — продажны?

— Так вы же сами сказали — каждый второй продажен! — удивился король. — То есть тех и других поровну.

— Я сказал вовсе не так!

— Ах, ну да: я забыл того, который уж точно честный. Значит, 51 честный и 49 продажных.

— Ваша Бесконечность весьма далеки от истины, — склонил голову министр, — но не бесконечно далеки.

И он сообщил королю, как в действительности обстоят дела с честностью министров.

А вам государственные тайны слышать не положено, поэтому, если не догадаетесь сами, загляните в конец этой главы (туда, куда занесены все «Решения») и узнайте, почему король вновь вернулся к своей неограниченной монархии.

После столь суровых исторических потрясений король разочаровался в идее коллективного правления и опять забрал всю власть в свои руки.

— Как я сказал, так и будет, — заявил он народу. — И королевство теперь зваться станет Аксиома, потому что оно — мое, а я — Моя Бесконечность Аксиом Первый.

— Если уж совсем математически, то лучше пусть будет «Аксиом А», — предложил министр.

Так и записали в летописях и новом гербе.

Впрочем, государственные дела оказались куда как скучными, и король находил отдых в тех задачах, которыми развлекал его министр — тот самый, сначала первый, а теперь единственный из оставшихся.

СТАРОЕ ВИНО В НОВЫЕ МЕХИ

3 — А вот, скажем, бутылка вина, — рассказывал однажды королю министр. — Она стоит 10 золотых. И вино на 9 золотых дороже бутылки. Сколько же стоит пустая бутылка?

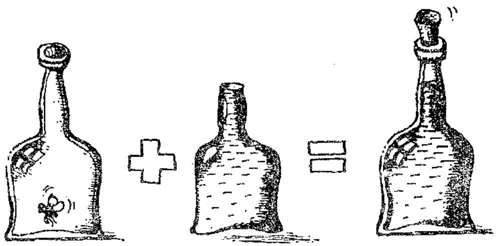
— Из десяти долой девять — ну конечно же, один золотой!

— А вино? — вкрадчиво спросил министр.

— Оно на девять золотых дороже, — стал загибать пальцы король, — стало быть, девять да один — всего десять.

— И еще за саму бутылку золотой...

— Правильно. Итого — одиннадцать... — растерялся король. — Хорошо, что я не назначил вас министром финансов! А то плакала бы моя казна. Ну, и куда же у нас девался золотой?



И министр тут же отыскал пропавший золотой и снес его вместе с правильным решением задачи в королевскую сокровищницу мудрости — «Решения»

КАКОВА ПРИБЫЛЬ?

4 — Жил однажды некий очень оборотистый купец, — продолжал министр, — И вот как-то утром купил он товар..

— Какой товар? — заинтересовался вдруг король. — Вино?

— Пряности, — быстро ответил министр. — Купил он их за 7 золотых и тут же удачно перепродал за 8 Но днем ему в другом месте посулили целых 10 золотых. Он кинулся к утреннему покупателю и выкупил у него пряности обратно за 9 золотых, а новому покупателю продал уже за 10. И какую же прибыль он получил, спрошу я Вашу Бесконечность?

— Купил за 7 золотых, продал за 8 — значит, прибыль 1 золотой Но потом-то он покупает за 9 золотых то же самое, что уже продал за 8 золотых! На этом купец теряет 1 золотой — то есть остается при своих А когда купец продаст за 10 золотых товар, который перед тем купил за 9 золотых, он вновь заработает 1 золотой Это и есть вся его прибыль.

— Тогда для чего нужна была вторая сделка, если он и с первой перепродажи уже имел свой золотой? — возразил министр.

— Действительно, странно! А если рассуждать так. купец продал за 8 золотых то, что купил перед этим за 7 — то есть заработал 1 золотой. Но тогда он потеряет 2 золотых, вновь покупая за 9 золотых ту вещь, за которую он сначала заплатил 7 Итого у купца ущерб в 1 золотой. Но его он получит обратно, продав за 10 золотых вещь, которую перед этим купил за 9 золотых. Совсем интересно: теперь он только остается при своих деньгах. Довольно странная у него коммерция!

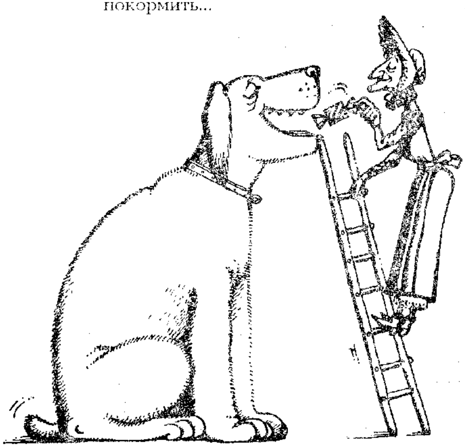
— Я вижу, министр финансов вам все же необходим, — заметил министр. — Иначе с вашими расчетами мы должны будем забыть о процветании.

И он объяснил королю обе его ошибки, а заодно сообщил и правильный ответ, который летописец по заведенному порядку занес в конец главы.

5 ДАМА С СОБАЧКОЙ

— Старая леди любила собак, — сообщил министр. — И кошек.

— Кстати: не забыть навестить наш зверинец, — сказал на это король. — Тигров покормить...



— Старая леди тоже кормила своих животных Конфетами.

— Бедные киски! — прослезился король.

— А всего накормить надо было десятерых, причем всякой кошке давалось пять конфет, а собаке — шесть. Старушка скормила любимцам 56 конфет. Сколько собак у старой леди и сколько кошек?

— Ни одной, — мрачно заявил король. — Они все передохли от сладкого.

— Виноват, Ваша Бесконечность, я неточно выразился: сколько ***было*** у старой леди собак и сколько кошек?

— М-да, возможностей немало.

— Всего одиннадцать вариантов! Если закрыть глаза на условия, то число собак может быть любым от 0 до 10.

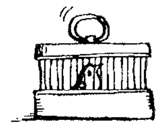
— А кошек? — непонятно почему заинтересовался король.

— Соответственно — от десяти до ни одной, — ответил министр. — Выбирайте!

А когда королю надоел перебор вариантов, министр сообщил ему решение не только верное, но и простое, что и было записано в «Решения»

6 ПТИЧНИЦА И ПТИЦЕЛОВ

— А другая старая леди обожала больших птиц, — рассказывал другой раз министр. — И маленьких птичек Их всех она покупала у птицелова.



А птицу (она же больше!) птицелов ценил вдвое дороже птички. И вот однажды эта леди, покупая пять... то есть пятерых птиц и троих трех птичек, заметила, что если бы вместо этого она, наоборот, купила бы 3 птиц и 5 птичек, то потратила бы на 20 золотых меньше. Можете вы без помощи министра финансов назвать цену птице и птичке? А если помощь вам все-таки потребуется, ищите ее там, где отмечены все «Решения» этой главы.

КАК ПЛОХО БЫТЬ РАССЕЯННЫМ

7

— Древние мудрецы говорят, — начал министр свою новую развлекательную задачу, — что с вероятностью более 50% можно утверждать такое: там, где соберется не меньше 23 человек, всегда найдутся по крайней мере двое, у которых день рождения падает на одно и то же число.

— Придется поверить тебе на слово. С тех пор, как я разогнал министров, во всем дворце не сыщется столько народу сразу.

— Так вот, в свое время один такой мудрец преподавал математику в Принстонском университете и как-то объяснил своим ученикам, что если число людей в группе увеличить с 23 до 30, то в ней практически наверняка окажутся по крайней мере двое родившихся в один и тот же день.

— Но, — продолжал мудрец, — поскольку вас здесь всего 19, то вероятность того, что у двоих из вас дни рождения совпадают, будет гораздо меньше 50%.

Тут один из учеников поднял руку:

— Ставлю всю свою стипендию, ваша мудрость, что по крайней мере двое из нас родились в один день.

— С моей стороны было бы не вполне благородно принимать пари на таких условиях, — ответил мудрец. — Ведь теория вероятностей целиком на моей стороне.

— А я все равно готов поспорить!..

— Ну, ладно, — согласился мудрец, надеясь преподать юному скептику достойный урок, и в качестве ответной ставки предложил свой профессорский оклад. Затем мудрец стал по очереди опрашивать учеников, и каждый честно называл дату своего рождения.

И вдруг все так и покатились со смеху. Смеялся и сам мудрец. Он проиграл, но вовсе не считал это слишком дорогой платой за возможность своими глазами убедиться, чем же отличается теория науки от практики жизни...

— Все-таки сжульничал зубрила! — спросил король. — Мне бы этого студентика в темницу...

— Этот честный юноша, — возразил министр, — действительно не знал дня рождения никого из присутствующих, за исключением, конечно, своего собственного. И все же не могла бы Ваша Бесконечность догадаться, отчего он был так уверен в своей правоте?

РЕСПУБЛИКАНЫ И ДЕМОКРАТЦЫ

8

— А в одной далекой стране, не дозревшей еще до просвещенной монархии, правительство позволяло каждому иметь свои убеждения.

— Какая дикость! — воскликнул в ужасе король. — Как же они узнавали, кто прав?

— И вот случилось так, что в одной фирме, — продолжал министр, не замечания королевской реплики, —

каждый служащий оказался либо республиканом, либо демократцем.

— А в чем разница? — немедленно спросил король.

— В названии, — сердито отозвался министр. — Для нашей задачи это не имеет значения. И вот как-то раз один из демократцев взял да и перешел в республиканы, и после того, как это произошло, в фирме оказалось ровно столько же республикан, сколько и демократцев. Спустя несколько недель этот новоиспеченный республикан разочаровался и ушел обратно в демократцы. Вслед за ним и еще один республикан подался в демократцы — и демократцев от этого сразу стало вдвое больше, чем республикан. Сколько же всего служащих было в этой странной фирме?

— Сколько бы их ни было, все равно там одни дураки, — заявил король.

Но в задаче спрашивалось, не ***какие*** служащие достались фирме, а ***сколько*** их было — и это король узнал от министра, только когда тот заносил свое решение в «Решения».

9 ЛОГИКА В КЛЕТОЧКУ

— Могу ли предложить вам шахматную партию, Ваша Бесконечность? — спросил министр.

— Можете предложить, — разрешил король. — А за кого они, ваши шахматинцы — за республикан или за демократцев?

— О, это всего лишь игра! Хотя довольно древняя и мудрая.

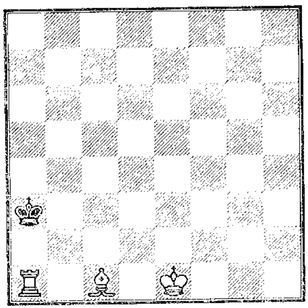
И министр объяснил королю правила, которые тебе, читатель, конечно уж, давно известны.

— И вот однажды в одном шахматном клубе мое внимание привлекла оставленная кем-то шахматная доска с фигурами. Они стояли вот так...

— Те, кто разыгрывал эту партию, — всмотревшись в позицию, важно заметил король, — ничего не понимают в шахматах. Подобная позиция просто невозможна!

— Это почему же?

— Потому! Сами не видите, что ли? Черные находятся под шахом одновременно от белой ладьи и от белого слона. Ну и как же, по-вашему, могли белые объявить такой шах? Если бы они просто сделали ход ладьей, черный король уже находился бы под шахом от слона, а если бы они сходили слоном, то король еще перед этим должен был быть под шахом от ладьи!



— Конечно, позиция весьма экстравагантна, но все же она вполне согласуется с шахматными правилами и могла возникнуть в процессе реальной игры. И я бы даже взялся указать последний ход белых.

— Что же это за ход такой? — недоверчиво спросил король.

И министр быстро и толково объяснил ему это, что и записано в летописи на той странице, где все «Решения» этой главы.

ЧТО НА ЛБУ НАПИСАНО?

10 — Проходя мимо почты, видел я удивительное, — сообщил министр. — Сначала я решил, что почтмейстер, почтальон и письмоносец сошли с ума: они клеили друг другу на лоб марки...

Король даже покраснел от удовольствия:

— Это они от любви к государю — ведь на марках мой портрет.

— ...Но потом оказалось, что это они так решают задачи — очень уж сильны они все трое в логике. И тогда я задал им свою.

— Какую же? — спросил король.

— Я показал им 7 марок: 2 красных, 2 желтых и 3 зеленых. Затем всем троим завязал глаза и каждому наклеил на лоб по одной марке, а оставшиеся 4 марки спрятал в коробку, снял у них с глаз повязки и спросил почтмейстера: «Можете ли вы назвать хотя бы один цвет, которого на вас определенно нет?» На что он ответил. «Нет». Когда тот же самый вопрос я задал почтальону он тоже ответил «Нет» А вы, Ваша Бесконечность, не могли бы сказать, какого цвета марки были наклеены на лбу у каждого?

— Откуда же мне знать? — удивился король. — Ведь меня там не было!

Пришлось министру и на этот раз все объяснять королю.

1. — Допустим, что у каждого из нас по 50 золотых. Если я дам Вашей Бесконечности 10 золотых, то у вас окажется 60 золотых, а у меня только 40. То есть у вас будет на 20 золотых больше, чем у меня, а вовсе не на 10. Значит, я должен вам дать только 5 золотых.

— Ваша мудрость несомненна, — восхитился король. — Вы будете у меня министром финансов... или нет — я жалую вам сан Главного Числителя

— Ох, — ответил министр, — а кто же тогда будет Знаменателем?

— Герольд. То есть знаменосец. Кто же еще?

— Ну, а, скажем...Делитель?

— Палач. Я вас при случае познакомлю.

— Я боюсь, что Ваша Бесконечность может запутаться в наших бесконечных титулах, — скромно сказал Главный Числитель. — Лучше уж я буду простым ***первым*** министром — потому что других пока нет

Но вскоре появились и другие, а с ними — целая куча новых вопросов...

2. — По условию, хотя бы один из министров должен быть честным. А поскольку про него нам ничего

иного не известно, то для определенности назовем его.. ну, хотя бы Теодором — как меня. Теперь выберем любого из оставшихся 99 и станем звать его Габриэль. Второе условие гарантирует нам, что из такой пары Теодор — Габриэль по крайней мере один министр продажен. А поскольку Теодор у нас честный, то, значит продажным может быть только Габриэль. Но ведь Габриэль— это ***любой*** из оставшихся 99 министров! Значит, и продажен тоже ***любой*** из этих 99.

— То есть — каждый?! Ну и правительство я себе набрал! — горестно всплеснул руками король. — Из целой сотни министров — только один честный! Зато я, кажется, знаю, кто он.

Первый министр скромно улыбнулся и поклонился королю.

— Осмелюсь предложить вам и еще более простое решение, Ваша Бесконечность. По условию, из ***любых двух*** министров хоть один да продажен, так? Но это все равно, что сказать, будто ***любые два*** министра не могут одновременно быть честными.

— То есть сразу двух честных министров мне тут не найти, — печально кивнул король.

— Ваша мудрость не знает границ! Значит, среди ваших министров самое большее один только и честен. А что один такой точно есть, говорит первое условие. Стало быть, всего лишь один и честен.

— Всех прочь! — разгневался король.

И стало так.

3. — Ваша Бесконечность забыли, что бывают цены и поменее одного золотого, — разъяснил недоразумение министр. — На самом-то деле бутылка стоит только половину золотого, а вот вино — девять с половиной золотых. Вместе и получается ровно десять золотых.

4. — Торговец заработает 2 золотых, — сказал министр. — Во-первых, продав за 8 золотых то, что он перед этим купил за 7 золотых, торговец заработал 1 золотой. Теперь представьте: вместо того, чтобы вновь покупать ту же самую вещь за 9 золотых и потом продавать ее за 10 золотых, торговец купит ***другую*** вещь за 9 золотых и продаст ее за 10. Разве это не точно такая же сделка — с чисто экономической точки зрения? Ясно, что на перепродаже этой другой вещи торговец заработает еще 1 золотой.

— А вся его прибыль составит 2 золотых, — кивнул король.

— А вот если бы он составлял налоговую декларацию, его отчет выглядел бы так: общая сумма расходов $7+9=16$ золотых, а полный доход — $8+10=18$ золотым, что и дает ему 2 золотых чистой прибыли.

5. — Давайте дадим каждому из 10 животных по 5 конфет, — предложил министр.

— Давайте дадим, — согласился король. — Где конфеты?

— Виноват: давайте ***предположим***, что каждому зверю скормили по пять конфет.

— Но собакам-то полагается по шесть!

— Совершенно верно. Так ведь у нас и осталось еще 6 конфет! И каждому псу причитается еще по одной конфете.

— Если шесть конфет раздавать по одной, достанется как раз шести псам, — сообразил король.

— Я восхищен вашей смекалкой! А кошек тогда останется...

—... Всего четыре. В самом деле, — занялся проверкой решения король, — если 6 собак слопают по 6 конфет, на это пойдет 36 конфет. Четыре кошки, каждая из которых довольствуется 5 конфетами, сьедят 20 конфет. В сумме это составит 56 конфет, как и должно быть. Но почему же собакам достается больше?!

— Вероятно, оттого, Ваша Бесконечность, что собаки обычно крупнее кошек.

— Это смотря каких кошек, — загадочно усмехнулся король.

6. — Если цена одной большой птицы равна цене двух маленьких птичек, то 5 больших птиц будут стоить столько же, сколько 10 маленьких, — сказал министр.

— Это справедливо, — согласился король.

— Значит, 5 птиц да еще 3 птички будут стоить столько же, сколько 13 птичек. А вот цена 3 птиц и 5 птичек равняется цене 11 маленьких птиц. Таким образом, разница между ценой 5 птиц и 3 птичек — это тоже самое, что разница между ценой 13 и 11 птичек, то есть равна цене 2 птичек. Выходит, что 2 птички стоят 20 золотых...

— А одна, разумеется, 10 золотых, — блеснул смекалкой король. — Но хотел бы я знать, что это за бесценная такая порода..

— Это галочки для отчета, — не моргнув глазом, ответил министр. — Проверим счета: птичка стоит 10 золотых, птица — 20 золотых, и на оплату 5 больших птиц и 3 маленьких птичек уйдет 130 золотых. А если бы леди купила 3 больших птиц и 5 маленьких птичек она потратила бы 110 золотых, то есть и в самом деле на 20 золотых меньше.

— Я надеюсь, они были действительно вкусны, — проворчал король. — Иначе зачем бы ей целый птичий двор? И кстати, велите подавать обед, и накормить, наконец, тигров!

7. — Ответ, так сказать, на лице написан. Когда мудрец заключал пари, он совершенно упустил из виду что среди его учеников могли быть..

— ...Близнецы, — проворчал король. — И чтобы сообразить это, вовсе не нужно быть мудрецом

8. — В фирме было всего 12 служащих: 7 демократцев и 5 республикан.

— Это хорошо, когда вольнодумцев так немного, — кивнул король.

9. — В условии задачи не оговорено, какая сторона доски соответствует белым фигурам, а какая — черным, — заметил министр. — Если белые ходят, так

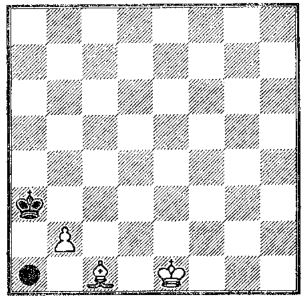
сказать, снизу вверх, то тогда эта позиция действительно не может возникнуть.

— А я что говорил! — обрадовался король.

— На самом же деле белые фигуры перемещаются сверху вниз, и перед последним ходом позиция на доске была вот такой...

— А это что за точка? — удивился король. — Я такой фигуры не знаю. Может быть, это джокер?

— В некотором смысле, Ваша Бесконечность, ибо точка здесь означает ***любую*** фигуру черных. Конечно, кроме пешки, которой здесь делать нечего, и короля — хватит черным и одного.



— Кому же могут понадобиться сразу два короля? — удивился король Аксиом. — У нас, слава богу, не ваша вольнодумская фирма!

— На месте этой точки могли стоять черный ферзь, ладья, слон или конь. А когда белая пешка побила эту черную фигуру и превратилась в ладью, возникла та позиция, которую я предложил вам вначале.

— А почему это белая пешка превращается в простую ладью, а не в могучего ферзя? — с подозрением спросил король. — Ей не хватает честолюбия?

— Но ведь любой другой ход в этом случае просто невозможен, Ваша Бесконечность, — развел руками министр. — А когда мы отбрасываем невозможное — тогда то, что остается, обязательно должно оказаться правдой, каким бы маловероятным оно нам не представлялось, — так однажды заметил проницательный Шерлок Холмс доктору Ватсону.

— Этот ваш... Холмс — он тоже был министром? При короле Доктор-Ватсоне?

— Скорее — наоборот, — улыбнулся министр. — А вообще-то Шерлок Холмс был детектив и логик.

— Логика и детектив... — задумался король. — Вы навели меня на интересную мысль!

— Будет ли мне позволено узнать, на какую?

— Не скажу, — рассмеялся король. — По крайней мере — до конца этой главы!

10. — Единственный из всех, кто может определить цвет своей марки, — это письмоносец, — заявил министр. — Если бы его марка была красной, тогда почтальон, увидев ее, сразу сообразил бы, что уж его-то собственная марка никак не может быть красной. Почтальон рассудил бы так: «Если бы моя марка тоже оказалась красной, тогда почтмейстер, увидев перед собой две красные марки, сразу понял бы, что его марка вовсе не красная — красных-то больше нет. Но почтмейстер не знает, что его марка не красная. Следовательно, и моя также не может быть красной».

— Но ведь почтальон ничего вам не сказал! — воскликнул король.

— Совершенно верно, Ваша Бесконечность. Но это означает, что красной марки он не видел. А если в его рассуждении мы заменим слово «красная» на «желтая» (желтых марок ведь тоже всего две), то окажется что марка письмоносца и желтой тоже быть не может

— Не красная и не желтая? Значит на Абу у письмоносца марка зеленого цвета!

— Логично, Ваша Бесконечность.

— Эта логика и в самом деле занимательная штука. Кажется, я разобрался в ней настолько, что уже и сам могу придумывать задачки!

И это оказалось очень кстати, так как буквально через несколько дней..

ПРИНЦЕССА ИЛИ ТИГР?

...К королю явились толпа девушек самых разных достоинств. Но все они (и девушки, и достоинства) определенно походили на Его Бесконечность. Общее число девушек было двенадцать, а имена они носили странные (хотя нам это совершенно безразлично):

Абсцисса
Биссектриса
Гипотенуза
Диаграмма
Константа
Медиана
Призма
Синусоида
Сфера
Теорема
Формула
Эквивалента

— Ох, и погулял же я в молодые-то годы! — сладко зажмурился король, но тут же вернулся к действительности. — Зато теперь меня заедает совесть... и эти девицы в придачу! Ну как мне с ними со всеми одному справиться?!

— Ваша Бесконечность, я читал когда-то такую сказку... — начал министр.

— Мне нужен практический совет, а не волшебные бредни! — отмахнулся король.

— ...Которая называется «Принцесса или тигр?», — настойчиво продолжал министр. — Так вот там всякому узнику, осужденному на смерть, давали последний шанс выкарабкаться.

— Я сейчас, может, сам вроде того узника, — вздохнул король. — А в чем шанс?

— Предлагалось угадать, в какой из двух комнат находится тигр, а в какой — принцесса. Если узник укажет на одну комнату, то его (вполне возможно) растерзает тигр, но если на другую — то принцесса..

— Что — тоже растерзает?!

— ...Может стать его невестой.

— А-а... а это недурная мысль — повыдавать всех этих девчонок за узников. Все же у меня не шваль какая-нибудь в темницах, а лучшие люди королевства!

— Значит, на воле одни негодяи?! — ужаснулся министр.

— Ну почему же одни только негодяи? Сумасшедшие там, вампиры, лгунов полон остров, рыцари да плуты, шпионы всякие... А то вот еще которые на ходу спят!

— А все лучшие люди — в темницах! — укоризненно воскликнул министр.

— Кажется, еще не все, — смерил его взглядом король. — То есть не все лучшие в темницах, но которые в темницах — те все лучшие. В общем, все у нас, как в этой вашей сказке: есть и принцессы, и узники...

— И тигры?

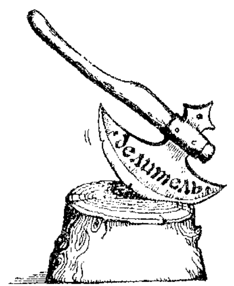
— Полон зверинец! И все голодные. Ведь просил же я вас напомнить мне покормить зверей, а вы все со своими задачками... Только пусть все будет логично и без случайностей. На дверях каждой комнаты повесим

по табличке, а заключенному кое-что скажем о них. Если на плечах у него голова, способная рассуждать логически, он сумеет сохранить себе жизнь и в придачу получить прелестную невесту А если он носит под шляпой кочан капусты, его откусит тигр...

— Ваши узники не носят шляп, — грустно заметил министр. — А тигры не едят капусты. Хотя, безусловно, идея сама по себе блестящая, Ваша Бесконечность!

ДЕНЬ ПЕРВЫЙ

Палач Делитель привел сразу троих узников. Король лично объявил всем, что по его высочайшей воле в этот день в каждой из комнат кто-нибудь да окажется: либо принцесса, либо тигр.



— Хотя вполне может статься, что сразу в обеих комнатах обнаружится по тигру, — заметил король как бы между прочим, — или повсюду будут одни лишь принцессы.

— Я и не знал, Ваша Бесконечность, что вы такой знаток алгебры! — почтительно сказал министр.

— Конечно, я знаток! — приосанился король. — А что такое алгебра?

— Алгебра — это не ***что***, а ***как***, — ответил министр.

И пока Делитель отводил назад в камеры тех узников, кто не участвовал в первом испытании, министр развлекал короля такой вот маленькой лекцией:

— Все в мире взаимосвязано. Вот взять хотя бы нас с вами. Обычные, казалось бы, люди...

— Ну, не совсем, — заметил король.

— Это — здесь, во дворце. Тут вы король, а я ваш подданный. А в саду? В чистом поле? В бане, наконец? Что там можно сказать о наших с вами отношениях?

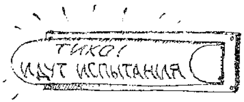
— Можно сказать, что я старше и солиднее. По сравнению с вами.

— А также ниже и толще, — добавил министр.

— Это крамола! И бунт!

— Это алгебра, — спокойно возразил министр, — то есть наука об отношениях, невзирая на лица и ранги. И заметьте: тут все зависит от точки зрения. Например, если спросить кого-нибудь из ваших голодных тигров, то для них упитанный король куда приятнее поджарого министра...

— А самый тощий узник, конечно, вкуснее самых жирных обещаний. Это ваша тигриная алгебра — в самый раз для моих умников... то есть узников! — обрадовался король. — Ну как там первый — готов?



ИСПЫТАНИЕ ПЕРВОЕ

— А что, если в обеих комнатах сидят тигры? — спросил первый узник.

— Считай, не повезло, — ответил король.

— А если в обеих комнатах окажется по красавице?

— Красоты обещать не могу, — быстро ответил король. — Я сказал — «принцесса».

— Хорошо, пусть в обеих комнатах по принцессе — что тогда?

— Считай, подфартило, — сказал король.

— А если в одной комнате принцесса, а в другую посадили тигра, что тогда? — не успокаивался настырный узник. — Откуда же мне знать, где кто?

— Неграмотный ты, что ли? Тут же все написано! — король указал на таблички, прикрепленные к дверям:

— А это правда, что здесь написано? — спросил узник.

— На какой-то одной — точно правда, — отвечал король, — но тогда на другой — нет.

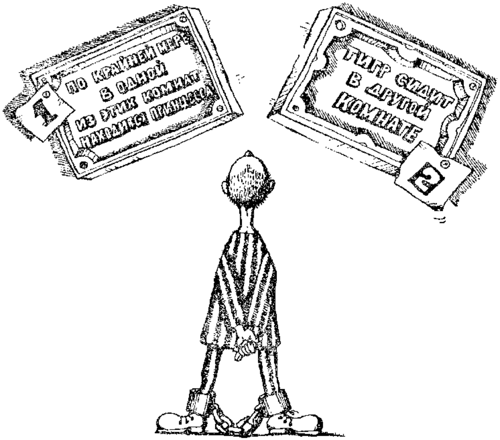
Узник подумал-подумал — да и открыл дверь, за которой его с радостным визгом встретила принцесса. И как он только догадался?

(Так вот: ***как*** именно он догадался, написано в «Решениях».)

ИСПЫТАНИЕ ВТОРОЕ

Король решил, что задачка получилась слишком легкой, и когда первый узник на радостях отбыл вместе с принцессой, сменил таблички на дверях. Соответственно подобрал и обитателей комнат.

На этот раз на табличках можно было прочитать:



— Истинны ли утверждения на табличках? — интеллигентно спросил второй узник.

— Может, обе чистую правду говорят, а может, обе лгут напропалую, — ответил ему король.

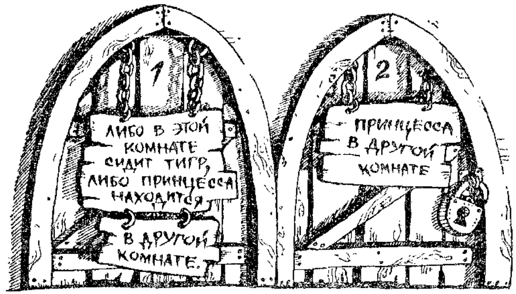
— За что люблю наше королевство, так это за постоянство, — сказал на это узник и шагнул прямо в комнату к принцессе.

ИСПЫТАНИЕ ТРЕТЬЕ

Менять правила игры на ходу король не стал и третьему узнику тоже объявил, что утверждения на обеих табличках опять либо одновременно истинны, либо одновременно ложны.

Что он сделал с обитателями комнат, осталось тайной.

А вот таблички вновь поменялись.



— Тоже мне — бином Ньютона! — рассмеялся третий узник и увел из родительского дворца очередную принцессу.

ДЕНЬ ВТОРОЙ

— Вчера мы сваляли дурака, — наутро сказал король своему министру.

— Мы? — удивился министр. — По-моему, это была лично ваша блестящая идея...

— На сегодня Делитель пригласил пятерых, и уж для них я придумаю для них кое-что похлеще.

— Новая блестящая идея, Ваша Бесконечность! — поддержал министр. — А то тигры, мне кажется, недовольны.

Перед началом испытаний король вновь собрал всех узников вместе и заявил следующее:

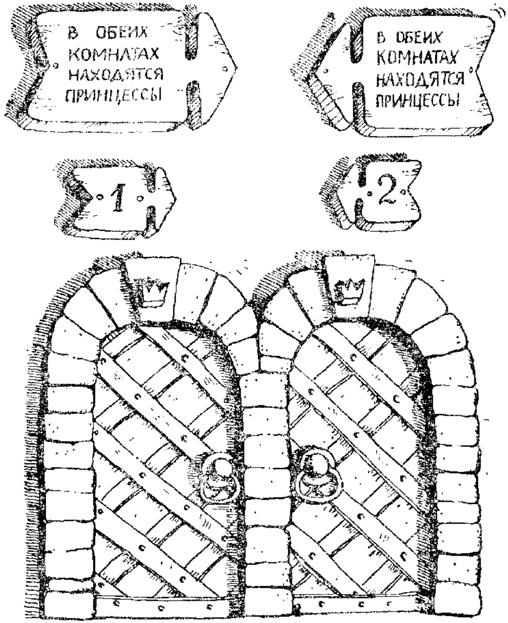
— Если в левой комнате (комната I) находится принцесса, то утверждение на табличке истинно, если же тигр, то ложно. В правой же комнате (комната II) все наоборот: утверждение на табличке ложно, если в комнате находится принцесса, и истинно, если в комнате сидит тигр.

Узники почесали в затылках, силясь понять бесконечную мудрость своего государя.

— Ну и опять же, вполне может статься, что в обеих комнатах находятся принцессы или в обеих комнатах сидит по тигру, — добавил король, — либо, наконец, в одной комнате пребывает принцесса, а в другой — тигр. Но кому-нибудь вы обязательно достанетесь!

ИСПЫТАНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ

Этому узнику выбор достался небогатый:

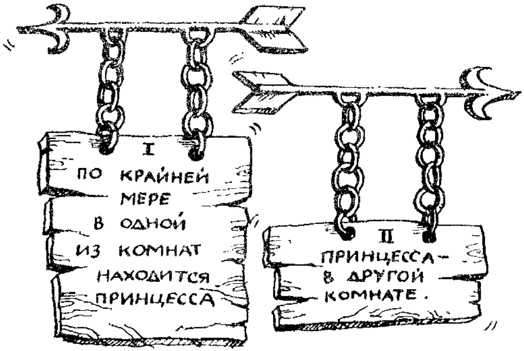


И он ушел из дворца, уводя с собой... разумеется, не тигра.

2—300

ИСПЫТАНИЕ ПЯТОЕ

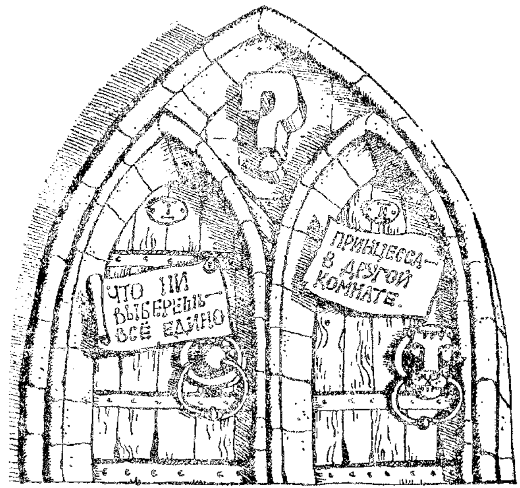
Новому узнику и таблички достались новые:



А когда узник сделал свой выбор, ни в одной из комнат не осталось ни одной принцессы..

ИСПЫТАНИЕ ШЕСТОЕ

Король вспомнил свои юношеские успехи в дипломатии и стал выражать свои мысли на табличках не так определенно. И вот что он надумал для следующего узника:



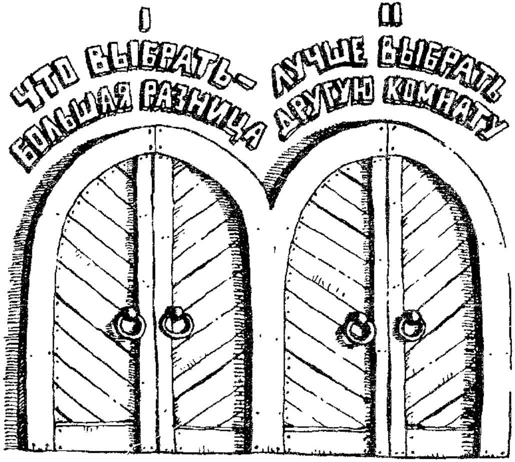
— Я, конечно, люблю животных, — сказал на это шестой узник, — но с принцессой будет как-то спокойнее.

Догадываетесь, кого он выбрал и за какой дверью?

Если не догадываетесь, загляните в летопись решений.

ИСПЫТАНИЕ СЕДЬМОЕ

Король решил как следует сбить испытуемого с панталыку (то есть с толку и с правильного пути) и на табличках запечатлел такие свои советы:



И узник, конечно, выбрал принцессу.

Наверное, он уж очень не любил животных или страдал аллергией на тигриную шерсть.

ИСПЫТАНИЕ ВОСЬМОЕ

— Надоело мне каждого наставлять на ум истинный! — рассердился король. — Пусть-ка попробуют обойтись без моих подсказок!

— Что, совсем?! — ужаснулся министр.

— Наш народ еще не созрел для решительных перемен. Будем действовать постепенно: таблички, пожалуй, напишем, а вот вешать их на двери пока не будем...

— Так как же мне выбирать?! — вскричал следующий узник.

— А как хочешь, — ответил король и сунул узнику новые таблички:

— Сколько же у вас зверья... — обеспокоился узник. — А какую куда?

— А вот это сам решай. Как-нибудь. Только не забудь, конечно, что если принцесса в левой комнате, то утверждение на табличке у этой комнаты будет истинным, а если там тигр, то ложным. Для правой же комнаты — все наоборот.

Узник не стал вешать таблички — он просто забрал свою принцессу и ушел, оставив короля сначала в ярости и недоумении. Аксиом никак не мог понять: как же удалось узнику решить столь сложную задачу?

ТРЕТИЙ ДЕНЬ

— Проклятье! — воскликнул король, имея в виду свой провал накануне. (На самом деле он не был так уж недоволен. С тиграми Их Бесконечность жил уже давно и как-то привык к хищникам, а вот принцессы были для него новыми и загадочными, а потому опасными). — Если так пойдет и дальше, мне придется упразднить тюрьму

— А заодно и зоосад, — посоветовал министр

— Это еще почему?

— Так ведь все тигры у вас передохнут если так дальше пойдет

— Ну, так завтра надо занять три комнаты вместо двух, — решил король. — В одну поместим принцессу, а в две другие — по тигру. Поглядим, каково придется нашим узникам!

— Или тиграм.

— Что?!

— Я говорю, это блестящая идея, Ваша Бесконечность!

— Ваши оценки, мой друг, крайне лестны для меня, хотя и несколько однообразны, — поморщился король.

— Так же, как и результаты ваших испытаний, — вполголоса пробормотал министр

— Что такое? — изумился король. — Бунт?!

— Я-то что, — махнул рукой министр. — Вот что тигры скажут...

— Стану я их спрашивать! Они тоже в некотором роде узники.

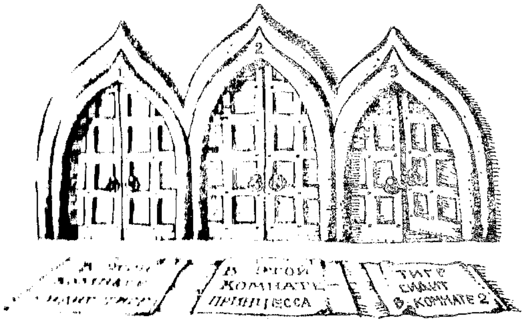
— По крайней мере, такие же полосатые, — вздохнул министр

ИСПЫТАНИЕ ДЕВЯТОЕ

Король Аксиом был своему слову хозяин: как сказал, так и сделал.

Узнику были предложены на выбор три комнаты, в одной из которых, как напомнил король, находилась принцесса, а в двух других сидели тигры.

Таблички на дверях были такие:



— Неужели все это правда? — не поверил узник.

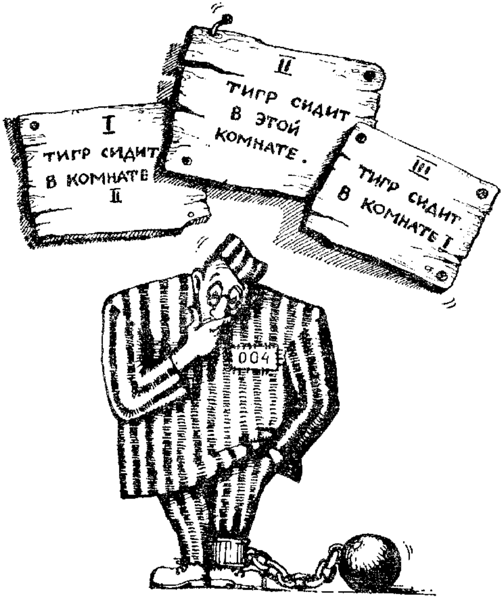
— По крайней мере, одно из этих утверждений является истинным, — сказал король. — И где же, по-твоему, принцесса?

Узник подумал — и показал королю, где.

ИСПЫТАНИЕ ДЕСЯТОЕ

Принцесс все меньше, а тигров столько же. Оставить, как было — одну принцессу и двух тигров! — велел король. — И пусть на этот раз табличка на двери, за которой находится принцесса, говорит правду, а из двух других надписей по меньшей мере одна является ошибочной.

Таблички при этом получились такие:



Что было делать узнику? Только сдаться на милость принцессы.

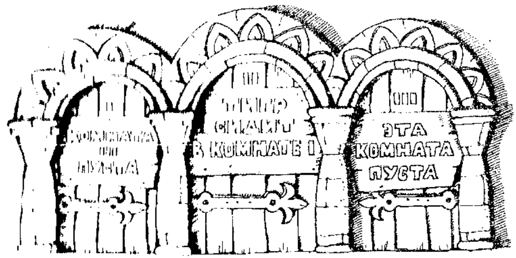
Что он и сделал.

ТРИ ВОЗМОЖНОСТИ

Ну, я вам устрою! — пообещал король и объяснил очередному узнику, что теперь в одной из комнат сидит принцесса, в другой тигр, а третья комната пуста. При этом надпись на двери комнаты, в которой находится принцесса, — истинна, надпись на двери, за которой сидит тигр, — ложна, а то, что написано на табличке у пустой комнаты, может оказаться как истинным, так и ложным.

Имей в виду, — сказал король узнику, — я милосерден, но справедлив. Так что если ты выберешь пустую комнату, то в ней и останешься до конца срока заключения. А он у тебя пожизненный!

Узник задумчиво уставился на вот такие таблички:



Узник рассудил, что хотя пустая комната, конечно, получше комнаты с тигром, только мало чем отличается она от его камеры, где привычна каждая соломинка и [illegible] и такие тихие интеллигентные соседи

Поэтому он и выбрал комнату с принцессой

ЧЕТВЕРТЫЙ ДЕНЬ

— Ужас! — рассердился король. — Никого не удалось подловить, видно, задачки чересчур легкие.

— Или узники слишком умные, — усмехнулся министр. — Все-таки лучшие люди страны...

— Ладно, остался еще один умник-узник, — рассердился король. — Пусть один за всех отдувается!

ЛОГИЧЕСКИЙ ЛАБИРИНТ

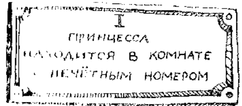
Король устроил заключительное испытание в опустевшей тюрьме, и, благо теперь тут недостатка в свободных помещениях не было, узнику пришлось выбирать уже не из трех комнат, а из целых девяти!

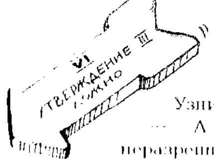
— Принцесса у нас тоже последняя, поэтому она, понятно, может сидеть только в одной какой-то комнате. Ну, а в остальных восьми комнатах, сам понимаешь, либо сидит тигр, либо вообще никого нет, — сказал король. — К тому же по нашей древней уже традиции утверждение на табличке у комнаты, где находится принцесса, истинно, таблички на дверях комнат с тиграми содержат ложные сведения, а на дверях пустых комнат может быть написано что угодно.

— Кому угодно? — спросил узник.

— Мне, — заявил король. — Аксиом я или нет?

И вот что было угодно Его Бесконечности:

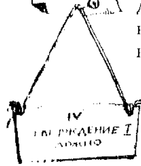




Узник задумался.

— А задачка-то неразрешима! — вдруг воскликнул он. — Шуточки у вас какие-то... самодержавные!

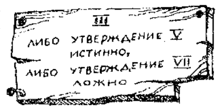
— Я честный самодур! — король даже обиделся. — А потому отвечу на любой твой вопрос, но только на один.

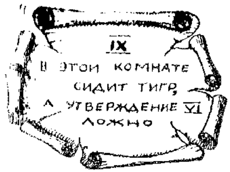


— Тогда скажите мне по чести хоть одно: пуста комната VIII или же в ней кто-то есть?

У короля достало совести ответить, пуста ли комната VIII — и последний узник покинул дворец рука об руку с принцессой.

— От девчонок и умников я избавился! — вздохнул король. — Вот только как это получилось?





И он призвал к ответу министра.

решения

— Я боялся показаться назойливым со своими объяснениями, — сказал министр королю, — поэтому попросил каждого узника продиктовать летописцу историю своего освобождения. Не угодно ли ознакомиться?

1. — Нам известно, что надпись на одной из табличек истинна, а на другой ложна, — начал свои мемуары первый узник. — Возможно ли, чтобы утверждение, написанное на первой табличке, было истинным, а на второй — ложным? Конечно же, нет: ведь если первая табличка говорит нам правду, то и вторая надпись не врет — то есть если принцесса находится в комнате I, а тигр сидит в комнате II, то это заведомо означает, что в одной из комнат находится принцесса, а в другой тигр. Но поскольку не может оказаться так, чтобы первое утверждение было истинным, а второе ложным, то ясно, что истинной должна быть вторая надпись, а ложной — первая. Значит, в одной из комнат действительно находится принцесса, а в другой сидит тигр. А поскольку первая надпись лжет, то, значит, тигр должен сидеть в комнате I, а принцесса в комнате II.

2. Если надпись II лжет, то принцесса находится в комнате I. Значит, принцесса присутствует хоть в одной из комнат, так что утверждение на табличке I получается верным — то есть сразу две надписи не могут быть ложными. А это означает, что оба приведенных утверждения истинны (ведь, согласно условию, они одновременно либо оба истинны, либо оба ложны). Таким образом, тигр сидит в комнате I, а принцесса находится в комнате II.

— Тут даже и король сообразит, что выбрать, — добавил узник не для летописи.

3. — Милость Его Бесконечности поистине бесконечна, — сказал этот узник. — Ведь в обеих комнатах оказалось по принцессе!

Надпись на табличке I означает, что хотя бы одно из двух утверждений верно: в комнате I сидит тигр, в комнате II находится принцесса, и при этом не исключено, что обе возможности осуществляются одновременно. Если утверждение на табличке II ложно, то, значит, тигр сидит в комнате I, а тогда первая табличка говорит правду, поскольку выполняется хотя бы первое из приведенных на ней утверждений. Но ведь по королевскому условию не может случиться так, чтобы надпись на одной из табличек оказалась истинной, а на другой ложной. Следовательно, поскольку утверждение II истинно, то и на табличке II — истинное утверждение, и в комнате I находится принцесса. Но это означает также, что первый из вариантов на табличке I невозможен, а поскольку по меньшей мере один из этих вариантов обязательно выполняется, то это может быть именно второй вариант. Таким образом, и в комнате II также находится принцесса.

4. Обе таблички утверждают одно и то же — значит, они одновременно либо говорят правду, либо лгут. Допустим, что обе надписи правдивы, тогда в обеих комнатах должны находиться принцессы. Но ведь король сказал, что если в комнате II находится принцесса,

то утверждение на соответствующей табличке должно быть ложным! Это противоречие означает, что надписи на обеих табличках не могут являться истинными. А раз обе они будут ложными, то в комнате I сидит тигр, а в комнате II дожидается своего суженого принцесса.

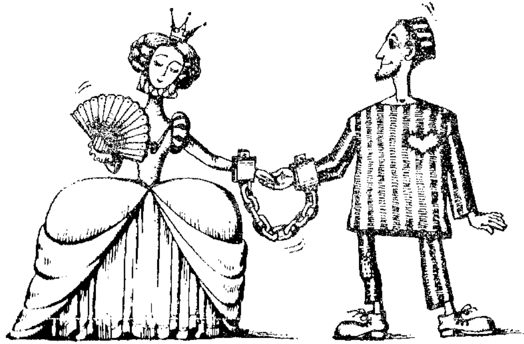
5. Если предположить, что в первой комнате сидит тигр, то получится противоречие: утверждение на первой табличке оказывается ложным, и тогда ни в одной из комнат не может быть принцессы, то есть в обеих комнатах должно сидеть по тигру. В то же время там, если тигр сидит во второй комнате, то вторая надпись является верной, то есть в другой комнате должна находиться принцесса — а ведь я исходил из предположения, что в первой комнате сидит тигр! Значит, никакого тигра там нет, а сидит там прелестная принцесса. Тогда и вторая табличка не лжет — во второй комнате действительно обретается тигр.

6. Первая надпись утверждает, что в обеих комнатах либо находятся принцессы, либо сидят тигры — ведь только тогда все равно, какую из комнат выбрать.

Допустим, принцесса находится в первой комнате. Тогда фраза, приведенная на второй табличке, истинна; отсюда следует, что во второй комнате также находится принцесса. С другой стороны, предположим, что в первой комнате сидит тигр. Тогда первая надпись будет ложной и, значит, в обеих комнатах должны находиться различные обитатели, откуда опять же следует, что во второй комнате должна оказаться принцесса. Получается, что в комнате II всегда будет принцесса — независимо от того, кто занимает комнату I. Наконец, поскольку принцесса находится в комнате II, то надпись II является ложной и, следовательно, в комнате I должен сидеть тигр.

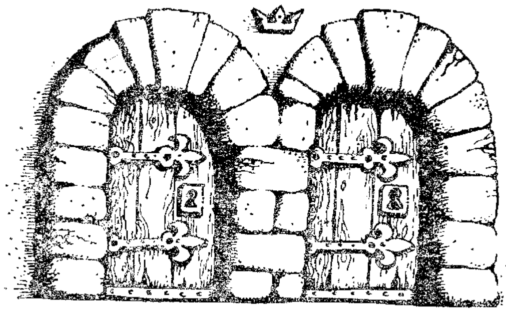
7. Первая табличка фактически утверждает, что в обеих комнатах находятся различные обитатели (в одной — принцесса, в другой — тигр), но кто из них где?

Если комнату I занимает принцесса, то утверждение таблички I истинно; следовательно, в комнате II должен сидеть тигр. А вот если в комнату I посажен тигр, то первая надпись оказывается ложной, откуда следует, что обитатели обеих комнат должны быть одинаковы, и поэтому в комнате II также должен находиться тигр. Значит, в комнате II в любом случае сидит тигр. Но тогда вторая надпись является истинной и, следовательно, принцесса должна находиться в первой комнате.



8. Предположим, что верхняя табличка «В этой комнате сидит тигр» прикреплена у двери комнаты I. Если принцесса находится в этой комнате, то утверждение на табличке будет ложным — однако при этом нарушаются объявленные королем условия. Если же в левой комнате сидит тигр, то надпись на табличке будет истинной, и условия короля оказываются нарушенными вновь. Поэтому ясно, что верхняя табличка не может висеть на дверях комнаты I. Значит, она должна находиться на дверях комнаты II; в свою очередь нижняя табличка должна располагаться на первой двери.

Тогда табличка на первой двери, гласит: «В обеих комнатах сидят тигры». При этом принцесса не может



находиться в комнате I; ведь в противном случае левая табличка оказывается правдивой, что приводит нас к очередному противоречию — будто бы в обеих комнатах сидят тигры. Отсюда сразу становится ясно, что табличках на дверях этой комнаты ложна, поэтому в комнате II должна находиться принцесса.

9. Утверждения на табличках II и III противоречат друг другу, поэтому хотя бы одно из них должно оказаться истинным. Поскольку по условию самое большее одна из трех табличек говорит нам правду, то первая надпись должна быть ложной, и, следовательно, принцесса находится в первой комнате.

10. Поскольку табличка на дверях комнаты, где находится принцесса, говорит нам правду, то, значит, принцесса никак не может оказаться в комнате II. Если бы она находилась в комнате II, то все три исходные утверждения были бы истинными, что противоречило бы условиям королевской задачи — ведь по крайней мере одно из трех приведенных утверждений должно быть ложным. Следовательно, принцесса находится в комнате I. При этом табличка II утверждает правду, а табличка III лжет, так что все в порядке.

11. Поскольку табличка на дверях комнаты, где находится принцесса, говорит нам правду, то принцесса никак не может оказаться в комнате III.

Допустим теперь, что принцесса находится в комнате II. Тогда надпись на табличке II будет истинной, и, следовательно, тигр должен сидеть в комнате I, а комната III окажется пустой. Но это также будет означать, что истинной является и надпись на дверях комнаты, где сидит тигр, что невозможно. Значит, принцесса должна находиться в комнате I; при этом в комнате III никого не будет, а в комнате II сидит тигр.

12. Этот узник был хоть и не глупее предыдущих, но оказался до того косноязычен и в то же время многословен, что летописец рискнул изложить его мемуары своими словами, хотя и несколько путано:

«Если бы король сообщил, что комната VIII пуста, то не оставил бы никаких шансов обнаружить принцессу. Но так как узник все же сумел догадаться, где находится принцесса, то, стало быть, король сказал ему, что в комнате VIII кто-то есть. Это позволило узнику рассуждать следующим образом.

Принцесса не может находиться в комнате VIII, поскольку если бы это было так, то надпись на табличке VIII оказалась бы верной, — сама же эта надпись утверждает, что в комнате сидит тигр; значит, это сразу приводит к противоречию. Таким образом, принцессы в комнате VIII нет, но так как в ней все же кто-то есть (ведь она не пуста) — следовательно, в комнате VIII должен сидеть тигр, и тогда табличка на дверях этой комнаты лжет. Наконец, если комната IX пуста, то надпись на табличке VIII должна быть верной — значит, и комната IX не может быть пустой. Но тот, кто там сидит,

не может быть принцессой, поскольку тогда табличка на дверях комнаты оказалась бы верной и отсюда сразу следовало бы, что в комнате сидит тигр. Значит, на табличке IX написано ложное утверждение. А вот если бы неверной оказалась табличка VI, то тогда табличка IX утверждала бы правду. На самом деле это не так, и, следовательно, то, что написано на табличке VI, — истинно.

Но это означает, что на табличке III написана ложь. Единственная возможность, чтобы фраза на табличке III оказалась ложной, соответствует случаю, когда табличка V ложна, а табличка VII истинна. Поскольку табличка V ложна, то ложными будут также утверждения на табличках II и IV. Кроме того, поскольку табличка V является ложной, табличка I должна быть истинной.

Теперь известно, на каких табличках написана правда, а на каких ложь, а именно:

I — правда IV — ложь VII — правда
II — ложь V — ложь VIII — ложь
III — ложь VI — правда IX — ложь

Ясно, что принцесса может находиться только в комнатах I, VI или VII, поскольку таблички на дверях остальных комнат лгут. Так как табличка I утверждает правду, то принцесса не может оказаться в комнате VI; наконец, поскольку истинна табличка VII, принцесса не может находиться и в комнате I. Следовательно, принцесса — в комнате VII».

— Больно здорово у них все получилось, — засомневался король, отпустив летописца. — Я вот думаю, может, их кто надоумил?

— Ну кто же у нас может оказаться мудрее самого короля? — развел руками министр.

— Да знаю я одного такого сообразительного, — сказали Их Бесконечность. — Впрочем, нет худа без добра: меньше народу — больше порядка.

— Так, может, и мне тоже уйти? — спросил министр.

— Конечно, ступайте. Посмотрите, как у нас что на островах. Мне-то никто правды не скажет...

— Так и про меня же все будут знать, что я от короля!

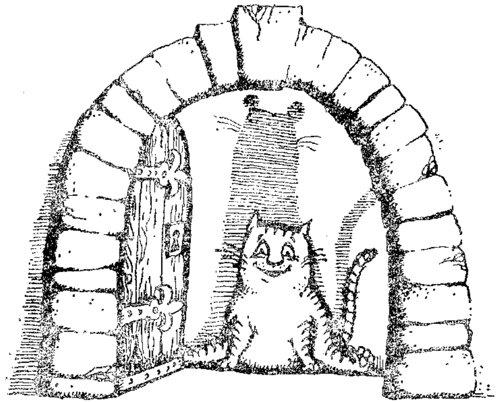
— А вы говорите, что из Скотланд-Ярда. Как будто.

— Тамошние инспектора все с напарниками. Я в книжках читал.

— И вы себе возьмите. Прямо за любой дверью! — и король подтолкнул министра к дверям VIII и IX.

— Но ведь там же...

— Я-а-а-а! — раздался ужасный вой, дверь комнаты VIII распахнулась, и оттуда на обомлевшего министра выскочил большой и полосатый... кот



— Ангенс, — представился он. — Кот такой. Временно работал тигром. А какие у нас теперь будут задачки? Принцессы-то с узниками кончились...

— Так, значит, тигров никаких и не было?! — вскричал министр.

— Ну я же не тиран-самодур какой! А кот в дороге как-то удобнее тигра, вы не находите? Место, еда, мытье и вообще поведение... Короче, берите его. И еще — псевдоним, — велел король. — Я тоже читал какую-то книжку, там было про инспектора Крейга — ну, а вы будете инспектор... Кругг. Для секретности.

— Тогда подавайте еще трубку и скрипку, — сказал бывший министр, а теперь королевский инспектор. — Как у Шерлока Холмса.

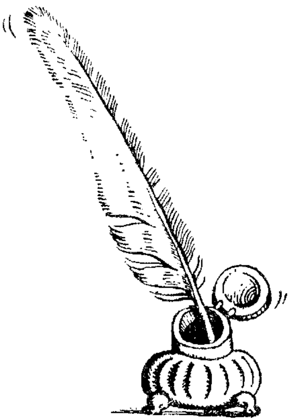
— Детектив и логика, — кивнул король. — Вперед, вы оба-двое — и без порядка не возвращайтесь!

И на дорогу пожаловал бывшему министру клетчатую английскую кепку с королевского плеча, то есть с самой макушки.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

КРУГГОВОЕ ПУТЕШЕСТВИЕ

СУМАСШЕДШЕЕ ДЕЛО



— А мне вот интересно, — сразу же спросил кот Ангенс, как только захлопнулись ворота королевского замка, — по какому принципу мы собираемся путешествовать?

— По принципу Крутга, — важно сказал бывший министр

— По кругу — это хорошо, — одобрил кот — Значит когда-нибудь домой вернемся И куда мы теперь, коллега?

— Я, кажется, мышей не ловлю... — начал закипать новоиспеченный инспектор.

— Но дело-то мы сейчас делаем одно, верно? Ведь я же не требую, чтобы вы называли меня инспектором! Пожалуйста, буду просто помощником. Даже не самым старшим. Пока...

— Вы меня с ума сведете!

— А вот это здравая мысль, — согласился кот-помощник. — В том смысле, что в королевстве полно этих... которые желтые...

— Вы, э-э... коллега, говорите о цыплятах или о лечебницах для душевнобольных?

— Конечно, о психушках и дурдомах! И вы знаете, почему у нас чуть не на каждом острове своя особая псих... то есть лечебница? Потому что везде по-своему с ума сходят!

— Совершенно не понимаю, что такого проверять в лечебнице человеку моих способностей. Я же не врач какой-нибудь... — с некоторым сомнением сказал Крутг.

— Врачей и самих надо проверять. Вы знаете, кое-где просто ужас что творится!

И действительно, дела в одиннадцати лечебницах для умалишенных, по слухам, обстояли далеко не блестяще.

В каждой из лечебниц обитали только пациенты и врачи — а кроме врачей, никакого иного медицинского персонала в этих учреждениях не было. Каждый обитатель лечебницы, был он пациентом или доктором, мог находиться в абсолютно здравом уме или, наоборот, был начисто лишен рассудка. Все нормальные обитатели, конечно, были всегда уверены в тех словах, что они говорили; они твердо знали, что все истинные утверждения действительно являются истинными, а все ложные — на самом деле ложными. Безумные же обитатели лечебниц придерживались как раз противоположных представлений: все истинные (для нормальных людей) утверждения они считали ложными, а все ложные утверждения — истинными. И, конечно, как и повсюду в королевстве Аксиома, каждый всегда свято и искренне верил в то, что сам говорил.

— Работы, конечно, много, — согласился инспектор, — но ведь не ***безумно*** много! Мы их всех выведем на чистую воду. Мы их за ушко да на солнышко. Мы их поймаем за руку!

— И в том порукой вам моя верная рук... то есть лапа! — восторженно вскричал кот. — Я ведь, если признаться, только одного и боюсь в этих ваших лечебницах...

— Заразиться?

— Да нет, побойтесь логики! Ведь нам придется отличать больных от здоровых, так?

— А в чем проблема?

— Я опасаюсь, как бы у меня язык в узел не завязался! Ведь это же ужас что такое — каждый раз выговаривать «человек в здравом уме» или «индивидуум, лишившийся рассудка». Как будто других слов нету!

— Гм... да! А вы уверены, что хотя бы мы с вами будем понимать друг друга, если всякий раз будем говорить разными словами?

— Пожалуй. А знаете что? Вот мы запишем все как есть — «в здравом уме», «лишившийся рассудка» — а когда Его Бесконечности...

— Или Читателю.

— Читателю? Какому такому Читателю? А-а, вы-то, оказывается, тщеславны, инспектор! То есть если когда-нибудь наши мемуары издадутся вдруг найдут своего Читателя... Что, пусть тогда и для них! То есть когда Читателю станет невтерпеж от этих скучных повторов, пусть тогда сбегает на эту страницу и посмотрит, как изобретательно могут умные люди именовать всяких там «человеков в здравом уме» или «индивидуумов, лишившихся рассудка».

— А как они.. то есть мы могут .. могем... можем?

— А вот так! — вскричал кот Ангенс и принялся писать мохнатой лапой прямо на прибрежном песке, не забывая добавлять хвостом замечания:

Индивидуум,
лишившийся рассудка, или —
— сумасшедший (сошедший с ума);
— безумец (вообще без ума);
— умалишенный;
— безрассудный (то есть без рассудка);
— не в своем уме (а в чьем?);
— чокнутый;
— ненормальный;
— помешанный;
— со сдвигом;

— без царя в голове (но, конечно, с королем в столице);

— свихнувшийся (с вывихнутыми мозгами);

— рехнувшийся;

— спятивший;

— слабоумный (умом слабый);

— полоумный (не полу-умный, а тот, кто ополоумел).

А рядом добавил еще такой столбик:

А человек в здравом уме — это...

— нормальный;

— здоровый;

— здравомыслящий;

— разумный;

— трезвый.

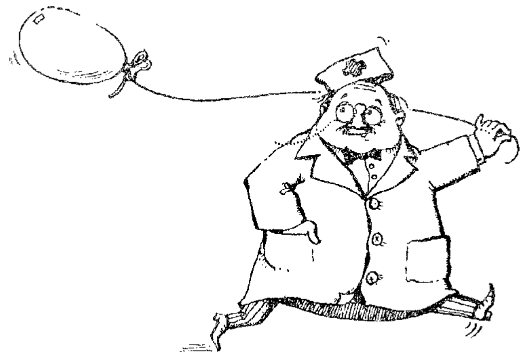
Инспектор Кругг бегал за котом кругами и восхищался.

— Как-то странно, — сказал он наконец. — Кажется, что этим... которые без царя... слов достается куда больше.

— Конечно! — вскричал кот, порываясь писать сразу всеми лапами. — А ведь я еще не упомянул такие особенные медицинские термины, как идиот, шизофреник, дебил, имбецил...

— Я думаю, мы обойдемся без этих ваших синонимов. А то нормальным людям вроде нас с вами будет совсем обидно. За невнимание.

И они вернулись к делам, перебирая все лечебницы по порядку.



1

В первой же лечебнице, которую посетил Кругг, он по очереди допросил двух обитателей, которые назвались Джонс и Смит Или которых он считал Джонсом и Смитом — независимо от того, что они ему говорили.

— Не могли бы вы рассказать мне, — обратился инспектор к Джонсу, — что вам известно о мистере Смите?

— Вам следовало бы называть его доктор Смит, — поправил Джонс. — Ведь это один из врачей нашей больницы.

А самому Смиту Кругг задал вопрос:

— Этот Джонс — он здесь пациент или доктор?

— Он пациент, — ответил Смит.

— Да, — сказал на это инспектор, — дела в этой лечебнице и впрямь идут далеко не блестяще.

— Откуда вы знаете? — встрепенулся кот Ангенс.

— Мне кажется, либо один из докторов лишился рассудка и, значит, ему не следует продолжать работу в больнице для умалишенных, либо, что еще хуже, один из пациентов является нормальным человеком и вообще не должен находиться здесь.

— А как вы догадались? — завистливо спросил кот.

И инспектор по секрету (чтобы не пугать больных) объяснил ему все то, что кот потом записал в разделе «Решения».

2

В другой лечебнице один обитатель прошептал на ухо инспектору странную фразу. Круггг подумал и решил, что к нему обратился пациент во вполне здравом уме, и потому его нужно было выпустить оттуда. Инспектор сразу же предпринял шаги для его освобождения, и только потом кот узнал о ходе его рассуждений.

Подумайте и вы: что такое вы скажете инспектору, если вдруг вас ни за что, ни про что упекут в сумасшедший дом?

3

Тут некий обитатель, наоборот, сказал такое, что Круггг сразу же счел его лишившимся рассудка доктором.

Но вы-то уже знаете, где искать разгадку?

4

В следующей лечебнице на вопрос Круггга:«Вы пациент?» обитатель ответил:«Да».

Инспектору вполне хватило этих сведений, чтобы определить, как обстоят дела в этой лечебнице.

5

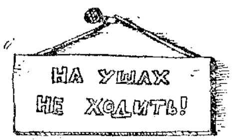
Круггг спросил одного из обитателей:

— Вы пациент?

Тот ответил:

— Думаю, что да.

— Все ли обстоит хорошо в этой больнице? — сказал кот Ангенс, которого никто ни о чем не спрашивал.



6

Круггг спросил одного из обитателей:

— Считаете ли вы себя пациентом?

Помедлив, тот ответил:

— Думаю, что считаю.

— Ну и порядки в этой лечебнице! — сказал кот.

А правда: какие тут порядки?

7

Переговорив с двумя из обитателей этой лечебницы (чтобы не перепутать, Круггг пометил их буквами и звал просто — А и В), инспектор выяснил следующее.

— А думает, что В не в своем уме

— В считает, что А — доктор

Инспектор тут же принял меры, чтобы удалить одного из них из больницы. Почему?

8

Здесь, докапываясь до сути, Круггг сумел обнаружить следующие обстоятельства:

1. Для любых двух обитателей больницы А и В выполняется условие: А либо доверяет, либо не доверяет В.

2. Некоторые для обитателей больницы являются наставниками для других. Каждый обитатель имеет по крайней мере одного наставника.

3. Ни один обитатель А не желает быть наставником обитателя В, если А не считает, что В доверяет самому себе.

4. Для любого обитателя А всегда найдется обитатель В, доверяющий тем и только тем обитателям лечебницы, которые имеют по крайней мере одного наставника, которому доверяет А.

— Другими словами, — сказал кот Ангенс, — для любого обитателя Х выполняется условие: В доверяет Х, если А доверяет какому-нибудь наставнику Х, и В не доверяет Х, если А не доверяет никакому наставнику Х.

5. Существует один обитатель лечебницы, который доверяет всем пациентам и не доверяет никому из докторов.

Инспектор Кругг довольно долго обдумывал сложившуюся ситуацию.

— Кажется, я сумею доказать, что либо один из пациентов находится в здравом уме, либо один из докторов лишился рассудка. Сумеете ли вы найти это доказательство, коллега?

— Конечно, — ухмыльнулся кот, — если вы скажете мне, где оно лежит. Мышей я когда-то ловил не худо

9

Кругг провел беседы с четырьмя обитателями: A, B, C и D.

A считал, что психическое состояние B и C одинаково.

B считал, что психическое состояние A и D одинаково.

И на вопрос инспектора:«Являетесь ли вы и D оба докторами?», C ответил: «Нет».

— Все ли обстоит благополучно в данной лечебнице? — поинтересовался кот.

Инспектор усмехнулся и рассказал ему, как обстоят дела.

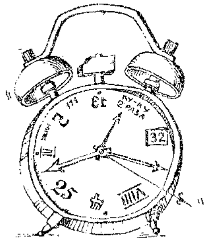
10

Обитатели этой больницы были какими-то особенными помешанными: они свихнулись на демократии и страсть как любили объединяться во всякие комитеты.

При этом, как разузнал Кругг, членами одного и того же комитета могли быть, с одной стороны, как врачи, так и пациенты, а с другой — как люди в здравом уме, так и лишенные рассудка.

Далее инспектору удалось выяснить следующие обстоятельства:

1. Все пациенты объединены в один комитет



2. Все доктора тоже объединены в один комитет.

3. У каждого обитателя этой лечебницы имеется несколько приятелей, один из которых является его близким другом. К тому же у каждого обитателя лечебницы существует несколько недругов, один из которых является его злейшим врагом.

4. Для любого комитета C справедливо условие:

— обитатели, чьи лучшие друзья входят в C, образуют комитет;

— все обитатели, чьи злейшие враги входят в C, также образуют комитет.

5. Для любых двух комитетов, скажем, комитета 1 и комитета 2, существует по крайней мере один обитатель лечебницы D, у которого лучший друг считает, что D входит в комитет 1, а его злейший враг полагает, что D состоит в комитете 2.

Сопоставив все эти факты, Кругг весьма остроумным способом сумел доказать, что либо один из врачей лишился рассудка, либо один из пациентов находится в здравом уме.

— И как только вы догадались об этом, коллега? — недоумевал кот.

11

В этой же лечебнице внимание инспектора привлек еще целый ряд неясных вопросов — не столько животрепещущих, сколько теоретических.

Например, было крайне любопытно узнать, объединялись ли все здравомыслящие обитатели лечебницы в один комитет, а также образовывали ли свой комитет те обитатели лечебницы, которые лишились рассудка.

Не будучи в состоянии ответить на эти вопросы и исходя из условий 1-5 предыдущей задачи, Кругт все же сумел доказать — причем лишь на основании условий 3, 4 и 5 — что *обе* группы могли образовывать комитеты.

Каким образом он это сделал — про то знает лишь его кот. Но и вы можете найти ответ в «Решениях».

12

Пораскинув мозгами, Кругт сумел доказать и еще одно утверждение, относящееся к обитателям все той же десятой лечебницы, и оно позволило ему упростить решение двух последних задач. Само это утверждение заключалось в том, что из любых двух комитетов, комитета 1 и комитета 2 всегда должны найтись два обитателя E и F — такие, что E считает, будто F является членом комитета 1, а F полагает, будто E состоит членом комитета 2.

Образ, каким Кругт доказал это утверждение, он поведал только верному коту Ангенсу.

13

Но с самыми большими странностями инспектор Кругт столкнулся в последней лечебнице, которую считал уже простой формальностью перед завершением этого круга своего блистательного турне.

Этой лечебницей руководили два врача, знакомых еще с самим Эдгаром По — доктор Смолль и профессор Перро, забежавшие сюда из одного рассказа Эдгара По. В штате лечебницы были, правда, еще и другие врачи.

И все здесь ***неукоснительно*** придерживались следующих правил:

— Если обитатель лечебницы считал, что он является пациентом, то его называли чудаком.

— Если же все пациенты считали, что данный обитатель чудак, а ни один из врачей его за чудака не принимал, то такого обитателя больницы было принято именовать оригиналом.

Вдобавок Кругту удалось выяснить еще два обстоятельства:

1) по крайней мере один из обитателей больницы был вполне нормальным;

2) и во всей лечебнице строго выполнялось следующее условие:

Условие С: У каждого обитателя лечебницы имеется близкий друг. При этом для любых двух обитателей А и В справедливо следующее утверждение: если А считает, что В является оригиналом, тогда близкий друг этого А полагает, что В — пациент.

Вскоре после этого открытия инспектор Кругт решил в частном порядке побеседовать с больничным руководством в лице доктора Смолля и профессора Перро. Разговор с первым из них протекал так:

Кругг: *Скажите, доктор Смолль, все ли врачи в вашей больнице в здравом уме?*

Смолль: *Я в этом абсолютно уверен.*

Кругг: *А как обстоят дела с пациентами? Все ли оно безумны?*

Смолль: *По крайней мере один из них.*

— Уж очень осторожным был последний ответ, — сказал инспектор коту. — Конечно, если все больные в лечебнице лишены рассудка, то утверждение, что хоть один из них безумен, представляет собой несомненную истину. Но почему доктор Смолль был так сдержан в своем утверждении?

Затем Кругг побеседовал с профессором Перро; на этот раз разговор протекал следующим образом:

Кругг: *Доктор Смолль утверждает, что по крайней мере один из здешних пациентов безумен. Это правда, не так ли?*

Профессор Перро: *Конечно, правда. Чем же мы руководим, по-вашему? Все пациенты тут безумны!*

Кругг: *А как обстоят дела с врачами? Все ли они нормальны?*

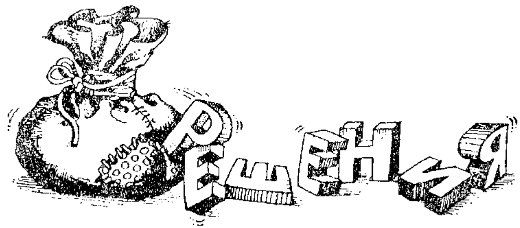
Профессор Перро: *По крайней мере один из них нормален.*

Кругг: *А что вы скажете о докторе Смолле? Он-то хоть нормален?*

Профессор Перро: *Ну, разумеется! Как вы смеете задавать мне такой вопрос?*

— Вот ужас-то! — воскликнул Кругг, как следует обдумав положение.

— В чем же он заключается? — спросил кот. — Я готов записать все дословно или в художественной форме — как прикажете, инспектор.



Из мемуаров кота Ангеса, знаменитого помощника инспектора Кругга:

Может показаться, что Круггу было проще самому сойти с ума, чем разобраться во всех этих безумных ситуациях.

Однако на помощь пришел опыт тигриной алгебры и довольно простая логика. Во всех лечебницах Кругг (он мне потом сам рассказывал) сначала делал предположение о том, кем на самом деле является кто-нибудь один из тех, с кем он беседовал. А на основании этого инспектор рассматривал все прочие высказывания и смотрел, не выходит ли какого противоречия. Если, допустим, получалось, что один и тот же человек врет и говорит правду одновременно (то есть в одной и той же фразе), инспектор считал, что первоначальное предположение неверно, и предполагал другое о том же человеке или что-то иное — о ком-нибудь другом.

И только когда все противоречия были разрешены, Кругг считал, что он, наконец, нашел истину.

Так было во всех тринадцати случаях и во многих историях потом — потому что с этих псих. дур. лечебниц наши с инспектором странствия только начались.

Я тут надиктовал по памяти кое-что из того, что говорил инспектор о ходе своих мыслей — может, и не слишком точно, но уж как запомнил.

1. Докажем, что либо Джонс, либо Смит (правда, не известно, кто именно из них) должен оказаться либо лишенным рассудка, либо пациентом, находящимся в здравом уме (и опять мы не знаем, кем именно).

Джонс может оказаться и безумцем, и нормальным человеком. Пусть он находится в здравом уме, тогда его утверждения истинны, и Смит на самом деле является врачом. А если Смит лишен рассудка, то это значит, что он является врачом, лишившимся рассудка.

Если же Смит находится в здравом уме, то его ответ будет истинным; это в свою очередь означает, что Джонс является пациентом и притом нормальным (поскольку вначале мы предположили, что Джонс находится в здравом уме). Значит, если Джонс находится в здравом уме, тогда либо он является находящимся в здравом уме пациентом, либо Смит оказывается лишившимся рассудка врачом.

Предположим теперь, что Джонс безумен. Тогда его суждения неверны, откуда ясно, что Смит — пациент. И если Смит не сошел с ума, то он будет пациентом, находящимся в здравом рассудке. Но если Смит безумен, его суждения ложны, и это означает, что Джонс должен быть безумным врачом. Поэтому, если Джонс безумен, то либо он сумасшедший врач, либо Смит должен быть здравомыслящим пациентом.

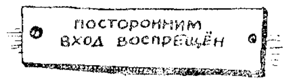
Подведем итоги: если Джонс нормальный человек, то либо он находящийся в здравом уме пациент, либо

Смит является лишившимся рассудка врачом. Если же Джонс безумен, тогда либо он лишившийся рассудка врач, либо Смит должен быть находящимся в здравом уме пациентом.

2. Простейшее из многих решений этой задачи — обитатель больницы заявил: «Я не врач, обладающий здравым умом». Тогда говорящий должен быть здравомыслящим пациентом.

Доказать это можно следующим образом.

Врач-безумец не может верить в то, что сам он не является врачом в здравом уме, поскольку это правда. Нормальный врач не может придерживаться ложного убеждения, будто он не является врачом, находящимся в здравом уме. Безумный пациент не может верить в то, что он не является врачом, находящимся в здравом уме (ведь безумный пациент на самом деле не является находящимся в здравом уме врачом). Поэтому говорящий является пациентом в здравом рассудке, так что его суждение о том, что он не есть находящийся в здравом уме врач, абсолютно справедливо.



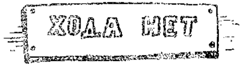
Одно только неясно, если до сих пор никто не понял, что этот пациент здоров, то, значит, сами здешние врачи либо безумны, либо непроходимо глупы.

Последнее, правда, не лечится.

3. Одним из подходящих для данного случая утверждений является, например, такое: «Я — лишившийся рассудка пациент». В самом деле, пациент, находящийся в здравом уме, не может придерживаться ложного убеждения, будто он пациент, лишившийся рассудка. Лишившийся же рассудка пациент не может верить в то, что он является пациентом, лишившимся рассудка. Следовательно, говорящий является не пациентом, а врачом. В то же время нормальный врач никогда не станет считать, буд-

то он — лишившийся рассудка пациент. Поэтому говорящий должен быть умалишенным врачом, который придерживается ложного убеждения в том, что он является сумасшедшим пациентом.

Лишнее доказательство его безумия — то, что он обращается к незнакомым людям с фразой, по которой кто-нибудь такой же умный, как инспектор Кругг, запросто распознает в нем сумасшедшего.



4. Говорящий считает, что он пациент. Если он нормальный человек, тогда он действительно будет пациентом. Тогда получается, что он — пациент, находящийся в здравом уме, и никак не должен оставаться в психиатрической больнице. Если же говорящий не в своем уме, тогда его суждение неверно, и это означает, что он должен быть не пациентом, а врачом. В этом случае он оказывается лишившимся рассудка врачом и тоже никак не может состоять в штате больницы.

Трудность в том, что нельзя сказать наверняка, кем же будет говорящий на самом деле — здравомыслящим пациентом или безумным врачом. Но понятно, что ни тому, ни другому в психиатрической больнице не место.

5. Говорящий лишь ***утверждает***, будто бы верит в то, что является пациентом — но это вовсе не обязательно должно означать, что он действительно ***верит*** в то, что он пациент.

Поскольку он говорит, что верит, будто является пациентом, тогда, будучи человеком искренним, говорящий в самом деле думает, что считает себя пациентом.

Допустим, что на самом деле говорящий сошел с ума. Тогда все его суждения — в том числе и о собственных убеждениях — будут неверными. И его личная уверенность в том, что он считает, будто является пациентом, указывает на то, что убеждение в том, что он пациент, является ложным, и, следовательно, на самом деле он считает, что является врачом. Но поскольку он

безумен и воображает себя врачом, то, значит, фактически он пациент.

Итак, если говорящий сошел с ума, то он — лишившийся рассудка пациент.

Но предположим, что говорящий — нормальный человек. Поскольку он верит в это и считает себя пациентом, его убежденность в том, будто он пациент, является истинной. И так как говорящий уверен в том, что он пациент, то он и в самом деле является пациентом.

Итак, если говорящий — нормальный человек, то он все равно должен оказаться пациентом.

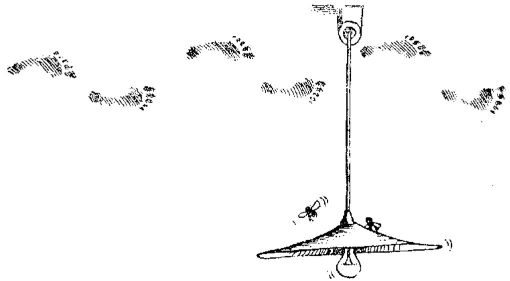
В итоге говорящий может быть пациентом — как в здравом уме, так и свихнувшимся. Поэтому у нас нет достаточных причин считать, будто бы в этой психиатрической лечебнице сложилась неблагоприятная обстановка.

Отсюда следуют важные выводы, которые могут принести немалую пользу в других задачах.

Если обитатель данной психиатрической лечебницы только ***убежден*** в чем-либо, тогда его убеждение будет либо истинным, либо ложным в зависимости от того, является ли говорящий нормальным человеком или он лишился рассудка. Но если же обитатель лечебницы ***верит***, будто он убежден в чем-либо, то это убеждение должно быть истинным вне зависимости от того, безумен ли говорящий или он находится в здравом уме.

Образно говоря, если он безумен, то эти два убеждения как бы «нейтрализуют» друг друга, совсем как по известному всем правилу «минус на минус дает плюс».

6. Говорящий вовсе не утверждает ни того, что является пациентом, ни того, что он считает, будто является пациентом. Он утверждает лишь, что верит, будто считает, что является пациентом. Говорящий верит в то, что он утверждает — значит, он считает, что верит, будто считает, что является пациентом. Первые два убеждения «нейтрализуют» друг друга (загляните в конец решения предыдущей задачи), так что по сути дела говорящий



считает, будто он является пациентом. А тогда данная задача сводится к задаче о лечебнице номер четыре — говорящий должен быть либо находящимся в здравом уме пациентом, либо лишившимся рассудка врачом.

7. Надо удалить из лечебницы обитателя А.

Предположим, что А — нормальный человек. Тогда его убеждение в том, что В лишился рассудка, справедливо. А поскольку В оказывается безумным, то его убеждение, будто А является врачом, ошибочно. Поэтому А — пациент, находящийся в здравом уме, и его следует выписать из лечебницы.

Если же допустить, что А безумен, тогда его убеждение в том, что В лишился рассудка, ошибочно, и, стало быть, В — нормальный человек. При этом уверенность В в том, что А является врачом, справедлива, и потому в данном случае А является умалишенным врачом, которого надо немедленно убрать из лечебницы.

Относительно же самого В никаких определенных выводов, увы, сделать нельзя — ну и пусть пока остается на своем месте в лечебнице.

8. Согласно условию 5, существует некий обитатель лечебницы (назовем его Артуром), который доверяет любому из пациентов и отказывает в доверии всем врачам. В то же самое время, согласно условию 4, всегда

найдется другой обитатель (пусть он будет Билл), доверяющий только тем обитателям, которые имеют по крайней мере одного наставника из тех, кому доверяет Артур

Это означает, что для любого обитателя X справедливо следующее утверждение:

— если Билл доверяет X, то Артур доверяет по крайней мере одному из наставников X,

— если Билл не доверяет X, тогда Артур не доверяет ни одному из наставников X

Но пользоваться доверием Артура означает то же самое, что и быть пациентом (согласно условию 5). Тогда для любого обитателя лечебницы справедливо следующее:

— если Билл доверяет X, то по крайней мере один из наставников X является пациентом;

— если же Билл не доверяет X, то тогда ни один из наставников X пациентом не является

А раз это утверждение справедливо для любого обитателя X, то оно справедливо и в том случае, когда этим X является сам Билл

Итак, нам известны следующие факты

1) если Билл доверяет самому себе, то у него есть по крайней мере один наставник из числа пациентов;

2) если Билл не доверяет самому себе, тогда ни один из наставников Билла не является пациентом

Понятно, что при этом существуют всего две возможности: либо Билл доверяет самому себе, либо нет

Что же получается в каждом из этих случаев?

Случай 1: Билл доверяет самому себе.

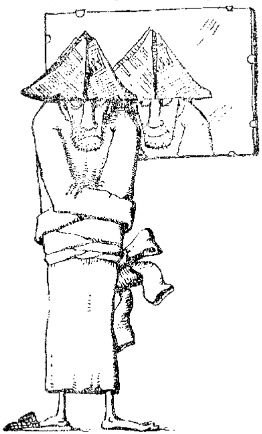
Тогда у Билла имеется по крайней мере один наставник (скажем, Питер) который должен быть пациентом Как наставник Билла, Питер уверен, что Билл доверяет самому себе (согласно условию 3). Но Билл действительно доверяет самому себе, потому убеждение

Питера истинно — значит, он нормальный человек. Стало быть, Питер — находящийся в здравом уме пациент, и ему никак не место в данной лечебнице.

Случай 2: Билл не доверяет самому себе.

В этой ситуации ни один из наставников Билла не является пациентом. Однако у Билла, как и у любого другого обитателя лечебницы, имеется по крайней мере один наставник (по имени, допустим, Ричард); при этом ясно, что Ричард должен быть врачом. И в качестве наставника Билла Ричард полагает, что Билл доверяет самому себе. А так как его уверенность в этом оказывается ложной, то, следовательно, Ричард находится не в своем уме. То есть Ричард является лишившимся рассудка врачом и никак не должен пребывать в штате этой лечебницы.

Подведем итоги: если Билл доверяет самому себе, то тогда по крайней мере один из пациентов данной лечебницы оказывается нормальным человеком. Если же Билл не доверяет самому себе, тогда по крайней мере один из врачей должен оказаться не в своем уме. Но так как нам неизвестно, доверяет ли Билл самому себе или нет, то мы не можем сказать точно, что же неладно в этой больнице — то ли туда помещен находящийся в здравом уме пациент, то ли там работает лишившийся рассудка врач.



Определенно только то, что там не все в порядке.

9. Прежде всего покажем, что обитатели C и D обязательно должны быть одинаковы с точки зрения их психического состояния.

Допустим, что A и B являются нормальными людьми. Тогда по условию психическое состояние пары B и C (точно также, как и психическое состояние пары A и D) должно быть одинаковым. Это означает, что все четверо будут находиться в здравом уме. Следовательно, в этом случае C и D будут оба нормальными людьми.

Предположим теперь, что обитатели A и B безумны. Тогда психическое состояние пар B и C, а также A и D будет различным. C и D снова оказываются нормальными людьми — с одинаковым психическим состоянием.

Возможно, что A — нормальный человек, а B лишился рассудка. Тогда, поскольку психика пары B и C одинакова, то C обязательно должен оказаться безумным. А так как психическое состояние пары A и D различно, то это означает, что D также будет безумным.

Наконец, предположим, что A безумен, а B — нормальный человек. Поскольку пара B и C по условию различается по своему психическому состоянию, а пара A и D не различается, то отсюда следует, что и C, и D непременно должны быть безумными.

В целом можно сказать, что если у пары A и B состояние психики оказывается одинаковым, то C и D будут нормальными людьми, а если психическое состояние A и Д будет различным, то C и D обязательно должны оказаться помешанными. Или, на худой конец, безумными.

Выходит, что C и D должны быть одновременно либо нормальными людьми, либо сумасшедшими.

Скажем, оба они находятся в здравом уме. Тогда утверждение C, что он и D не являются оба врачами, будет правдивым, поэтому по крайней мере один из них является пациентом, к тому же — в здравом уме.

Если же C и D безумны, то заявление C оказывается ложным и, значит, оба они должны быть врачами, лишенными рассудка.

А поскольку в обследованной Круггом лечебнице содержится по крайней мере один находящийся в здравом уме пациент или работают двое лишившихся рассудка врачей, то здесь явно не все в порядке. Хотя и нельзя точно сказать, что именно.

10, 11, 12. Самый легкий путь к решению задачи 10, как ни странно, состоит в том, чтобы сначала найти решение задачи 12.

Невредно усвоить такое правило.

Если два конкретных утверждения X и Y оба истинны или оба ложны, тогда любой обитатель лечебницы, верящий в одно из этих утверждений, должен поверить также и другому. Убедиться в этом просто: если оба утверждения истинны, тот, кто поверит одному из них, будет нормальным и сразу поверит другому утверждению, которое тоже истинно. Если же оба утверждения

ложны, тогда всякий, кто примет за истину одно из них, будет безумцем, а значит, он обязательно поверит и другому утверждению, тоже ложному.

Для решения задачи 12 возьмем два произвольных комитета — комитет 1 и комитет 2. Обозначим через U группу всех тех обитателей лечебницы, чьи злейшие враги объединены в комитет 1, а через V — собрание всех тех обитателей, чьи лучшие друзья принадлежат комитету 2. Согласно утверждению 4, U и V представляют собой комитеты. Тогда в соответствии с утверждением 5 существует некий обитатель, назовем его Дэн, близкий друг которого, назовем его Эдвард, полагает, что Дэн входит в группу U, а злейший враг которого, назовем его Фред, считает, что Дэн состоит в V. Итак, Эдвард считает, что Дэн принадлежит комитету U, а Фред уверен, что Дэн входит в комитет V. Наконец, по определению группы U утверждение о том, что Дэн входит в U, равносильно утверждению о том, что его злейший враг Фред состоит в комитете 1. Другими словами, утверждение «Дэн входит в U» и «Фред состоит в комитет 1» либо оба истинны, либо оба ложны. Поскольку Эдвард принимает за истину одно из них («Дэн входит в U»), то он должен также принять на веру и другое («Фред состоит в комитете 1») — согласно нашему вспомогательному правилу. Значит, Эдвард считает, что Фред состоит в комитете 1.

С другой стороны, сам Фред полагает, что Дэн входит в комитет V. Но при этом Дэн состоит в V только в том случае, если его друг Эдвард входит в комитет 2 (по определению V). Иными словами, два этих утверждения либо оба истинны, либо оба ложны. Тогда, поскольку Фред полагает, что Дэн входит в V, он (Фред) должен считать, что Эдвард состоит в комитете 2.

Таким образом, мы имеет двух обитателей, Эдварда и Фреда, каждый из которых убежден в следующем: Эдвард — что Фред входит в комитет 1, а Фред — что Эдвард состоит в комитете 2. Таково решение задачи 12.

А для решения задачи 10 выберем в качестве комитета 1 множество всех пациентов, в качестве же комитета 2 множество всех врачей — ведь эти комитеты существуют согласно условиям 1 и 2. В соответствии с решением задачи 12 существуют два таких обитателя лечебницы Эдвард и Фред, что:

— Эдвард уверен в том, что Фред входит в составленный из пациентов комитет 1;

— Фред уверен в том, что Эдвард входит в составленный из врачей комитет 2.

Другими словами, Эдвард считает, что Фред является пациентом, а Фред уверен, что Эдвард — врач. Тогда, следуя решению задачи 1 (заменив лишь имена Джонс и Смит на Эдвард и Фред), мы находим, что один из названных обитателей, то есть Эдвард или Фред (кто именно, нам неизвестно), должен оказаться либо лишившимся рассудка врачом, либо находящимся в здравом уме пациентом. Ясно, что в любом из этих случаев положение в лечебнице получается явно ненормальным.

В задаче 11 предположим, что все находящиеся в здравом уме обитатели лечебницы представляют собой комитет 1, а все ее обитатели, лишившиеся рассудка — комитеты 2. Тогда, согласно полученному только что решению задачи 12, обитатели Эдвард и Фред будут уверены в следующем:

а) Эдвард — в том, что Фред находится в здравом уме, или, иными словами, что он состоит членом комитета 1;

б) Фред — в том, что Эдвард лишился рассудка, а значит, состоит членом комитета 2.

Но это невозможно: если Эдвард является нормальным человеком, то его убеждения истинны, и тогда Фред находится в здравом уме. Но если убеждения Фреда истинны, то Эдвард лишился рассудка. Получается, что Эдвард должен быть одновременно и нормальным, и безумцем.

С другой стороны, если Эдвард безумен, то его мнение по поводу Фреда оказывается ложным — значит, Фред лишился рассудка. Тогда убеждения Фреда относительно Эдварда также оказываются ложными, и Эдвард находится в здравом уме. Таким образом, Эдвард опять должен быть одновременно и нормальным человеком, и безумным.

Значит, допущение о том, что множество находящихся в здравом уме и множество безумных обитателей данной лечебницы представляют собой комитеты, в любом случае приводит к явному противоречию.

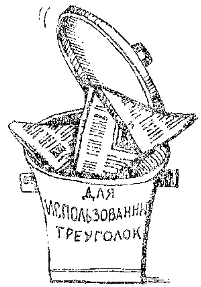
Следовательно, невозможно, чтобы обе эти группы были комитетами.

13. — Вот что, к своему ужасу, я понял, — сказал инспектор. — В этой последней лечебнице все врачи безумны, а все пациенты — нормальные люди!

В больнице имелся по крайней мере один нормальный обитатель А. Пусть В — близкий друг А. Согласно условию С, если А считает В оригиналом, тогда близкий друг этого А уверен, что В — пациент. Поскольку В является близким другом этого А, тогда если А полагает, что В — оригинал, то сам В уверен, что является пациентом.

Другими словами, если А считает, что В — оригинал, то В оказывается чудаком.

Поскольку А — нормальный человек, то уверенность А в том, что В — оригинал, истинна и В — на самом деле оригинал.



Получается такое важное наблюдение:

Если В оригинал, то В — чудак.

В может либо быть чудаком, либо нет.

Если В — чудак, тогда он уверен, что является пациентом, и, следовательно (как в задаче 4), В должен быть либо лишившимся рассудка врачом, либо находящимся в здравом уме пациентом. В любом случае ему совершенно незачем оставаться в больнице.

А если В не чудак, то он не будет также и оригиналом, поскольку в соответствии с ключевым наблюдением В будет оригиналом только тогда, когда он также и чудак. Поэтому В не может быть ни оригиналом, ни чудаком. А раз В не является оригиналом, то не могут быть справедливы одновременно предположения о том, что все пациенты считают его чудаком, и о том, что ни один из врачей его чудаком не считает: по крайней мере одно из них должно оказаться ложным.

Пусть ложно первое из них. Тогда найдется по крайней мере один пациент P, который не считает, что В — чудак. Если бы P находился не в своем уме, то он был бы уверен, что В — чудак (поскольку В им не является) Следовательно, P — нормальный человек. В свою очередь это означает, что P — пациент, находящийся в здравом уме.

Если же ложным оказывается второе предположение, тогда по крайней мере один врач D считает, что В — чудак. При этом D должен быть безумным (поскольку В — чудак), и, следовательно, D является врачом, лишившимся рассудка.

Что же выходит в целом?

Если В — чудак, то он либо нормальный пациент, либо безумный врач. Если он не чудак, то либо какой-нибудь нормальный пациент P не верит, что В чудак, либо какой-нибудь безумный врач D верит в это — то есть в лечебнице есть либо совершенно нормальный пациент, либо свихнувшийся врач.

И это стало ясно еще до встречи с врачами.

А потом из разговора с инспектором стало очевидно, что доктор Смолль считает, будто все врачи лечебницы — нормальные люди, а профессор Перро уверен, что все их пациенты безумны. Оба одновременно они не могут быть правы (как только что доказано) — то ест по крайней мере один из них сошел с ума.

Профессор Перро полагает, что доктор Смолль является нормальным человеком. И если сам профессор Перро нормален, то он должен быть прав, и доктор Смолль действительно находится в здравом уме, хотя, как известно, это вовсе не так. Следовательно, профессор Перро должен быть безумным. При этом его уверенность в том, что доктор Смолль психически здоров, оказывается ложной, откуда сразу следует, что доктор Смолль также безумен. Выходит, что и доктор Смолль, и профессор Перро оба лишились рассудка.

А раз доктор Смолль безумен и считает, что по крайней мере один из пациентов сошел с ума, то на самом деле все пациенты в лечебнице — нормальные люди.

Безумный профессор Перро уверен, что по крайней мере один из врачей находится в здравом уме — значит, все врачи безумны.

— Ничего себе последняя лечебница нам досталась! — сказал кот. — И только благодаря вашей мудрости...

— Ладно, — проворчал довольный инспектор. — Зато здесь теперь порядок. Что там дальше на очереди?

— Во-он тот островок. Только не нравится он мне. Какой-то он странный, багровый...

— Я бы даже сказал, кроваво-красный.

ОСТОРОЖНО: ВАМПЫРИ!

Остров и вправь был необычен: здесь перед коллегами встала необходимость с ходу расследовать несколько загадочных случаев, связанных с вампирами, или упырями.

— Упыри и вампиры... — поежился Кругг. — Бр-р!

— Короче, вампыри! — подытожил кот.

— Ужасная местность! — согласился губернатор острова. — А что особенно неприятно, вампыри-кровопийцы составляют только одну часть нашего народонаселения.

— А остальные кто? — удивился инспектор.

— Обычные, знаете, люди. Хотя некоторые из них обожают бифштексы с кровью... Так вот даже такие люди всегда говорят правду, а упыри всегда лгут. Но это еще полбеды.

— А в чем же вся беда? — спросил Кругг.

— Видите ли, половина ***всех*** наших жителей лишена рассудка...

— Встречали мы таких! — махнул хвостом кот.

— ...И они придерживаются совершенно превратных представлений об окружающем их мире: все правдивые суждения считают ложными, а все лживые утверждения — истинными. Зато другая половина жителей (как вампырей, так и людей) психически здорова и абсолютно безупречна в своих суждениях: все истинные утверждения, по их мнению, наверняка являются истинными, про ложные же утверждения они точно знают, что те ложны.

— Да-а, в/лечебницах было проще. Там обитатели, по крайней мере, всегда были честны и если уж говорили неправду, то лишь по заблуждению, а не по злому умыслу, — задумчиво сказал Кругг. А вот местный островитянин может лгать как из простого заблуждения, так и по умышлению.

— Я бы еще понял, если бы лгали одни вампыри, — заметил кот. — Ложь — это у них инстинкт самосохранения такой. А то спросишь его:«А ты ведь, братец, пожалуй, упырь?», он спроста признается по-честному, а ты его сразу и... Что вы тут с вампырями делаете-то?

— Совершенно ничего не делаем! — заверил губернатор. — И им ничего делать не даем. Кровь пить не позволяем. И в браки с людьми вступать запрещаем. Во избежание роста поголовья вампырят. Но как узнать, кому нельзя, а кто пусть женится? Ведь наследственность часто оказывается ни при чем: этим вурдалачеством... упырением... то есть вампиризмом всякий может заразиться и от другого вампыря

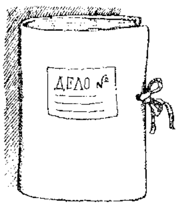
Кругг задумался, но тут опять встрял кот:

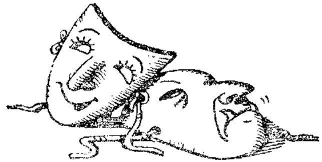
— Рассудим логически. Если спросить у местного жителя, круглая ли Земля или, может, она такая плоская и угловатая, то человек в здравом уме, зная, что Земля круглая, честно так и скажет. Сумасшедший же искренне полагает, что Земля вовсе не является круглой, и потому правдиво выскажет свое мнение, что Земля плоская. Упырь в здравом уме, конечно, знает, что Земля круглая, но он же всегда лжет и будет утверждать обратное. Наконец, безумный упырь уверен, будто Земля плоская, но обязательно солжет, что Земля круглая.

— Значит, получается так, — подытожил поток информации инспектор Кругг. — На вашем острове правдивы только люди в здравом уме и упыри, лишившиеся рассудка, а сумасшедшие люди и упыри в здравом уме всегда лгут.

— Вы замечательно тонко проникаете в суть проблемы! — восхитился губернатор. — Тогда для вас будет сущим пустяком разобраться вот в этих делах...

И он вывалил перед инспектором десять канцелярских папок, на каждой из которых было написано «Дело...»





ПЕРВЫЕ ПЯТЬ РАССЛЕДОВАНИЙ

— Каждое из этих дел затрагивает только двоих обитателей Острова Вампырей, — сказал губернатор. — Но проблема в том, что они родственники и наверняка один из них — человек, а второй упырь. Хотя и нельзя было сказать, кто именно кем является. И совсем уж никаких сведений не имеется по поводу состояния психики подозреваемых в вампырстве — исключая, впрочем, дело N 5.

ДЕЛО ЛЮСИ И МИННЫ

1

Сестер звали Люси и Минна. Кругг не стал тратить время понапрасну и допросил их обеих сразу:

Кругг *(обращаясь к Люси): Расскажите что-нибудь о себе и вашей сестре.*

Люси: *Мы обе не в своем уме.*

Кругг *(обращаясь к Минне): Это правда?*

Минна: *Конечно же, нет!*

— Мне вполне ясно, кто из них упырь, — заявил Кругг

— Кто же это? — спросил губернатор.
Кот опередил инспектора с ответом:
— Мы все вам откроем в разделе «Решения»!

ДЕЛО БРАТЬЕВ ЛЮГОШИ

2 Обоих братьев звали Бела, только один из них был упырем, а второй нет. Братья не дожидались вопросов и высказывались сами:

Бела-старший: *Я человек.*
Бела-младший: *Я человек.*
Бела-старший: *Мой брат вполне нормален.*

И инспектор Кругг сразу указал на упыря.

ДЕЛО БРАТЬЕВ КАРЛОФФ

3 Этих братьев звали Михаэль и Петер. Они тоже не стали отмалчиваться и сразу заявили:

Михаэль Карлофф: *Я упырь.*
Петер Карлофф: *Я человек.*
Михаэль Карлофф: *Психическое состояние моего брата совпадает с моим.*

— Вот вы и разоблачены, — сказал Кругг одному из братьев (а которому — расскажут «Решения»).

ДЕЛО ДЕ РОГАНОВ

4 Де Роганы были отец и сын. Кот так записал их беседу с инспектором:

Кругг *(обращаясь к отцу): Вы оба в здравом уме или оба лишились рассудка? Или, может, вы отличаетесь друг от друга в этом отношении?*

Отец: *По крайней мере один из нас безумец.*
Сын: *Совершенно верно.*
Отец: *Но я-то, конечно, не упырь.*

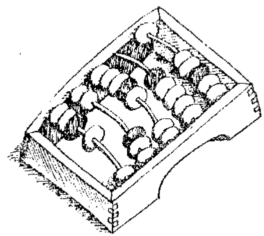
— Кто же из них является упырем? — спросил губернатор.
— Вот этот, — указал Кругг.

ДЕЛО КАРЛА И МАРТЫ ДРАКУЛА.

5 Про близнецов Карла и Марту Дракула Круггу было известно даже то, что один из них в здравом уме, а другой лишился рассудка. Вероятно, поэтому допрос был так короток:

Карл: *Моя сестра — упырь.*
Марта: *Мой брат сошел с ума!*

— Ну, тогда даже я знаю, кто тут вампырь! — рассмеялся кот Ангенс.



ПЯТЬ СЕМЕЙНЫХ ПАР

— Мы тут все-таки не изверги, — заявил губернатор — Сейчас у нас только людям и упырям запрещено вступать в браки между собой. А если хотят жениться между собой только обычные люди или только упыри — пожалуйста!

— А что, сумасшедшим вы разве позволяете жениться? — поинтересовался Кругг.

— Почему же нет? Я думаю, всякий может обезуметь от любви.

— Со мной каждую весну так, — сообщил кот, — только вот до брака как-то лапы не доходят А сами-то вы женаты?

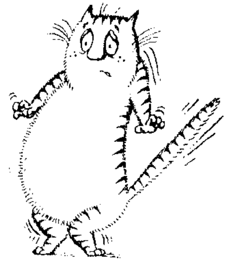
— Увы — да, — вздохнул губернатор. — И, как во всех следующих делах, ничего не могу сказать о психическом состоянии любого из супругов в нашей семье.

ДЕЛО СИЛЬВАНА И СИЛЬВИИ НИТРАТ

6

На вопросы инспектора ответили так:
Сильвия: *Мой муж — человек.*
Сильван: *Моя жена — упырь.*
Сильвия: *Один из нас вполне нормален, а другой сошел с ума.*

Кто же они — люди или упыри?



ДЕЛО ДЖОРДЖА И ГЛОРИИ ГЛОБУЛ.

7

Кругг: *Расскажите мне о вашей семье.*
Глория: *Все, что говорит мой муж, правда.*
Джордж: *Моя жена свихнулась.*

Кругг подумал, что утверждение Джорджа о собственной жене не слишком-то учтиво.

Тем не менее этих двух свидетельств ему оказалось вполне достаточно, чтобы установить истину.

ДЕЛО БОРИСА И ДОРОТИ ВАМПИР

8

— Надеюсь, — сказал начальник островной полиции инспектору Круггу, — что фамилия подозреваемых не повлияет на результаты расследования.

— Но я же ничего не имел даже против этих ваших Дракул! А они среди вурдалаков не менее известны.

Сами опрошенные дали следующие показания:

Борис Вампир: *Мы оба упыри.*

Дороти Вампир: *Да, это так.*

Борис Вампир: *Состояние нашей психики совершенно одинаково.*

Что это за семейная пара?

ДЕЛО АРТУРА И ЛИЛИАН СУИТ.

9 Это расследование было довольно деликатного свойства, ибо оказалось связанным с делом семьи иностранцев (конечно, иностранцев по отношению к Острову Вампырей — вампыризм не признает границ). Они дали такие показания:

Артур: *Мы оба сошли с ума.*

Лилиан: *Это правда.*

Кем являются Артур и Лилиан?

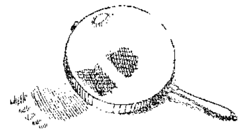
ДЕЛО ЛУИДЖИ И МАНУЭЛЛЫ БЕРДКЛИФФ.

10 **Луиджи:** *По крайней мере один из нас свихнулся.*

Мануэлла: *Это неправда!*

Луиджи: *Мы оба люди, а не упыри.*

Кем являются Луиджи и Мануэлла?



ДВА ОСОБЫХ ДЕЛА

ДЕЛО А И В

11 Островная полиция задержала двух подозрительного вида субъектов, которые при опознании оказались довольно известными в этой стране лицами. Имена и пол каждого из них не имеют никакого значения, поэтому называть их можно просто А и В. В противоположность десяти описанным выше разбирательствам в данном случае ничего не было известно заранее об отношениях между ними или их причастности к той или иной категории. Так, оба вполне могли оказаться упырями или же людьми, или, например, один из них мог оказаться упырем, а другой — человеком. Кроме того, они могли одновременно либо находиться в здравом уме, либо быть умалишенными или же один из них мог оказаться нормальным, а другой — безумным.

На допросе А сообщил, что В находится в здравом уме, а В показал, что А лишился рассудка. Одновременно А заявил, что В является упырем, а В в свою очередь стал уверять, что А — человек.

Крупа попросили сделать свое заключение по поводу задержанных — и то, что он сказал, занесли в «Решения».

ДВА ФИЛОСОФА

12

Уже собираясь покинуть остров Вампырей, инспектор и кот стали свидетелями спора между местными философами, которые с жаром обсуждали такую проблему:

Про двух близнецов с Острова Вампырей известно, что один из них является человеком в здравом уме, а другой — лишившимся рассудка упырем. Вы встречаете только одного из них и хотите выяснить, кто же он такой. Можно выяснить это с помощью определенного числа вопросов, требующих ответа «да» или «нет»?

Первый философ утверждал, что не существует такого набора вопросов, с помощью которых это можно было бы сделать, поскольку на любой поставленный вопрос каждый из близнецов должен дать тот же самый ответ, что и его брат

В самом деле, пусть имеется вопрос, правильный ответ на который гласит «да». В этом случае нормальный человек, зная, что ответом на поставленный вопрос является «да», правдиво ответит «да». А помешанный упырь будет думать, что правильным ответом является «нет», но поскольку он всегда лжет, то также ответит на поставленный вопрос словом «да».

Если же правильным ответом на поставленный вопрос окажется «нет», то нормальный человек так и ответит «нет», а упырь не в своем уме вообразит, что правильным ответом является «да», но солжет и также скажет «нет». Следовательно, различить братьев по их внешнему вербальному* поведению невозможно, хотя их головы будут работать совершенно по-разному.

— По какому поведению? — шепотом спросил кот у инспектора. — Я что-то не понял.

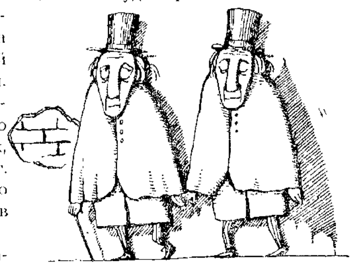
— Вербальному, — так же тихо, чтобы не спугнуть философов, ответил Кругг. — От латинского *verbalis*, что значит «словесный».

— Таким образом, — утверждал между тем первый философ, — не существует вопросов, с помощью которых можно установить, кем же являются близнецы на самом деле — разве что поможет детектор лжи.

Второй философ не соглашался. Правда, он не высказывал никаких доводов в поддержку своей точки зрения, а только говорил:

— Позвольте мне задать несколько вопросов одному из братьев, и я скажу вам, кто он!

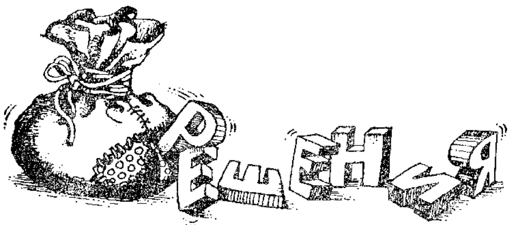
— Замечательно будет, если найдется небольшой набор таких вопросов, по которым даже дурак (или местная администрация) мог бы определить, кто здесь вампир, а кто человек, — негромко сказал инспектору кот Ангенс. — Если они к тому же вопросы окажутся не слишком сложными, можно будет просто дать список губернатору, а самим не таскаться на этот неприятный остров по пустякам.



— Такой метод годится далеко не во всех случаях, — возразил Кругг. — Хорошо еще, что список вопросов весьма невелик.

— Так вы знаете, сколько их должно быть? — воскликнул кот уже не боясь спугнуть философов.

— Я даже знаю, где кроется ошибка в рассуждениях первого философа. Запишем-ка мои соображения в наши «Решения», коллега!



— Вот одно правило, — сказал Кругг, прежде чем объяснить исход первого дела, — которое пригодится для решения сразу нескольких задач.

— Каких задач?! — удивился губернатор. — У нас же здесь почти государственные проблемы...

— Которые я рассматриваю, как логические задачи особого рода. Иначе нам с ними просто не справиться. А правило, которое я хочу назвать, будет таково: если житель Острова Вампырей утверждает, что он человек, то он обязательно должен находиться в здравом уме; если же островитянин говорит, будто является упырем, то он лишился рассудка.

— И вы можете это доказать? — подозрительно спросил губернатор.

— Смотрите сами! Пусть островитянин утверждает, что он человек. Его слова могут быть либо правдой, либо ложью. Если его высказывание истинно, то он действительно человек, а поскольку истинные суждения высказывают только нормальные люди, то, следовательно, он еще и в здравом рассудке. Если же его утверждение ложно, то он на самом деле упырь, а поскольку ложные суждения высказывают только упыри в здравом уме (ведь безумные упыри всегда высказывают истинные

суждения, как и люди в здравом уме), то он и в этом случае оказывается в здравом уме.

— Значит, если островитянин заявляет, будто он человек, то он обязательно находится в здравом уме, — независимо от того, человек он на самом деле или нет, — задумчиво проговорил губернатор.

— Пусть теперь житель вашего острова утверждает, будто он упырь. Если он не лжет, то, значит, он на самом деле упырь; однако истинные суждения высказывают лишь умалишенные упыри. А если его утверждение ложно, тогда он человек, но ведь люди лгут, только лишившись рассудка — то есть он безумен.

— Значит, каждый островитянин, заявляющий, что он упырь — сумасшедший, — подытожил губернатор. — Удивительно полезно наблюдение!

— Сами-то вы до этого, конечно, додуматься не могли, — проворчал кот. — А я вот тоже правило придумал. Кто скажет, будто он в здравом уме, — это человек, а кто утверждает, что сошел с ума, — на самом деле упырь. Я говорю, конечно, только про ваших островитян.

— Можете проверить слова моего помощника, — сказал инспектор. — Но я думаю, он прав.

— Я запишу все на бумажке и разберусь потом, — заверил губернатор. — Надеюсь, правил больше нет? А то перед нами столько дел!

— Вот, например, дело первое... — начал инспектор Кругг.

1. Утверждение Люси может быть либо истинным, либо ложным.

Если оно истинно, тогда обе сестры действительно сошли с ума. Значит, сама Люси тоже свихнулась. Но безумный островитянин, высказывающий истинные суждения, — непременно умалишенный упырь.То есть: если высказывание Люси истинно, то она — упырь.

А вот если утверждение Люси ложно, тогда хотя бы одна из сестер в здравом уме. Если это сама Люси, то, высказывая ложное утверждение, она должна быть упырем — ведь люди в здравом уме высказывают только истинные суждения). Если же Люси помешалась, тогда нормальной должна окажется ее сестра Минна, и, противореча ложному заявлению Люси, Минна высказала истину. То есть Минна находится в здравом уме и высказывает истинные утверждения; значит, Минна — человек, а Люси и в этом случае должна оказаться упырем.

Значит, независимо от того, что там говорит Люси, сама Люси — упырь.

2. По первому нашему правилу, с любой житель острова, который заявит, что он человек, должен будет находиться в здравом уме. Оба брата Люгоши утверждают, что они люди, — значит, оба они в здравом уме. Поэтому Бела-старший высказывает истину, когда говорит, что его брат находится в здравом уме. Итак, Бела-старший в здравом уме и высказывает истинные суждения, значит, он человек. Следовательно, упырем оказывается другой брат — Бела-младший.

3. Поскольку Михаэль утверждает, будто он упырь, то он безумец (помните правило?), а так как Петер заявляет, что он человек, он в здравом уме; таким образом, психическое состояние обоих братьев различно. Поэтому второе утверждение Михаэля ложно, а поскольку Михаэль умалишенный, то он — человек. Ведь безумные упыри не лгут. Тогда в этой паре упырь — Петер.

4.Отец и сын одинаково отвечают на вопрос о своем психическом состоянии — значит, оба они одновременно либо лгут, либо говорят правду. Но поскольку только один из них человек, а другой упырь, то по состоянию своей психики они неизбежно должны различаться между собой.

Если бы оба они находились в здравом уме, тогда человек высказывал бы истинные утверждения, а упырь бы лгал, и они никогда не смогли бы высказать единое мнение. Если бы оба были лишены рассудка, то человек делал бы ложные заявления, а упырь говорил бы правду, что опять не дало бы им сойтись во мнениях. Таким образом, по крайней мере один из них безумен, и оба они утверждают истину. Отец заявляет, что он не упырь, — значит, это и в самом деле так. Стало быть, упырем является его сын.

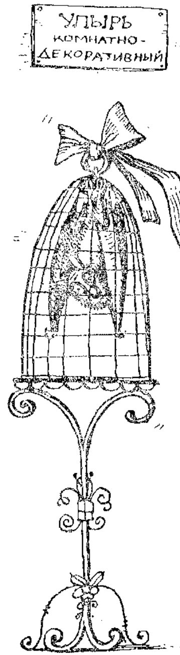
5. Предположим, что Марта — упырь. Тогда получается, что Карл — человек и, кроме того, он сказал правду. Значит, Карл должен быть в здравом уме. Тогда выходит, что Марта — безумный упырь, поскольку психическое состояние брата и сестры различно. Но тогда Марта солгала, будто Карл сошел с ума — а ведь лишенные рассудка упыри лгать не могут. Следовательно, предположение о том, что Марта — упырь, привело к противоречию, и упырем должна быть не она, а ее брат Карл.

Можно определить и кто из них спятил. Раз упырь Карл солгал, то он должен находиться в здравом уме. Но тогда и Марта тоже лжет, а раз уж она человек, то определенно свихнулась.

Поэтому полный ответ таков:

— Карл — здравомыслящий упырь;

— Марта — человек, лишившийся рассудка.



— А кроме того, — добавил инспектор не для протокола, — оба они говорят неправду совершенно по разным причинам. Карл лжет, намеренно что его сестра упырь, а вот Марта всего лишь заблуждается, считая своего брата безумцем.

6. Это — семья, а значит, оба тут либо упыри, либо люди. Поэтому первые два высказывания не могут быть одновременно истинными. Точно так же оба они сразу не могут оказаться ложными — ведь это означало бы, что Сильван — упырь, а Сильвия — человек. Значит, одно из указанных утверждений истинно, а другое — ложно. Тогда один из супругов находится в здравом рассудке, а другой помешался — ведь если бы оба они находились в здравом уме, то их высказывания оказались бы либо оба истинными, будь они людьми, либо оба ложными, будь они упырями.

Поэтому Сильвия права, утверждая, что один из супругов нормален, а другой сошел с ума. Значит, истинно и ее заявление о том, что ее муж — человек, и тогда оба они являются людьми. К тому же правдивая Сильвия — в здравом рассудке, а лживый Сильван, конечно, безумен.

7. Заявляя, будто все, что говорит ее муж, правда, Глория тем самым соглашается с его утверждением о том, будто она сошла с ума — то есть Глория неявно утверждает, что она сама лишилась рассудка. Однако на такие высказывания способны только упыри, поэтому Глория обязательно должна быть упырем. Да и супруг ее — тоже.

8. Если оба супруга — люди, тогда они лгут, будто оба являются упырями, и, значит, лишились рассудка. Выходит, их психическое состояние одинаково, и второе высказывание Бориса правдиво, что совершенно невозможно для сумасшедшего человека.

Значит, супруги никак не могут быть людьми — то есть оба они упыри, причем безумные.

9. Нормальный человек никак не может утверждать, будто он (или она), а также кто-либо еще — оба сошли с ума; поэтому если оба супруга — люди, то оба они и свихнулись, и получается, что сумасшедшие люди говорят правду!

Значит, никакие они не люди, а вовсе упыри.

При этом они могут быть упырями здравомыслящими, которые лгут, будто сошли с ума, но могут оказаться и безумными, честно заявляющими, что свихнулись. Ведь упыри, лишившиеся разума, всегда говорят правду, хотя вовсе не собираются этого делать.

10. Луиджи и Мануэлла противоречат друг другу; значит, один из них говорит правду, а другой лжет. Тогда один из них наверняка лишился разума. Ведь если бы оба супруга находились в здравом рассудке, тогда они либо говорили бы правду — (если они

люди), либо лгали — если они упыри. Но они говорят разные вещи — то есть Луиджи прав: по крайней мере один из них лишился рассудка. Но тогда Луиджи прав и когда говорит, что они оба люди.

Получается, что оба супруга — люди, только Луиджи нормален, а Мануэлла помешалась.

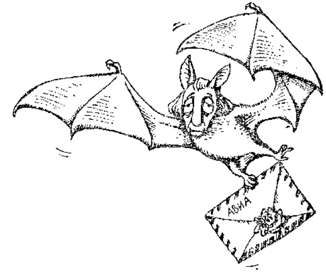
11. Давайте считать островитянина заслуживающим доверия, если он высказывает правильные утверждения, и не заслуживающим доверия, если утверждения, высказываемые им, ошибочны. Заслуживать доверия могут быть либо люди в здравом уме, либо безумные упыри; не заслуживают доверия сумасшедшие люди и упыри в здравом уме.

Задержанный A заявляет, что B находится в здравом уме и, кроме того, что B — упырь. Эти утверждения либо оба истинны, либо оба ложны. Если они истинны, то B — упырь в здравом уме, откуда следует, что B не заслуживает доверия Если оба утверждения ложны, то B должен быть умалишенным человеком и опять-таки не заслуживает доверия Поэтому и в том, и в другом случае (то есть когда оба утверждения A либо истинны, либо ложны) B никак не заслуживает доверия

Тогда оба утверждения B ложны, и A не может быть ни человеком, ни безумцем Остается только одна возможность: A — упырь в здравом уме и не заслуживает доверия. Поэтому оба его высказывания ложны, и B оказывается лишенным рассудка человеком

— Эта задачка — лишь одна из 16 задач подобного типа, — заметил инспектор, — которые можно сформулировать и которые все обладают единственным решением. Два произвольных высказывания A по поводу состояния психики B и его природы, то есть человеком он или упырь, могут сочетаться с двумя любыми высказываниями B о психическом состоянии и природе A.

Всего получается 2x2x2x2=16 различных возможностей, каждая из которых будет однозначно определять характеристики личностей A и B.



— Например, если A заявляет, что B — человек и что B в здравом уме, — подхватил кот, — а B утверждает, что A — упырь и к тому же лишился рассудка, то решением такой задачи будет: B — человек в здравом уме, а A — безумный упырь. Или пусть A утверждает, что B находится в здравом уме и что B — упырь, а B в свою очередь говорит, что A лишился рассудка и тоже является упырем. Ответ такой: A — нормальный человек, а B — находящийся в здравом рассудке упырь.

— И вы уверены, что решаются все 16 возможных задач? — недоверчиво спросил губернатор. — То есть кто бы что бы ни говорил, всегда найдется решение. и притом единственное?

— Давайте рассуждать вместе, — предложил инспектор Кругг. — Этот наш A может высказать всего 4 пары таких утверждений про B:

1) B находится в здравом уме, B — человек;

2) B находится в здравом уме, B — упырь;

3) B лишился рассудка, B — человек;

4) B лишился рассудка, B — упырь.

— Да, тут нетрудно решить, заслуживает ли B доверия, — согласился губернатор.

— Скажем, в случае 1 B обязательно должен заслуживать доверия, — заявил кот, — причем независимо от того, правду говорит A или лжет. Если оба утверждения A истинны, то B — нормальный человек и заслуживает доверия; если же оба высказывания ложны, то B — лишившийся рассудка упырь и опять-таки заслуживает доверия. То же самое получается и в случае 4: В заслуживает доверия. А вот в случаях 2 и 3 оказывается, что В никак не заслуживает доверия.

— Но если по утверждениям А мы всегда можем установить «надежность» личности В, то совершенно так же по двум высказываниям В мы вполне можем заключить, заслуживает ли доверия А, — продолжил инспектор. — Зная это, совсем уже легко установить, где среди всех высказываний правда, а где ложь.

12. — Вполне достаточно лишь одного вопроса! — торжествующе воскликнул Кругт. — Надо спросить любого из братьев: «Вы человек?» Или: «Вы в здравом уме?», или «Вы нормальный человек?»

— Допустим, задан вопрос: «Вы человек?» — пустился в рассуждения кот. — Если вы обращаетесь к человеку в здравом уме, то он ответит «да». А вот свихнувшийся будет ошибочно считать, что является человеком, но, как упырь, вынужден будет солгать и скажет «нет». Здорово же получается: они оба отвечают *честно!*

— Но куда любопытнее ошибка в рассуждениях первого философа, — сказал Кругт. — Он, конечно, абсолютно прав в том, что если каждому из братьев вы зададите один и тот же вопрос, то услышите один и тот же ответ.

— Допустим, братца-человек в здравом уме зовется Джон, а его близнец, безумный упырь, носит имя Джим, — предложил кот, у которого, как видно, разыгралось воображение.

— Бывают обстоятельства, когда имена приходится скрывать... — перепитательно сказал губернатор.

— Как в «Деле А и В»? — подмигнул кот. — Тогда пометьте их цифрами. Или шляпами. Или побрейте одного налысо. Или дайте им условные имена — на время: с именами все-таки удобнее. И вот если я спрошу каждого из братьев: «Джон — человек?», оба брата скажут «да», поскольку я задаю один и тот же вопрос каждому из них. А если я спрошу: «Джим — человек?», оба брата ответят мне «нет». Но если каждому брату я задам вопрос про него самого: «Вы — человек?»...

— То в каждом случае это будут существенно разные вопросы, — кивнул Кругт. — И каждый ответит по-своему. Потому что так вы задаете не один, а два различных вопроса! Ведь значение многозначного слова «вы» существенно зависит от того, к кому именно обращен ваш вопрос. Поэтому, задавая ***один и тот же такой вопрос*** двум различным людям ***одними и теми же словами***, вы на самом деле спрашиваете *о разном*.

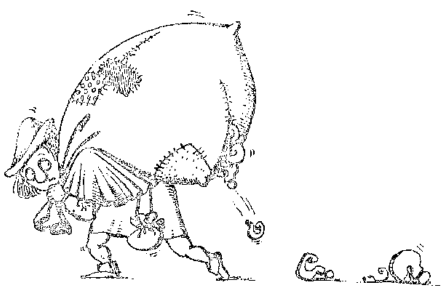
— Это все, конечно, чрезвычайно мудро, — нехотя согласился губернатор, — но я, кажется, знаю местечко, где эти ваши хитрые вопросики не сработают.

— Да ну? — изумился кот. — Где же это — на Луне? Или у антиподов, которые, говорят, даже и ходят-то вверх ногами...

— Да здесь, неподалеку. Есть тут один такой островок... Видите — вон тот, соседний? Не остров, а сплошной вопрос! Там вообще никто нормально не разговаривает — все только задают вопросы.

— Как же они там ухитряются общаться между собой? — удивился инспектор.

— А вот сейчас съездим — и узнаем! — сказал на это кот.



ВОПРОСТРОВ

На месте выяснилось, что обитатели острова задают друг другу не какие попало вопросы, а только те, на которые можно ответить словами «да» или «нет». При этом каждый из них относится к одному из двух племен — племени A или племени B. Обитатели из племени A задают только такие вопросы, правильным ответом на которые является «да». Обитатели же из племени B задают лишь вопросы, на которые правильным ответом будет «нет». Например, житель племени A может спросить: «Равняется ли два плюс два четырем?» Но он никогда не спросит, равняется ли два плюс два пяти или трем с половиной.

— Надо сейчас же опросить их всех! — немедленно загорелся кот. — Узнаем, кто из какого племени и потом всех пометим.

— Как?!

— Буквами. Допустим, на спине или на лбу...

— Это не так просто, — покачал головой Кругг.

— Да чего сложного-то? Давайте я буду их держать, а вы метить. Или хотите наоборот? Так я любого с удовольствием помечу!

— Пометить — не проблема. Куда сложнее выяснить, кто есть кто...

И он, как всегда, оказался прав.

1 Первый житель не заставил себя долго ждать. О сам подошел к инспектору и прямо спросил.

— Принадлежу ли я к племени B?

— Ну-с, и как же мы его пометим, коллега? — спросил уже инспектор кота.

— А вдруг он букву сотрет? Я его лучше логикой одолею!

И кот сделал, как сказал. И записал ответ в «Решения»

2 Для другой задачки даже и абориген не понадобился — вопрос коту задал сам инспектор Кругг:

— Отношусь ли я к племени A?

— Вы лично? Конечно, нет — вы же со мной приехали!

— Удивительно точное наблюдение! А если бы такой вопрос задал вам островитянин?

— Опять ш-ш-шпион?! — зашипел кот, выпуская когти. Но потом подумал, сделал выводы — и успокоился

Если вы думаете иначе, чем кот, загляните в его мысли там, где все наши «Решения».

— Мы тут на берегу никогда ничего не дождемся, — заявил кот. — Ни стола, ни ночлега никто не предложит — все только спрашивают..

— Думаете, в глубине острова дело обстоит иначе?

— А вот пойдем и посмотрим! — предложил кот

3

Вскоре им попался вполне приличный дом. Табличка извещала, что здесь живет супружеская пара — Итан и Вайолет Рассел.

— А шутят-то здесь, как люди! — повеселел кот. — Безо всяких там вопросительных знаков!

Но едва инспектор и кот подошли к дверям, навстречу им вышел хозяин и и сразу же спросил:

— Относимся ли мы с Вайолет к племени В?

Кот зарычал, как тигр, но инспектор, подумав, дал учтивый ответ. И кот, смирившись, занес его в список жителей Вопрострова, который он как раз начал составлять.

4

На обед в дом Рассел явились двое местных братьев, которых звали Артур и Роберт. Вместо приветствия Артур вдруг спросил Роберта

— Принадлежит ли по крайней мере один из нас к племени В?

— Они что, вчера родились, что не знают таких пустяков? — удивился Ангенс.

— А вы знаете? — осведомился инспектор.

— А вы сомневаетесь?

— А вы заметили, что мы тоже заговорили одними вопросами? — заметил Кругг.

Кот расхохотался так, что чуть не забыл записать ответ на братский вопрос

5

На смех подошла еще одна супружеская пара. Мистер Гордон тут же спросил свою жену:

— Дорогая, относимся ли мы с тобой к людям разных племен?

— Может быть, лучше я скажу это? — предложил свои услуги инспектор Кругг, который, конечно, обо всем догадался.

6

— Неужели все они и сами не знают, кто из них к какому племени принадлежит? — вслух подумал кот.

— Нет, все эти вопросы из-за нас, — возразил Кругг.

— Может, их ушей достигла наша слава?

— Я думаю, они так набрасываются на каждого приезжего. Наверное, истосковались по ответам.

И сейчас же к ним подошел островитянин по имени (или по фамилии?) Цорн. Он так прямо и спросил Кругга:

— Отношусь ли я к людям того племени, которые могли бы спросить, принадлежу ли я к племени В?

— Я думаю, вам легко ответит мой коллега, — улыбнулся инспектор.

7

— Не прогуляться ли нам, коллега? — предложил кот. — А то от всех этих вопросов я чувствую себя каким-то справочным бюро!

— Или оракулом, — согласился Кругг.

— А также оратором...

Но в дверях инспектор буквально нос к носу столкнулся с островитянином, который улыбался так, словно встретил лучших друзей.

— Знает, наверное, что никого мы тут метить не будем, — сказал кот.

— Нет, это он оттого, что какой-то хитрый вопрос придумал, — возразил инспектор.

Островитянин расцвел, как майская роза, поклонился и спросил:

— Принадлежу ли я к людям того племени, которые могли бы задать тот вопрос, что я сейчас задаю вам?

— Тоже мне, хитрость! — фыркнул кот. — Я так прямо сразу и догадался. Только отвечать надоело. Сейчас вот запишу — и спрячу. Ищи-свищи потом в «Решениях»!

8

Уже в саду коллегам повстречалась супружеская пара, припозднившаяся к обеду Проходя мимо инспектора, миссис Клинк спросила своего мужа:

— Относишься ли ты к людям того племени, которые могли бы спросить меня, принадлежу ли я к племени А?

— Относитесь ли вы к тем, кто способен разгадать эту головоломку? — спросил инспектора кот

9

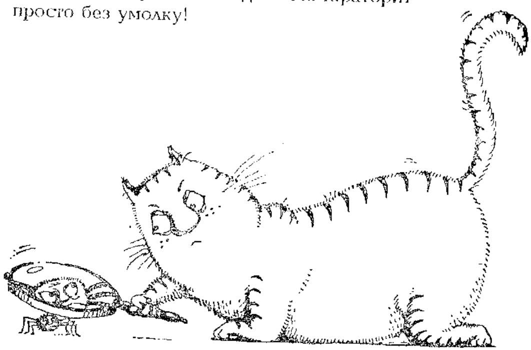
В саду тоже было полно гостей

— Я смотрю, у них тут немало супругов, — заметил Кругг, осторожно пробираясь к калитке. — Наверное, здесь разрешаются браки между разными племенами?

— Тогда интересно, какие вопросы станут потом задавать дети родителям? — проворчал кот — Хотя бы те, что народятся у этих вот двух молодоженов — Джона и Бетти Блэк

— Откуда ты их знаешь? — изумился Кругг

— А мне хозяйская кошка сказала. Она тут одна, по-моему, вопросов не задает Но тараторит просто без умолку!



В этот момент Бетти спросила своего мужа

— Относишься ли ты к людям того племени, которые могли бы спросить, принадлежит ли по крайней мере один из нас к племени В?

— Это напоминает мне одну старую песенку, — усмехнулся инспектор: — «Мне с тобой не по себе — ты со мною не в себе»!

— Я смотрю, коллега, вы научились выражаться так же затейливо и непонятно, как местные жители.

— Что же тут непонятного? — удивился Кругг — Мне и в самом деле про них все ясно

10

— Однако все эти вопросы довольно утомительны Куда бы от них деваться? Ваша знакомая кошка не говорила вам случайно, где здесь у них самое пустынное место?

— Там, где никого нет — глубокомысленно изрек кот — И даже нас с вами. Но скоро мы там будем!

Однако и в самом пустынном месте нашлись аборигены — и, конечно, они задавали вопросы

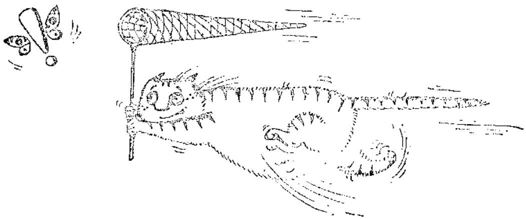
— Три сестры, — представил кот — Алиса, Бетти и Вероника

Алиса глянула на него и спросила Бетти

— Относишься ли ты к людям, которые могли бы спросить Веронику, принадлежит ли она к тем людям, которые могли бы спросить тебя, относитесь ли вы с ней к разным племенам?

— Хорошая задачка! — воскликнул Кругг — Я могу только определить, к какому племени относится лишь одна из этих трех девушек

— Кто же эта девушка и к какому племени она принадлежит? — спросил кот и растянулся на песке, чтобы удобнее было слушать



Странная встреча

Наутро инспектор встал с головной болью (от вопросов) и распухшим языком (из-за ответов). А вот кот, напротив, был весьма бодр и оживлен. Он так и ворвался к инспектору, задрав хвост трубой:

— Слышали новость? Из какой-то психуш... лечебницы сбежали трое пациентов — и теперь они здесь!

Инспектор со вздохом полез в прежние отчеты и напомнил себе (и коту), что пациент такой лечебницы мог либо находиться в здравом уме, либо лишиться рассудка. Нормальные пациенты, конечно, придерживались абсолютно истинных убеждений, а пациенты умалишенные, разумеется, все видели в ложном свете. И поголовно все пациенты были всегда правдивы: они всегда свято верили в то, что говорили сами.

— А откуда вы, собственно, узнали? — запоздало удивился инспектор. — Может быть, вам задавали какие-нибудь хитрые вопросы? Скажем, так:«Верно ли, что если я из племени А, то из психолечебницы...»

— Будьте проще, коллега! — кот победно взмахнул какой-то бумажкой. — У них ведь тут газета выходит. Пишут-то они, как люди! Это только *разговаривают* здесь не по-людски...

Круг углубился в чтение. Газетчики радостно накинулись на свежатинку, и чуть не весь раздел новостей занимали сообщения о пришлых психах... то есть о посетителях Вопрострова, которые, возможно, были помешанными — Арнольде, Томасе и Уильяме:

11 «Как стало известно нашему корреспонденту, недавно прибывший к нам турист по имени Арнольд (по слухам — один из пациентов некоей лечебницы) буквально столкнулся нос к носу с неким островитянином. Островитянин, по свидетельству очевидцев, весьма любезно спросил гостя:

— Считаете ли вы, что я принадлежу к племени В?

— Интересно, — вдумчиво заметил кот, — что ответил ему Арнольд и как с ним за это поступили?

12 «Гость нашего острова Томас имел продолжительную и содержательную беседу с одним из островитян...»

— Знаем мы эти беседы, — тут же вставил кот. — Один, значит, только и делает, что высказывает суждения, а другой лишь задает ему вопросы!

«Среди многих животрепещущих вопросов, поставленных нашим соотечественником перед господином Томасом, был и такой:

— Считаете ли вы, что я принадлежу к людям того племени, которые могли бы спросить вас, не лишились ли вы рассудка?»

— Я берусь определенно высказаться только об одном из них, — сказал инспектор. — Вы понимаете, кого я имею в виду, коллега?

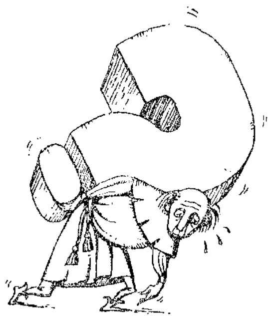
13 «В частной беседе господин Уильям, посещающий наш остров с развлекательными целями, рассказал нашему корреспонденту, что накануне ему случилось быть свидетелем разговора между Томасом и островитянином по имени Хал. Господин Уильям, по его собственным словам, будто бы слышал, как Томас заявил Халу:

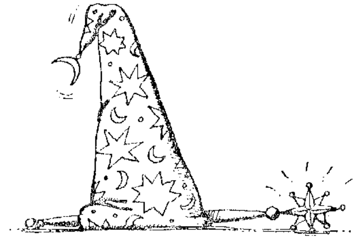
— Вы относитесь к тому племени людей, которые могли бы спросить меня, считаю ли я, что вы принадлежите к племени В.»

— Ну и ну! — сказал кот. — Какую только чушь не печатают в этих краях газеты!

— Как и во всех иных местах, — кивнул Кругг. — А что вы, собственно, имеете в виду?

И кот, конечно, объяснил ему свою точку зрения — так же логично, толково и доходчиво, как и все, что записано в наших «Решениях».





КТО ВОЛШЕБНИК?

— Коллега инспектор, я вас сейчас удивлю! — заявил кот Ангенс. — Вот тут пишут, будто бы все беглые пациенты добровольно возвратились в лечебницу, откуда сбежали.

— Интересно, как им это удалось?

— Наверное, помчались вприпрыжку по волнам, — кот Ангенс сладко зажмурился, представляя себе это сказочную картину. — С безумной скоростью.

— Надо полагать, в милых желтых стенах им было вовсе не так уж и плохо, — сказал инспектор, отобрав у кота свежую газету. — Вот, тут так и сказано: все трое единодушно заявили, что действительность за пределами лечебницы показалась им еще более умопомрачительной, чем жизнь в их родном сумасшедшем доме.

— Ваша проницательность просто не знает границ!

— Как и ваша любезность, — поклонился Кругг.

— Но ведь это ужасно!

— Что?!

— Я имею в виду, что на этом острове, кроме нас с вами, теперь остались только совершенно нормальные

Ашники и абсолютно обыкновенные Вэшники. И мы тоже навеки останемся с ними — потому что никто не скажет нам, когда же приплывет хоть какой-нибудь корабль! Или завалященький воздушный шар. Или уж, на худой конец, ковер-самолет...

— Блестящая идея, коллега! — неожиданно воскликнул Кругг. — Вот тут сообщают, будто на острове живет волшебник. Правда, здесь написано:«по слухам»...

— Все равно — бегом! К нему! Добить и потребоваться... то есть потребовать и добиться!

— В вашем плане есть только одна трудность: волшебника сначала надо найти, — вздохнул инспектор.

— Подумаешь! — кот взъерошил шерсть. — И не такое искали. Надо просто у кого-нибудь спросить.

— Я думаю, это нас будут спрашивать.

— А кто еще ищет волшебника? — насторожился кот.

— Быть может, кроме нас с вами, он тут больше никому и не нужен. Но островитяне все равно будут нас спрашивать — они ведь ничего другого и не умеют. А мы уж постараемся сделать самые полезные выводы из их вопросов.

— Какие, например?

— Например, как зовут волшебника. Или где он прячется. Или, на худой конец, есть он на самом деле.

— Звучит логично, — согласился кот. — По-нашему, по-тигриному.

14

— И кстати, коллега, — сказал коту Кругг, — не могли бы вы сами предложить пример такого вопроса, из которого сразу стало бы ясно, что волшебник на острове отыщется непременно?

15

Островитянина, которого коллеги вскоре повстречали встретил, звали Артур Гуд (он сам этого, конечно, не утверждал, но показал визитную карточку). Он спросил прямо:

— Я — волшебник?

Не отвечая ему, инспектор обратился к коту:

— Достаточно ли у меня информации, чтобы выяснить, кто же является волшебником?

— Достаточно ли у меня сообразительности, чтобы ответить на это? — сказал Ангенс.

16

Следующего островитянина звали Бернард Грин. Он спросил уже кота:

— Принадлежу ли я к людям того племени, которые могли бы спросить вас, не волшебник ли я?

— Ну что, достаточно ли было мне этой информации? — язвительно спросил кот инспектора.

— Сами решить не можете? — откликнулся тот.

17

Чарлз Мэнсфилд, островитянин, спросил обоих сразу:

— Принадлежу ли я к людям того племени, которые могли бы спросить, относится ли волшебник к людям того племени, которые могли бы спросить, волшебник ли я?

— Помните ли вы тот случай с Арнольдом? — одновременно спросили друг друга Ангенс и Кругг.

18

Островитянин по имени Дэниел Мотт, прогуливаясь по острову, остановился возле коллег и задал такой вопрос, обращаясь неизвестно к кому:

— Принадлежит ли волшебник к племени В?

— Почему бы не спросить у него самого? — ответил Ангенс вопросом на вопрос. — И кстати: пусть заодно уж он скажет вам, где его найти. А то от нас он, похоже, прячется

19

Последнего островитянина, встретившегося в этот день коллегам, звали Эдвин Друд (только не спрашивайте меня, откуда об этом узнали кот и Кругг!), и он спросил:

— Относимся ли мы с волшебником к людям одного племени?

— Наконец-то! — вскричал воодушевленный инспектор. — Теперь у меня было достаточно сведений, чтобы разрешить эту загадку.

— Что же загадочного в этом островитянине? — удивился Ангенс.

— Вы не поняли коллега — я имею в виду загадку волшебника!

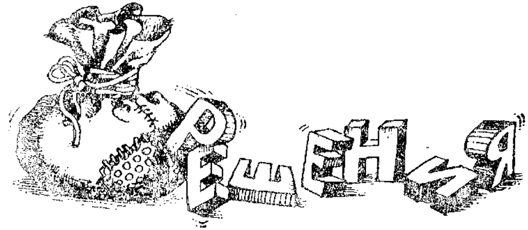
— Да ну?! — обрадовался кот. — Все-таки вы ее решили! Так куда мы пойдем? Где скрывается этот ваш волшебник?

— Мне кажется, он вовсе не скрывается, — несколько туманно пояснил Кругг. — Более того, мы с ним встречались совсем недавно,

— Тогда я тоже знаю, как его найти, — самоуверенно заявил кот.

— И как же, по-вашему?

— Просто надо заглянуть в «Решения», — важно ответил Ангенс. — Ведь вы же непременно запишете туда свой ответ!



1. — По-моему, никто из жителей острова не может задать такой вопрос, — вслух рассуждал кот.

— Почему? — спросил инспектор.

— Потому! Ведь ответов может быть всего два — «да» или «нет», так? Если правильный ответ «да», значит, тот, кто спросил, должен принадлежать к племени В. Но ведь никто из племени В не задает вопросов, на которые отвечают «да»!

— Значит, он не из племени В.

— А если правильный ответ «нет»? Тогда островитянин не принадлежит к племени В, то есть он из племени А. Но разве может Анник спрашивать такое, на что ему ответят «нет»? Конечно, не может.

— Значит, он и не из племени А.

— Но он же задал нам этот вопрос! — закричал Ангенс. — Кто же он после этого? И куда он, кстати, девался? — добавил кот, осмотревшись: на берегу они с инспектором остались вдвоем.

— Кажется, мы с вами упустили шпиона, — громким шепотом предположил Кругг. — Но с плохой математической подготовкой.

2. — Пойдем-ка другим путем, — так решил кот. — Пусть этот островитянин был из племени А. Тогда на его вопрос правильный ответ будет «да». И нет никакого противоречия — ведь как раз такие вопросы Ашники и задают.

— Значит, такой островитянин ***может быть*** из племени А?

— А я что говорю! — самодовольно сказал кот. — Хотя... Вдруг он все-таки из Вэшников? Тогда на его вопрос я отвечу «нет» и... И опять получается, что островитянин ***мог*** задать такой вопрос! Снова все сходится! Что же выходит? Он ведь мог быть кем угодно, и нельзя узнать, из какого он племени.

— И какой же буквой вы бы его пометили, коллега, согласно вашему гениальному плану?

— Р-р-р! — ответил Ангенс.

3. — Если бы вы были из племени А, — начал свой ответ инспектор, — тогда правильным ответом на ваш вопрос, как и на любые вопросы островитян племени А, должно быть «да». Но тогда получится, что вы с женой оба принадлежите к племени В!

— И А, и В, — сказал кот. — В одной голове.

— Это противоречие показывает, что вы, любезный Итан, не можете принадлежать к племени А.

— Другими словами, вы должны быть из В, — пояснил кот. — Вэшник, проще говоря.

— А правильным ответом на вопрос Вэш... то есть на вопрос человека из племени В будет «нет». Это «нет» означает, что вы с Вайолет принадлежите к разным племенам. А поскольку вы из В, то Вайолет будет...

— Ашница! — с удовольствием закончил кот. — Замечательная семейка: А и В стояли на траве... И кстати: не пора ли нам всем в дом? И к столу?

4. — Если бы Артур был из племени В, то на его вопрос пришлось бы отвечать «да»: ведь тогда действительно хоть один из братьев был бы Вэшником, — начал свои умопостроения Ангенс. — Но если ответ «да», значит, задавал вопрос Ашник. То есть наш Артур везде поспел — и в А, и к В. Но так не бывает, и, значит, не может он принадлежать к племени В. То есть он относится к племени А, и поэтому правильный ответом на его вопрос будет «да»: хотя бы один из братьев точно принадлежит к племени В. А раз Артур Ашник, то Вэшником остается быть только Роберту.

— Только одного я не понимаю, — сказал инспектор. — По-вашему выходит, что ***братья*** относятся к ***разным*** племенам?!

— Может, они какие-то не родные, — взъерошил шерсть кот. — Или братья по духу. А может, один взял и сменил веру.

— Что?!

—...То есть национальность. Ему просто надоело, что на его вопросы никто не отвечает!

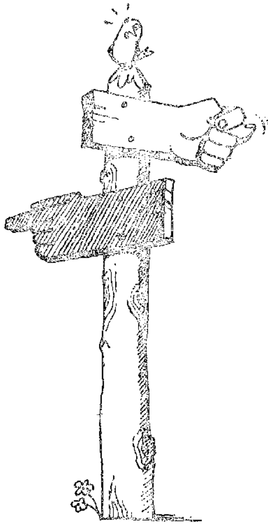
— Позвольте, но и в другом племени на его вопросы тоже отвечать не станут.

— Так ведь там же ему будут не отвечать ***по-другому!*** — торжествующе задрал хвост кот Ангенс.

5. — Выбор, в общем-то, невелик, — сказал инспектор. — Вы, мистер Гордон, относитесь либо к племени А, либо к племени В. Если вы из А, тогда на свой вопрос должны ожидать ответа «да», и тогда вы с супругой принадлежите к разным племенам. Про вас самого мы уже предположили, что вы из племени А — значит, ваша жена должна принадлежать к племени В.

— Вы в этом уверены? — улыбнулся мистер Гордон

— Я же сказал: ваша жена ***должна*** принадлежать, а о вас мы только ***предположили***. Но если даже мы предположим иное — что вы, мистер Гордон, относитесь к племени В, для вашей жены ничего не изменится. Ведь тогда на ваш вопрос полагается отвечать «нет», а это значит, что принадлежите вы оба не к разным племенам, а к одному и тому же. То есть миссис Гордон и в этом случае относится к тому же племени В. Но про вас



самого, увы, совершенно ничего определенного сказать я не могу.

— В общем, вы правы, инспектор, — важно кивнул кот. — Только уж больно привыкли добираться до цели традиционными путями. Можно ведь и проще! Помните первого здешнего островитянина? То есть, конечно, нездешнего... и даже не островитянина... все равно — помните, что мы тогда выяснили?

— Ни один житель этого острова не может спросить, принадлежит ли он к племени В, — ответил инспектор.

— Именно! И если миссис Гордон — Анница... из племени А, тогда спрашивать у нее... как вы там говорили?

— Отличаюсь ли я по своему племени от миссис Гордон? — вежливо, хотя и несколько по-другому, повторил свой вопрос мистер Гордон.

— Так это для вас было бы все равно, что спросить, принадлежите ли вы к племени В! Ясно, что миссис Гордон не может принадлежать к племени А — ведь такой вопрос не может задать человек никакого племени.

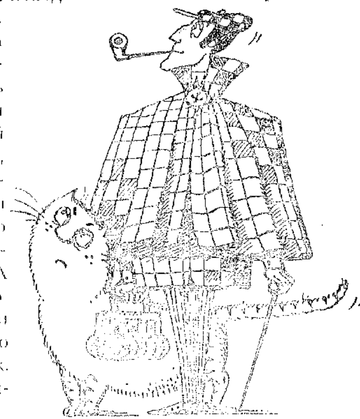
— Разве что человек совсем без племени, — сказал себе под нос инспектор Круг.

6. — Таких племен тут нет, чтобы такое спрашивать! — заявил кот. — Значит, ответ будет «нет», а кому здесь так отвечают? Ясно, что племени В!

7. Улыбчивый островитянин все-таки задал свой вопрос — значит, он *мог* его задать. Понятно, что правильный ответ — «да», а сам он из племени А.

8. По поводу миссис Клинк нельзя сказать ничего определенного, а ее супруг должен относится к племени А.

Допустим, что миссис Клинк относится к племени А. Тогда правильным ответом на ее вопрос будет «да», откуда следует, что мистер Клинк мог спросить свою жену, принадлежит ли она к племени А. А поскольку миссис Клинк по предположению принадлежит к племени А, то правильным ответом на этот вопрос будет «да», что позволяет считать мистера Клинка относящимся к племени А. Итак, если миссис Клинк принадлежит к племени А, то ее муж относится к тому же самому племени. Предположим теперь, что миссис Клинк принадлежит к племени В. Тогда правильным ответом на ее вопрос будет «нет», откуда следует, что мистер Клинк не относится к людям того племени, которые могли бы спросить ее, принадлежит ли она к племени А. Поэтому он не мог задать вопрос, правильным ответом на который являлось бы «нет», а значит, должен относиться к племени А. Получается, что мистер Клинк относится к племени А независимо от того к какому племени принадлежит его жена миссис Клинк.



— Браво, инспектор!

9. — В самом деле, — пояснил инспектор ход своих мудрых мыслей, — если Бетти из племени А, тогда на ее вопросы полагается отвечать «да», и, выходит, Джон мог бы спросить, принадлежит ли по крайней мере один из них к племени В. Но ведь такие вопросы могут задавать только люди племени А, то есть Джон тоже должен быть, по вашей классификации, Ашником, и тогда совершенно невозможно, чтобы, согласно его вопросу, хотя бы один из супругов принадлежал к племени В.

— А тогда получается, что на его вопрос отвечать-то надо «нет»... — сообразил кот.

— Но разве может задавать такие вопросы Ашник?

— Значит, он Вэшник! — обрадовался Ангенс.

— Ну конечно, нет! Если Джон относится к племени В, тогда, действительно, по крайней мере один из супругов относится к племени В. Но ведь в этом случае «да» оказывается правильным ответом на его вопрос! Какой же он после этого Вэшник?

— Ни А, ни В. Ни рыба, ни мясо... — мечтательно пробормотал кот. — Что же это значит?

— Что мы ошиблись в самом начале, предположив, будто Бетти принадлежит к племени А. Она же просто обязана относиться к племени В! И тогда правильным ответом на ее вопрос будет «нет» — то есть Джон никак не может задать ей тот вопрос, о котором она его спрашивала. Но если бы при этом Джон относился к племени А, тогда он мог бы задать такой вопрос — ведь один из них принадлежит к племени В...

— Одна, — важно изрек кот. — Бетти.

— Но мы уже выяснили, что Джон задать такой вопрос не может — значит, и он тоже из племени В.

— То есть они соплеменники, — заключил кот. — А почему тогда кому-то из них с другим не по себе?

— Потому что ни один из них не рискнет спросить другого: «Ты меня любишь?», — печально ответил инспектор.

10. — Я вот что заметил, — сообщил инспектор Кругг и для ясности даже записал на песке свои наблюдения.

— А человеческими словами нельзя? — недовольно спросил кот. — Нынче я что-то без очков...

— А также без шляпы и сапог, — проворчал инспектор, но не стал спорить и прочел вслух:

Утверждение 1. Для любого островитянина X из племени А справедливо следующее: никто из жителей острова не может спросить, принадлежит ли он (она) и этот X к разным племенам.

Утверждение 2. Для любого островитянина X из племени В верно следующее: любой обитатель острова всегда может спросить, принадлежит ли он (она) и этот X к разным племенам.

— Помните миссис Гордон, коллега? Если бы она относилась к племени А, то мистер Гордон никак не мог бы спросить, принадлежат ли он и его супруга к одному племени.

— Вот что значит объяснить как следует! — искренне восхитился кот. — Со вторым утверждением я теперь даже и сам могу разобраться. Если этот ваш X относится к племени В, значит, тот, кто спрашивает его: «А не из разных ли мы племен, приятель?», на деле задает вопрос, принадлежит ли сам вопросник... тьфу, вопрошающий к племени А. А такой вопрос может задать любой островитянин!

— Просто счастье иметь такого понятливого слушателя. Предположим теперь, что Бетти задает Веронике вопрос, может ли Вероника спросить, относятся ли Вероника и Бетти к разным племенам. Допустим также, что Бетти относится к племени А. Тогда, согласно утверждению 1, Вероника не может спросить, относятся ли они с Бетти к разным племенам, и поэтому справедливым ответом на вопрос Бетти получается «нет» — в то время, как мы предположили, что Бетти принадлежит к племени А.

— Значит, мы предположили неверно?

— Признаем свою ошибку и теперь уже предположим, что Бетти относится к племени В. Тогда, согласно утверждению 2, Вероника вполне могла бы спросить, относятся ли они с Бетти к разным племенам. Значит, правильным ответом на вопрос Бетти должно быть «да» — а ведь мы-то считаем, будто Бетти принадлежит к племени В!

— Что же она — не с этого острова, что ли? Раз уж не Аяница и не Вэяница...

— Почему же? Конечно, Бетти — местная девушка. Только вот она никаким образом не может задать Веронике вопрос, о котором Алиса спрашивает Бетти, могла ли бы она его задать. То есть ответ на вопрос Алисы — «нет», и, значит, сама Алиса относится к племени В.

— Так, — сказал кот, — с одной разобрались. А как же остальные?

— Что же касается того, к какому племени относятся Бетти и Вероника, то этого выяснить нельзя.

— Но ведь они же — сестры! Значит, все трое...

— Где-нибудь в других местах это, возможно, и так. Но в наших краях... Вспомни хотя бы дело Люгоши — тоже ведь были братья. Или, скажем, здешние Артур и Роберт...

— Странная у них здесь логика, — вздохнул кот. — С тиграми было как-то проще.

11. — Я не берусь судить об островитянине, — сказал инспектор, — Но мы знаем, что ни один островитянин не мог бы спросить человека в здравом уме,

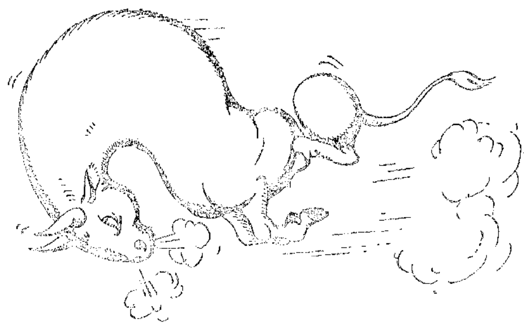
полагает ли тот, будто сам островитянин принадлежит к племени В. С другой стороны, любой островитянин может спросить умалишенного, считает ли тот, что сам островитянин — из племени В.

— Конечно, — кивнул кот. — Ведь это для любого жителя острова все равно, что спросить, принадлежит ли сам островитянин к племени А. Выходит, что бедный Арнольд, которому и рта не дали раскрыть, непременно должен оказаться сумасшедшим!

— Скажем так: его объявил помешанным не в меру проницательный местный житель. Ведь он должен был заранее знать, к кому обращается со своим опасным вопросом!

12. — По поводу Томаса мы не можем сделать никакого вывода, — важно заявил кот

— А островитянин, задавший вопрос, должен принадлежать к племени В. Если предполагать, что он из племени А, то тогда правильным ответом на его вопрос будет «да» — то есть Томас действительно считает, будто островитянин мог бы его спросить, лишился ли он рассудка. Но сам Томас может оказаться как в здравом



уме, так и лишенным рассудка. Если он в здравом уме, тогда его убеждения правильны, и островитянин вполне мог спросить его, лишился ли он рассудка. Но на вопросы племени А ответом может быть только «да»

— Томас, вы безумны? — спросил кот приятным воркующим голосом. И сам себе ответил: — Да, только вы мне не верьте, потому что я безумно вру!

— Вы тонко подметили противоречие, коллега: предположение о том, что Томас — нормальный человек, приводит нас к выводу, что Томас сошел с ума. А если Томас и в самом деле лишился рассудка? Тогда убеждения Томаса ошибочны, он ложно считал бы себя нормальным и на вопрос жителя острова, лишился ли он рассудка, Томас ответил бы «нет» — а ведь мы исходим из того, что островитянин принадлежит к племени А. Мы опять пришли к противоречию, и единственный способ его избежать — это предположить, что островитянин должен относиться не к племени А, а к племени В, независимо от того, находится ли Томас в здравом уме или он лишился рассудка.

13. — Предположим для начала, что Томас — нормальный человек.

— Предположим, я предположил, — согласился инспектор. — И что из того?

— Тогда утверждения Томаса верны, и Хал вполне мог спросить Томаса, считает ли тот, будто Хал принадлежит к племени В. Но, как и в случае с Арнольдом, из этого сразу следует, что Томас лишился рассудка!

— Если здоров, то тут же и безумен, — кивнул инспектор. — Противоречие.

— Но если Томас сошел с ума, тогда его утверждения ошибочны, и Хал никак не мог бы спросить Томаса, считает ли он, будто Хал относится к племени В. И опять, как мы видели в истории с Арнольдом, житель острова вполне может спросить человека, лишившегося рассудка, считает ли он, что сам островитянин принадлежит к племени В.

— То есть в любом случае мы приходим к противоречию. И что же из этого следует?

— Эта история никак не могла произойти! Но Уильям уверен, будто все произошло на самом деле — значит, он безумен.

— То есть единственный способ избежать противоречия — это считать, что Томас никогда не задавал такой вопрос ни одному островитянину, а безумный Уильям ошибочно полагает, будто Томас это все-таки сделал, — подытожил инспектор. — Изящная конструкция! И она наводит меня на одну интересную идею, которой я поделюсь с вами несколько позже.

— Только не слишком поздно, — проворчал довольный кот. — А то я успею умереть от любопытства.

14. — Да пожалуйста, — охотно откликнулся кот. — Вот, например: «Отношусь ли я к людям...»

— Нет, — сразу же сказал инспектор. — К людям вы не относитесь.

— Но я же сейчас в роли островитянина! И вот это он, допустим, вас спрашивает:«Отношусь ли я к людям, которые могут спросить, имеется ли на этом острове волшебник?»

— Ага, допустим, это он так спрашивает. А я, предположим, рассуждаю этак, что тот, кто спрашивает, принадлежит к племени А. Тогда правильным ответом на его вопрос является «да» — то есть человек, задающий этот вопрос, вполне может спросить, имеется ли на острове волшебник. А раз этот человек из племени А, то он может спросить, имеется ли на острове волшебник только в том случае, если на острове и в самом деле есть волшебник — чтобы правильным ответом оказалось «да». То есть если островитянин из племени А, то и волшебник на острове непременно должен быт.

— А если он из Вэшников?

— Тогда правильным ответом на его вопрос будет «нет» — то есть он не может спросить, имеется ли на острове волшебник. Но если бы на острове не было волшебника, то человек из племени В вполне мог бы спросить, имеется ли на острове волшебник, рассчитывая на ответ «нет». Однако наш островитянин-Вэшник не может задать этот вопрос, и тогда на острове действительно должен быть волшебник.

— То есть кто бы ни спрашивал — Ашник или Вэшник, а волшебник все же есть! Ну не молодец ли я после этого?

— Остается только надеяться, что кто-то нам его даст... или задаст, — проворчал Кругг

— Коллега, вы неисправимый скептик! Главное — у нас есть мой пример, а с вашими способностями из него можно вывести целый метод.

И действительно, вскоре какой-то прохожий, которому кот молча сунул газету, прочитал заметку о волшебнике и задал вопрос, довольно близко напоминавший тот пример, что предложил Ангенс. Больше того, из его последующих вопросов (можете и сами напридумывать их целую кучу — не глупее же вы кота, в самом деле!) сразу стало ясно, что волшебник на острове только один, а приезжего, который сумел бы правильно назвать его имя, ожидала большая награда — правда, ожидала давно и безуспешно. Потому что гостю, который в этой ситуации ошибался, немедленно отрубали голову.

— Неудивительно, что даже психи отсюда сбежали, — сказал Ангенс Круггу. — На редкость негостеприимный островишко!

— Придется быть крайне осторожными. В крайнем случае, лучше отмолчаться.

— Или убежать, — предложил кот. — Только куда отсюда денешься?

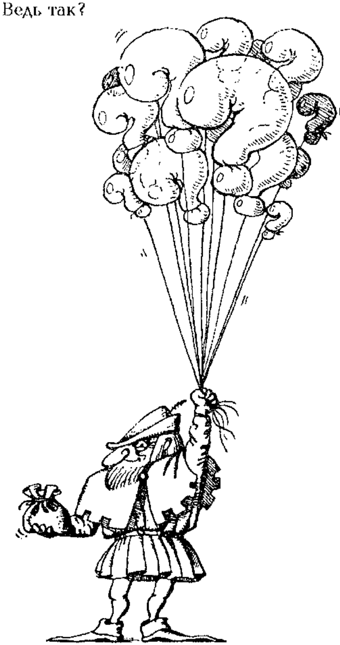
— Но можно ведь и воспользоваться дополнительной информацией — из других встреч.

— Тогда пошли встречаться! Хоть со всем Вопростровом!

15. Конечно же, нет! Это и кот мог бы сообразить.

16. — Бернард Грин не волшебник, и этот вывод вы легко сделали бы сами, мохнатый мой коллега, если бы заметили, как сильно его вопрос напоминает придуманный вами же пример.

17. — Я-то, конечно, помню, что в случае, если островитянин спрашивает: «Принадлежу ли я к людям, которые могли бы спросить, имеет ли место какое-либо утверждение?», то это утверждение обязательно должно оказаться истиной. Ведь так?



— Мне кажется, что так, — сказал инспектор, — Но единственный вывод, который тут можно сделать, — это то, что волшебник принадлежит к людям, которые могли бы спросить, волшебник ли Чарлз Мэнсфилд.

— Каков вопрос, таков ответ, — заключил кот. — Но кто же волшебник-то?

— Я думаю, через пару человек мы узнаем и это, нетерпеливый мой коллега.

18. — Никто не может спросить, относится ли он к племени В... — начал кот, не опасаясь постороннего

— То есть и сам волшебник не может, — поддержал его мысль инспектор.

— Значит, Дэниел Мотт не волшебник, — закончили они хором.

Островитянин Дэниел Мотт молча поклонился и молча удалился.

19. — Из вопроса Эдвина Друда следует, что волшебник должен принадлежать к племени А. Допустим, сам Эдвин из племени А; тогда ответ на его вопрос будет «да» — то есть он и волшебник из одного племени А. А если Эдвин относится к племени В, тогда ответом на его вопрос окажется «нет»: волшебник не может принадлежать к тому же племени, что и Эдвин — к племени В. То есть волшебник опять-таки должен относиться к племени А. А в беседе с Чарлзом Мэнсфилдом мы установили, волшебник вполне мог бы спросить, не является ли волшебником сам Чарлз Мэнсфилд. И раз уж волшебник из племени А, то правильным ответом на этот вопрос будет «да» — то есть волшебником должен быть сам Чарлз Мэнсфилд!

— Ну, хорошо, вы меня изобличили, — устало согласился Чарлз Мэнсфилд. — А дальше-то что? Что вам от меня нужно?

— А дальше нам нужно... дальше! — сказал кот.

— Да, вы же волшебник, — сообразил инспектор Кругг. — Так не могли бы вы нас отправить прямо в Сонное Царство? А то пока еще корабль появится...

— Раз-цвейн-труа! — сказал на это волшебник. — Кыш-брысь!

И коллег подхватило и понесло над волнами.

— Ну-ка, коллега, проверим ваши способности детектива! — на лету прокричал инспектор в лохматое ухо коту.

— Проверим! — заорал кот. — Кого найти?

— Конечно, ответ! Помните пациента по имени Томас, который приезжал на остров? Он был все-таки в здравом уме или безумен?

— Не такой уж я бестолковый! — расхохотался кот. — Вы же сами читали в газете, что Арнольд, Томас и Уильям в конце концов единодушно согласились с тем, что жизнь вне стен лечебницы для душевнобольных оказалась еще более безумной, чем в ней самой. А раз Томас согласен с Арнольдом и Уильямом, которые точно помешались, то и сам он тоже умалишенный!

И тут их приземлило. С безумной, надо сказать, скоростью.

СОННОЕ ЦАРСТВО

— Что еще за царство? — удивился Кругг. — Может быть, мы вторгаемся на чужую территорию?

— У них тут не то чтобы царя, а и губернатора-то приличного никогда не было, — рассмеялся Ангенс. — Это просто еще один остров архипелага Вероятностей в нашем Королевстве Аксиома.

— Но все-таки — царство...

— Это так, образно. Его Бесконечности всегда было приятно сознавать, что у него в подчинении целое царство — он становился еще бесконечнее... в собственных глазах. К тому же несомненна выгода в военном отношении. Представляете, вдруг — война! И обманувшийся враг лезет в первую очередь на это «царство», а настоящая наша столица остается в безопасности, пока король не придумает, как разбить врага. Или пока враг сам тут не заснет...

— А тут разве все спят?

— Нет, только некоторые. Но им кажется, что они бодрствуют. Жители этого острова видят очень яркие

сны и во сне их мысли столь же отчетливы, как и наяву. Правда, ничего такого особенного они в своих снах не видят: их жизнь во сне в дневное время течет точно так же, как жизнь наяву в течение ночи. В результате некоторые островитяне подчас никак не могут сообразить, спят они в данный момент или бодрствуют.

— Откуда вы все про всех знаете? — удивился Кругг.

— Не забывайте — я был личным Зверинцем Его Бесконечности.

— Вы хотели сказать — личным тигром?

— И тигром в том числе. А так же верным псом и преданным слушателем. Житье-то у королей скучное, вот Его Бесконечность и делился со мной мемуарами из своей бурной боевой молодости.

— Так, значит, он завоевал это Сонное Царство?

— Скорее, покорил. Но здешние жители, как видно, решили, что это им приснилось... Так вот, — продолжил кот свою познавательную лекцию о местных обычаях, — все жители острова к тому же бывают дневного и ночного племени. То, во что островитянин дневного племени верит во время своего бодрствования, является истинным, а все то, о чем он думает, пока спит, оказывается ложным. А вот все то, в чем убежден островитянин ночного племени, пока он спит, является истинным, а все то, во что он верит во время своего бодрствования, оказывается ложным.

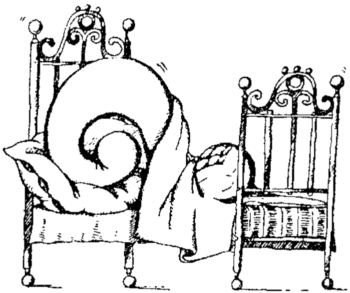
— Это будет почище Вопрострова. И что нам с ними делать?

— Конечно, разбираться: где правда, а в чем ложь. Разве вы не понимаете, как опасна неразбериха? Вот вдруг пришлют Его Бесконечности известие, что враг высадился в Сонном Царстве — и что тогда прикажете делать? Может, это правда, а может, это кому-то только кошмар приснился...

— У вас поистине государственный ум! — восхитился Кругг. — Я предложу вас в министры королю, когда мы вернемся.

— Министров много, — отмахнулся хвостом кот, — а я один такой. Давайте-ка лучше займемся здешними делами — видите, какая куча летописей? Тут хранятся исторические головоломки с незапамятных времен. И не одну ведь не оставишь без последствий — по каждой надо принять решение.

— И как всегда, мудрое, — Кругг принялся затачивать красивое петушиное перо, выдернутое из пухлой местной подушки.



ЛЕТОПИСИ СОННОГО ЦАРСТВА

1 Как-то один из островитянин решил, что он относится к дневному племени.

Было ли его убеждение правильным?

Бодрствовал он в этот период или спал?

2 Один островитянин посчитал, будто он сейчас спит.

Правильно ли его суждение?

К какому он племени принадлежит?

3 Верно ли, что:

а) Мнение островитянина по поводу того, относится ли он к дневному или ночному племени, никогда не меняется?

б) Представление островитянина о том, бодрствует ли он в данный момент или спит, никогда не меняется?

4 Жительница острова решила, что она либо спит, либо относится к ночному племени, либо имеет место и то и другое сразу. «Либо» здесь означает по крайней мере одну из возможностей или, быть может, сразу обе.

Спала она или бодрствовала в данный момент?

И к какому племени принадлежит эта обитательница острова?

5

Островитянин посчитал, будто он спит и относится к дневному племени.

А что можно сказать о нем на самом деле?

6

На острове жила супружеская пара по фамилии Калп.

— Когда же они жениться успевают? — заметил в этом месте кот. — Во сне, что ли?

Однажды мистер Калп счел, что он вместе со своей женой принадлежит к ночному племени. Но в то же самое время миссис Калп решила, что оба они не принадлежат к ночному племени.

При этом оказалось, что один из них в этот момент бодрствовал, а другой спал.

Кто же из них бодрствовал?

7

Другая супружеская пара носила фамилию Байрон. Один из супругов принадлежал к ночному племени, а другой — к дневному.

Как-то раз Байрона посчитала, что оба либо бодрствуют, либо спят одновременно. В тот же момент ее муж счел, что это не так.

Кто из них был прав?

8

Островитянин Эдвард подумал с удивлением, что он и его сестра Элейн принадлежат к ночному племени, но в то же время сам он к ночному племени не относится.

Как это могло случиться?

Принадлежит Эдвард к ночному или дневному племени? И к какому племени относится его сестра?

Спал Эдвард в этот момент или бодрствовал?

9

На острове есть король, королева и принцесса.

— То есть это они так думают, что они король, королева и принцесса, — поправил кот. — Мы-то с вами точно знаем, где настоящий король и куда девались принцессы... а королевы у нас сроду не было.

Однажды принцесса подумала, что ее родители принадлежат к разным племенам. Спустя 12 часов она то ли проснулась, то ли заснула — в общем, состояние ее изменилось, и тогда она решила, что ее отец относится к дневному племени, а мать — к ночному.

К какому же племени на самом деле принадлежит король, и к какому племени — королева?

10

Как и на Вопрострове, на все Сонное Царство имелся один-единственный колдун.

И вот однажды островитянин Орк задумался вдруг о том, не является ли он сам колдуном. В конце концов Орк пришел к выводу, что если он принадлежит к дневному племени и в этот момент бодрствует, то именно он и должен быть колдуном.

В то же самое время островитянин Борк заключил, что если он либо принадлежит к дневному племени и бодрствует, либо принадлежит к ночному племени и спит, то тогда-то сам он, Борк, и есть колдун.

А еще выяснилось, что Орк и Борк в это время либо оба одновременно спали, либо бодрствовали.

К какому же племени принадлежит колдун — к дневному или ночному?

11

— Давайте слегка отвлечемся от этих пыльных летописей, — предложил порядком уставший Круг.

— Давайте, — охотно согласился кот. — А на что будем отвлекаться — на обед?

— На местные сказки. Жил да был один островитянин. И полагал он, будто принадлежит к дневному племени и бодрствует. Кто он был на самом деле?

Ангенс подумал немного и ответил:

— По-моему, этих сказочных сведений явно недостаточно, чтобы сказать что-либо определенное.

— Разумеется, вы абсолютно правы, коллега!

— А сами-то вы знаете, из какого племени был этот островитянин? И еще: спал он в тот момент или бодрствовал?

— Разумеется, — ответил Кругг. — Я же сам придумал эту сказку!

Ангенс задумчиво переворошил летописи и спросил с совершенно незаинтересованным видом:

— А вот если бы вы мне сообщили, к какому племени он принадлежит, смог бы я тогда сообразить, спал он или бодрствовал в тот момент?

— Не знаю уж, достало бы у вас ума сообразить, но по существу вопроса я могу ответить вполне — «да». Или «нет».

Кот мгновенно вскочил с подушки.

— А это все равно — то есть тогда я все равно знаю ответ"! Давайте занесем его в летописи.

— Как сказку?

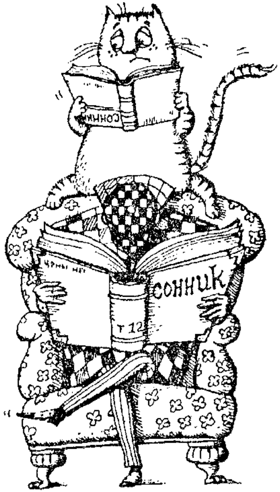
— Как быль о решении и моей мудрости! Решил я все-таки эту задачу или нет?

Пришлось Круггу согласиться со своим помощником.

12

— Раз уж вы такой охотник до сказок, коллега, — сказал инспектор, — то вот вам еще одна. Жила-была в Сонном Царстве женщина. Жила-жила, да вдруг и сочла, будто она принадлежит к ночному племени и спит. Чем прикажете закончить сказку — что было с женщиной на самом деле?

— Опять жадничаете, — кот наморщил нос. — Маловато сведений-то. Но если бы вы сообщили, к какому



племени относилась эта женщина, сумел бы я тогда ответить, спала она в тот момент или бодрствовала?

Инспектор опять сказал коту правду — то есть опять ответил «да» или «нет» (шум волн скрыл его слова) Но даже шторм не мог заглушить вопль Ангенса:

— Но информации все равно недостаточно!!!

— Значит, сказка останется без конца.

Однако спустя несколько дней злопамятный Ангенс сам поведал Круггу ту же неоконченную сказку — под видом очередной истории из летописи. Инспектор, не заметив подвоха, тоже заявил, что ему сообщено слишком мало. Со своей стороны, Кругг задал коту такой вопрос:

— Допустим, вы сказали бы мне, спала островитянка в тот момент или бодрствовала. Хватило бы мне этих сведений, чтобы выяснить, к какому племени она принадлежит?

— Я отвечу вам правду — скажу «да». Или «нет», — усмехаясь заявил кот.

— Только и тогда мне задачу не решить.

— Вы не помните собственную задачу?! — изумился кот.

— Знаете, их так много и все они похожи — у меня просто голова идет кругом...

— Как это — у Кругга голова Кругтом? — еще больше удивился кот — Вы меня просто изводите своими загадками!

— Зато теперь я знаю, кому окажется под силу ее решить! — воскликнул Кругг.

— Тут же больше нет никого — одни эти мухи сонные

— Вы же совсем забыли про читателя! Если он сопоставит обе задачи... то есть одну задачу в моем и вашем вариантах, он-то уж точно сможет сказать, к какому племени относилась обитательница острова и спала она в то время или бодрствовала.

— Жалко, нам он не скажет! — сокрушенно вздохнул кот.

— А кто мешает вам самому перечитать оба варианта сказки? Я вот тут записал кое-что для вас...

— А теперь допишите и конец к вашей сказочке, — предложил кот. — Я уже все вспомнил и сообразил.

— Тогда вот вам еще присказка на прощание, — сказал инспектор Кругг коту Ангенсу.

— Нет бы на закуску что-нибудь! — заметил кот.

— Предположим, что мне приснился необычайный остров под названием Сонное Царство, описанный в этой главе наших приключений.

— Неужели и я вам приснился? — восхищенно спросил Ангенс.

— Но это же был не кошмар, коллега! Мне просто снилось, что остров существовал в действительности, а я был одним из его обитателей. Как по-вашему, к какому же племени я тогда относился — к дневному или ночному?

1, 2, 3. — Позвольте вам заметить, — обратился инспектор Кругг к коту Ангенсу, — что на этом сонном острове во всех случаях должны выполняться следующие правила:

Правило 1. Любой островитянин, когда он не спит, считает, что сам он принадлежит к дневному племени.

Правило 2. А во время сна любой островитянин полагает, что он принадлежит к ночному племени.

Правило 3. Люди дневного племени всегда уверены, что они бодрствуют.

Правило 4. Люди ночного племени всегда уверены, что они спят.

— Вот я вам докажу правило 1. Предположим, что Х — житель острова, который сейчас не спит. Если Х принадлежит к дневному племени, тогда он одновременно принадлежит к дневному племени и бодрствует; значит, его суждения в этот момент правильны, и он знает, что относится к дневному племени. Если же допустить, что Х принадлежит к ночному племени, тогда, раз он еще и бодрствует, его суждения неверны; поэтому он ошибочно полагает, будто он относится к дневному племени. В итоге мы имеем: когда Х бодрствует, то, если он принадлежит к дневному племени, он правильно считает, что относится к дневному племени; если же он относится к ночному племени, то он (ошибочно) полагает, будто также принадлежит к дневному племени. Понятно, коллега?

— Вполне, — кивнул кот. — Тогда это ваше правило 2 доказывается совершенно аналогично: когда X спит, то если этот островитянин принадлежит к ночному племени, он правильно считает, что он относится к ночному племени, а если он принадлежит к дневному племени, то он уже ошибочно полагает, будто также относится к ночному племени.

— А для правила 3 предположим сначала, что островитянин X принадлежит — из дневного племени. Пока он не спит, его суждения правильны и, следовательно, тогда он твердо убежден, что бодрствует. Но во время сна его суждения неверны, и, следовательно, он, когда спит, ошибочно полагает, будто бодрствует. Правило 4 можно доказать очень схожими рассуждениями — их может проделать любой, даже вы, коллега, или читатель.

— Сильно же помогут нам ваши правила в случае из первой летописи! — проворчал кот. — Мы все равно не можем определить, правильно ли суждение островитянина.

— Однако ясно, что в указанный момент он должен был бодрствовать, поскольку если бы островитянин спал, то он был бы убежден, что принадлежит не к дневному, а к ночному племени — согласно правилу 2.

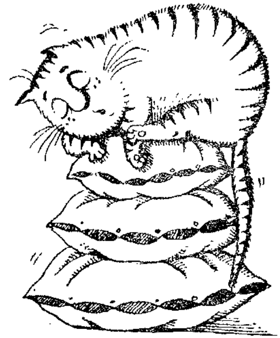
— Ну, а из второй летописи тоже нельзя определить, было ли суждение островитянина верным, — не сдавался кот.

— Тем не менее совершенно ясно, что он должен быть из ночного племени. Ведь если бы это было не так, то он был бы уверен, что он бодрствует, а не спит — согласно правилу 3. Что же касается третьей летописи, ответом на вопрос «а», конечно, будет «нет» — потому что по правилам 1 и 2 мнение островитянина по поводу

того, принадлежит он к дневному или ночному племени, изменяется в зависимости от его состояния...

— То есть от того, бодрствует он или спит, — разъяснил сам себе кот.

— ...А ответом на вопрос «б» является «да» — в соответствии с правилами 3 и 4.



4. — Давайте рассматривать по очереди каждый из следующих четырех вариантов:

1) островитянка относится к ночному племени и спит;

2) она из ночного племени и бодрствует;

3) она относится к дневному племени и спит;

4) она принадлежит к дневному племени и бодрствует.

— Кажется, вариантов не так много, — оживился Ангенс, — и можно выяснить, какой же из них не противоречит условиям задачи.

— Я бы предпочел иной путь.Если допустить, что убеждения обитательницы острова ошибочны, то она не может ни находиться во сне, ни принадлежать к ночному племени — то есть она бодрствует и относится к дневному племени. Но разве бодрствующий человек дневного племени может обладать неверными убеждениями?

— Не может! Значит, она не ошибается, а принадлежит к ночному племени и спит.

5. Если мнение этого островитянина было правильно, то он действительно находился во сне и принадлежал к дневному племени. Но спящий дневного племени никак не мог обладать правильным мнением — значит,

он ошибался А житель острова может ошибаться, только когда он либо из дневного племени и спит, либо из ночного племени и бодрствует. Но если бы островитянин находился во сне и принадлежал к дневному племени, то его суждение оказалось бы правильным — ибо это и есть то, во что он верит. Следовательно, он может только бодрствовать и относиться к ночному племени.

6. — Не будем решать эту задачу перебором, — предложил кот, — а то нам придется рассмотреть целых 16 случаев: четыре возможности для мужа, и для каждого из этих 4 вариантов еще по 4 — для жены.

— Есть более простой выход, — согласился инспектор. — Один из супругов спит, а другой бодрствует, и их суждения прямо противоположны. Если бы они принадлежали к разным племенам, то их суждения оказались бы прямо противоположными только тогда, когда они оба спали или оба бодрствовали, и совпали бы в случае, если бы один из них спал, а другой бодрствовал. Значит, супруги непременно должны принадлежать к одному и тому же племени.

— Допустим, к ночному, — мечтательно предположил Ангенс. — Ночь — это, знаете ли, так романтично для любви... И брака.

— Тогда мнение мужа в тот момент было правильным, а раз он из ночного племени, то, понятно, должен был спать. А вот если оба супруга принадлежат к дневному племени, тогда муж ошибался, полагая, будто и он, и жена относятся к ночному племени И раз он из дневного племени и к тому же ошибается, то опять-таки в это время должен спать.

— Вот это соня! — сказал кот. — Спит, невзирая на племя и время.

7. — Раз уж супруги принадлежат к разным племенам, то их суждения должны быть прямо противоположными, если они находятся в одном и том же состоянии...

— То есть оба бодрствуют или оба спят, — заметил Ангенс.

— ...И одинаковыми, если они находятся в различных состояниях.

— То есть один из них спит, а другой бодрствует, — сказал Ангенс.

— Но поскольку в этой летописи их мнения оказались противоположными, то, значит, оба они в одном и том же состоянии...

— То есть они оба спали или оба бодрствовали, — заключил помощник инспектора.

— Стало быть, права жена Байрона.

— С ихней сестрой не поспоришь, — вздохнул кот.

8. В одно и то же время Эдвард утверждал разные вещи! Значит, в чем-то одном он ошибался. Единственный способ избежать противоречивых высказываний — это считать, что Эдвард относится к ночному племени, но оба они с супругой к ночному племени не принадлежат — то есть Элейн из дневного племени. А поскольку Эдвард из ночного племени и ошибается, он должен бодрствовать.

9. — Принцесса перешла в другое состояние, и при этом изменился ее взгляд на мир. Значит, одно из двух ее суждений было правильным, а другое ошибочным:

(1) Король и королева принадлежат к разным племенам.

(2) Король относится к дневному племени, а королева принадлежит к ночному племени.

— Если истинно высказывание (2), тогда и высказывание (1) также должно быть истинным.

— Но как же это может быть в одно и то же время! — воскликнул кот. — То есть я хочу вскричать: они же не могут быть истинными одновременно!

— Таким образом, высказывание (2) должно быть ложным, а высказывание (1) — истинным. Поэтому король и королева действительно принадлежат к разным племенам, но утверждение, что король относится к дневному племени, а королева — к ночному, не соответствует истине.

— Значит, все как раз наоборот, — догадался Ангенс, — король из ночного племени, а королева — из дневного.

10. — Допустим, Орк принадлежит к дневному племени и в тот момент бодрствовал. Тогда его суждения правильны, откуда следует, что в случае, если он относится к дневному племени и бодрствует, то он и есть колдун. Но именно в это гипотетическое утверждение Орк в тот момент и верил; следовательно, мнение Орка было верным! Значит, Орк в то время либо относился к дневному племени и бодрствовал, либо принадлежал к ночному племени и спал, однако пока мы не можем точно сказать, как было на самом деле.

— Рассуждая по-вашему, — сказал на это кот, — мы получим, что если Борк принадлежит к дневному племени и бодрствует или относится к ночному племени и спит, то в любом из этих случаев его суждение будет правильным, и он непременно должен быть колдуном.

— Но ведь это то, во что верит Борк! Тогда он либо относится к дневному племени и в тот момент бодрствовал, либо принадлежит к ночному племени и в тот момент спал.

— Однако в любом случае он оказывается колдуном! — торжествующе заключил кот.

— И тогда Орк колдуном не является. Поэтому Орк никак не мог в тот момент бодрствовать, как не мог он и принадлежать к дневному племени — то есть Орк спал и, кроме того, принадлежал к ночному племени. Борк в тот момент тоже спал, а поскольку суждение Борка оказалось вполне правильным, то, значит, Борк должен относиться к ночному племени.

— А поскольку Борк — колдун, то и колдун тоже относится к ночному племени.

11. — Островитянин считал, будто он принадлежит к дневному племени и бодрствует, — диктовал кот своё решение. — Отсюда можно сделать лишь один вывод — что он не относился к ночному племени и не спал. При этом есть три возможности:

(1) Он принадлежал к ночному племени и бодрствовал (причем его суждения были ошибочными).

(2) Он принадлежал к дневному племени и спал (и его суждения были ошибочными).

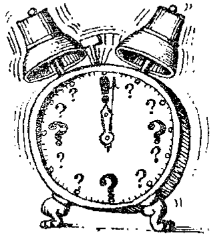
(3) Он принадлежал к дневному племени и бодрствовал (и его суждения были правильными).

Предположим, что вы сообщили мне, к какому племени относится островитянин. Мог бы я в таком случае решить задачу?

— Это зависело бы от того, что именно я вам сказал.

— Именно! Если бы вы сообщили, что островитянин из ночного племени, тогда я должен был бы сразу понять, что вариант (1) является при этом единственно возможным, и тотчас сообразил бы, что островитянин бодрствовал. С другой стороны, если бы вы сказали, что островитянин принадлежит к дневному племени, то это сразу исключило бы вариант (1), но сохранило бы варианты (2) и (3), причем я никак не смог бы выяснить, что же имеет место в действительности.

— Мне понятен ход вашей мысли, коллега, — сказал инспектор. — Если бы островитянин принадлежал к дневному племени,



то на ваш вопрос приятеля я должен был бы ответить «нет». В то же время, если бы житель острова относился к ночному племени, то на тот же вопрос я ответил бы «да». Таким образом, поскольку вы, мой друг, решили задачу, то, стало быть, я должен был ответить вам «да»...

— То есть островитянин относится к ночному племени и бодрствует! — воскликнул кот. — Ну разве я не мудр?

— Почти как Его Бесконечность, — вежливо поклонился коту инспектор.

12. — Жительница острова полагала, будто она принадлежит к ночному племени и спит, — принялся диктовать Ангенс. — Значит, она не принадлежала к дневному племени и не бодрствовала. Но для нашей островитянки остаются еще целых три возможности:

(1) Она принадлежала к ночному племени и спала.

(2) Она была из ночного племени и бодрствовала.

(3) Она относилась к дневному племени и спала.

— Если бы, инспектор, на мой вопрос вы ответили «да», я бы тотчас догадался бы, что единственной возможностью решения задачи является вариант (3) — ну вроде того, как было в предыдущей вашей сказке. Но даже я не сумел решить задачу, потому что ответом было «нет». Правда, это исключает из рассуждения вариант (3), но все равно остаются варианты (1) и (2), и неизвестно, какой из них выбрать.

— А вот если бы ***вы***, коллега, ответил ***мне*** «да», — сказал на это инспектор, — я-то уж сразу сообразил бы, что осталась единственная возможность — вариант (2). Ведь только тогда обитательница острова бодрствует, а при вариантах (1) и (3) она спит). Но я тоже не смог ничего решить, ибо вы ответили мне «нет».

— Но это же сразу отбрасывает вариант (2)! — встопорщил усы кот. — А у нас и оставалось-то всего (1) и (2) после вашей коварной сказочки. И если теперь отпадает (2), останется вообще только вариант (1)! То есть жительница острова была из ночного племени и при этом спала.

— Как она сама совершенно справедливо и полагала.

— С дамой мы разобрались. А что же насчет вашего собственного сна, инспектор — того, о котором вы мне рассказывали?

— Прочистите свои мохнатые уши, коллега: я же прямо сказал, будто бы весь этот остров мне приснился. Вместе с тем, если бы такого рода остров существовал на самом деле, то, значит, мне приснились бы истинные события. Поэтому, если бы я оказался одним из его обитателей, то меня следовало бы отнести к ночному племени.

Кругг окинул взглядом гору исписанных листов и свитков.

— По-моему, мы оставляем здешним мудрецам целый свод инструкций на все случаи жизни.

— Так уж и на все! — недоверчиво сказал кот. — Разве нельзя придумать новые?

— А вот это и есть та замечательная идея, которой я обещал с вами как-нибудь поделиться!

— Только чтобы дележка была честная! — предупредил кот. — Так что за идея?

ГОЛОВОЛОМНЕЙ НЕКУДА

— Вы заметили, что те задачки, которые я подсунул вам под видом сказочек, были какие-то особенные?

— Как тут не заметить! Вопросики-то вы подкидываете, а сведений почти и не даете.

— Зато становится известно, что кто-то еще либо смог, либо не смог решить эту задачу, узнав еще кое-что.

— А что — опять не говорят... — недовольно взъерошился кот.

— Но и из этого мы уже получаем клочок информации, которая в конце концов и позволяет нам найти решение. Разве это — не лучшие из головоломок?

— Не сломать бы об них совсем мою бедную голову... А у вас что — еще такие есть? Вы, помнится, обещали честно поделиться.

— Забирайте — они ваши! Все пять.

— Так вы что — сами их придумываете?

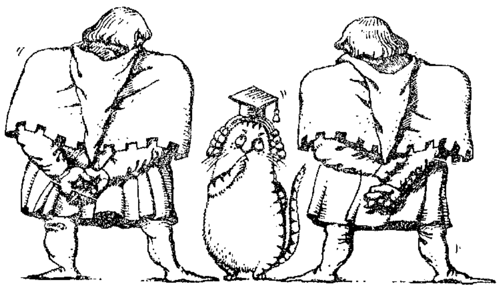
— Отчасти, — скромно потупился Кругг. — Но кое-что было на самом деле. Впрочем, какая вам разница? Все равно вы не знали никого из действующих лиц, так что считайте это абстрактными задачами.

— Абс... какими?

— Или гипотетическими — такими, которые вполне могли бы случиться.

ДЕЛО ДЖОНА

1 Очевидцы описали преступника, и были задержаны два брата-близнеца — ведь приметы одинаково подходили им обоим. Перед судом предстали оба. Было известно, что по крайней мере один из них никогда не говорил правду, хотя и не ясно, кто же именно. Одного из братьев звали Джон — именно он и совершил преступление. (При этом вовсе не обязательно, чтобы Джон был тем из близнецов, который всегда лгал.) Оставалось только выяснить, которого же из братьев зовут Джон — чтобы не дать преступнику уйти от ответа, но в то же время не покарать ненароком и невиновного.



По счастью, судья был искушен в алгебре и логике.

— Вы — Джон? — спросил судья кого-то одного из близнецов.

— Да, я Джон, — последовал ответ.

— А вы — Джон? — спросил судья второго брата.

Второй близнец ему ответил вполне определенно (то ли «да», то ли «нет»), и тут судья сразу догадался, кто из них Джон.

— Я бы на его месте тоже догадался, — сказал Ангенс. — Только для суда я ростом не вышел: под судейским столом мою мудрость никто и не разглядит.

ВАМПЫРИНАЯ ЗАДАЧКА

2

— Помните Острова Вампырей?

— Как не помнить! — поежился кот. — Там, кажется, все жители делятся на 4 таких вида:

1) люди в здравом уме;
2) люди, лишившиеся рассудка;
3) упыри, находящиеся в здравом уме;
4) упыри, лишившиеся рассудка.

— Совершенно верно. И люди в здравом уме высказывают только истину — их утверждения всегда правильны и сами они честны. Сумасшедшие люди всегда лгут — в силу собственных заблуждений. Упыри в здравом уме тоже всегда лгут — однако не по заблуждению, а по своей природе. Зато упыри, лишившиеся рассудка, всегда говорят правду — они убеждены, что их утверждения ложны, но при этом еще и умышленно лгут. Так вот, однажды три путешественника делились своими впечатлениями о поездках на Остров Вампырей, которые им пришлось в разное время совершить.

— Когда я там был, — сказал первый путешественник, — мне встретился островитянин Айк. Я спросил его, является ли он человеком в здравом уме. Айк мне ответил вполне определенно («да» или «нет»), но из его ответа я так и не сумел понять, к какому же племени он относится.

— Как странно! — сказал на это второй путешественник. — Я ведь тоже встречал этого самого Айка. Я спросил его, является ли он упырем в здравом уме; и мне он тоже ответил вполне определенно («да» или «нет»), но и я, подобно вам, так и не смог сообразить, к какому племени он принадлежит.

— По-моему, этот Айк попадается на пути всем, — воскликнул третий путешественник. — Я вот тоже както спросил его, является ли он упырем, лишившимся рассудка. Он мне ответил что-то такое, что я позабыл, но, конечно, вполне определенное («да» или «нет»), однако я, как и все вы, не смог установить, кем же он был в действительности.

— Ну и как вы думаете, кто же этот Айк? — спросил инспектор.

— А вы сами разве еще не догадались? — удивился Ангенс.

РЫЦАРЬ И ПЛУТ

3

— Давным-давно...

— Опять летописи? — нахмурился кот.

— Жили-были...

— Вам бы все сказочки!

— Давным-давно жили-были на одном далеком острове, названия которого никто уже не помнит, одни только рыцари и плуты. Рыцари, понятное дело, всегда и везде говорили правду, а плуты, конечно, лгали при всякой погоде — просто из любви к этому искусству. И вот один заезжий мудрец повстречал как-то двух жителей острова — их звали просто: А и В. Мудрец спросил А: «Вы оба рыцари?» Тот ответил ему «да» или «нет». Мудрец сразу догадался, что пока еще не может определить, кто тут из какого племени. Тогда мудрец задал А еще один вопрос: «Вы оба одного племени?»

— Он имел в виду, что они либо оба рыцари, либо оба плуты? — уточнил кот.

— Совершенно верно. И А опять ответил «да» или «нет»...

— И тут до мудреца сразу дошло, к какому племени относится каждый из островитян, — сказал кот.

— Откуда вы знаете? Вы слышал прежде эту историю?

— Нет. До меня просто тоже дошло. Как-то вот прямо сразу...

РЫЦАРИ, ПЛУТЫ И ПРОСТОЛЮДИНЫ

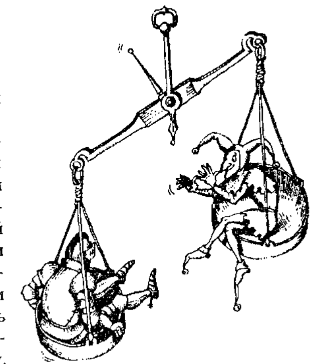
4 — А неподалеку, на другом острове, кроме рыцарей и плутов, жили еще и нормальные люди. Рыцари тут тоже всегда говорили только правду, плуты всегда лгали, а вот простые люди — когда как: иной раз правду скажут, а при случае и солгут. Наш мудрец забрался и сюда и повстречал двоих островитян. Ему было известно, что один из них рыцарь, а другой — нормальный человек, однако он не знал, кто из них кто. Мудрец спросил А, является ли В нормальным человеком, на что А ответил ему вполне определенно.

— И тут мудрец, конечно, сразу понял, кто такие А и В. Хотите, я и вам скажу? — предложил кот.

КТО ШПИОН?

5 — Однажды на том же острове ловили шпиона...

— Неужели поймали? — оживился Ангенс. — Хотя где им, тугодумам...



— Представьте, схватили — сразу троих! То есть задержали троих подозрительных, но шпион среди них был только один. В суде удалось выяснить, что один из этой троицы был рыцарем и всегда говорил только правду, другой оказался плутом и всегда лгал, а вот шпион был нормальным человеком — то есть иногда он лгал, а иногда говорил правду. Поначалу слово предоставили обвиняемому А. Он то ли сообщил, что С — плут, то ли заявил, что С — шпион.

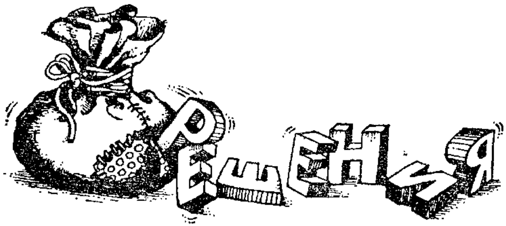
— А точнее неизвестно?

— Протокол не вели — дело-то секретное, государственное! Но очевидцы помнят, что потом судья предложил высказаться подсудимому В. Этот то ли утверждал, что А — рыцарь, то ли сказал, что А — плут, то ли заявил, что А — шпион. И когда слово предоставили обвиняемому С, тот то ли сообщил, что В — рыцарь, то ли утверждал, что В — плут, то ли заявил, что В — шпион.

— Но судья, конечно, быстро разобрался, кто же из них шпион, и вынес справедливый приговор, — сказал кот. — Я бы не взялся — сведений маловато.

— А вот если я сообщу вам, что именно сказал А, то вы сможете вынести правильное решение.

— Тогда можете и не говорить — я и так все понял. Только давайте я вам на ушко шепну — дело-то секретное, государственное...



1. — Это ведь элементарно, инспектор, — сказал кот. — Если бы второй близнец тоже ответил «да», то судья, конечно, не смог бы узнать, кто из них Джон. Поэтому, ясно, что второй близнец должен был ответить «нет». Значит, либо оба брата говорили правду, либо оба лгали. Но ведь один-то из них всегда лжет! Значит, лгали оба, и выходит, что Джоном зовут второго близнеца. Хотя так и нельзя установить, кто же из братьев всегда лжет.

2. — Вот смотрите, коллега: первый путешественник спросил Айка, является ли он человеком, находящимся в здравом уме, так? Теперь посмотрим, что бы должен отвечать Айк — в зависимости от того, к какому виду он принадлежит.

— Звучит логично, — согласился инспектор. — Давайте посмотрим.

— Если Айк действительно нормальный человек, то он ответил бы «да»; если же он сошел с ума, то он также ответил бы «да» — ведь всякий сумасшедший ошибочно полагает, будто он человек в здравом уме, и честно высказывает свое мнение. Если Айк — упырь в здравом уме, то он также ответил бы «да»: в здравом уме он, конечно, сознает, что не является нормальным человеком, но, как нормальный упырь, солжет и все-таки скажет «да». Если же Айк оказывается безумным упырем, то он определенно должен ответить «нет»: лишившись рассудка, он уверен, будто является нормальным человеком, но, будучи упырем, лжет. Поэтому, если бы Айк ответил «нет», первый путешественник сразу догадался бы, что Айк — лишившийся рассудка упырь. Однако первый путешественник не знал, кем является Айк, и, следовательно, он услышал утвердительный ответ. Но запомним, что тогда Айк не является лишившимся рассудка упырем.

— Запомнили. А дальше?

— На вопрос второго путешественника: «Являетесь ли вы находящимся в здравом уме упырем?» сумасшедший человек ответил бы «да», а каждый из трех остальных типов ответил бы «нет».

— Доказать это несложно, — кивнул Кругг.

— Но поскольку второй путешественник не смог понять из ответа Айка, кем же он был, то ответом на поставленный вопрос должно было быть «нет». Получается, что Айк не является и человеком, лишившимся рассудка.

— Из четырех возможностей две мы уже отбросили. Теперь еще бы одну долой...

— Сейчас удалим и третью. На вопрос третьего путешественника «Являетесь ли вы лишившимся рассудка упырем?» нормальный человек ответил бы «нет», а каждый из трех остальных видов островитян ответил бы «да». Но поскольку третий путешественник тоже не смог догадаться, кем же на самом деле был Айк, то, стало быть, он услышал положительный ответ. Вывод такой: Айк не является и нормальным человеком.

— Что же получается? — инспектор стал загибать пальцы. — Айк не является:

— лишившимся рассудка упырем;

— сошедшим с ума человеком;

— наконец, человеком в здравом уме.

— Вы все учли, — согласился кот.

— Следовательно, он должен быть упырем в здравом уме!

— Ясно и логично, — одобрил кот. — Моя школа!

3. — Тут у нас опять имеется четыре возможных случая:

Случай 1: **А и В — оба рыцари;**

Случай 2: **А — рыцарь, В — плут;**

Случай 3: **А — плут, В — рыцарь;**

Случай 4: **А и В — плуты.**

Сначала мудрец спросил А, являются ли они оба рыцарями. В случаях 1, 3 и 4 А должен ответить «да», а в случае 2 — «нет».

— Это очевидно, — заметил Кругг.

— Мудрец не смог сразу выяснить из ответа А, что представляют собой данные жители острова — стало быть, А ответил «да». Затем мудрец спросил А, относятся ли они оба к одному и тому же племени. В случаях 1 и 3 А ответил бы «да», а в случаях 2 и 4 он должен был ответить «нет».

— Тоже довольно просто сообразить.

— Пусть-ка читатель сам попробует! Теперь мудрец выбирал уже из трех оставшихся случаев — 1,3 и 4. Если бы на свой второй вопрос мудрец услышал «да», он не мог узнать, выбрать ли ему случай 1 или случай 3. Стало быть, ему сказали «нет» и остается только случай 4, то есть что А и В — плуты.

4. — Если бы А ответил «да», то он либо мог оказаться честным рыцарем, либо был бы нормальным человеком — и при этом лгал. Однако мудрец никак не мог бы узнать, кем же именно он был. Если бы А ответил «нет», то он не мог бы оказаться рыцарем — поскольку в этом случае В был бы нормальным человеком, а сам А лгал. Поэтому А должен был быть нормальным человеком. Однако выяснить, кем же является А на самом деле, мудрец мог лишь в одном случае — если бы А сказал «нет». Значит, А действительно нормальный человек.

5. Этот ответ Ангенса в путевом дневнике Кругга был записан каким-то мудреным шифром — очевидно, из соображений секретности. Потом-то, конечно, инспектор его расшифровал, и получилось вот что:

— Существуют всего две возможности, — прошептал мне Ангенс, — либо вы сказали бы, что А сообщил, будто бы С — плут, либо было бы сказано, что А заявил, будто С — шпион. Разберем обе эти возможности отдельно.

Возможность 1:

А сообщил, будто С — плут.

При этом возникают три случая в зависимости от того, что сказал В.

Случай 1:

В утверждал, что А — рыцарь. Тогда:

1) если А — рыцарь, то С — плут (поскольку А сообщил, что С — плут) и, следовательно, В является шпионом;

2) если А — плут, то утверждение, высказанное В, является ложным, откуда сразу следует, что В должен быть шпионом (ведь он не плут, поскольку плутом является А) и, стало быть, С — рыцарь;

3) если А — шпион, то утверждение, высказанное В, вновь оказывается ложным, откуда следует, что В является плутом и, значит, С — рыцарь. Таким образом, имеет место один из следующих вариантов:

(1) А — рыцарь,	**В — шпион,**	**С — плут;**
(2) А — плут,	**В — шпион,**	**С — рыцарь;**
(3) А — шпион,	**В — плут,**	**С — рыцарь.**

Пусть С заявил, будто В — шпион. Тогда варианты (1) и (3) исключаются: (1) — потому что С, будучи плутом, никак не мог заявить, что В — шпион, поскольку В как раз им и является; (3) — потому что С, будучи рыцарем, никак не мог утверждать, что В — шпион, поскольку В шпионом не является. Значит, нам остается лишь вариант (2), причем в этой ситуации судья знал бы, что В — шпион.

Пусть теперь C заявил, будто B — рыцарь. Тогда единственно возможным является вариант (1), причем и в этом случае судье вновь было бы известно, кто шпион, и он признал бы виновным подсудимого B.

Пусть, наконец, C заявил, будто B — плут. Тогда судья не смог бы определить, какой из вариантов имеет место в действительности — (1) или (3). Поэтому он не смог бы указать, кто же является шпионом — A или B, а значит, не смог бы и признать кого-либо виновным. Следовательно, C не мог заявить, что B является плутом.

Значит, если имел место случай 1, то судья мог признать виновным только подсудимого B.

Случай 2:

B утверждал, что A — шпион. Всякий, кто хоть немного поразмышлял над случаем 1, легко сообразит сам, что в этом случае могут иметь место лишь следующие варианты:

(1) A — рыцарь, B — шпион, C — плут;
(2) A — плут, B — шпион, C — рыцарь;
(3) A — шпион, B — рыцарь, C — плут.

Если бы C заявил, будто B — шпион, тогда нам могут встретиться как вариант (2), так и вариант (3), и в данной ситуации судья никак не сумел бы найти виновного. Если бы C заявил, будто B — рыцарь, то тогда мог бы выполняться лишь вариант (1), и судья должен был бы признать виновным подсудимого B. Если бы, наконец, C заявил, будто B — плут, тогда вполне могут иметь место как вариант (1), так и вариант (3), и судья опять не смог бы обнаружить виновного. Стало быть, C заявил, что B — рыцарь, а подсудимый B был признан виновным.

Значит, и в случае 2 виновным вновь оказывается подсудимый B.

Случай 3:

B утверждал, что A — плут. Тут у нас имеется 4 варианта, и всякий способен убедиться в этом совершенно самостоятельно:

(1) A — рыцарь, B — шпион, C — плут;
(2) A — плут, B — шпион, C — рыцарь;
(3) A — плут, B — рыцарь, C — шпион;
(4) A — шпион, B — плут, C — рыцарь.

Если бы C заявил, будто B — шпион, тогда могут иметь место как вариант (2), так и вариант (3), и судья оказывается не в состоянии определить, кто же из подсудимых виновен в шпионаже. Если бы C заявил, будто B — рыцарь, тогда справедливыми могли бы оказаться как вариант (1), так и вариант (3), и судья вновь не смог бы обвинить кого-либо из подсудимых в шпионаже. Наконец, если бы C заявил, будто B — плут, тогда могли бы выполняться варианты (1), (3) и (4), причем опять-таки судья не смог бы найти виновного.

Значит, случай 3 не подходит. А еще мы знаем, что в случаях 1 и 2 судья признал бы виновным подсудимого B. Значит, если бы вы сказали мне, что A сообщил, будто C — плут, то я вполне мог бы решить задачу и установить, что подсудимый B является шпионом.

Возможность II.

Предположим теперь, будто мне было сказано, что A назвал C шпионом. Тогда существует вариант, при котором судья мог бы назвать виновным подсудимого A. Допустим, что B утверждал, будто A — рыцарь, а C заявил, будто B — плут. Если A в самом деле является шпионом, то B может быть плутом (который лгал бы, утверждая, что A — рыцарь), а C может быть рыцарем (который говорил бы правду, заявляя, будто B — плут). При этом A (предположительно — шпион) солгал бы, сообщив, будто C — шпион. То есть вполне допустимо, чтобы A, B и C действительно высказали бы эти три утверждения, и при этом чтобы A оказался шпионом. Если бы шпионом был B, то A должен был оказаться плутом, заявляя, будто C — шпион. Точно также должен был бы оказаться плутом и C, поскольку он заявил, будто B — плут, но это совершенно невозможно: плут дол-

жен быть только один. Наконец, если бы шпионом был C, то тогда A должен был бы оказаться рыцарем, поскольку он говорил правду, утверждая, что C — шпион. При этом рыцарем должен был бы оказаться и B, поскольку он тоже говорил правду, утверждая, будто A — рыцарь; однако и рыцарь должен быть только один. Значит, A должен быть шпионом (в случае если бы B утверждал, что A — рыцарь, а C заявил бы, будто B — плут).

Значит, существует вариант, когда виновным может быть признан именно A.

Мы все еще придерживаемся предположения о том, что A заявил, будто C — шпион, и теперь рассмотрим вариант, при котором судья назвал бы виновным подсудимого B. Допустим, что B утверждал, что A — рыцарь, а C заявил, что B — шпион. Если шпионом является A, то B оказывается плутом, утверждая, будто A — рыцарь. Кроме того, плутом должен оказаться и C, который утверждает, что B — шпион, но откуда же нам взять столько плутов? Если шпионом является C, тогда A должен быть рыцарем (поскольку он заявляет, будто C — шпион). При этом рыцарем должен оказаться и B, который утверждает, что A — рыцарь. А вот если шпионом оказывается B, то никакого противоречия не возникает: ведь A мог бы оказаться плутом, который заявил, будто C — шпион; C мог бы быть рыцарем, который заявил, что B — шпион, и, стало быть, B утверждал бы, что A — рыцарь. Итак, вполне допустимо, чтобы A, B и C действительно высказали бы три указанных утверждения, причем в этом случае судья назвал бы виновным подсудимого B.

Итак, мы установили, что если A заявил, будто C — шпион, то вполне могло бы случиться, что судья признал виновным A, или же могла бы возникнуть ситуация, когда виновным был бы назван B, причем не существует никакой возможности выяснить, какой же из этих случаев имеет место на самом деле. Значит, если бы вы мне сказали, что A заявил, будто C — шпион, то я никак не мог бы решить задачу. Но поскольку вы утверждали, что я все-таки могу найти решение, то, стало быть, вы хотели мне сообщить, что A заявил, будто C — плут. И тогда, как я вам только что убедительно показал, судья мог назвать виновным только подсудимого B. Значит, этот самый B и есть шпион.

— Точность мысли и ясность изложения, — восхитился инспектор. — Мой стиль!

— Но в моем гениальном исполнении, — скромно заметил кот Ангенс.

— Мне кажется, коллега, — сообщил инспектор Кругг, перелистав свой дневник и сверившись с картой (можете заглянуть в начало книги — она где-то там), — что мы как будто везде уже побывали и все осмотрели в нашем королевстве.

— Будь я из племени А, я непременно спросил бы:«Вы полагаете, что наше Кругго-вращение закончено и теперь пора домой?»

— А я бы ответил, как и полагается отвечать на вопросы Ашников: «Да! Конечно! Разумеется! Вне всякого сомнения!»

— Вашими бы устами да мышей есть...

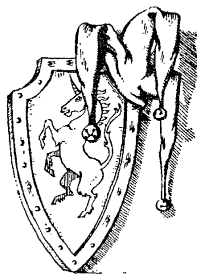
— Что такое?!

— То есть мед пить, — поправился кот. — Только чувствую я, что-то еще будет!

— Это нелогично, — возразил инспектор. — Здесь у нас больше никаких дел не осталось.

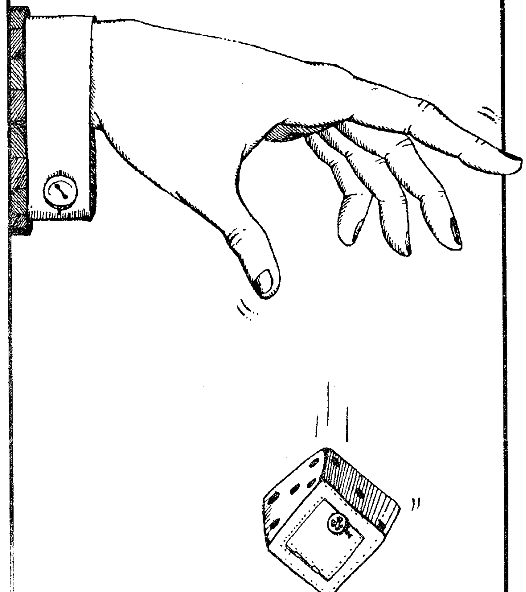
— Здесь-то — да. А вот где-нибудь еще...

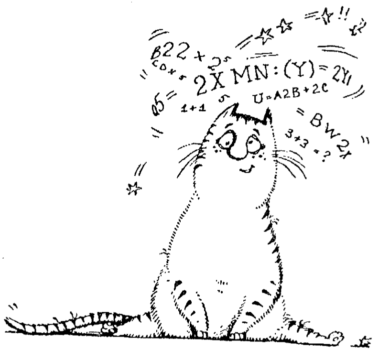
И он оказался прав — это выяснилось буквально через несколько минут.



ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

ТАЙНА СЕЙФА ИЗ МОНТЕ-КАРЛО





СЕЙФ БЕЗ КЛЮЧА

Инспектор Кругг и его помощник кот Ангенс стояли на берегу, а причалу осторожно подходил большой белый корабль, украшенный множеством цветастых флажков.

— Что-то не помню я во флоте Его Бесконечности таких судов, — подозрительно сказал кот.

— Мы давно не были в столице, — возразил инспектор. — Многое могло измениться.

— Ох, что-то не нравятся мне такие перемены!

И Ангенс как в воду глядел... То есть не в том смысле, что он просто смотрел на море, а в том, что он оказался прав: корабль прибыл вовсе не из столицы королевства Аксиома. Капитан отдал инспектору честь и вручил телеграмму

— Коллега! — воскликнул Кругг, прочитав текст. — Наша слава достигла даже самого Монте-Карло!

— А это кто?

— Это — где. Где-то в Европе... по-моему.

— И что же вам пишут эти... монте-карлики?

— Они не пишут, — инспектор взмахнул телеграммой, как флагом, — они взывают о помощи!

— Взвывают?! Тогда вперед! — теперь и кот взмахнул чем-то — кажется, хвостом.

— А вы разве не хотите узнать, в чем дело?

— На месте разберемся. Я трудностей не боюсь. Надеюсь, этот корабль прислан специально за нами? Для простого почтового катера он что-то великоват...

В Монте-Карло коллег встретил Мартынус — один из служащих крупной компании, название которой он почему-то забыл им сказать. Он совершенно не удивился необычному помощнику инспектора и немедленно повез Кругга вместе с котом в один из городских банков.

— У нас ужасное затруднение, — объяснял по дороге Мартынус. — Мы потеряли шифр к самому большому нашему сейфу, а взламывать его слишком накладно.

— Как же это могло случиться? — поинтересовался Кругг.

— Кодовая комбинация была написана на специальной карточке, которую один из служащих банка по неосторожности оставил внутри сейфа, когда закрывал его.

— Ну и ну! — удивился кот. — А что, больше никто не знает этот шифр?

— Ни одна живая душа, — удрученно вздохнул Мартынус. — Но самое ужасное заключается в том, что в случае, если будет использована неправильная комбинация цифр, то замок сейфа может совсем заклинить. Тогда не останется никакого другого выхода, кроме как взорвать сейф, а это совершенно недопустимо! Мало того, что будет выведен из строя дорогостоящий механизм замка, так еще и в самом сейфе храниться много исключительно ценных материалов и некоторые — весьма деликатного свойства.

— Как же вы пользуетесь таким странным замком, который может навсегда испортиться из-за неверного набора шифра? — удивился Кругг.

— Я очень возражал против этого замка, — ответил Мартынус. — Но совет директоров решил по-своему. Они заявили, будто бы механизм замка настолько надежен и защищен от взлома, что это с лихвой компенсирует опасность возможной порчи замка при наборе неправильной комбинации цифр.

— Ничего себе надежность! — хихикнул кот. — Теперь, чтобы достать шифр, надо открыть сейф, а чтобы открыть сейф, надо сначала достать шифр... Вот головоломка-то, а?

— Поэтому мы вас и пригласили! — воскликнул Мартынус. Ведь ваши успехи в разгадывании всяческих головоломок общеизвестны.

— Это да, — важно кивнул кот. Его просто распирало от гордости. — Нам еще ни разу не приходилось отступать.

— Значит, это будет как раз первый такой случай в нашей практике, — проворчал Кругг. — Не вижу здесь ничего такого, за что можно было бы зацепиться. Боюсь, вы пригласили меня напрасно.

— Как это, не за что зацепиться? — изумился Мартынус. — А я разве не сказал... Ну конечно, когда же я мог успеть? Короче, не так давно в нашем банке работал очень интересный, хотя и несколько эксцентричный сотрудник. Он страшно интересовался он и всякими секретными замками с шифрами. Механизм нашего сейфа он мог изучать часами!

— А он случайно не был взломщиком? — поинтересовался кот.

— Он был математиком, хотя и любителем. Он постоянно придумывал всякие головоломки, развлекая ими многих из нас. Но особенно его занимали задачи, связанные с комбинаторикой.

— С кем, вы говорите, он был связан? — сейчас же спросил кот.

— С комбинаторикой. Ну, это всякие сочетания чисел, а может, чисел и букв или вообще чего угодно с чем хотите.

— Так это вроде алгебры! — обрадовался Ангенс.

— Так вот, этот наш служащий утверждал, будто бы замок нашего сейфа — самый необычный и самый хитроумный из всех, с которыми он когда-либо имел дело.

— Значит, с замками он все-таки дело имел... — задумчиво произнес кот, чертя что-то в записной книжке инспектора.

— Он даже написал статейку, где перечислялись некоторые свойства механизма замка. При этом он утверждал, что, зная эти свойства, мы сможем сами легко получить ту самую комбинацию цифр, с помощью которой открывается наш сейф.

— И это называется надежный замок! — фыркнул кот. — Да его же откроет кто угодно!

— Если бы это было так, мы бы сами это и сделали. Но, как видите, пришлось пригласить вас. Он, может быть, и считал свою рукопись просто забавной головоломкой, но задачка эта его оказалась для моих коллег слишком трудной.

— И где же эта статья? — спросил Кругг. — Полагаю, ее не заперли в сейфе вместе с карточкой, на которой записан шифр?

— По счастью, нет, — сказал Мартынус, вытаскивая рукопись из ящика своего письменного стола. — Я решил не прятать ее особенно тщательно, потому что никакой взломщик с ее помощью не откроет сейф.

— А мне, вы думаете, это удастся? — спросил Кругг.

— Конечно! Куда до вас взломщикам — ведь вы так лихо взламываете свои головоломки!

Инспектор Кругг крякнул — то ли от удовольствия, то ли от смущения — и углубился в рукопись.

— Теперь понятно, почему из вас никто не сумел решить эту головоломку. Она и в самом деле необычайно сложна! Не проще ли было бы обратиться прямо к автору задачи? Ведь он-то, конечно, вспомнит шифр или в крайнем случае сумеет восстановить его заново! Его фамилия случайно не Ллойд? А может, Дьюдени? Или Аполлинакс?

— Мы так и не смогли его разыскать, — смущенно признался Мартынус. — Этот человек работал у нас под именем Мартина Фаркуса, но, мне кажется, это было не настоящее его имя...

— Пользуется вымышленными именами, — гнусаво сказал кот себе под нос. — Пес знает кто служит в вашем банке! Плакали ваши денежки.

— Да-а, — задумчиво произнес Кругг. — Тогда, я полагаю, существует только один выход — попытаться разгадать головоломку, даже если на это может потребоваться несколько недель или месяцев.

— Но мы непременно должны открыть сейф к первому июня нынешнего года! — взволнованно перебил его Мартынус. — Дело в том, что в сейфе хранятся важнейшие государственные документы, которые должны быть извлечены утром второго июня. Если до той поры нам не удастся раздобыть шифр, то придется взорвать сейф, несмотря на его стоимость. Правда, сами документы при этом не будут повреждены взрывом, поскольку они находятся в сверхпрочном внутреннем сейфе, расположенном достаточно далеко от входной двери сейфа.

— Далеко от ***входной двери***?! — изумился инспектор. — А окон там случайно нет? И вообще, сколько этажей в вашем сейфе?

— Один, — вздохнул Мартынус. — Пойдемте, я вам покажу... э-э, вход.

И они спустились в глубокий подвал.

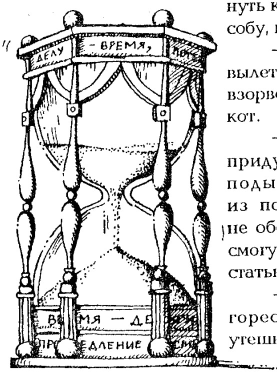
Огромная стальная плита была больше похожа на ворота какого-нибудь ангара или паровозного депо. Повсюду торчали болты, заклепки и какие-то ручки, а на уровне глаз протянулся ряд окошечек с буквами.

— Но зачем же вам ***такой*** сейф? — спросил инспектор, когда справился с первым приступом изумления. — К вам что, деньги привозят вагонами?

— Нет, но мало ли что человек может захотеть положить в банк? Только недавно один чудак-миллионер забрал отсюда свою скульптурную галерею. А еще раньше кто-то хранил у нас свой любимый паровоз.

— Так, может быть, там и сейчас что-нибудь столь же необычное? — кот Ангенс смотрел на «входную дверь» сейфа так, словно пытался просверлить ее взглядом. — И ценное?

— Да бог с ними, с этими ценностями — документы важнее всего! Правда, если все-таки придется прибегнуть к столь радикальному способу, нам это влетит в копеечку!

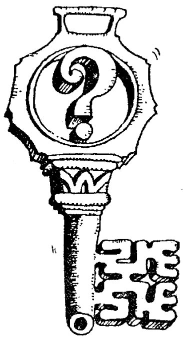


— А уж сколько копеечек вылетит из сейфа, когда вы его взорвете! — сладко зажмурился кот.

— Попробую что-нибудь придумать, — сказал Кругг, подымаясь по лестнице из подвала. — Пока ничего не обещаю, но сделаю все, что смогу. Вы позволите мне взять статью с собой?

— Делайте, что хотите! — горестно махнул рукой безутешный Мартынус.

РУКОПИСЬ МАРТИНА ФАРКУСА



— Ну и что же написал там этот любитель замков, коллега?

Кот и Кругг расположились в просторном номере гостиницы, который предоставил им банк Инспектор сидел в кресле, а кот растянулся на ковре — ему нравилось, как длинный ворс щекочет передние пятки

— Прежде всего во всех шифрах использовались не цифры, а буквы Поэтому шифром, или ***комбинацией***, мы будем называть произвольную последовательность букв, составленную любыми из двадцати шести прописных букв английского алфавита. Такая последовательность может быть любой длины и включать в себя произвольное число букв, повторяющихся любое число раз.

— Комбинаторика! — изрек кот, переворачиваясь, чтобы почесать спину

— Вот именно. Например, комбинация BABXL представляет собой шифр, комбинация XEGGEXY также является шифром. Отдельная буква также может считаться комбинацией — комбинацией единичной длины. При этом одни комбинации букв, или шифры, будут открывать замок, другие могут его полностью заблокировать, а третьи не будут оказывать на механизм замка никакого действия. Комбинации, не оказывающие на замок никакого действия, мы будем называть нейтральными. Далее мы будем использовать строчные буквы x и y для обозначения произвольных комбинаций, причем символ xy будет обозначать собой комбинацию x, за которой следует комбинация y. Так, если x представляет собой комбинацию GAQ, а y — комбинацию DZBF, то xy будет обозначать комбинацию GAQDZBF. ***Обращением*** или ***обратной комбинацией*** мы будем называть ту же комбинацию, но записанную в обратном порядке. Например, обращением комбинации BQFR является комбинация RFQB. ***Повторением*** xx комбинации x назовем комбинацию x, за которой вновь следует она сама; так, например, повторение комбинации BQFR есть BQFRBQFR.

Далее Фаркус — или как там его звали по-настоящему — вводит так называемые ***родственные*** по отношению к другим (или, быть может, по отношению к самим себе) комбинации, однако, к сожалению, нигде не оговаривает, что же скрывается под вводимым им понятием. Тем не менее он перечисляет несколько характерных свойств этого «родства» (что бы там под этим ни понималось), которые, по его мнению, позволяют достаточно искушенному человеку легко открыть замок! Он перечисляет следующие 5 основных свойств (которые, как он отмечает, выполняются для двух любых произвольных комбинаций x и y):

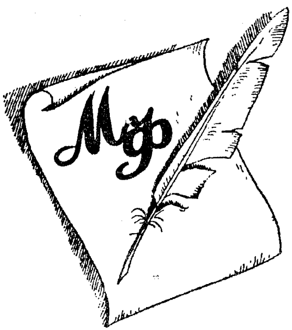
<u>Свойство Q</u>. Для любой комбинации x комбинация QyQ является родственной по отношению к x. (Например, комбинация QCFRQ является родственной комбинации CFR).

<u>Свойство L</u>. Если комбинация x родственна y, то комбинация Lx родственна комбинации Qy. (Например, поскольку комбинация QCFRQ родственна по отношению к CFR, то, значит, комбинация LQCFRQ является родственной по отношению к комбинации QCFR)

Свойство V, или свойство обращения. Если комбинация x родственна по отношению к комбинации y, тогда комбинация Vx родственна обращению комбинации y (обратной комбинации y). (Например, поскольку комбинация QCFRQ родственна по отношению к комбинации CFR, то, следовательно, комбинация VQCFRQ будет родственной по отношению к RFC).

Свойство R, или свойство повторения. Если комбинация x родственна по отношению к комбинации y, то комбинация Rx будет родственна комбинации yy (повторению комбинации y). (Например, поскольку комбинация QCFRQ родственна по отношению к комбинации CFR, то комбинация RQCFRQ будет родственной по отношению к комбинации CFRCFR. Кроме того, как мы видели на примере, приведенном в свойстве V, комбинация VQCFRQ является родственной по отношению к RFC, и, стало быть, комбинация RVQCFRQ будет родственной комбинации RFCRFC).

Свойство Sp. Пусть комбинация x родственна по отношению к комбинации y, тогда, если комбинация x блокирует замок, то комбинация y будет нейтральной; если же комбинация x является нейтральной, то комбинация y блокирует замок. (Например, мы убедились, что комбинация RVQCFRQ является родственной по отношению к комбинации RFCRFC. Следовательно, если комбинация RVQCFRQ будет блокировать замок, то комбинация RFCRFC не будет оказывать на механизм замка никакого действия, а если комбинация LVQCRFQ никакого действия на механизм замка не оказывает, то есть она является нейтральной, тогда комбинация RFCRFC блокирует замок.)



С помощью этих пяти условий действительно можно подобрать комбинацию, которая открывала бы замок. (Кстати, самая короткая такая комбинация состоит из 10 букв, но, конечно, существуют и различные другие комбинации.)

— Все это звучит замечательно мудро, — заметил Ангенс, когда Кругг закончил свое изложение статьи Мартина Фаркуса. — Но сейф-то нам как открыть?

— Если бы я знал! — вздохнул в ответ инспектор.

Кругг несколько дней напролет бился над головоломкой, но никакого успеха так и не добился.

— Оставаться здесь дольше не имеет никакого смысла, — сказал Кругг Мартынусу. — У меня нет ни малейшего представления, сколько времени эта работа может занять. Но мне кажется, еще кое-кто из моих друзей мог бы мне помочь. Один из них живет, кажется, в Лондоне...

— Езжайте, — разрешил Ангенс. — А я тут останусь, сейф покараулю. Вдруг он сам как-нибудь откроется, а рядом никого и нет...

— Видите ли, — замялся Мартынус, — дело настолько деликатное, что не хотелось бы посвящать посторонних лиц...

Тут Мартынус почему-то оглянулся на кота.

— Да я вам за этого человека ручаюсь, как за самого себя! — воскликнул Кругг.

Он взглянул на Ангенса и добавил:

— И за этого тоже. Мы подружились еще студентами в Оксфордском университете. Он всегда был отличным парнем, Правда, он немного чудаковат: постоянно выдумывает всякого рода технические курьезы.

— Я это и сам заметил, — задумчиво кивнул Мартынус. — Только вот не знал, что ваш кот так широко образован. По его виду не скажешь...

— Да я же не про кота с вами толкую! — досадливо махнул рукой Кругг.

— А про кого же? — изумился Мартынус.

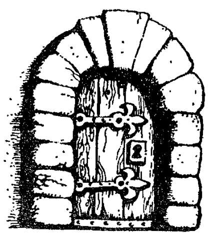
— Про моего приятеля, чудака-математика. Быть может, даже вы его знаете — его зовут Норман Мак-Каллох, хотя мы в Оксфорде звали его Нормальной Калошей.

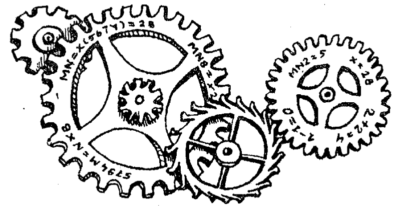
— Так это именно он и посоветовал нам обратиться к вам! — просиял Мартынус. — Сам-то он не согласился приехать.

— Ну, значит, задача сама приедет к нему. Со мной в придачу, — сказал Кругг. — И может быть, вдвоем мы ее и одолеем.

— Дверь сейфа? — спросил бестолковый Мартынус.

— Головоломку, — пояснил мудрый и широко образованный кот Ангенс.





МАШИНА ДЛЯ ЧИСЕЛ

Мак-Каллох почти не изменился, разве что слегка постарел, но оставался таким же энергичным, всклокоченным и ворчливым.

— Звали они меня, звали, — сказал он Круггу. — Думали, что я прямо так вот все и брошу ради их сейфа. А у меня самого тут, может, сейф еще почище, чем в Монте-Карло! Можно сказать, полон ящик сокровищ...

Тут Мак-Каллох повел Кругга в свою мастерскую и с гордостью показал здоровенный железный ящик со всякими окошками, колесиками и ручками:

— Мне удалось сконструировать нечто вроде механического счетно-решающего устройства. Хотя оно, конечно, весьма примитивно, — объяснил приятелю Мак-Каллох. — Правда, никак не могу придумать, к чему бы полезному приспособить мою машину, но зато она обладает всякими занятными свойствами.

— Напоминает мне твоя железяка одну такую дверь...

— Какую дверь? — удивился Мак-Каллох.

— Я тебе потом расскажу. И что же умеет делать твоя две... то есть, кончено, машина? — поинтересовался Кругт.

— Она делает числа.

— Из чего?

— Из чисел, — бодро сказал Мак-Каллох. — Ты вводишь в машину заданное число, а через некоторое время она сама выдает тебе число.

— То же самое число или какое-нибудь другое? — спросил Кругт.

— Это зависит от того, какое число в нее ввести.

— Понятно, — почесал в затылке Кругт. — Числа, значит. Не буквы, а числа

— И то не все, — продолжал Мак-Каллох, — она же примитивная... пока. Те числа, которые ее устраивают, я буду для ясности называть допустимыми числами.

— Звучит логично, — согласился Кругт. — То есть я хотел спросить, какие же числа для машины являются допустимыми, а какие нет? А то вдруг ее, скажем, заклинит от какого-нибудь недопустимого числа... Есть у меня один знакомый сейф, вот он как раз так и поступает. И еще: существует ли определенное правило относительно того, какое число выдает машина, если только ты решил, какое именно допустимое число в нее ввести?

— Дело тут не совсем так, — с улыбкой заметил Мак-Каллох. — Решить ввести число еще недостаточно, надо действительно его ввести.

— Это понятно, — поправился Кругт. — Я лишь хотел спросить, известно ли заранее, какое число выдаст твоя машина, если в нее уже введено исходное число?

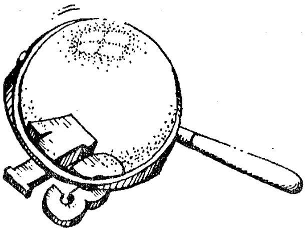
— Ну, конечно, — ответил Мак-Каллох. — Моя машина — это ведь не устройство для получения случайных чисел! Она действует по строго определенным законам.

— Закон? Это как раз по моей части!

— Прежде всего под числом я понимаю произвольное целое положительное число; ведь моя нынешняя машина не умеет оперировать с отрицательными величинами и с дробями. Заданное число N при этом записывается обычным способом в виде некоторой последовательности цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Вмести с тем моя машина может манипулировать только с числами, в которых нет нуля, например с числами вида 23 или 5492, но никак не с числами вида 502 или 3250607. Кроме того, если нам даны два числа N и M, то под NM мы понимаем вовсе не N, умноженное на M. Символом NM обозначается число, полученное следующим образом: вначале записываются цифры числа N, причем в том же порядке, в каком они следуют в N, а потом к ним последовательно приписываются цифры числа M. Так, например, если N равно 23, а M равно 728, то символом NM мы будем обозначать число 23728. Или же если N = 4, а M = 39, то под NM мы будем понимать число 439. Можно сказать, что это операция «приписки».

— Смахивает на мошенничество, — оживился Кругт, снова входя в роль инспектора. — То есть я хотел сказать, что твоя операция с числами — совершенно необычная!

— Ты прав, — согласился Мак-Каллох. — Но именно эту операцию машина понимает лучше всего. А теперь я объясню тебе некоторые правила ее работы. Кстати, мы говорим, что число X порождает число Y, имея в виду, что X является допустимым числом и что если число X вводится в машину, то Y — это такое число, которое после этого выдает машина. Так вот, первое правило таково:



Правило1. Для любого числа X число 2X (то есть 2, за которым следует X, а не 2, умноженное на X!) является допустимым числом, причем число 2X порождает число X.

Например, число 253 порождает число 53, 27482 порождает 7482, 23985 порождает 3985 и т. д. Иными словами, если я ввожу в машину число 2X, то она отбрасывает двойку в начале и выдает нам то, что остается, а именно — число X.

— Ну, это совсем просто, — заметил Кругг. — А каковы остальные правила?

— Машина использует только два правила, — продолжал Мак-Каллох. — Но сначала я хотел бы разъяснить еще кое-что. Так, для любого числа X исключительно важную роль играет число X2X; это число я называю ассоциатом числа X. Например, ассоциатом числа 7 является 727, а ассоциатом числа 594 будет 5942594.

Кругг навострил уши.

— Ассоциат? Ассоциация — то есть что-то похожее... Действительно, твоя машина кажется мне все больше похожей на замок того сейфа.

— Ну разумеется! Иначе бы они ко мне не обратились. А теперь другое правило:

Правило 2. Для любых чисел X и Y справедливо следующее утверждение: если число X порождает число Y, то число 3X порождает ассоциат числа Y.

Например, согласно правилу 1, число 27 порождает 7; следовательно, число 327 порождает ассоциат числа 7, то есть число 727. Точно так же 2586 порождает 586; поэтому 32586 порождает ассоциат числа 586, то есть 5862586.

В этот момент Мак-Каллох ввел в машину число 32586. После неимоверного скрежета и лязга машина в конце концов действительно выдала число 5862586.

— Вообще-то ее нужно чуточку смазать, — заметил Мак-Каллох. — А пока давай рассмотрим еще пару примеров, чтобы выяснить, насколько ты усвоил оба моих правила. Допустим, я ввожу в машину число 3327. Что она нам выдаст? Мы уже знаем, что число 327 порождает число 727, а число 3327 порождает ассоциат числа 727, то есть число 7272727. Какое же число порождается числом 33327? Так вот, если 3327 порождает 7272727 (как мы только что убедились), то 33327 должно порождать ассоциат числа 72727272, то есть 727272727272727. Еще один пример: 259 порождает 59, 3259 порождает 59259, 33259 порождает 59259259259, и, наконец, 33359 порождает 5925925925925925925259259.

— Это понятно, — согласился Кругг. — Но пока единственные числа, которыми ты пользовался до сих пор и которые, по всей видимости, действительно что-то «порождают», — это числа, начинающиеся с цифры 2 или 3. А как быть с числами, которые начинаются, скажем, с четверки?

— Видишь ли, моя машина действительно воспринимает только числа, начинающиеся с цифры 2 или 3, но даже среди них не все числа оказываются допустимыми. Когда-нибудь, я построю машину побольше, чтобы она могла воспринимать большее количество чисел.

— А какие числа, начинающиеся с цифры 2 или 3, оказываются неприемлемыми для твоей машины? — спросил Кругг.

— Ну, например, не является допустимым число 2, поскольку оно не попадает под действие ни правила 1, ни правила 2; однако любое многоразрядное число, начинающееся с цифры 2, является допустимым. Не будет, например, допустимым число, состоящее из одних только троек. Кроме того, не являются допустимыми числа вида 32, 332 или числа, задаваемые в виде произвольной цепочки троек, за которыми следует цифра 2. В то же время для любого числа X допустимыми будут числа 2X, 32X, 332X и т. д. Короче говоря, допустимыми числами являются только числа вида 2X, 32X, 332X, 3332X, а также любая цепочка троек, за которыми следуют цифры 2X. Далее, поскольку число 2X порождает X, а число 332X в свою очередь порождает ассоциат числа X — число, которое логично называть ***двойным ассоциатом*** числа X, а соответственно число 3332X будет давать нам ассоциат ассоциата числа X — это число будем называть ***тройным ассоциатом*** числа X — и т. д.

— Вот теперь я понял все до конца, — удовлетворенно заметил Кругг. — Правда, мне бы хотелось еще узнать, о каких это забавных свойствах твоей машины ты упоминал?

1

— Начнем с самого простого примера, — сказал Мак-Каллох. — Пусть имеется число N, которое порождает само себя; значит, когда ты вводишь его в машину, оно выдает тебе то же самое число N. Не мог бы ты найти такое число?

2

— Прекрасно, — одобрил Мак-Каллох, когда Кругг показал ему свое решение. — А теперь, еще об одной интересной особенности этой машины. Пусть имеется число N, которое порождает ассоциат самого себя; другими словами, если ты вводишь в машину число N, то она выдает тебе число N2N. Не можешь ли ты отыскать это число?

Это задача показалась Круггу несколько труднее предыдущей, но в конце концов он справился и с ней. А как — это он по старой привычке записал сначала в свой дневник, а потом занес и в «Решения» в конце этой главы.

3

— Превосходно, — сказал Мак-Каллох, взглянув на решение Кругга. — Единственное, что хотелось бы мне знать, — это каким путем ты шел, чтобы найти исходное число N: так сказать, методом «тыка» или же ты действовал по заранее намеченному плану? И кроме того, является ли найденное тобой N единственно возможным числом, порождающим ассоциат самого себя, или же существуют и другие такие же числа?

Тогда Кругг рассказал о своем методе отыскания числа N в последней задаче, а также ответил на вопрос Мак-Каллоха о том, существуют ли другие возможные решения этой задачи. Ход суждений Кругга, как всегда, изложен в «Решениях». Загляните в решения и убедитесь, что вы вместе с инспектором находитесь на верном пути (или — что были на неверном.)

4

— Кстати, по поводу моего последнего вопроса, — сказал Мак-Каллох. — Как ты решил первую задачу? Существуют ли еще какие-нибудь числа, которые порождают сами себя?

5

— Далее, — продолжал Мак-Каллох, — имеется число N, которое порождает число 7N (то есть за семеркой следует N). Мог бы ты его найти?

6

— Рассмотрим еще один вопрос, — сказал Мак-Каллох. — Существует ли такое число N, чтобы число 3N порождало ассоциат самого числа N?

7

— А существует ли такое N, — спросил Мак-Каллох, — которое порождает ассоциат числа 3N?

8

— Пожалуй, самая интересная особенность моей машины состоит в том, — сказал Мак-Каллох, — что для любого числа A существует некое число Y, которое порождает AY. Как доказать это утверждение, и как по заданному числу A найти такое число Y?

Примечание. *Этот принцип, и в самом деле очень простой, на практике оказывается еще более важным,* *чем предполагал в тот момент Мак-Каллох! В этой книге мы столкнемся с ним еще не раз, и поэтому в дальнейшем будем называть его* ***законом Мак-Каллоха****.*

9 — Далее, — продолжал Мак-Каллох, — всегда ли для заданного числа A существует некое число Y, которое порождает ассоциат числа AY? И существует ли, например, число, которое порождает ассоциат числа 56Y, а если это так, то что это за число?

10 — Еще один интересный факт, — сказал Мак-Каллох, — заключается в том, что существует некоторое число N, которое порождает двойной ассоциат самого себя. Можешь ли ты найти это число?

11 — Кроме того, — сказал Мак-Каллох, — для любого заданного числа A существует число X, которое порождает двойной ассоциат числа AX. Не мог бы ты сообразить, как найти такое число X, если число A нам задано? К примеру, как найти число X, которое порождает двойной ассоциат числа 78X?

— А вот это тебе на дом, — сказал Мак-Каллох, когда Кругг уже собрался уходить, и наделил его такими задачами:

12 Найти число N, такое, чтобы число 3N порождало число 3N.

13 Найти число N, такое, чтобы число 3N порождало число 2N.

14 Найти число N, такое, чтобы число 3N порождало число 32N.

15 Существует ли такое число N, для которого числа NNN2 и 3N2 порождали бы одно и то же число?

16 Существует ли такое число N, ассоциат которого порождал бы число NN? Существует ли несколько таких чисел N?

17 Существует ли такое число N, для которого число NN порождало бы ассоциат этого N?

18 Найти число N, такое, чтобы ассоциат числа N порождал двойной ассоциат N.

19 Найти число N, которое порождает число N23.

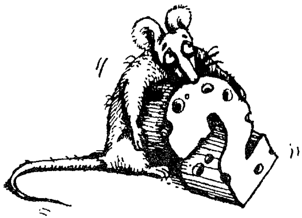
20 — Меня тревожит один отрицательный результат, — сказал Мак-Каллох Кругту. — Я уже довольно долго пытаюсь найти такое число N, которое порождает N2, однако до сих пор все мои попытки не увенчались успехом. Интересно бы узнать, такое число на самом деле не существует или же у меня просто не хватает сообразительности, чтобы его отыскать? Может быть, тебе на свежую голову удастся найти ответ.

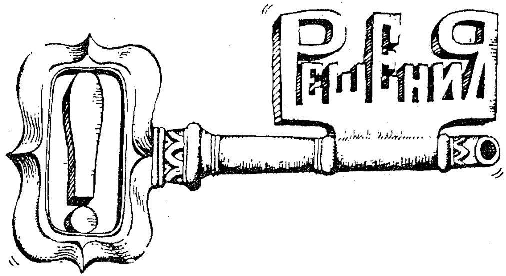
Это задача сразу завладела вниманием Круггa. Он тут же вытащил записную книжку и карандаш и погрузился в размышления. Спустя некоторое время он сказал:

— Не трать понапрасну силы: такое число просто не может существовать.

— И как же ты догадался об этом? — спросил заинтригованный Мак-Каллох.

— А загляни в «Решения», — по привычке откликнулся Кругг, — там все сказано.





Из Лондонского дневника инспектора Круггa

Предупреждение: *Инспектор Кругг, хотя и был человеком незаурядным и мудрым, а в прошлом — даже царедворцем, обычно держался настолько скромно, что даже в этом личном дневнике описывал происходившие с ним события в третьем лице. Это означает, что он редко писал «я решил», «мне пришло в голову» или «найденный мною ответ». Вместо этого в дневнике инспектора то и дело встречаются выражения вроде «Кругг обнаружил», «инспектор сумел найти» или вообще «было установлено» — как будто факты и решения имели привычку устанавливаться сами по себе для всеобщего обозрения.*

1. Таким числом является, например, число 323. В самом деле, поскольку число 23 порождает число 3 (согласно правилу 1), то, согласно правилу 2, число 323 должно порождать ассоциат числа 3, а это и есть 323 — как раз то же самое число!

Существуют ли другие такие числа? На этот вопрос Кругг ответил Мак-Каллоху, когда рассказывал о решении задачи 4.

2. Числом, которое нашел Кругг, было 33233. Действительно, любое число вида 332X порождает двойной ассоциат X; так, число 33233 порождает двойной ассоциат числа 33 — то есть ассоциат ассоциата числа 33. Далее, ассоциат числа 33 есть исходное число 33233, и, следовательно, двойной ассоциат числа 33 есть ассоциат числа 33233. Итак, число 33233 порождает ассоциат числа 33233, или свой собственный ассоциат.

Как же было найдено это число, и является ли полученное решение единственным? Кругг дает ответы на эти вопросы при решении следующей задачи.

3. Кругг не только отыскал решение задачи 2, но и сумел ответить на вопрос, существуют ли какие-нибудь другие решения этой задачи. Вот что он сказал Мак-Каллоху о ходе своих рассуждений:

«Моя задача заключалась в том, чтобы найти число N, которое порождает число N2N. Ясно, что это число должно иметь вид «X, 32X, 332X, 3332X и т. д., причем мне нужно было отыскать X. Подошло бы в данном случае число вида 2X? Совершенно очевидно, что нет, поскольку число 2X порождает число X, которое, понятно, является более коротким (содержит меньше цифр), чем ассоциат числа 2X. Поэтому ни одно число вида 2X никак не могло оказаться подходящим.

Что можно сказать по поводу числа вида 32X? Оно также порождает ассоциат числа X, который, очевидно, содержит меньшее число цифр, нежели ассоциат числа 32X.

Теперь попробуем число вида 332X. Это число порождает двойной ассоциат числа X, который имеет вид X2X2X2X, тогда как нам необходимо получить ассоциат числа 332X, которое записывается в форме 332X2332X. Далее, может ли число X2X2X2X оказаться тем же самым числом, что и 332X2332X? Прежде всего нужно сравнить относительную длину этих чисел. Так, если h — количество цифр в числе X, то число X2X2X2X должно иметь $4h+3$ цифр (поскольку в нем четыре X и три двойки); в тоже время число 332X2332X имеет $2h+7$ цифр. Может ли $4h+3$ равняться $2h+7$? Да, но только в том случае, когда $h=2$. Итак, что касается длины, то число вида 332X вполне может оказаться для нас подходящим, но лишь при условии, если количество цифр в X равняется двум.

Существуют ли еще какие-нибудь возможности? Посмотрим, например, что можно сказать по поводу числа вида 332X. Такое число порождает тройной ассоциат числа X, то есть число вида X2X2X2X2X2X2X2X, тогда как нам необходимо получить ассоциат числа 3332X, который записывается как 3332X23332X. Могут ли эти числа оказаться одинаковыми? Вновь обозначая через h длину числа X, находим, что число X2X2X2X2X2X2X2X имеет $8h+7$ цифр; в то же время число 3332X23332X имеет

$2h+9$ цифр. Равенство $8h+7=2h+9$ может выполняться, только если $h=1/3$, и, следовательно, в данном случае целочисленного значения не существует. Итак, числа вида 3332X нам также не подходят.

Наконец, что можно сказать относительно числа вида 33332X? С одной стороны, это число порождает четверной ассоциат числа X, который имеет длину $16h+15$; с другой стороны, сам ассоциат числа X имеет длину $2h+11$. Ясно, что для любого целого положительного h выражение $16h+15$ больше, чем $2h+11$, и, значит, число вида 33332X порождает нечто слишком для нас большое.

Если мы теперь возьмем число, начинающееся не с 4, а с 5 троек, то несоответствие между длиной числа, которое оно вроде бы должно было порождать, и длиной числа, которое оно порождает на самом деле, окажется еще больше, а если мы возьмем число, начинающееся с 6 или более троек, то это несоответствие станет просто огромным. Таким образом, нам остается снова вернуться к числу 332X как к единственно возможному решению задачи, причем X в этом случае должен быть числом, состоящим из 2 цифр. Итак, некое искомое число N должно иметь вид 332ab, где a и b — одиночные цифры, подлежащие определению.

Ясно, что число 332ab порождает двойной ассоциат числа ab, или число ab2ab2ab2ab. При этом необходимо, чтобы число 332ab порождало ассоциат числа 332ab, который записывается как 332ab2332ab. Могут ли эти два числа оказаться одинаковыми? Для ответа на этот вопрос попробуем сравнить их на соответствие цифр:

ab2ab2ab2ab
332ab2332ab.

Сравнивая первые цифры каждого числа, мы видим, что a обязательно должно быть тройкой. Сравнение вторых цифр дает нам, что b также должно оказаться тройкой. Итак, число $N=33233$ является решением нашей задачи и притом единственным».

4. — По правде говоря, — признался Кругг, — первую задачу я решал почти интуитивно; чтобы найти число 323, я не пользовался никаким специальным методом. К тому же я пока не успел обдумать вопрос, существует ли какое-либо иное число, которое порождало бы само себя.

— Однако, как мне кажется, ответы на эти вопросы не потребуют слишком много усилий, — продолжал инспектор. — В самом деле, попробуем, к примеру, выяснить, не могло бы нам подойти какое-нибудь число вида 332X. Такое число должно было бы порождать двойной ассоциат числа X, который представляет собой число вида X2X2X2X и имеет длину $4h+3$, где x — длина числа X. С другой стороны, нам необходимо взять такое число, чтобы оно порождало число 332X, которое в свою очередь имеет длину $h+3$? Вполне очевидно, что при любых положительных h величина $4h+3$ всегда больше, чем $h+3$, и поэтому число 332X будет порождать число, в котором окажется слишком много цифр. То же самое можно сказать по поводу числа вида 3332X, а также чисел, начинающихся с четырех и более троек, для них соответствующие расхождения по длине окажутся еще большими. Значит, единственной возможностью для нас остается число вида 32X (очевидно, что число вида 2X нам также не годится, поскольку оно не может порождать само себя — ведь оно порождает число X). Далее, число 32X порождает число X2X, и, кроме того, требуется, чтобы оно порождало само себя, то есть опять 32X. Поэтому числа 32X и X2X должны совпадать. Обозначим через h длину числа X, тогда число 32X имеет длину $h+2$, а число X2X — длину $2h+1$. При этом должно выполняться условие $2h+1=h+2$, откуда сразу следует, что h равно 1. Стало быть, число X состоит из одной-единственной цифры. Наконец, для какой цифры a имеет место условие $a2a=32a$? Ясно, что a в этом случае должно быть тройкой. Итак, число 323 является единственным решением данной задачи.

5. Возьмем в качестве N число 3273. Это число порождает ассоциат числа 73, то есть число 73273, которое в свою очередь можно представить как 7N. Итак, число 73273 есть решение нашей задачи. Кроме того, это решение — единственное, что легко можно показать с помощью сравнительного анализа соответствующих длин, подробно обсуждающегося в последних двух задачах.

6. Раз уж число 323 порождает само себя, то число 3323 должно порождать ассоциат числа 323. И если положить N = 323, тогда число 3N действительно порождает ассоциат числа N. Это решение — единственное.

7. Решением будет число 332333. Проверка: положим N равным этому числу. Тогда оно порождает двойной ассоциат числа 333, который в свою очередь является ассоциатом числа 3332333 — или иными словами, ассоциат числа 3N.

8. Очевидно, что эта задача представляет собой прямое обобщение задачи 5. Там мы видели, что при N = 3273 число N порождает число 7N. Цифра 7 не играет в данном случае никакой особой роли. Действительно, для любого числа A справедливо условие: если мы положим Y = 32A3, то число Y будет порождать число AY (поскольку оно порождает ассоциат числа A3, который записывается как A32A3 и который в свою очередь представляет собой число AY). Итак, например, если мы хотим найти число Y, которое порождало бы число 837Y, то мы должны выбрать Y равным 328373.

9. Ответом на поставленный вопрос будет «да». Возьмем в качестве Y число 332A33. Это число порождает двойной ассоциат числа A33, который в свою очередь является ассоциатом числа A332A33. Но число A332A33 и есть AY; следовательно, число Y порождает ассоциат числа AY.

Для частного примера, предложенного Мак-Каллохом (найти число Y, которое порождало бы ассоциат числа 56Y), решением будет число Y = 3325633.

10. Решением является число 3332333. Оно порождает тройной ассоциат числа 333, который является двойным ассоциатом ассоциата числа 333. При этом ассоциат числа 333 есть число 3332333, и, стало быть, число 3332333 порождает двойной ассоциат числа 3332333.

Заметим общую систему: число 323 порождает само себя, число 33233 порождает свой ассоциат, число 3332333 порождает двойной ассоциат самого себя. Далее, число 333323333 порождает свой тройной ассоциат, число 33333233333 порождает четверной ассоциат самого себя и т. д. Во всем этом легко убедиться самостоятельно.

11. Решением является X = 3332333. Это число порождает тройной ассоциат числа A333, который является двойным ассоциатом ассоциата числа A333. При этом ассоциатом числа A333 оказывается число A3332A333, которое в свою очередь и есть AX. Итак, число X порождает двойной ассоциат числа AX.

В частном случае, когда A = 78, решением будет число 333278333.

12. Очевидно, что ответом будет N = 23. Ведь мы уже знаем, что число 323 порождает само себя, поэтому положив N = 23, мы действительно имеем, что число 3N порождает число 3N.

13. Ответ прост: N = 22.

14. И этот ответ несложен: N = 232.

15. Конечно, N = 2.

16. В этом случае вполне подойдет любая цепочка двоек.

17. Да; например, N = 32.

18. Положить N = 33.

19. Положить N = 32323.

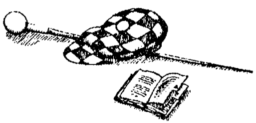
20. Как читатель легко может удостовериться сам, любое число, начинающееся с двух или более троек, будет порождать число большей длины, нежели число N2. (Например, если N — число вида 332X и h — длина числа X, то само число N будет порождать двойной ассоциат числа X, который имеет длину 4h + 3, в то время как само

число N2 имеет длину h+4.) Точно так же нам никак не подойдет ни одно число N вида 2X, поскольку если и существует некое число N, которое порождает число N2, то оно обязательно должно быть вида 32X. Далее, число 32X порождает число X2X, тогда как нам требуется получить число 32X2. Если 2X2 представляет собой то же самое число, что и 32X2, то, обозначая, как обычно, через h длину числа X, мы должны прийти к условию 2h+1=h+3, откуда следует, что h=2. Итак, единственным числом, которое могло бы устроить (если, конечно, таковые существуют), должно быть число вида 32ab, где a и b — одиночные цифры, подлежащие определению ниже. Далее, число 32ab порождает число ab2ab, тогда как нам нужно получить число 32ab2. Итак, могут ли числа ab2ab и 32ab2 оказаться одним и тем же числом? Попробуем сравнить их цифра за цифрой:

ab2ab

32ab2.

Сравнивая первые цифры, мы получаем, что a=3; из сравнения же третьих цифр имеем, что a=2. Полученное противоречие доказывает, что наша задача неразрешима. Итак, не существует такого числа N, которое порождало бы число N2!



ПРИНЦИПИАЛЬНЫЙ ИНСПЕКТОР

Спустя две недели Кругг снова навестил Мак-Каллоха и увидел, что колес и беспорядка в машине прибавилось.

— Слыхал, что ты построил новый вариант своей машины, — сказал Кругг. — Наши общие друзья рассказали мне, будто твоя новая машина способна проделывать какие-то удивительные вещи. Это правда?

— Совершенно верно, — ответил Мак-Каллох не без гордости. — Моя новая машина, как и раньше, работает в соответствии с правилами 1 и 2, и, кроме того, в нее введены два новых правила.

После отличного чая с восхитительными сдобными булочками Мак-Каллох приступил к делу:

— Под ***обращением*** некоторого числа я понимаю число, цифры которого записаны в обратном порядке; например, обращение числа 5934 есть число 4395. Вот первое из моих новых правил: ***Правило 3...***

— Почему это «правило 3»? — немедленно спросил Кругг. — Ты же сказал — первое.

— Конечно, оно первое — из новых. Ведь уже были «старые» правила 1 и 2. Так вот:

Правило 3. Для любых чисел X и Y справедливо следующее: если число X порождает число Y, то число 4X порождает обращение числа Y.

— Позволь мне проиллюстрировать это правило таким примером, — продолжал Мак-Каллох. — Выбери какое-нибудь произвольное число Y.

— Согласен, — сказал Кругг. — Допустим, я выбрал число 7695.

— Прекрасно. А теперь возьмем число X, которое порождает число 7695, а именно число 27695; потом введем в машину число 427695 и посмотрим, что получится.

Мак-Каллох ввел в машину число 427695, а та выдала, как и было обещано, 5967 — обращение 7695.

— Прежде, чем познакомить тебя со следующим правилом, — сказал Мак-Каллох, — я хочу продемонстрировать еще несколько операций, которые моя машина может проделывать с помощью правила 3, конечно, в совокупности с правилами 1 и 2.

1

— Ты, конечно, помнишь, — сказал Мак-Каллох, — что число 323 порождает само себя. Так вот, для моей старой машины, в которую еще не было заложено правило 3, а использовались лишь правила 1 и 2, — число 323 было единственным числом, которое могло порождать самое себя. Для моей теперешней машины ситуация оказывается несколько иной. Можешь ли ты найти какое-нибудь другое число, которое порождало бы самое себя? Кроме того, сколько существует таких чисел?

Решение этой задачи не отняло у Кругга много времени, и он тут же занес его в раздел «Решения».

2

— Это было превосходно, — одобрительно сказал Мак-Каллох, внимательно выслушав пояснения Кругга. — Тогда позволь задать тебе другую задачу. Я называю число ***симметричным***, если оно читается одинаково в ту и другую сторону, то есть, если оно равно своему обращению. Так, например, числа вида 58385 или 7447 — симметричны. Числа, не являющиеся симметричными, я называю ***несимметричными*** — например, такие, как 46733 или 3251. Очевидно, что существует число, которое порождает обращение самого себя — это число 323; действительно, оно порождает само себя и к тому же симметрично. Для моей первой машины, в которую не было заложено правило 3, не существовало такого несимметричного числа, которое порождало бы свое собственное обращение. Однако в случае использования правила 3 такое число все-таки существует — и на самом деле не одно. Можешь ли ты найти такое число?

И Кругг смог.

3

— Кроме того, — сказал Мак-Каллох, — существуют числа, которые порождают ассоциаты своих собственных обращений. Можешь ли ты найти такое число?

И Кругг нашел.

— А теперь, — продолжал Мак-Каллох, — сформулируем еще одно новое правило.

Правило 4. Если число X порождает число Y, то число 5X порождает число YY.

При этом напомню, что число YY называется ***повторением*** числа Y.

Затем Мак-Каллох предложил Круггу рассмотреть две новые задачи.

4 Найти число, которое порождает повторение самого себя.

5 Найти число, которое порождает обращение повторения самого себя.

— Вот странно-то! — удивился Мак-Каллох, когда Кругг показал ему свое решение задачи 5. — А у меня получился совершенно другой ответ.

— Не совсем другой, — поправил Кругг. — Видишь, в нем тоже семь цифр.

6 Действительно, существуют два семизначных числа, каждое из которых порождает обращение своего собственного повторения. Можете ли вы найти второе из этих чисел? Кругг, например, сумел.

7 — Для любого X, — сказал Мак-Каллох, — число 52X, понятно, порождает повторение числа X. Не мог бы ты найти такое X, для которого число 5X порождало бы повторение самого X?

Кругг некоторое время напряженно размышлял, а потом внезапно рассмеялся:, слегка напугав Мак-Каллоха:

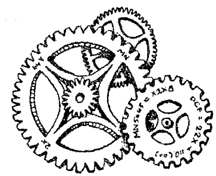
— Надо же, настолько очевидным оказалось это решение!

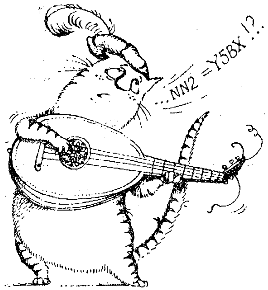
8 — А теперь, сказал Мак-Каллох, — пусть имеется число, которое порождает повторение ассоциата самого себя. Не мог бы ты найти это число?

— Раньше, конечно, не смог бы, зато теперь — пожалуйста, — ответил инспектор.

9 9. — Тогда уж, — продолжал Мак-Каллох, — найди еще и такое число, которое порождает ассоциат своего собственного повторения. Можешь?

— Могу, — ответил Кругг. — То есть уже смог. И записал в «Решения».





ОПЕРАЦИОННЫЕ ЧИСЛА

— А знаешь, — вдруг сказал Кругг, — я только сейчас сообразил, что все эти задачи могут быть решены, если исходить из некоторого общего принципа. Стоит лишь его понять, как оказывается возможным решать не только те задачи, которые ты мне задавал, но и массу других!

— Например, — продолжал Кругг, — должно существовать число, которое порождает повторение обращения своего собственного ассоциата, или, к примеру, число которое порождает ассоциат повторения своего собственного обращения, или еще число, которое...

— Поразительно, — прервал его Мак-Каллох. — Я пробовал было отыскать несколько таких чисел, но у меня ничего не вышло. Что же это за числа?

— Ты научишься находить их мгновенно, как только узнаешь, что это за принцип!

— Да что же это за принцип такой? — взмолился Мак-Каллох.

— Принцип Кругга, — гордо заявил Кругг, которому доставляло немалое удовольствие разыгрывать Мак-Каллоха. — А еще я могу найти число X, которое порождает повторение обращения двойного ассоциата X, или число Y, порождающее обращение двойного ассоциата числа YYYY, или число Z, которое...

— Хватит-хватит! — воскликнул Мак-Каллох. — Почему ты все-таки не хочешь мне сказать, в чем заключается твой принцип, а уж потом перейти к приложениям?

— Ну ладно, — милостиво согласился Кругг.

Тут инспектор взял лежавший на столе блокнот, вынул ручку и усадил Мак-Каллоха рядом с собой, чтобы друг мог видеть, что он пишет.

— Прежде всего, — начал Кругг, — я полагаю, что ты знаком с понятием операции над числами, как, например, операция прибавления единицы к данному числу, или операция умножения числа на 3, или операция возведения данного числа в квадрат, или, что имеет более близкое отношение к твоей машине, операция взятия ***обращения*** заданного числа или операции получения ***повторения*** и ***ассоциата*** некоторого числа, или же, наконец, более сложные операции, как, например, операция построения обращения повторения ассоциата некоторого числа. При этом буквой F будет обозначаться некоторая произвольная операция, а запись F(X), где X — заданное число (мы будем читать это выражение как «эф от икс»), будет означать результат выполнения операции F над числом X. Все это, как ты прекрасно понимаешь, — вполне обычные математические обозначения. Итак, к примеру, если F есть операция обращения, то число F(X) есть обращение числа X; если же F будет обозначать операцию повторения, то выражение F(X) будет повторением числа X и так далее.

Пусть теперь имеются два определенные числа — а фактически любые числа, составленные из цифр 3, 4 или 5, — я их буду называть ***операционными числами***, поскольку они определяют операции, которые может выполнять твоя машина. Пусть M — некоторое число, состоящее из цифр 3, 4 или 5, и пусть F — произвольная операция. Я буду говорить, что число M ***определяет*** операцию F, имея в виду, что для любых двух чисел X и Y, в случае если X порождает Y, число M(X) порождает число F(Y). Например, если число X порождает число Y, то число 4X порождает обращение числа Y (согласно правилу 3), и поэтому я буду говорить, что число 4 ***определяет*** или ***обозначает*** операцию обращения данного числа. Аналогичным образом в соответствии с правилом 4 число 5 определяет операцию повторения, а число 3 — операцию ***ассоциации***, то есть операцию получения ассоциата данного числа. Далее, предположим, что F представляет собой операцию, которая, если ее выполнить над числом X, дает нам ассоциат повторения X. Другими словами, F(X) есть ассоциат повторения числа X. Существует ли число M, которое описывает эту операцию, и если да, то что это за число?

— Очевидно, 35, — ответил Мак-Каллох, — потому что если число X порождает число Y, то число 5X порождает повторение числа Y; значит, число 35X порождает ассоциат повторения Y. Таким образом, число 35 обозначает операцию получения ассоциата повторения некоторого заданного числа X.

— Верно, — подтвердил Кругг. — А теперь, когда мы определили, каким образом число M представляет собой ту или иную операцию, мы будем называть эту операцию ***операцией*** M. Так, например, операция 4 будет операцией обращения, операция 5 представляет собой операцию повторения, операция 35 является операцией получения ассоциата повторения и так далее.

— Но возникает вопрос, — продолжал он. — Возможно ли, чтобы два различных числа описывали одну и ту же операцию? Иначе, могут ли существовать операционные числа M и N, такие, что при M, не равном N, операция M оказывается тождественной операции N?

Мак-Каллох на мгновение задумался.

— Ну, конечно, — сказал он. — Ведь, например, числа 45 и 54 различны, однако они определяют собой одну и ту же операцию, поскольку обращение повторения некоторого числа есть то же самое, что и повторение его обращения.

— Правильно, — согласился Кругг, — хотя, по правде говоря, я имел в виду совсем другой пример. Прежде всего, какую операцию описывает число 44?

— Ну, это ясно, — ответил Мак-Каллох. — Операция 44, если ею подействовать на заданное число X, дает нам обращение обращения этого числа, то есть само число X. Правда, я не знаю, как назвать такую операцию, которая при воздействии на число X дает нам само это число.

— В математике такая операция называется обычно ***операцией тождества***, — продолжал объяснения Кругг, — и поэтому число 44 будет определять собой именно операцию тождества. Но ту же самую операцию будет определять и число 4444 или, например, любое другое число, составленное из четного количества четверок. Таким образом, существует бесконечно много чисел, описывающих подобную операцию. А вообще говоря, если задано некоторое операционное число M и если оно следует за четным количеством четверок или предшествует ему (или же имеет место и то и другое одновременно), то это число M описывает ту же самую операцию, что и само отдельно взятое M.

— Понятно, — кивнул Мак-Каллох.

— А теперь, — пояснил далее Кругг, — если нам задано операционное число M и произвольное число X, то, чтобы обозначить результат воздействия операции M на число X, я буду просто писать M(X). Например, число 3(X) будет представлять собой ассоциат X, 4(X) будет обращением числа X, 5(X) окажется повторением числа X, а число 435(X) будет представлять собой обращение ассоциата повторения числа X. Понятны тебе эти обозначения?

— Вполне, — ответил Мак-Каллох

— Надеюсь, теперь ты не будешь путать запись M(X) с записью MX. Ведь первая из них обозначает результат воздействия операции M на число X, в то время как вторая утверждает лишь то, что за числом M *следует* число X, — а это совсем разные вещи! Например, запись 3(5) обозначает вовсе не 35, а 525.

— Это мне тоже понятно, — сказал Мак-Каллох. — Однако не может ли случиться так — хотя бы в силу чистой случайности, — чтобы число M(X) совпало с MX?

— Интересный вопрос, — ответил Кругг.

— Возьми в придачу к нему еще и вот эти, — сказал Мак-Каллох, отдавая Круггу листок с такими задачами

10 Ответом на последний (математический) вопрос Мак-Каллоха будет «да»: действительно, существуют операционное число M и некоторое число X, такие, что M(X) = MX. Не могли бы вы найти их?

11 Существует ли операционное число M, для которого M(M) = M?

12 Найти операционное число M и заданное число X, для которых M(X) = XXX.

13 Найти такие операционное число M и число X, для которых M(X) = M + 2.

14 Найти M и X, для которых число M(X) было бы повторением числа MX.

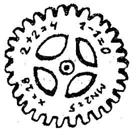
15 Найти операционные числа M и N, для которых M(N) оказалось бы повторением N(M).

16 Найти два различных операционных числа M и N, для которых M(N) = N(M).

17 Не могли бы вы отыскать два таких операционных числа M и N, для которых M(N) = N(M) + 39?

18 Что можно сказать по поводу двух операционных чисел M и N, для которых M(N) = N(M) + 492?

19 Найти два различных операционных числа M и N, для которых выполняются условия M(N) = MM и N(M) = NN



НАКОНЕЦ-ТО ПРИНЦИП КРУГГА!

— Ты вчера так и не рассказал мне, в чем же состоит твой принцип, — сказал Мак-Каллох, когда наутро Кругг снова заявился к нему. — Полагаю, что об операционных числах и операциях мы заговорили в связи с этим принципом?

— Помнишь задачи, которые ты предлагал мне раньше? — вопросом на вопрос отвечал Кругг. — Ну, например, найти число X, которое порождает повторение самого себя. Иначе говоря, мы искали некое число X, которое порождает 5(X). Или, пытаясь найти некоторое число X, которое порождает свой собственный ассоциат, мы искали число X, порождающее число 3(X). Далее в свою очередь вспомним, что число X, порождающее обращение числа X, есть число, которое порождает 4(X). Вместе с тем все эти задачи представляют собой частные случаи одного общего принципа, который заключается в следующем: для любого операционного числа M должно существовать некое число X, которое порождает M(X). Другими словами, для любой заданной операции F, которую может выполнять твоя машина, — то есть для любой заданной операции F, описываемой определенным операционным числом, — должно существовать число X, которое порождает F(X).

Мак-Каллох поднял глаза к потолку, подумал немного и кивнул.

— Более того, — продолжал Кругг, — если задано какое-то операционное число M, то существует очень простой способ найти такое X, которое порождает M(X). Зная этот общий способ, можно найти, например, число X, которое порождает 543(X), — то есть решить задачу нахождения числа X, порождающего повторение обращения ассоциата этого X; или найти такое X, которое порождает 354(X) — то есть решить задачу нахождения числа, порождающего ассоциат повторения своего собственного обращения. Или, как я уже упоминал, можно найти такое X, которое порождает повторение обращения двойного ассоциата X, другими словами, найти X, порождающее 5433(X). Если не знаешь этого способа, то решать эти задачи оказывается крайне затруднительным, если же воспользоваться моим принципом — то это будут не задачи, а детские игрушки.

— Ну так что же это за такой замечательный способ? — заорал Мак-Каллох.

— Давай разберем поподробнее одно вполне элементарное обстоятельство, — ответил Кругг, — а именно: для любого операционного числа M и для любых чисел Y и Z, если число Y порождает число Z, то MY порождает M(Z). Например, если Y порождает Z, то 3Y порождает 3(Z), то есть ассоциат Z; 4Y порождает 4(Z); 5Y порождает 5(Z), 34Y порождает 34(Z) и т. д. Точно также для любого операционного числа M, если Y порождает Z, то MY порождает M(Z). В частности, если такое Y, порождающее Z, оказывается равным 2Z, тогда всегда справедливо утверждение, что M2Z порождает M(Z). Например, число 32Z порождает число 3(Z) — ассоциат Z; число 42Z порождает число 4(Z), то есть при любом операционном числе M число M2Z порождает число M(Z). Собственно говоря, мы даже могли бы определить M(Z) как число порождаемое числом M2Z.

— Это все понятно, — сказал Мак-Каллох.

— Да ну? — сказал Кругг. — Однако этот факт легко забывается, поэтому разреши мне повторить его еще раз, с тем чтобы он хорошенько отложился у тебя в голове.

Итак, ***утверждение 1***: для любого операционного числа M и для любых чисел Y и Z, если число Y порождает число Z, число MY порождает число M(Z). [В частности, число M2Z порождает число M(Z).]

— Отсюда, — продолжал Кругг, — а также из того факта, который ты обнаружил для своей первой машины и который справедлив и для нынешней, очевидно следует, что для любого заданного операционного числа M должно существовать некое число X, порождающее M(X), — то есть в данном случае число X порождает результат применения операции M к числу X. При этом, зная число M, такое X можно легко найти с помощью простого и вполне общего правила.

Итак, Кругг открыл важное правило, которое в дальнейшем будет носить его имя и называться

Принцип Кругга

Для любого операционного числа M всегда существует некоторое число X, такое, что оно порождает M(X).

20

Как же доказать принцип Кругга и как при заданном числе M найти число X?

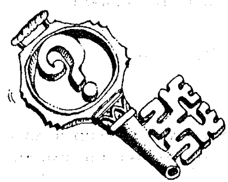
Например, какое число X порождает 543(X)?

Или какое число X порождает повторение обращения ассоциата X?

Или, наконец, какое X порождает ассоциат повторения обращения X — то есть какое X порождает 354(X)?

— Я приготовил для тебя еще несколько задачек, — сказал Мак-Каллох, — однако сегодня уже поздно. Оставайся-ка ночевать у меня. А завтра мы с тобой поговорим подробнее.

Кругг подумал, что его ждет только сейф в Монте-Карло — и остался



КРУГОМ — ПРИНЦИП КРУГГА

Наутро после плотного завтрака (хозяин был человеком очень гостеприимным) Мак-Каллох предложил Круггу следующие задачи:

21 Найти число X, которое порождает число 7X7X.

22 Найти число X, которое порождает обращение числа 9X.

23 Найти число X, которое порождает ассоциат числа 89X.

— Очень мило! — воскликнул Кругг, после того как покончил с решением последней задачи. — Ни одну из этих задач нельзя решить с помощью того принципа, о котором я тебе рассказывал вчера.

— Поэтому я их тебе и задал! — рассмеялся Мак-Каллох.

— И все-таки, — возразил Кругг, — решение всех трех задач подчиняется некой общей идее: во-первых, конкретные числа 7, 5 и 89 не играют никакой роли; для любого данного A существует определенное число X, которое порождает повторение числа AX, еще какое-то X порождает обращение AX; наконец, есть X, порождающее ассоциат числа AX. Кроме того, существует также некое число X, которое порождает повторение обращения числа AX или , например, обращение ассоциата AX. Фактически это означает, что для любого операционного числа M и для любого заданного числа A должно существовать некоторое число X, которое порождает M(AX), то есть число, полученное в результате применения операции M к числу AX.

24 Кругг, разумеется, был прав: для любого операционного числа M и для любого заданного числа A должно найтись некоторое число X, которое порождает число M(AX). Будем называть это правило ***вторым принципом Кругга***.

Как же доказать этот принцип?

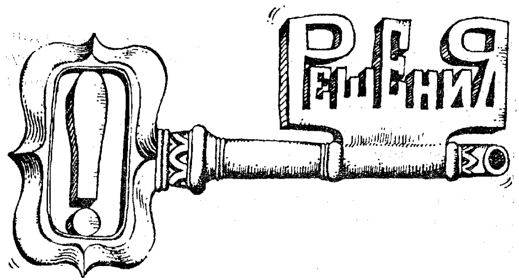
И как при заданном операционном числе M и заданном A найти в явном виде такое число X, которое порождает M(AX)?

25 — Мне только что пришел в голову еще один вопрос, — сказал Мак-Каллох. — Пусть для любого числа X величина X' обозначает обращение этого X. Можешь ли ты найти такое число X, которое порождает X'67?

Иначе говоря, существует ли такое число X, которое порождает обращение числа X, за которым следует число 67?) В общем виде этот вопрос можно сформулировать так: действительно ли для любого числа A существует некоторое число X, которое порождает X'A?

26 — Мне в голову пришел еще один вопрос, — сказал Мак-Каллох. — Существует ли такое число X, которое порождает повторение числа X'67? Или, в более общем виде: действительно ли для любого числа A существует такое число X, которое порождает повторение числа X'A? Или, если задать вопрос в еще более общем виде: действительно ли для любого числа A и для любого операционного числа M должно существовать некоторое число X, которое порождает M'(XA)?

Друзья как-то и не заметили, что принцип Кругга справедлив не только для второй машины Мак-Каллоха, но и для первой — а в сущности и для любой машины, в которую заложены правила 1 и 2. Это означает, что, как бы мы ни расширяли первую машину Мак-Каллоха, вводя в нее новые правила, работа результирующего устройства все равно будет подчиняться принципу Кругга (а фактически, обоим его принципам).



1. — С помощью твоей теперешней машины можно получить бесконечное множество чисел, которые порождают сами себя, — сказал Кругг.

— Это верно, — согласился Мак-Каллох. — Но как ты это докажешь?

— Начнем с того, — сказал Кругг, — что будем называть некое число S A-числом, если оно обладает тем свойством, что для любых чисел X и Y в случае, если X порождает Y, число SX порождает ассоциат Y. До того, как ты ввел свое новое правило, единственным A-числом у нас было число 3. Однако для твоей нынешней машины существует бесконечное множество A-чисел, причем для ***любого*** A-числа S число S2S ***обязательно*** должно порождать само себя, поскольку число S2S порождает ассоциат числа S, который и есть S2S.

— А как ты догадался, что существует бесконечное множество A-чисел? — спросил Мак-Каллох.

— Ну, во-первых, — ответил Кругг, — надеюсь, ты не будешь возражать, что при любых числах X и Y, если число X порождает Y, то число 44X будет также порождать число Y?

— Какое удачное наблюдение! — воскликнул тут Мак-Каллох. — Конечно, ты прав: ведь если X порождает Y, то число 4X порождает обращение числа Y, а это значит, что число 44X должно порождать обращение обращения Y — то есть само это число Y.

— Прекрасно, — продолжал Кругг. — Таким образом, если X порождает Y, то число 44X будет тоже порождать Y, и поэтому число 344X будет порождать ассоциат числа Y. Значит, 344 тоже представляет собой А-число. А раз 344 — это А-число, то число 3442344 должно тоже порождать само себя!

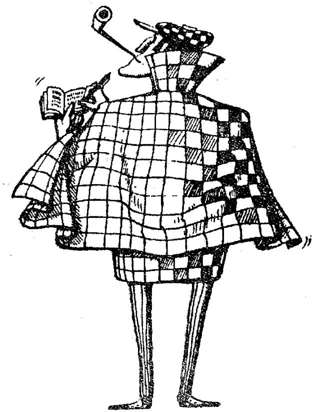
— Замечательно, — сказал Мак-Каллох, — теперь у нас есть уже два числа — 323 и 3442344, которые порождают сами себя. Но разве это позволяет нам сделать вывод о бесконечном множестве таких чисел?

— Видишь ли, друг мой Мак-Каллох, — сказал на это Кругг, — если число S является А-числом, то А-числом должно быть также и число S44, поскольку для любых чисел X и Y, если X порождает Y, то число 44X тоже порождает Y, а значит, число S44X порождает ассоциат Y, поскольку S по условию есть А-число. Таким образом, А-числами являются такие числа, как 3, 344, 34444 и вообще А-числом является любое число, состоящее из тройки, за которой следует любое четное число

четверок. Итак, число 323 порождает само себя; то же самое можно сказать о числах 3442344, 34444234444 и так далее до бесконечности. Следовательно, мы действительно имеем бесконечное множество решений.

— Но, между прочим, — добавил Кругг, — ведь существуют и другие решения. Например, числа 443 и 44443 тоже представляют собой А-числа. А-числом является также любое число, состоящее из четного числа четверок, тройки и опять четного числа четверок, как, например, число 4434444, — ведь для любого такого числа S число S2S порождает само себя.

2. Одно из решений — это число 43243. В самом деле, поскольку число 243 порождает 43, то число 3243 порождает ассоциат числа 43. Значит, число 43243 должно порождать обращение ассоциата числа 43, другими словами, обращение числа 43243 (поскольку число 43243 — это ассоциат числа 43). Итак, число 43243 порождает обращение самого себя.



Но как же все-таки было найдено само число 43243. Может быть, с помощью сравнения относительных длин? Однако же для доказательства свойств, относящихся к нынешней машине Мак-Каллоха, испытанный метод сравнения относительных длин оказывается слишком громоздким. И эта задача решена с помощью принципа Кругга.

3. Одним из решений является число 3432343. Мы предоставляем читателю самому найти число, порождаемое числом 3432343, и убедиться, что оно действительно представляет собой ассоциат обращения числа 3432343.

Это решение также было найдено с помощью принципа Кругга.

4. Подходит, например, число 53253. Оно получено опять же с помощью принципа Кругга.

5. Одно из решений — число 4532453.

6. Другое решение — это число 5432543.

7. Решение очевидно — в том, конечно, случае, если нам известно, что некое число порождает само себя. При этом если X порождает X, то ясно, что 5X порождает повторение X. Так, например, число 5323 порождает повторение числа 323.

8. Одно из решений — число 5332533. И опять принцип Кругга!

9. Одно из решений — число 3532353; оно тоже найдено с помощью принципа Кругга.

10. $5(5)=55$, так как $5(5)$ — это повторение числа 5. Поэтому возьмем число 5 в качестве M и число 5 в качестве X. Ведь никто не утверждал, что M и X должны быть различными числами.

11. $4(4)=4$. [Поскольку $4(4)$ — это обращение числа 4, которое также равно 4.] Таким образом, $M=4$ является одним из решений. Подойдет в качестве решения и любая цепочка четверок.

12. Возьмем $M=3$ и $X=2$: $3(2)=222$.

13. $4(6)=6$, а $6=4+2$, поэтому $4(6)=4+2$. Итак, $M=4$, а $X=2$.

14. Одно из решений: $M=55$, $X=55$.

15. Одно из решений: $M=4$, $N=44$.

16. Одно из решений: $M=5$, $N=55$.

17. Одно из решений: $M=5$, $N=4$.

18. Одно из решений: $M=3$, $N=5$.

19. Одно из решений: $M=55$, $N=45$.

20. Пусть M — любое операционное число. Мы знаем (утверждение 1), что в случае любых чисел Y и Z, если Y порождает Z, MY порождает M(Z). Поэтому (принимая MY в качестве Z), если Y порождает MY, то MY должно порождать M(MY). Таким образом, если выбрать MY в качестве X, то число X будет порождать M(X)! Итак, наша задача сводится к нахождению такого числа Y, которое порождает MY. Но эта задача уже была решена в предыдущей главе (с помощью закона Мак-Каллоха): надо просто взять в качестве Y число 32M3. Итак, за X мы принимаем число M32M3, причем это X будет порождать M(X).

Проверим полученный результат: в самом деле, пусть $X=M32M3$. Но поскольку число 2M3 порождает число M3, то число 32M3 порождает число M32M3 (согласно правилу 2), и, следовательно, число M32M3 будет порождать M(M32M3). Таким образом, действительно X порождает M(X), где X — число M32M3.

Рассмотрим теперь некоторые приложения. Для того чтобы найти некое число X, порождающее повторение X, примем 5 в качестве M; тогда сразу получаем решение (а точнее, одно из решений) — число 53253. Для того чтобы найти число X, порождающее обращение самого себя, положим $M=4$; тогда X есть число 43243. Для того чтобы найти число X, которое порождало бы ассоциат обращения X, выберем в качестве M число 34; отсюда возможное решение — число 3432343.

Для решения этой задачи Мак-Каллоха (найти число X, которое порождает повторение обращения ассоциата X) выберем в качестве M число 543 (5 — для получения повторения, 4 — для получения обращения и 3 — для получения ассоциата); решением в данном случае является число 543325433. Легко удостовериться, что число 543325433 действительно порождает повторение обращения ассоциата числа 543325433. Для решения второй задачи Мак-Каллоха (найти число X, которое порождает ассоциат повторения обращения X) возьмем в качестве

М число 354; в результате получим решение — число 354323543.

Да, действительно принцип Кругга великолепно работает в этих ситуациях!

21, 22, 23, 24. Задачи 21, 22 и 23 являются частными случаями задачи 24, поэтому мы начнем прямо с последней из них.

Пусть нам дано операционное число М и произвольное число А, причем мы хотим найти некое число X, которое порождает М(АХ). Вся штука теперь состоит в том, чтобы найти такое число Y, которое не порождает MY, однако порождает AMY. Возьмем в качестве Y число 32АМ3. Поскольку Y порождает AMY, тогда MY в соответствии с утверждением 1 должно порождать М(АМY). Значит, если принять за X величину MY, то X будет порождать М(АХ). Но поскольку мы выбрали в качестве Y число 32АМ3, то число X в данном случае будет равно М32АМ3. Итак, искомое решение — число вида М32АМ3.

Попробуем применить этот результат к решению задачи 21. Прежде всего отметим, что число 7Х7Х — это просто повторение 7Х, так что мы ищем некое число X, которое порождает 7Х — или повторение АХ, если считать А равным 7. Итак, А — это 7, а за М, очевидно, можно принять число 5 (поскольку 5 представляет собой операцию повторения); поэтому решением будет число 532753.

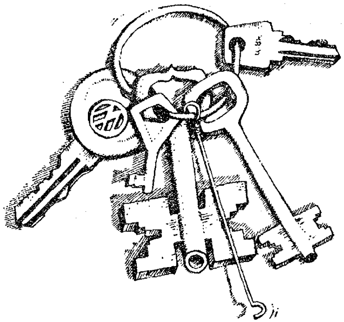
Читатель легко может убедиться сам, что число 532753 действительно порождает повторение числа 7532753.

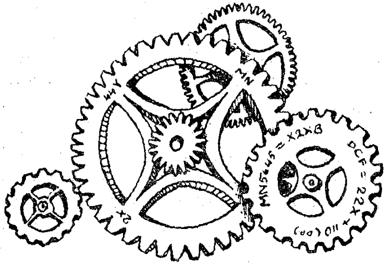
Для задачи 22 в качестве А возьмем 9, а в качестве М примем 4, тогда решение — число 432943 Для задачи 23 в качестве А выберем 89, а в качестве М — число 3; решением будет 3328933

25. Да, для любого числа А существует некое число X, которое порождает X'A, а именно 432А'43. (В данной конкретной задаче, для которой А=67, имеем А'=76, так что решением будет число 4327643.)

26. При рассмотрении наиболее общего случая самое главное — понять, что Х'А — это обращение А'Х, и поэтому М(Х'А)=М4(А'Х).

Согласно второму принципу Кругга, числом X, порождающим М4(А'Х), является число М432А'М43 — оно и будет решением данной задачи. В частном случае, если вместо М взять 5, а вместо А — 67, числом X, порождающим повторение Х'67, будет число 543276543, в чем совсем нетрудно убедиться.





ЗАКОНЫ ФЕРГЮССОНА

Инспектор Кругг вернулся из Лондона в Монте-Карло и очень удивился, не застав там Ангенса. Служащие банка ничего не могли сказать по этому поводу.

— Он все в подвале сидел, — невесело усмехнулся Мартынус. — Караулил, как бы сейф не унесли — вместе с деньгами, документами и паровозами.

Инспектор очень обеспокоился судьбой коллеги. Правда, он всё же подумал, что Ангенс по своей природной лени просто не сможет попасть ни в какие серьезные неприятности.

Некоторое время Кругг раздумывал, не вернуться ли ко двору Его Бесконечности, но нерешенная загадка сейфа терзала его ум. И тогда он решил навестить еще одного из своих друзей.

А недели две спустя Мак-Каллох получил от Кругга письмо следующего содержания:

Мой дорогой Мак-Каллох!

Я и мой друг Малькольм Фергюссон крайне заинтересовались твоими машинами. Ты случайно не знаком с Фергюссоном? Последнее время он ведет активные исследования в области чистой логики и даже собственноручно построил несколько логических машин. Еще он весьма интересуется шахматными задачами, относящимися к области так называемого ретроградного анализа. Кроме того, занимается он и чисто комбинаторными задачами, с которыми так успешно справляются твои машины. На прошлой неделе я заглянул к нему в гости и показал все твои задачи — они его очень заинтересовали. Когда дня через три я вновь встретил Фергюссона, он невзначай заметил в разговоре, что, по его мнению, обе твои машины обладают такими любопытными свойствами, о которых даже ты сам, их изобретатель, по-видимому, еще и не подозреваешь. Правда, выражался он несколько туманно и сказал, что хочет еще поразмыслить обо всем этом.

В следующую пятницу я пригласил Фергюссона пообедать со мной. Не хочешь ли ты присоединиться к нам? Уверен, что у вас обоих найдется много общих тем для разговора; быть может, мы узнаем, что у него на уме.

В надежде на скорую встречу
искренне твой
Т. Кругг

Ответ Мак-Каллоха не заставил себя долго ждать, хотя и не был таким подробным и изящным, как письмо инспектора:

Дорогой Кругг!

С Малькольмом Фергюссоном я не знаком, но многое слышал о нем от наших общих знакомых. Не учился ли он у известного логика Готлоба Фреге? Насколько мне известно, он занимается некоторыми проблемами, весьма важными для оснований математики, и, конечно, я с удовольствием воспользуюсь возможностью познакомиться с ним лично. Само собой разумеется, мне будет также крайне любопытно узнать его мнение по поводу построенных мною машин. Весьма благодарен тебе за приглашение и с радостью его принимаю.

С глубоким уважением
Н. Мак-Каллох

Гости съехались. И сразу же после обеда разговор пошел о математике.

— Я слышал, вы построили несколько логических машин, — сказал Мак-Каллох, — И как же они работают?

— О, это долгий разговор, — ответил Фергюссон. — К тому же я до сих пор не нашел ответа на один очень важный вопрос, связанный с их работой. Может, вы с Круггом зайдете как-нибудь ко мне в лабораторию? Тогда я вам обо всем и расскажу. А сегодня предпочел бы поговорить о ваших машинах. Несколько дней назад я рассказывал Круггу, что у них обнаружились некоторые свойства, о которых, мне кажется, вы и не подозреваете.

— Что же это за свойства? — спросил Мак-Каллох.

1

— Давайте начнем с конкретного вопроса, относящегося к вашей второй машине, — сказал Фергюссон, — Пусть имеются некие числа X и Y, такие, что число X порождает обращение числа Y, а Y порождает повторение числа X. Можете ли вы найти эти числа?

Кругга и Мак-Каллоха эта задача чрезвычайно заинтересовала, и они тут же засели за ее решение.

Однако ни тому, ни другому это не удалось. Решить эту задачу, конечно, можно, и, вероятно, наш честолюбивый читатель не прочь попробовать сделать это сам. Заметим только, что в основе решения лежит один важный принцип (о котором пойдет речь в этой главе); если знать его, то решение задачи оказывается на удивление простым.

— Вы меня просто заинтриговали, — заявил Кругг, когда Фергюссон показал им свое решение. — Я вижу, что ваше решение правильно, но совершенно не понимаю, как вам удалось его найти? Вы просто случайно наткнулись на эти числа X и Y или действовали по заранее намеченному плану? Мне, например, это кажется прямо каким-то фокусом.

— Вот именно, — вставил Мак-Каллох. — Так, знаете, фокусник в цирке вытаскивает кролика из шляпы!

— Ага, — засмеялся Фергюссон, явно наслаждаясь произведенным эффектом. — Только не одного, а двух кроликов, и при том они еще некоторым образом влияют друг на друга.

— Это точно, — сказал Кругг. — Но все же мне бы хотелось знать, как вы догадались, каких именно кроликов надо тащить?

2 — Какой прекрасный, ну просто замечательный вопрос! — сияя, воскликнул Фергюссон. — А ну-ка — вот вам еще задачка: найти такие числа X и Y, чтобы число X порождало повторение числа Y, а число Y порождало обращение ассоциата X.

— С меня хватит! — воскликнул Мак-Каллох.

— Минуточку, минуточку, — перебил его Круггг. — Я, кажется, что-то начинаю понимать. Не хотите ли вы сказать, Фергюссон, что для любых двух операций, которые может выполнять машина, то есть для любых двух заданных операционных чисел M и N, должны существовать некие числа X и Y, характеризующиеся тем, что X порождает M(Y), а Y порождает N(X)?

— Вот именно! — воскликнул Фергюссон. — И поэтому мы можем найти, например, такие числа X и Y, для которых X порождает двойной ассоциат Y, а Y порождает повторение обращения X или любые другие комбинации, какие вы захотите.

— Вот так штука! — изумился Мак-Каллох. — Ведь все это время я пытался придумать машину как раз с таким свойством, а она у меня, оказывается, уже есть!

— Безусловно, есть, — подтвердил Фергюссон.

— И вы можете доказать свои слова? — в Крутте снова проснулся сыщик.

— Я бы хотел начать доказывать свои утверждения постепенно, — ответил Фергюссон. — Собственно говоря, суть дела заключается в ваших правилах 1 и 2. Поэтому сначала позвольте сделать несколько замечаний относительно вашей первой машины — той, в которой используются только эти два правила. Начнем со следующей простой задачи: можно ли, используя правила 1 и 2, найти два различных числа X и Y, таких, чтобы число X порождало Y, а число Y в свою очередь порождало X?

Круггг и Мак-Каллох тут же занялись этой задачей.

— Ну, конечно, — рассмеялся вдруг Круггг — Это же очевидно вытекает из того, что совсем недавно показывал мне Мак-Каллох. Эти числа...

..Какие, читатель?

3 — Теперь, — сказал Фергюссон, — для любого числа A существуют такие числа X и Y, что X порождает Y, а число Y порождает AX. Если число A нам задано, то можете ли вы найти числа X и Y? Например, можете ли вы найти такие X и Y, чтобы X порождало Y, а Y порождало 7X?

— Мы все еще пользуемся правилами 1 и 2 или уже можно применять правила 3 и 4? — спросил Круггг.

— Вам понадобятся только правила 1 и 2, — ответил Фергюссон

— Я уже нашел решение! — тут же заявил Круггг

4 — Интересно, — сказал Мак-Каллох, посмотрев решение Круггa. — А у меня решение другое.

Действительно, в этой задаче существует и второе решение. Какое?

5 — Ну, а теперь, — сказал Фергюссон Круггу и Мак-Каллоху, — мы добрались до действительно важного свойства. Так, из одних только правил 1 и 2 следует, что для любых чисел A и B существуют такие числа X и Y, при которых X порождает AY, а Y порождает BX. Например, существуют такие X и Y, что X порождает 7Y, а Y порождает 8X. Не можете ли вы найти эти числа?

6 — Из последней задачи, — сказал Фергюссон, — со всей очевидностью следует (правда, из второго принципа Кругга это получается еще более просто), что для любых операционных чисел M и N должны существовать такие числа X и Y, при которых X порождает M(Y), а Y порождает N(X). Причем это оказывается справедливым не только для данной машины, но и для любой машины, в программу работы которой включены правила 1 и 2. С помощью вашей теперешней машины можно, например, найти такие X и Y, при которых число X порождает обращение числа Y, а число Y порождает ассоциат числа X. Сумеете ли вы их найти?

7 — Это страшно интересно, — сказал Фергюссону Мак-Каллох, когда они с Кругтом решили последнюю задачу. — Но у меня возник вот какой вопрос: подчиняется ли моя машина «двойному» аналогу второго принципа Кругга? Иначе говоря, если заданы два операционных числа M и N, а также два произвольных числа A и B, то обязательно ли существуют такие числа X и Y, при которых X порождает M(AY), а Y порождает N(BX)?

— Ну, конечно, — подтвердил Фергюссон. — Например, существуют такие числа X и Y, при которых число X порождает повторение 7Y, а число Y порождает обращение 89X. Не могли бы вы найти эти числа?

8 — Я подумал еще вот о чем, — сказал Кругг. — Если имеется некоторое операционное число M и произвольное число B, то обязательно ли должны существовать такие числа X и Y, при которых X порождает M(Y), а Y порождает BX? Например, существуют ли такие X и Y, при которых число X порождает ассоциат Y, а число Y порождает число 78X?

9 — Фактически, — продолжал пояснения Фергюссон, — у нас возможны самые разные комбинации. Так, задавая некоторые операционные числа M и N и произвольные числа A и B, всегда можно найти числа X и Y, которые отвечают любому из нижеперечисленных условий:

а) X порождает M(AY), а Y порождает N(X);
б) X порождает M(AY), а Y порождает BX;
в) X порождает M(Y), а Y порождает X;
г) X порождает M(AY), а Y порождает X.

Попробуйте-ка доказать эти утверждения.

10 — Ну, теперь-то, мне кажется, мы перебрали уже все возможные варианты, — сказал Кругг.

— Да нет, — ответил Фергюссон. — То, что я вам показывал до сих пор, — это еще только начало. А знаете ли вы, например, что существуют три числа X, Y и Z, такие, что число X порождает обращение Y, число Y порождает повторение Z, а число Z порождает ассоциат X?

— Неужели? — удивился Мак-Каллох.

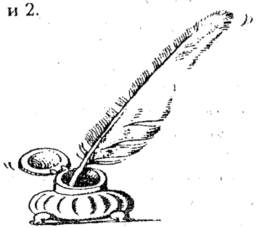
— Именно так, — подтвердил Фергюссон. — Более того, если заданы три произвольных операционных числа M, N и P, то должны существовать такие числа X, Y и Z, при которых X порождает M(Y), Y порождает N(Z), а Z порождает P(X). Не сумеете ли вы доказать это утверждение? И в частности, каковы будут эти числа X, Y и Z, если известно, что число X порождает обращение Y, число Y порождает повторение Z, а число Z порождает ассоциат X?

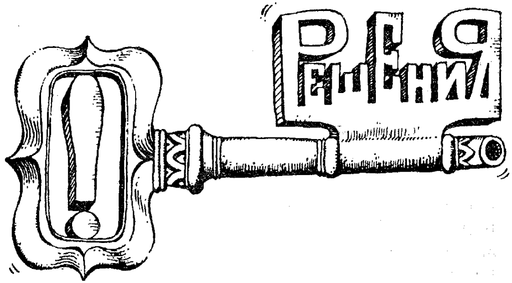
После того как Кругг и Мак-Каллох решили и эту задачу, Фергюссон сказал:

— Конечно, тут тоже возможны самые разные варианты этого «тройного» закона. Например, если заданы три любые операционные числа M, N и P, а также три произвольных числа A, B и C, то существуют такие числа X, Y и Z, при которых число X порождает M(AY), число Y порождает N(BZ), а число Z порождает P(CX). Это справедливо и в том случае, если взять не три числа A, B и C, а любые два из них или даже одно*.

— Что соответствует тому случаю, когда одно или два числа из тройки A, B и C мы полагаем равным единице, — заметил Кругг.

— Так, мы можем найти такие числа X, Y и Z, при которых X порождает AY, Y порождает M(Z), а Z порождает N(BX). Возможны, естественно, и всякие другие варианты — вы вполне можете заняться ими на досуге. Кроме того, — продолжал Фергюссон, — та же идея действует и тогда, когда мы используем 4 операционных числа или даже более. Например, мы можем найти числа X, Y, Z и W, при которых число X порождает 78Y, число Y порождает повторение Z, число Z порождает обращение W, а число W порождает ассоциат 62X. Возможности практически бесконечны, причем их удивительное многообразие обусловлено всего лишь правилами 1 и 2.





1. Одно из решений состоит в том, чтобы принять X = 4325243 и Y = 524325243. Поскольку число 25243 порождает число 5243, то число 325243 порождает ассоциат 5243, или число 524325243, которое и есть Y. Далее, так как число 325243 порождает Y, то число 4325243 порождает обращение Y, но 4325243 — это как раз и есть X. Таким образом, X порождает обращение Y. Кроме того, Y, очевидно, порождает повторение X (потому что Y — это есть число 52X, а поскольку число 2X порождает X, то число 52X будет порождать повторение X). Итак, X порождает обращение Y, а Y порождает повторение X.

2. Кругг воспользовался законом Мак-Каллоха, а именно: для любого числа A существует некоторое число X (а именно число 32A3), которое порождает число AX. Так, в частности, если мы примем A за число 2, то получим некоторое число X (а именно число 3223), которое порождает 2X. Число же 2X в свою очередь

будет порождать X. Таким образом, в качестве решения этой задачи подходит пара чисел 3223 и 23223; 3223 порождает 23223, а 23223 порождает 3223.

3. Кругг решил эту задачу следующим образом. Он рассудил, что ему надо всего лишь найти такое число X, которое порождает 27X. Тогда, положив Y=27X, мы получим, что число X порождает Y, а число Y порождает 7X. Такое число X он тоже нашел — это число 32273. Поэтому решение Кругга имеет вид: X=32273, Y=2732273.

То же самое происходит, конечно, и в том случае, если вместо конкретного числа 7 мы возьмем любое число A. В самом деле, если X=322A3, а Y=2A322A3, то число X будет порождать Y, а число Y будет порождать AX.

4. Что же касается Мак-Каллоха, то он подошел к решению данной задачи несколько иначе. Он начал с того, что стал искать такое число Y, которое порождает 72Y. Теперь, если обозначить через X число 2Y, то мы получаем, что число X порождает Y, а число Y порождает 7X. При этом мы уже знаем, как найти такое число Y — надо взять Y=32723. Итак, решение Мак-Каллоха имеет вид: X=232723, Y=32723.

5. Единственное, что нам нужно — это найти такое число X, которое порождало бы число A2BX. Тогда, если мы положим Y=2BX, то будем иметь, что число X порождает AY, а число Y порождает BX. Таким числом X, которое порождает A2BX, является число 32A2B3. Стало быть, решение задачи выглядит так: X=32A2B3, Y=2B32A2B3. (В частном случае A=7, B=8 и решение будет X=327283, Y=28327283.)

6. Сначала попробуем решить эту задачу с помощью второго принципа Кругга, который, как мы помним, гласит, что для любого операционного числа M и для произвольного числа A существует некоторое число X (а именно число M32AM3), которое порождает M(AX). Возьмем теперь два любых операционных числа M и N. Тогда, согласно этому принципу (если взять в качестве A число N2), найдется некое число X (а именно число M32N2M3), которое порождает число M(N2X). Ясно также, что число N2X порождает N(X). Поэтому если обозначить число N2X через Y, то мы получим, что число X порождает M(Y), а число Y порождает N(X). Следовательно, решение задачи имеет вид: X=M32N2M3, Y=N2M32N2M3.

Для конкретной задачи, предложенной Фергюссоном, положим M=4 и N=3; тогда решение будет таким: X=4323243, Y=324323243. Читатель сам может убедиться в том, что X порождает обращение Y, а Y порождает ассоциат X; последняя часть этого утверждения особенно очевидна.

Можно подойти к решению этой задачи и по-другому. Из решения задачи 5 мы знаем, что существуют числа Z и W, при которых Z порождает NW, а W порождает MZ (а именно числа Z=32N2M3 и W=2M32N2M3). Тогда, согласно утверждению 1 из предыдущей главы, число MZ порождает M(NW), а число NW порождает N(MZ). Поэтому если мы обозначим MZ через X, а NW через Y, то сразу получим, что число X порождает M(Y), а число Y порождает N(X). Таким образом, мы получаем то же самое решение: X=M32N2M3, Y=N2M32N2M3.

7. Здесь нам необходимо найти такое число X, которое порождало бы число M(AN2BX); согласно второму принципу Кругга, таким числом X является число M32AN2BM3. Возьмем N2BX в качестве Y; тогда число X порождает M(AY), а число Y (которое есть N2BX), очевидно, порождает N(BX). Итак, общее решение задачи (или, по крайней мере, одно из возможных общих решений) имеет вид: X=M32N2BM3, Y=N2BM32AN2BM3. Для конкретного случая положим M=5, N=4, A=7 и B=89.

8. Согласно второму принципу Кругга, существует некоторое число X, которое порождает M(2BX), а именно X=M322BM3. Положим теперь Y=2BX. Тогда X порождает M(Y), а Y порождает BX. Для конкретного

частного случая примем M=3 и B=78; при этом решение будет иметь вид: X=33227833, Y=27833227833.

9. а) Возьмем некоторое число X, которое порождает M(AN2X), и обозначим через Y число N2X. Мы можем взять X равным M32AN23, а Y=N2M32AN23. Тогда X порождает M(AY), а Y порождает N(X).

б) Теперь возьмем X, которое порождает M(A2BX), и обозначим через Y число 2BX.

В этом случае решение имеет вид: X=M32A2B3, Y=2BM32A2B3.

в) Если число X порождает M(Y), а Y=2X, то мы имеем решение задачи; поэтому положим X=M322M3, Y=2M322M3.

г) Если X порождает M(AY), а Y=2X, то мы сразу получаем требуемое решение; поэтому положим X=M32A2M3 и Y=2M32A2M3.

10. Согласно второму принципу Крутга, существует некоторое число X, которое порождает M(N2P2X), а именно X=M32N2P2M3. Положим Y=N2R2X, тогда число X порождает M(Y). Пусть теперь Z=P2X, тогда Y=N2Z; при этом число Y порождает N(Z), а число Z порождает P(X).

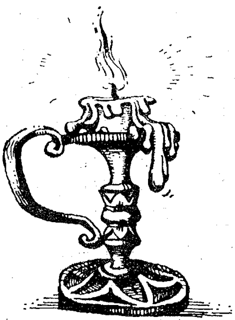
Таким образом, в явном виде решение будет таким: X=M32N2P2M3, Y=N2P2M32N2P2M3, Z=P2M32N2P2M3.

Для частного случая это решение имеет вид: X=432523243, Y=5232432523243, Z=32432523243.

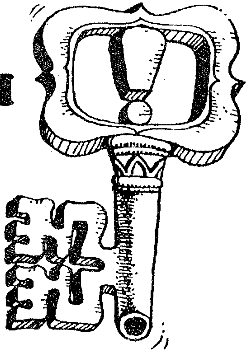
Читатель сам может легко убедиться, что действительно X порождает обращение Y, Y порождает повторение Z, а Z порождает ассоциат X.

Кстати говоря, для любых трех чисел A, B и C мы всегда можем найти такие числа U, V и W, при которых U порождает AV, V порождает BW, а W порождает CU. Для этого надо просто взять такое число U, которое порождало бы число A2B2CU (если же мы воспользуемся вторым принципом Крутга, то получим U=32A2B2C3). Положим теперь V=2B2CU и W=2CU. Тогда число U будет порождать AV, число V будет порождать BW,

а число W будет порождать CU. Наконец, если теперь принять A, B и C за операционные числа и положить X=AW, Y=BW и Z=CU, то мы получим, что число X порождает A(Y), число Y порождает B(Z), а число Z порождает C(X). Таким образом, мы нашли еще один способ решения данной задачи.



КЛЮЧ



Некоторое время инспектор не навещал Мак-Каллоха — он бродил по лондонским улочкам и размышлял о злополучной загадке сейфа. Ему казалось, что решение где-то совсем рядом, но когда он пытался его поймать, оказывалось, что он опять решает какую-то из задач Мак-Каллоха или Фергюссона. Ничто другое у него в голове теперь просто не помещалось.

Но вот однажды, когда инспектор возвратился в гостиницу, его ждала записка от Мак-Каллоха.

Дорогой Круг!

Приходи ко мне обедать. Фергюссона я уже пригласил.

С приветом
Норман Мак-Каллох

— Вот и отлично! — сказал себе Кругг. — Я вернулся как раз вовремя! Они набили мою голову этими головоломками — так пусть они мне ее и прочистят.

Кругг приехал к Мак-Каллоху вскоре вслед за Фергюссоном.

— Пока вас не было, — сразу же сообщил Фергюссон, — Мак-Каллох изобрел новую числовую машину!

— Ну да? — вяло удивился Кругг. — Еще одну... на мою голову?

— Я занимался этим не один, — сказал Мак-Каллох. — Фергюссон тоже приложил к ней руку. А вообще-то машина интересная; на этот раз в нее введены следующие четыре правила:

правило MI: для любого числа X число 2X2 порождает X;

правило MII: если число X порождает число Y, то число 6X порождает число 2Y;

правило MIII: если число X порождает число Y, то число 4X порождает число Y' (как ив случае предыдущей машины);

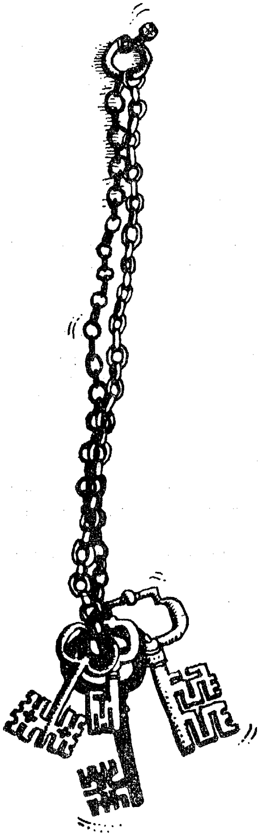
правило MIV: если число X порождает число Y, то число 5X порождает число YY (как и в случае предыдущей машины).

— Эта машина, — продолжал Мак-Каллох, — обладает всеми прекрасными свойствами моей последней машины — она подчиняется двум твоим принципам и, кроме того, закону двойных аналогов Фергюссона.

Кругг долго и внимательно изучал эти правила. Наконец он сказал:

— Что-то мне никак не удается сдвинуться с места. Не могу даже найти число, которое порождает само себя. Есть тут такие числа?

— Есть, — ответил Мак-Каллох, — но с помощью этой машины найти их гораздо труднее, чем в предыдущем случае. Честно говоря, я тоже не мог решить эту задачу. А вот Фергюссон с ней справился. Более



того, теперь мы знаем, что такое короткое число, порождающее само себя, состоит всего из десяти цифр.

Кругг опять глубоко задумался.

— А что, первых двух правил недостаточно для нахождения такого числа? — поинтересовался он наконец.

— Нет, конечно! — ответил Мак-Каллох. — Для получения этого числа нам необходимы все четыре правила.

— Удивительно неэкономное дело, — пробормотал Кругг и вновь погрузился в глубокое раздумье.

— О господи! — Кругг вдруг так и подскочил на стуле. — Да ведь это же решение загадки сейфа!

— О чем это вы? — спросил Фергюссон.

— А-а, да ведь вы не знаете, — сказал Кругг и поведал ему всю историю с банковским сейфом из Монте-Карло.

— Надеюсь, вы понимаете, что наш разговор сугубо конфиденциальный, — заключил свой рассказ Кругг. — Но несправедливо было бы утаивать от вас

историю, в счастливом разрешении которой вы оказались решающим лицом.

— Почему же только в разрешении? — как бы между прочим заметил Фергюссон. — Разве вы не заметили, что у меня те же инициалы, что и у Мартина Фаркуса — М.Ф.?

— Так, значит, вы знали шифр с самого начала?! — вскричал уязвленный Кругг.

— Шифр я, разумеется, знал, — согласился Фаркус—Фергюссон. — Но даже не подозревал, что над его разгадкой бьетесь именно вы.

— Тогда ты почему молчал?! — накинулся инспектор уже на Мак-Каллоха. — Ты ведь наверняка знал и то, и другое!

— А ты бы тогда схватил шифр и был таков, — спокойно ответил Мак-Каллох. — И не стал решать наши задачки. Кстати, заметь: сейчас речь тоже идет не о шифре, а о решении одной из задач про наши машины.

— Признаю себя невежей, — проворчал Кругг — И заодно невеждой.

— Круг-глым? — спросил Фаркус-Фергюссон.

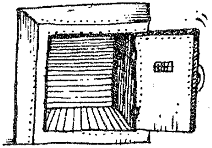
— О, вполне! Таким, кто даже не знает число, которое порождает само себя. Но если сейчас вы дадите мне его, то я сразу же смогу назвать комбинацию, которая откроет замок сейфа.

— Вы задали нам сразу три задачи, — усмехнулся Мак-Каллох:

1 Какое число X порождает само себя в последней машине?

2 Какая комбинация открывает замок сейфа?

3 Как связаны между собой первые два вопроса?



СЕЙФ НАРАСПАШКУ

Рано утром следующего дня Кругг отправился в Монте-Карло к измучившемуся Мартынусу. Тот долго не хотел верить, что наконец-то найдена заветная кодовая комбинация. Может быть, он просто боялся, что где-то вкралась ошибка и замок заклинит.

Тогда Кругг явился на совет директоров и выложил на стол пухлую пачку страниц из своего дневника, на которых он добросовестно записал всю историю раскрытия шифра. Страниц было немало — как раз столько, сколько в этой книге отведено истории с сейфом, и никто из директоров не знал математики настолько, чтобы во всем этом разобраться. Хотели было пригласить эксперта, но времени оставалось совсем мало, и совет директоров решил рискнуть.

— В конце концов, взорвать сейф мы всегда успеем, — «успокоил» Мартынуса Кругг.

— Я боюсь, тогда рухнет весь банк, — вздохнул Мартынус.

Они спустились в подвал, и Кругг, сверяясь с дневником, набрал шифр (какой — записано в «Решениях»).

Механизм сработал бесшумно: толстая стальная плита плавно скользнула в стену, открывая целые ряды

уже совсем обычных сейфов. Мартынус всхлипнул — конечно, от счастья.

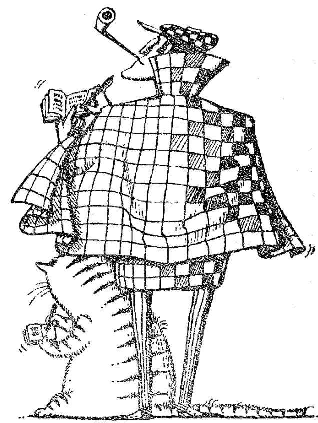
— Ну наконец-то! — раздалось вдруг из самых недр этой банковской сокровищницы и к ошеломленному Круггу из сейфа вышел... кот Ангенс, слегка похудевший, но вполне здоровый и жизнерадостный. — Вы как раз вовремя, а то мыши уже подбирались к этим вашим бесценным документам.

И он протянул Мартынусу стальную коробку, всю исцарапанную чьими-то когтями и зубами.

— Но у нас мыши не водятся! — воскликнул пораженный Мартынус. — Им сюда просто не пробраться!

— Мыши везде есть, — Ангенс пренебрежительно махнул хвостом. — Только вот не все умеют их искать. И потом: что значит — не пробраться? Ведь даже я вошел!

— А как? — страшно заинтересовался Кругг, от волнения переходя на «ты». — Как ты разгадал шифр?



— Н-ну, я тут сидел и скучал. А потом появились эти серые нахалы, эти хвостатые безобразия...

— Мыши?

— Они, негодницы! Я, как порядочный кот, погнался следом — ну и налетел на всякие ваши ручки. Наверное, провернул что-нибудь — она и открылась.

— Очень-очень ***сМЫШЬленый*** кот, — заметил Кругг.

— Но зачем же надо было внутрь забираться? — подозрительно спросил Мартынус. — Там же такие ценности...

— Там мыши! — отрезал Ангенс. — А какой же кот сам откажется от погони?

— Не сейф, а какой-то проходной двор! — махнул рукой Мартынус.

— Не совсем, — возразил Ангенс. — Изнутри он, например, не открывается, я пробовал.

— Да вы не огорчайтесь так уж. Все равно теперь придется замок менять, — сказал Кругг.

— К-как? П-почему?!

— Слишком многие теперь знают шифр.

— Но они же обещали хранить молчание!

— О сейфе — разумеется. Но кто может запретить Фергюссону опубликовать свои заметки о числовых машинах в каком-нибудь математическом журнале?

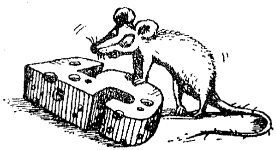
— Уж если на то пошло, мы тоже можем кое-чего напечатать, — добавил кот. — Например, наши мемуары. И про ваш сейф в том числе.

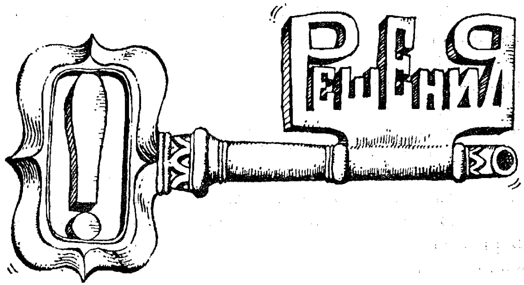
— Тогда это будет ваше последнее дело в Европе, — пообещал Мартынус.

— А мы и так едем домой! — заявил кот. — И кстати, что там с наградой? Сейф-то мы как-никак открыли, и даже два раза...

Совет директоров банка не стал спорить и выдал Круггу солидное денежное вознаграждение. Кругг настоял на том, чтобы разделить эти деньги с Мак-Каллохом и Фергюссоном — а заодно и с Ангенсом.

И они отправились в свое королевство.





Сначала еще несколько слов о загадке сейфа из Монте-Карло. В последнем условии Фаркуса не говорится, что требуемая комбинация y непременно должна отличаться от комбинации x. Поэтому если предположить, что x и y представляют собой одну и ту же комбинацию, то указанное условие можно будет прочитать так: «Пусть комбинация x родственна по отношению к комбинации x, тогда если комбинация x блокирует замок, то комбинация x будет нейтральной; если же комбинация x оказывается нейтральной, то комбинация x блокирует замок». Однако невозможно, чтобы комбинация x одновременно была нейтральной и блокировала замок. Следовательно, если комбинация x родственна по отношению к x, тогда эта комбинация не может ни оказаться нейтральной, ни блокировать замок. А значит, она должна этот замок открывать! Таким образом, если мы сумеем найти комбинацию x, которая родственна самой себе, то такая комбинация x обязательно откроет нам замок

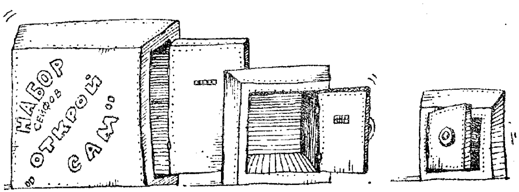
Конечно, Кругг понял это еще задолго до того, как вернулся в Лондон. Но как найти комбинацию x, которая родственна самой себе? Именно на этот вопрос Кругг и не мог ответить до тех пор, пока судьба не столкнула его с третьей машиной Мак-Каллоха.

Оказывается, задача нахождения комбинации, которая, согласно условию Фаркуса, является родственной самой себе, по своей сути тождественна задаче нахождения числа, которое порождает само себя в последней машине Мак-Каллоха. Единственное существенное отличие заключается в том, что кодовые комбинации для замка — это цепочки букв, тогда как числовые машины работают с цепочками цифр. Однако первую задачу можно легко преобразовать ко второй, и наоборот, следующим простым приемом.

Во-первых, мы рассматриваем лишь комбинации из букв Q, L, V, R (совершенно очевидно, что только эти буквы играют в задаче существенную роль). Предположим теперь, что вместо этих букв мы будем использовать соответственно цифры 2, 6, 4, 5 (то есть 2 вместо Q, 6 вместо L, 4 вместо V и 5 вместо R). Для удобства запишем это так:

Q L V R
2 6 4 5

Теперь посмотрим, какой вид примут первые четыре условия Фаркуса, если мы запишем их не в буквах, а в цифрах:



(1) Для любого числа X число 2X2 является родственным числу X.

(2) Если число X родственно числу Y, то число 6X оказывается родственным числу 2Y.

(3) Если число X родственно числу Y, то число 4X родственно числу Y'.

(4) Если число X родственно числу Y, то число 5X родственно числу YY.

Сразу видно, что это — точно те же правила, которым подчиняется последняя машина Мак-Каллоха, с той лишь разницей, что вместо слова «порождает» используется слово «родственно». Конечно, можно воспользоваться словом «порождает» и там, где речь шла об условиях Фаркуса, но тогда читателю (и Круггу, но, конечно, не Ангенсу) было бы слишком уж легко обо всем догадаться!

Скажем это еще раз и поточнее. Для любой комбинации x, состоящей из букв Q, L, V, R, мы будем обозначать через x| число, которое получается при замене Q на цифру 2, L на цифру 6, V на цифру 4 и R на цифру 5. Например, если это комбинация вида VQRLQ, то x| — число 42562. При этом мы будем называть число x| ***кодовым номером*** комбинации x. Кстати, идея приписывания логическим высказываниям специальных чисел — так называемых «геделевых номеров» — принадлежит известному логику Курту Геделю и известна под названием ***геделевой нумерации***.

Значит, мы можем окончательно сформулировать главную мысль последнего абзаца в таком виде:

для любых комбинаций x и y, составленных из четырех букв Q, L, V, R, если, исходя из правил MI, MII, MIII и MIV, используемых в последней машине Мак-Каллоха, можно показать, что число x| порождает число y|, то тогда, исходя из первых четырех условий Мартина Фаркуса, можно показать и то, что комбинация x является родственной по отношению к комбинации y, и наоборот.

Таким образом, если мы находим число, которое должно порождать само себя в последней числовой машине Мак-Каллоха, то это число должно оказаться кодовым номером некой комбинации, родственной самой себе, причем эта комбинация будет открывать замок.

Но как же нам найти такое число N, которое порождало бы само себя в нашей последней машине? Прежде всего будем искать некоторое число H, такое, чтобы для любых чисел X и Y, если число X порождает число Y, то число HX порождало бы число Y2Y2. Если мы сумеем найти это число H, то при любом Y число H2Y2 будет порождать число Y2Y2 (потому что, согласно правилу MI, число 2Y2 порождает число Y), а значит, число H2H2 будет порождать число H2H2; тем самым мы получим искомое число N. Но как найти число H?

Эта задача сводится к следующей: как, исходя из заданного числа Y и последовательно применяя операции, которые способна выполнять наша машина, получить число Y2Y2? Так вот, построить число Y2Y2 из числа Y можно следующим способом: сначала построить обращение числа Y, получив число Y'; затем слева от Y' приписать цифру 2, получив тем самым число 2Y'; далее построить обращение числа 2Y', получив число Y2; наконец, построить повторение числа Y2, получив число Y2Y2. Эти операции обозначаются соответственно операционными числами 4, 6, 4 и 5, поэтому в качестве H мы выберем число 5464.

Давайте проверим, подходит ли нам найденное число H. Пусть число X порождает число Y; тогда мы должны выяснить, действительно ли число 5464H порождает число Y2Y2. Но поскольку X порождает Y, то число 4X порождает число Y' (в соответствии с правилом MIII), и, стало быть, число 5464H порождаёт число Y2Y2 (в соответствии с правилом MIV). Итак, мы получили, что если X порождает Y, то число HX в самом деле порождает число Y2Y2.

Теперь, когда число H найдено, выберем число N равным H2H2, в результате мы получим число 5464254642, которое порождает само себя. (Читатель может легко убедиться в этом самостоятельно.)

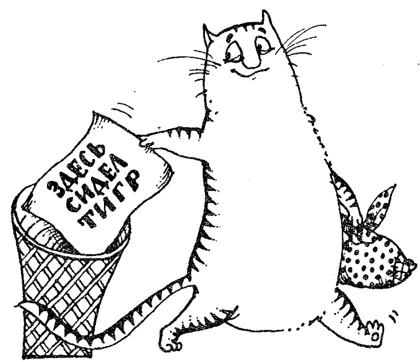
Но раз число 5464254642 порождает само себя, то, значит, это и есть кодовый номер той комбинации, которая открывает замок сейфа. Ясно, что указанная комбинация имеет вид RVLVQRVLVQ.

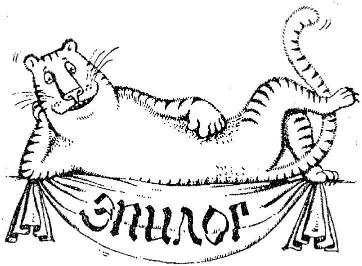
Конечно, задачу о сейфе из Монте-Карло можно решить и не преобразовывая ее в задачу для числовой машины, однако я привел здесь это решение по двум причинам. Во-первых, именно так решал во времени эту задачу сам Кругг, а во-вторых, я подумал, что читателю будет интересно увидеть, как две математические задачи могут иметь разное содержание, но одну и ту же абстрактную форму.

Для того чтобы непосредственно убедиться в том, что комбинация RVLVQRVLVQ является родственной по отношению к самой себе (а значит, и открывает замок), будем рассуждать следующим образом. Комбинация QRVLVQ родственна по отношению к комбинации RVLV (согласно свойству Q), поэтому комбинация VQRVLVQ будет родственной по отношению к обращению комбинации RVLV (согласно свойству V), то есть к комбинации VLVR. Значит, комбинация LVQRVLVQ родственна по отношению к комбинации QVLVR (согласно свойству L), и, следовательно, комбинация VLVQRVLVQ оказывается родственной по отношению к обращению комбинации QVLVR, то есть комбинации RVLVQ. Тогда (согласно свойству R) комбинация RVLVQRVLVQ будет родственной по отношению к повторению комбинации RVLVQ, то есть к комбинации RVLVQRVLVQ.

Итак, комбинация RVLVQRVLVQ действительно является родственной самой себе. Она и открыла бы сейф, если бы не происки кота Ангенса.

ВОТ ПОЧТИ И ВСЁ...





На острове Начала Координат, где помещалась столица королевства, коллег встретила неожиданная новость: короля во дворце не оказалось!

Они нашли его в небольшом (по королевским масштабам) домике возле пустых вольеров и клеток — здесь король Аксиом любил бывать, когда еще Ангенс работал у него Королевским Зверинцем.

Король внимательно выслушал всю долгую повесть о Кругговых похождениях.

— Вы многое успели... но слишком долго странствовали, — сказал король. — Все это теперь ни к чему. Представляете, все эти мои...

— Дочки? — предположил Кругг. За время своих странствий он научился хватать суть проблемы на лету.

— Именно! Значит, собрали они всех этих моих...

— Внучек?

— ...И прикатили к дедушке «на дачу»! Как вам это нравится?

— Никак, — содрогнулся Кругг, представив себе дюжину дочек и кучу внучек.

— А еще эти их...

— Мужья? — догадался теперь уже кот, для которого приключения тоже не прошли даром.

— Ну да! Они все, конечно, королевские зятья, но вот их прошлое... Они же все сидели... пусть и у меня в темнице. Короче, я повел себя решительно!

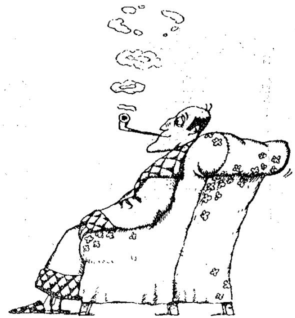
— Всех казнили?! — с ужасом и восторгом спросил кот.

— Я не самодур! Я всего лишь объявил монархию позорно рухнувшей под бременем государственных долгов, отрекся от престола и ушел на пенсию.

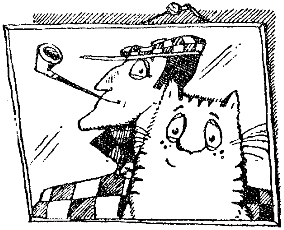
— Ваша мудрость безгранична! — по старой дворцовой привычке восхитился было Кругг, но тут же спохватился: — А зачем?

— А пусть теперь парламент разбирается с их пеленками и погремушками! — хихикнул король. — У нас нынче республика. Так что там такое вышло с сейфом?

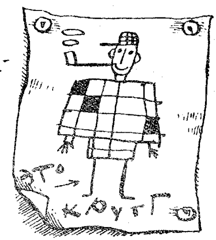
И тогда бывший министр и бывший уже инспектор Кругг с готовностью раскрыл ***эту книгу*** и присел рядом с бывшим королем Аксиомом — Первым и теперь уже Единственным.



— Один я тут остался настоящим! — вздохнул кот Ангенс. — Ну, как у вас здесь с мышами при новой власти?



СОДЕРЖАНИЕ



Список незамеченных опечаток

Стр	Написано	А надо	Кто заметил

Хранительница мудрого начала,
Любимица детей из разных стран,
Так Маугли Багира защищала,
Что от нее шарахался Шер-Хан!

И наша очень юная «Багира»,
Нисколько не страшась чужих когтей,
В суровых схватках нынешнего мира
Способна ваших защитить детей –

От пошлости, от лености, от скуки...
Эй, будущие взрослые страны!
Коль наши книги
К вам попали в руки,
Вы от бездумных будней спасены!

И мы хотим обрадовать вас, дети:
Сейчас, и через год, и через три
Мы издаем тома энциклопедий
И красочные чудо-словари!

Еще – математические книжки
Мы вскоре собираемся издать.
Читайте их, девчонки и мальчишки,
А плюс к тому –
Учитесь и считать!

Да, родились мы при капитализме,
Но место благородству есть всегда.
И потому «Багирой» назвались мы.
Читайте наши книги, господа!

Издательство
«Багира»
125537 Москва
ул.Малая
Грузинская, 27
тел. 253-72-76
252-62-24