В. КУРБАТОВ

ЛОГИКА
В ВОПРОСАХ И ОТВЕТАХ

Ростов-на-Дону
«Феникс»
1997

ББК 88
К 93

Курбатов В.И.

К 93 Логика в вопроса и ответах. Учебное пособие.

Ростов-на-Дону: «Феникс», 1997 — 384с.

Учебное пособие «Логика в вопросах и ответах» построено по принципу закрепления и усвоения материала стандартного курса логики. Обучающийся найдет здесь ответы на вопросы по основным разделам курса логики. Пособие снабжено логическим справочником, который поможет свободно ориентироваться в терминах. Кроме этого, в пособии имеются практические задания и полный комплекс логических задач с методами их решения. Среди них задачи шуточные, занимательные и такие, которые способствуют более серьезному усвоению материала. В числе практических материалов — логические игры, логические шарады и логические фокусы. Предназначено для студентов колледжей, вузов и всех тех, кто хочет развить свое логическое мышление.

ISBN 5-85880-582-5 ББК 812

ЛОГИКА
В ВОПРОСАХ И ОТВЕТАХ

1. ПРЕДМЕТ ЛОГИКИ

1.1. ЧТО ЗНАЧИТ ОПРЕДЕЛИТЬ ПРЕДМЕТ ЛОГИКИ?

Определение предмета любой науки, и логика здесь не исключение, предполагает решение нетривиальной познавательной задачи, получение ответов на ряд вопросов, среди которых следующие:

А. Каков специфический объект изучения этой науки, отличающийся от объектов, изучаемых другими науками?

Б. Какие цели ставит данная наука перед собой, изучая этот объект?

В. Какими средствами и методами она пользуется для достижения этих целей?

1.2. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ЭТИМОЛОГИЧЕСКИЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДМЕТА ЛОГИКИ?

Известно, что этимология характеризует происхождение слов и их родственные отношения к другим словам. Согласно этимологическому подходу следует прояснить происхождение слова «логика» и те смыслы, которые содержатся в нем. Слово «логика» восходит к древнегреческому слову «logos», означавшему мысль, слово, понятие, закон, рассуждение, учение, наука. Уже древние считали, что есть некая принудительная сила в нашей речи: сказав «А», мы вынуждены сказать «Б». И человеческий разум, отыскивая в вещах необходимое и отбрасывая случайное, выявляет природу этой принудительности.

Но вместе с этим этимологический подход показывает, что слово «логика» очень многозначно и не дает четких и точных ответов на поставленные выше три вопроса.

1.3. КАКОЙ СМЫСЛ ВКЛАДЫВАЕТСЯ В ПОНЯТИЕ ЛОГИКИ КАК НАУКИ О ЗАКОНАХ МЫШЛЕНИЯ?

В большинстве словарей, справочников, энциклопедий и учебников логики ее предметом признается человеческое мышление, а сама логика определяется как наука о законах мышления, или наука о законах, которым подчиняется человеческое мышление. Иногда добавляется, что это наука о законах правильного мышления.

Но логика изучает не только «правильное», но и «неправильное» мышление: логические ошибки, противоречия, парадоксы, софизмы и паралогизмы. К тому же, сам термин «мышление», или «законы мышления», является достаточно широким и не дает возможности определить специфику логики по отношению к другим наукам, предмет исследования которых связан с изучением мыслительных процедур. Мышление, например, изучается и философией, в частности ее разделом «теория познания» («гносеология»). Психология интересуется также условиями и причинами, обеспечивающими развитие и нормальное функционирование человеческого мышления. Физиология высшей нервной деятельности раскрывает особенности функционирования мозга, его механизмов и процессов. Кибернетика тоже выявляет закономерности функционирования человеческого интеллекта. К этому ряду примыкают информатика, программирование, исследования в области искусственного интеллекта. Таким образом, определение предмета логики как науки о законах мышления не дает возможности выявить специфику объекта ее исследования.

1.4. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ИСТОРИЧЕСКИЙ МЕТОД В ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРЕДМЕТА ЛОГИКИ?

Так же, как и предмет любой другой науки, предмет логики от эпохи к эпохе менялся, трансформировался, развивался. По определению «отца» логики — древнегреческого философа Аристотеля (384 — 322 гг. до н. э.), предметом этой науки был вывод одних умозаключений из других сообразно их логической форме. Великий немецкий философ Иммануил Кант (1724 — 1804) противопоставил *формальной* логике *трансцендентальную*. Если Аристотель соотносил суждения по их логической формуле (образно говоря, по структуре и количественным характеристикам), то Кант ввел в оборот понятие «логическое содержание» (качество понятий). Другой великий немецкий философ, Георг Вильгельм Фридрих Гегель (1770 — 1831), разработал основы *диалектической логики*, главной задачей которой было исследование развития человеческого мышления и познания.

1.5. В ЧЕМ РАЗЛИЧИЕ «СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ» И «ФОРМАЛЬНОЙ» ЛОГИКИ?

«Содержательная» (трансцендентальная, диалектическая) логика как термин часто используется в качестве синонима высшей ступени логической науки, в то время как «формальная» логика трактуется как синоним ее низшей ступени, частной, подчиненной дисциплины. Для определения предмета логики важно не установление соотношения «высший — низший», а концептуальное соотношение различных предметных областей, средств и методов их изучения.

Как бы ни называлась логика, она имеет отношение к познавательным мыслительным процедурам. Принципиально они могут изучаться с позиций двух подходов. Первый подход связан с тем, что его главной целью является изучение закономерностей становления и развития человеческого мышления и познания. Для этого изучаются понятия, их содержание, обусловленное уровнем развития науки и практики. Понятия рассматриваются как выражение таких противоречивых характеристик природы, общества и человеческого мышления, как сущность и явление, причина и следствие, качество и количество, необходимость и случайность и т. д. Это и составляет предмет диалектической логики.

Но, кроме этого, понятия могут изучаться с точки зрения их формы, структуры, вида. Это дает совсем иной, но также необходимый взгляд на природу человеческого мышления. Такой подход — прерогатива так называемой формальной логики.

1.6. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ТЕРМИН «ФОРМАЛЬНАЯ ЛОГИКА»?

Своим названием она обязана тому, что среди всех применяемых методов главным является метод формализации — использование символов, знаков, формул, которые позволяют более полно выявить содержание понятий посредством уточнения представлений об их логической форме. Большое распространение в логике получили математические методы. Поэтому ее также называют математической, или символической логикой.

1.7. СОВПАДАЕТ ЛИ ПРЕДМЕТ ЛОГИКИ С ПРЕДМЕТОМ ФОРМАЛЬНОЙ ЛОГИКИ?

Во многих специальных исследованиях в области формальной логики предмет этой дисциплины сводится к изучению теории формального вывода. Тем самым, если все предыдущие подходы можно квалифицировать как слишком широкие, то данное определение представляется как слишком узкое, ибо кроме формального вывода логика интересуется и многими другими познавательными задачами. В их число входят выявление истинности суждений и понятий, логического следствия и множество других проблем, имеющих далеко не формальный характер.

1.8. КАКИЕ ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ И ОДНОВРЕМЕННО РАЗДЕЛЫ ЛОГИКИ СЛЕДУЕТ ВЫДЕЛИТЬ?

Условно можно выделить три основных этапа логики, которые одновременно можно трактовать и как ее основные разделы. Это прежде всего *традиционная* логика, принципы которой были сформулированы еще Аристотелем. Традиционная логика практически не использует формализацию, аппарат математики, исчисления и занимается изучением логической связи умозаключений, суждений, понятий и операций над ними.

Применение методов формализации и математических методов послужило причиной появления *классической* (символической, или математической) логики. Использование методов классической логики для анализа причинных отношений, возможности, вероятности, отношений долженствования, временных, ценностных характеристик и других подобных им модусов положило начало *неклассической* (модальной, или философской) логике.

С учетом всего вышесказанного можно заметить, что представление о предмете логики усложняется и не сводится к простой дефиниции (определению).

1.9. КАКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДМЕТА ЛОГИКИ МОЖНО НАЗВАТЬ КОНЦЕПТУАЛЬНЫМ?

Концептуальным следует называть такое определение предмета логики, которое может трактоваться как удовлетворительное для основных разделов логики с учетом специфики методов ее анализа и которое дает определенные ответы на три вопроса, поставленных в самом начале главы.

1.10. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ПРАКТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА?

Всякая наука стремится выйти за пределы существующей системы знаний, приобрести новое знание. Один из таких способов — опыт, или эмпирическое знание. Оно характеризуется как знание непосредственное, т. е. такое, когда исследователь имеет возможность наблюдать свой объект, производить с ним те или иные операции. Само эмпирическое познание выражается в самой простейшей форме — в виде *наблюдения*. Но одним наблюдением оно не исчерпывается и включает в себя также описания фактов, разные способы их систематизации, объяснения и т. п.

Второй способ получения нового знания — *рассуждение*. Он связан с такими познавательными ситуациями, когда объект исследования не дан как материальная, физическая реальность. Это может быть математическое или физическое, социальное или философское понятие, идеальные объекты и т. п. Единственным способом получения нового знания о таких предметах является мысленное моделирование, вывод, аналогии, заключения, т. е. рассуждения.

Многие теоретические науки пользуются этим методом и как бы имеют свою собственную логику, которую правомерно назвать практической логикой.

1.11. КАКОВ ПРЕДМЕТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ?

Использование рассуждений как метода научного познания в разных науках ставит вопрос об изучении самих рассуждений, их формы, вида, структуры. Иными словами, требуется дать отчет в том, каковы те гарантии, которые позволяют с помощью рассуждений из верных предпосылок получать истинные заключения. Этим и занимается теоретическая логика, предмет которой можно определить следующим образом: теоретическая логика изучает стандарты корректности разных рассуждений.

2. МЫШЛЕНИЕ, ЛОГИКА, ЯЗЫК

2.1. В КАКОМ АСПЕКТЕ МЫШЛЕНИЕ ЯВЛЯЕТСЯ ПРЕДМЕТОМ ИЗУЧЕНИЯ ЛОГИКИ?

Мыслительные процедуры в отличие от чувственного познания имеют абстрактно-обобщающий характер. В мышлении человек способен отвлечься от случайных, несущественных черт, выделить главные, необходимые, сущностные. Абстрактное мышление выходит за пределы чувственного опыта и путем рассуждений имеет возможность выявить такие черты объективной реальности, которые не были предметом чувственного познания. Логическое мышление как одна из форм абстрактного мышления позволяет организовать мыслительные процедуры таким образом, чтобы, отталкиваясь от объективных данных чувственного познания, гарантированно получать правильные, корректные или истинные заключения.

Согласно этому, логику в изучении мышления интересуют условия, принципы и правила организации мыслительных процедур, результативность которых выражается в системе рассуждений, подчиняющихся требованиям выводимости, доказуемости, логической корректности и истинности.

2.2. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ЛОГИКА КАК НОРМАТИВНАЯ НАУКА?

Логика выступает как нормативная наука, поскольку она изучает и формулирует **нормы** корректного рассуждения и мышления, т. е. некоторые стандарты, следуя которым, можно делать правильный вывод.

2.3. КАКИЕ ГРАНИ МЫШЛЕНИЯ ИЗУЧАЕТ ЛОГИКА?

Человеческое мышление очень многогранно. Мышление может быть эвристическим (открывающим новое), игровым, орудийным, имитационным, языковым и т. д. Мышление — не синоним сознания, которое представляет собою понимание, осмысление бытия человека. Мышление — рациональные процедуры осознания. Логика как раз и изучает рациональные, операционные процедуры и процессы мышления.

2.4. КАКОЕ ЗНАЧЕНИЕ ИМЕЕТ ЯЗЫК В ИЗУЧЕНИИ МЫШЛЕНИЯ?

Мышление, выраженное в языке, есть по сути рассуждение. Поэтому язык может быть рассмотрен как средство для изучения мышления.

Так же, как и мышление изучается разными науками, так и язык является предметом разных дисциплин: литературоведения, лингвистики, поэтики, филологии, этнографии и т. п. Для логики язык — это средство, с помощью которого мыслительные процедуры могут быть представлены в рассуждении.

В отличие от других наук логику интересует не национальная специфика языка, она отвлекается от его грамматической структуры, фонетических особенностей. Язык интересует логику как специфическое средство выражения рациональности мышления.

2.5. КАК МОЖНО КРАТКО ОПРЕДЕЛИТЬ ЯЗЫК?

Язык — это информационно-знаковая система, служащая для целей коммуникации, передачи информации, трансляции опыта, обмена эмоциями и т. п.

2.6. СУЩЕСТВУЕТ ЛИ КАКАЯ-ТО ОСОБАЯ «ЛОГИКА» ЯЗЫКА?

Элементы «логичности» (последовательности, упорядоченности, определенности) заложены в природе языка, в его правилах грамматики, пунктуации, в системе смыслов.

2.7. КАКИЕ БЫВАЮТ ЯЗЫКИ?

Исходя из того, что выше было сказано о языке как средстве реконструкции мыслительных процедур, все языки подразделяются на *естественные* и *искусственные*.

Естественный язык — это язык, который складывается стихийно, никем специально не создается и служит средством общения людей.

Логика не ограничивается использованием только лишь естественного языка, поскольку последний не вполне отвечает потребности систематически, точно, корректно и непротиворечиво описывать предмет познания. Этому не способствуют такие черты естественного языка, как образность, многозначность, наличие отживших выражений (архаизмов), метафор, гипербол. Многие выражения языка могут быть точно поняты только в контексте, с учетом произношения, способа выражения, ритма речи, фонетики. В естественном языке слишком много нюансов и аспектов, он является избыточно богатой системой для целей логического анализа.

Вместе с тем естественный язык не замкнут, он меняется, меняет строй своей лексики. Слова приобретают новые смыслы и значения, теряют старые. Это позволяет назвать его **семантически открытой системой.**

Искусственный язык — это язык символов, формул, знаков, исчислений. Он отвлекается от конкретных особенностей слова и концентрирует свое внимание исключительно на его логическом смысле, структуре, логической форме. Поэтому такой язык называется формализованным.

2.8. ЧТО МОЖЕТ ДАТЬ ФОРМАЛИЗОВАННЫЙ ЯЗЫК?

Абстрагируясь от конкретных слов, их грамматической формы, от конкретных выражений, искусственный язык утрачивает содержательную специфику. Но вместе с этим он приобретает обобщающую способность, не свойственную конкретным выражениям естественного языка. Он становится инструментом познания.

3. СТРУКТУРА И ПРАВИЛА КОРРЕКТНОГО РАССУЖДЕНИЯ

3.1. ЧТО ТАКОЕ ФРЕЙМ ЗНАНИЯ?

Фрейм — термин, ранее распространенный в психологии, а в настоящее время в психолингвистике, теории искусственного интеллекта, методологии научного познания и в логике. Фрейм означает схему, сценарий, модель. *Фрейм знания — элементы информации, становящиеся в речевом акте знанием.*

Они служат для обобщения информации, интерпретации, объяснения, кодирования и раскодирования речевых сообщений. Обобщенно говоря, фреймы знания осуществляют логическое моделирование мысли в речи.

3.2. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ РАССУЖДЕНИЕМ?

Рассуждение — это система речевых актов, каждый из которых в данной системе становится фреймом знания.

3.3. КАКИЕ РАССУЖДЕНИЯ НАЗЫВАЮТСЯ КОРРЕКТНЫМИ?

Корректными можно называть такие рассуждения, в которых вывод осуществляется в соответствии с определенными правилами. Синонимом корректного рассуждения служит правильное рассуждение.

3.4. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ СУЖДЕНИЕМ?

Суждение представляет собою единицу мыслительного процесса, выраженную в языке. Одно и то же суждение может быть выражено разными предложениями, имеющими различную грамматическую структуру. Поэтому суждение составляет логический смысл предложения.

3.5. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ УМОЗАКЛЮЧЕНИЕМ?

Умозаключение — это система суждений, мыслительный процесс, в котором из одного или нескольких суждений делается некоторое заключение.

3.6. В ЧЕМ СОСТОИТ ГЛАВНОЕ РАЗЛИЧИЕ РАССУЖДЕНИЯ И УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ?

Рассуждение обычно имеет массовидный, естественный характер. В отличие от этого умозаключение имеет логический характер. Если рассуждение представляет собою акт коммуникации, состоящий в целесообразном, организованном преобразовании структур языкового мышления, то умозаключение — это процесс преобразования структур логического мышления. Это не означает, что рассуждения не связаны с логическими структурами. Напротив, логика рассуждений — база логики; без логики рассуждений нет логики умозаключений.

3.7. КАКОВА СТРУКТУРА РАССУЖДЕНИЯ?

Всякое рассуждение включает в себя следующие компоненты: *посылки* (или допущения) и *заключение* (или вывод). Посылки, или допущения, формулируют известную субъекту информацию об объекте. Заключение, или вывод, — утверждение, которое делается на основе таких посылок.

3.8. КАКОВЫ КРИТЕРИИ КОРРЕКТНОСТИ РАССУЖДЕНИЯ?

Критерии корректности могут быть формальными и содержательными. Так, если А больше В, а В больше С, то можно сделать вывод, что А больше С. Этот вывод формально корректен, когда мы его делаем не задаваясь вопросом о том, какие действительные значения имеют А, В и С. Если же на место этих букв будут подставлены, скажем, конкретные цифровые значения, то корректность станет содержательной.

3.9. КАКИЕ РАЗДЕЛЫ ЛОГИКИ ИЗУЧАЮТ ФОРМАЛЬНЫЕ И СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ КОРРЕКТНОСТИ РАССУЖДЕНИЙ?

Формальные критерии корректности изучаются *логическим синтаксисом*, а содержательные критерии корректности — *логической семантикой*.

4. ЗАКОНЫ МЫШЛЕНИЯ

4.1. ЧТО ПОНИМАЕТСЯ ПОД СЛОВОМ «ЗАКОН»?

Под законом вообще понимают внутреннюю, необходимую и существенную связь явлений. Законы же мышления представляют собою операциональные директивы мышления.

Логика изучает характер связи мыслей в процессе рассуждения. Как выяснено выше, критерии корректности или правильности могут быть формальными и содержательными. Следование этим критериям выявляет правила, которым подчиняются рассуждения. Это правила логичности. Среди разнообразных правил есть основные и производные. Наряду с этим можно выделить такие правила, которые можно назвать всеобщими. Такие правила и принято называть законами мышления.

4.2. ЧЕМ ЗАКОНЫ ЛОГИКИ ОТЛИЧАЮТСЯ ОТ ЗАКОНОВ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ?

Законы естествознания описывают связь явлений природы, которая многократно повторяется в идентичных условиях. Законы мышления предписывают определенные способы интеллектуальной деятельности. Законы логики — это законы правильного мышления и суждения человека о мире, а не законы самого мира.

4.3. КАКОВО ПРОИСХОЖДЕНИЕ ЗАКОНОВ МЫШЛЕНИЯ

Своим происхождением законы мышления обязаны рациональной активности субъекта.

4.4. В ЧЕМ ВЫРАЖАЮТСЯ ЗАКОНЫ МЫШЛЕНИЯ?

Законы мышления выражаются в правилах, нормах, принципах, предписаниях, рекомендациях, следуя которым человек мыслит и рассуждает логично. В логике выделяют следующие законы: закон тождества, закон противоречия, закон исключенного третьего, закон достаточного основания.

4.5. КАК ФОРМУЛИРУЕТСЯ ЗАКОН ТОЖДЕСТВА?

Самая общая формулировка имеет следующий вид: «А есть А», или «Всякий предмет есть то, что он есть».

4.6. КАКИЕ ПРЕДПИСАНИЯ ДЛЯ ПРАВИЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ СОДЕРЖИТ В СЕБЕ ЭТОТ ЗАКОН?

Закон тождества содержит в себе, по крайней мере, четыре предписания:

а) требование сохранения мысленного содержания предмета рассуждения. Так, если в одной из посылок рассуждения сформулирован какой-либо термин, то упомянутый закон обязывает нас при использовании данного термина в других посылках сохранить тождество между ними;

б) требование достигать определенности мысли в термине (слове, выражении). Это значит, что каждый употребленный в речи термин должен быть определен, причем, корректным образом;

в) требование различать формальное и содержательное тождество;

г) требование проводить различие или устанавливать сходство между словами и выражениями, их значениями и смыслами. Сюда включаются характеристики синонимии, омонимии, полисемии (сходство слов по значению, различие по значению одинаковых слов и многозначность слов).

4.7. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ЗАКОН ПРОТИВОРЕЧИЯ?

Закон противоречия выражает одну из самых существенных особенностей логического мышления — непротиворечивость. Он содержит в себе запрещение мыслить и рассуждать противоречиво, квалифицирует противоречие как серьезную логическую ошибку, несовместимую с логическим мышлением.

Его можно сформулировать следующим образом: неверно, что вместе истинны некоторое утверждение и его отрицание. Подобная формулировка говорит о том, что уместнее было бы назвать данный закон *законом непротиворечия* (запрещения противоречия) или законом исключенного противоречия. Однако в традиционной формулировке заложен глубокий смысл; он обращает внимание на противоречие как явление и понуждает исследовать механизмы возникновения логических ошибок, которые образуются в результате нарушения этого закона.

4.8. КАКИЕ ПРЕДПИСАНИЯ СОДЕРЖИТ В СЕБЕ ЭТОТ ЗАКОН?

Этот закон включает, по крайней мере, пять предписаний:

а) требование не допускать взаимоисключающие суждения в структуре одного рассуждения, вывода;
б) побуждение определить критерий логичности рассуждения как непротиворечивость;
в) требование давать истинностные квалификации суждений, используемые в рассуждении;
г) требование выявлять явные и скрытые противоречия в структуре рассуждения;
д) предписание, в соответствии с которым необходимо различать реальные и мнимые противоречия.

4.9. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОТИВОРЕЧИЕ?

Логическое противоречие есть соотношение взаимоисключающих суждений, взятых в одном контексте. Обобщенно говоря, логическое противоречие — это взаимоисключение зафиксированных и выраженных в языке фрагментов знания, например: «Человек смертен и бессмертен». Взаимоисключающие утверждения образуют противоречие.

4.10. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ДИАЛЕКТИЧЕСКОЕ ПРОТИВОРЕЧИЕ?

Это противоречие развивающегося (изменяющегося) знания. С точки зрения теории диалектики, такое противоречие является источником движения и развития. Оно указывает на то, что развитие предмета обусловлено взаимодействием взаимоисключающих тенденций, составляющих его сущность.

4.11. КАК ФОРМУЛИРУЕТСЯ ЗАКОН ИСКЛЮЧЕННОГО ТРЕТЬЕГО?

Он формулируется следующим образом: если есть два суждения, из которых одно оказывается отрицанием второго, то только одно из них является истинным.

4.12. ЧЕМ ЗАКОН ИСКЛЮЧЕННОГО ТРЕТЬЕГО ОТЛИЧАЕТСЯ ОТ ЗАКОНА ПРОТИВОРЕЧИЯ?

Закон противоречия показывает, что взаимоисключающие суждения составляют логическую ошибку. Из этого следует, что если истинно А, то не истинно не-А, либо наоборот: неистинно А и истинно не-А. Это и составляет сущность закона исключенного третьего: третьего не дано, как не дано еще какого-либо Б, которое претендовало бы на выражение истины. Например: «Все планеты имеют форму шара» —суждение А. «Неверно, что все планеты имеют форму шара» —суждение не-А. Одно из них истинно, другое — ложно. Третьего не дано.

4.13. КАКИЕ ПРЕДПИСАНИЯ ВКЛЮЧАЮТСЯ В ЗАКОН ИСКЛЮЧЕННОГО ТРЕТЬЕГО?

Можно выявить четыре основных предписания:

а) необходимость формулировать альтернативность А и не-А и делать выбор между ними;

б) запрет выбирать в качестве альтернативы какие-либо еще утверждения;

в) требование устанавливать отношения противоположности между альтернативами таким образом, чтобы одна из них была отрицанием другой;

г) соответствие универсальному приему логического мышления, согласно которому противоположное истине есть ложь.

4.14. КАК ФОРМУЛИРУЕТСЯ ЗАКОН ДОСТАТОЧНОГО ОСНОВАНИЯ?

Данный закон формулируется следующим образом: всякое верное (истинное) утверждение должно быть достаточно обоснованным.

Основная задача этого закона — **доказательность** логического мышления и рассуждения. Суждение может быть истинным или ложным, но на каком основании? Закон достаточного основания предписывает устанавливать истинность каждого допущения в рассуждении, требует, чтобы ни одно суждение не считалось истинным без достаточных для этого оснований.

4.15. КАКИЕ ПРЕДПИСАНИЯ СОДЕРЖИТ ЗАКОН ДОСТАТОЧНОГО ОСНОВАНИЯ?

Их, по крайней мере, четыре:

а) все посылки рассуждения должны быть обоснованны;

б) если какое-то суждение является обоснованным, то допустимо использовать его в доказательстве;

в) обоснованием является истинностная характеристика суждения;

г) в обосновании суждений следует различать логическое и фактическое обоснование.

5. МЕТОДЫ ЛОГИКИ

5.1. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ТЕРМИН «МЕТОД»?

Термин «метод» означает способ построения системы знания, совокупность приемов и операций практического и теоретического освоения действительности.

Принято выделять экспериментальные, теоретические, эвристические и алгоритмические научные методы. По другим обоснованиям можно выделить количественные и качественные методы. В зависимости от степени обоснованности можно выделить статистические, вероятностные, гипотетико-индуктивные и гипотетико-дедуктивные методы. По механизмам обобщения выделяют синтетические и аналитические, индуктивные и дедуктивные, методы идеализации, моделирования, генерализации, типологизации и классификации.

5.2. ЧТО ОЗНАЧАЕТ АКСИОМАТИЧЕСКИЙ ЛОГИЧЕСКИЙ МЕТОД?

Суть этого метода заключается в следующем:

а) основное содержание логической теории определяется как база аксиоматизации;

б) формулируются основные термины;

в) в терминах основных понятий формулируются аксиомы, выражающие такие отношения между базисными понятиями, которые безусловно верны и не требуют доказательства;

г) формулируется система правил, позволяющая преобразовывать исходные постулаты (аксиомы) корректным образом;

д) осуществляется преобразование данных постулатов по указанным правилам, дающее возможность из ограниченного числа аксиом получать множество производных положений — теорем.

5.3. КАКИЕ ПРЕИМУЩЕСТВА ИМЕЕТ АКСИОМАТИЧЕСКИ ПОСТРОЕННАЯ ТЕОРИЯ?

Она имеет ряд отличительных особенностей;

а) такая теория не является частным знанием о конкретном предмете, а представляет собою обобщенное знание;

б) такая теория содержит в себе систему алгоритмов для решения множества частных задач.

5.4. ЧТО ОЗНАЧАЕТ МЕТОД ФОРМАЛИЗАЦИИ?

Метод формализации основывается на замене естественного языка искусственным. Это язык формул, знаков, символов, исчислений. Он представляет собою логический метод выявления содержания мысли посредством уточнения ее логической формы.

5.5. КАКИЕ ТРЕБОВАНИЯ ПРЕДЪЯВЛЯЮТСЯ К ФОРМАЛИЗОВАННОМУ ЯЗЫКУ?

Можно сформулировать пять таких основных требований:

а) все основные знаки и символы искусственного языка должны быть представлены в явном виде;
б) должны быть выделены простые (несоставные) и сложные (составные) символы;
в) должны быть определены правила корректного построения сложных выражений из простых;
г) должны быть заданы все правила преобразования формул искусственного языка;
д) должны быть заданы все правила интерпретации формул искусственного языка.

5.6. КАКИЕ ВОПРОСЫ СТОЯТ ПЕРЕД ЛОГИЧЕСКОЙ СЕМАНТИКОЙ?

Семантика как раздел логики изучает с помощью логически содержательных методов пути и способы интерпретации формальных логических систем. В соответствии с правилами семантики каждому выражению знаковой системы дается определенное истинностное значение.

Основными понятиями логической семантики являются понятия логического следствия, истинности, ложности, выполнимости, общезначимости.

5.7. ЧТО ОЗНАЧАЕТ СИНТАКСИЧЕСКИЙ АСПЕКТ ЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА?

Это предполагает рассмотрение способов построения формул логического исчисления, методов их преобразования. Причем, этот анализ осуществляется без соотнесения с тем, что в действительности эти формулы могут обозначать.

Основные понятия логического синтаксиса — понятия вывода, доказательства, противоречия и непротиворечивости.

5.8. ЧТО В ЛОГИКЕ ПОДРАЗУМЕВАЕТСЯ ПОД ИНТЕРПРЕТАЦИЕЙ?

Для ответа на этот вопрос нужно иметь в виду, что логические формулы имеют смысл тогда, когда есть некоторая предметная область, элементы которой могут быть поставлены в соответствие с этими формулами. Эта предметная область также называется областью интерпретации. Она не должна быть пустой, т. е. в этой области должен быть хотя бы один объект. Тогда под интерпретацией будем понимать всякую систему, состоящую из непустого множества (области интерпретации) и какого-либо соответствия, относящего каждому символу искусственного языка какие-нибудь связи в данной области, или какую-нибудь операцию, или какой-нибудь элемент.

5.9. КАК С ПОМОЩЬЮ ПОНЯТИЯ ИНТЕРПРЕТАЦИИ МОЖНО ПРОЯСНИТЬ ПОНЯТИЯ ИСТИННОСТИ И И ВЫПОЛНИМОСТИ, ПОДХОДЯЩИЕ ДЛЯ ФОРМУЛ ИСКУССТВЕННОГО ЯЗЫКА?

Пусть предметная область Д имеет ряд счетных последовательностей, среди которых В = (B_1, B_2,... B_n). Тогда формула А, включающая в себя (A_1, A_2,... A_n), выполнена в Д на последовательности В, если и только если $B_1(A_1)$, $B_2(A_2)$,... $B_n(A_n)$ есть отношение, принадлежащее В. Другими словами, если существует взаимно однозначное соответствие алфавита символов искусственного языка и элементов предметной области Д в виде множества отношений типа $B_n(A_n)$. И еще проще говоря, если в предметной области Д имеется хотя бы одна последовательность, в которой могут быть семантически осмыслены структуры формализованного языка.

5.10. КАКИЕ ВЫВОДЫ МОЖНО СДЕЛАТЬ, ИСХОДЯ ИЗ ТАКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫПОЛНИМОСТИ?

Представим эти выводы систематически:

— Если выполнена формула А, то не выполнено ее отрицание.

— Формула А называется истинной (в этой интерпретации), если и только если она выполнена на любой последовательности данной предметной области.

— Интерпретация называется моделью М множества формул Г, если каждая формула Г истинна в данной интерпретации.

— Формула А называется логически общезначимой (тавтологией), если она истинна в каждой интерпретации.

— Формула А называется логическим противоречием (невыполнимой формулой), если она ложна в каждой интерпретации.

5.11. КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ПОНЯТИЕ ЛОГИЧЕСКОГО СЛЕДСТВИЯ?

Формула А логически влечет формулу В (т. е. формула В является логическим следствием формулы А), если в любой интерпретации В выполнена на всякой последовательности, на которой выполнена формула А. Одним словом, если формула В принимает значение «истина» для тех же элементов предметной области Д (при подстановке их вместо элементов искусственного языка), для которых значение «истина» имеет формула А, то формула В логически следует из формулы А. Логическим примером, поясняющим понятие логического следствия, является понятие корректного рассуждения, определяемого как выведение истинного заключения из истинных посылок. В этом случае, следуя определению, можно сказать, что заключение логически следует из посылок.

6. ПОНЯТИЕ

6.1. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ПОНЯТИЕ КАК ФОРМА МЫШЛЕНИЯ?

Природа понятия отлична от всех форм чувственного воспроизведения предметов действительности, которые обычно характеризуются наглядной образностью. Понятие лишено наглядности. Это абстрактно-теоретическая форма отражения действительности, в которой схватываются сущностные, необходимые, существенные признаки предметов. Понятие всегда обобщает, а это приводит к абстракциям, схематизму.

6.2. ЧТО ОЗНАЧАЕТ УТВЕРЖДЕНИЕ, ЧТО ПОНЯТИЕ ОТРАЖАЕТ СУЩЕСТВЕННЫЕ ПРИЗНАКИ ПРЕДМЕТА?

Для ответа на этот вопрос прежде всего нужно определить, что из себя представляют признаки предмета, какие они бывают. Признаками называются черты сходства или различия предметов. Сходные признаки называются общими. В них выражается тождество предметов в определенном отношении. Признаки, по которым предметы различаются, называются отличительными.

2. Зак. № 189

Как в общих, так и в отличительных признаках могут фиксироваться существенные (необходимые) и несущественные (случайные) свойства предметов. Существенные признаки, определяющие характер, природу и направление развития предмета, взятые вместе, достаточны для выражения сущности предмета. Всякое понятие, претендующее на то, чтобы характеризовать сущность предмета, прежде всего отражает в себе его существенные признаки. Поэтому всякое понятие есть мысленное отражение в форме непосредственного единства общих существенных признаков предмета.

6.3. КАКОВЫ ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОНЯТИЯ?

Имеются две главные логические характеристики понятия — его содержание и объем. Содержанием понятия называется мысленное отражение неизменных признаков определенного класса предметов (или класса классов). Объемом понятия называется мысленное отражение того класса предметов (или класса классов), неизменные признаки которых отражены в содержании данного понятия. Примером этого будет понятие «треугольник». Его содержанием будет совокупность признаков, образующих эту геометрическую фигуру, а объемом — множество геометрических фигур, которым свойственны эти признаки.

6.4. КАК ОБРАЗУЮТСЯ ПОНЯТИЯ?

Анализ признаков предмета является первым этапом образования понятия. Под анализом понимается мысленное расчленение содержания предмета на составляющие признаки, свойства. Вторым этапом является сравнение. Это метод, позволяющий установить отношения сходства и различия по признакам между предметами. Далее следует синтез — прием мысленного соединения признаков предметов, которые обобщаются в некотором понятии. Абстрагирование позволяет вычленить, выделить некоторые признаки из их совокупности, отвлечься от отдельных признаков и сосредоточить внимание на чем-то одном.

6.5. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ РЕГИСТРИРУЮЩИМИ И НЕРЕГИСТРИРУЮЩИМИ ПОНЯТИЯМИ?

Если в содержании понятия имеются признаки, отвечающие на вопросы «где?», «когда?», «какого типа?», такие понятия называют регистрирующими, а порою также закрытыми. Если такие вопросы поставить нельзя, понятие считается нерегистрирующим. Примером второго понятия будет понятие «справедливость».

6.6. ЧЕМ РАЗЛИЧАЮТСЯ ПУСТЫЕ И НЕПУСТЫЕ ПОНЯТИЯ?

Они различаются в зависимости от того, соответствуют ли данному понятию какие-либо предметы в мире или нет. В первом случае понятие является непустым, а во втором — пустым. Понятие «планета» является примером непустого понятия, а понятие «кентавр» является пустым.

6.7. ЧТО МОЖНО СКАЗАТЬ О КОНКРЕТНЫХ И АБСТРАКТНЫХ ПОНЯТИЯХ?

Конкретные понятия являются понятиями об отдельных предметах, а абстрактные понятия — понятиями об отношениях и свойствах. Если примером конкретного понятия может служить понятие «герой дня», то примером второго рода будет «мужество».

6.8. В ЧЕМ СОСТОИТ РАЗЛИЧИЕ МЕЖДУ АБСОЛЮТНЫМИ И ОТНОСИТЕЛЬНЫМИ ПОНЯТИЯМИ?

Относительное понятие имеет в своем содержании признак, фиксирующий отношение одного предмета к другому, а в содержании абсолютного (безотносительного) понятия такой признак отсутствует. Так, «дерево» будет примером безотносительного понятия, а «муж» — примером относительного понятия.

6.9. ЧЕМ ХАРАКТЕРИЗУЮТСЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ПОНЯТИЯ?

Примером отрицательности будет характеристика того, что некоторый признак не присущ предмету, положительное же характеризует наличие некоторого признака. Примером отрицательных понятий могут служить такие: «не живое существо», «не млекопитающее». В положительных понятиях определенный признак не отрицается, а утверждается.

6.10. КАКИЕ ЕЩЕ ВИДЫ ПОНЯТИЙ МОЖНО ВЫДЕЛИТЬ?

По разным основаниям нужно выделять единичные и общие понятия. Общие понятия имеют такой объем, в котором мыслится два и более предметов. Единичные понятия в своем объеме содержат только один предмет. Понятия, отражающие группы однородных предметов, упорядоченных определенным образом, называются собирательными. Понятия, в объеме которых каждый предмет мыслится как элемент класса, называются разделительными. В качестве общего понятия можно сформулировать понятие «космонавт». Оно может интерпретироваться на множестве объектов (индивидов), удовлетворяющих системе признаков, являющихся содержанием этого понятия. Понятие «первый космонавт

Земли» является единичным понятием, т. е. в области его интерпретации только один объект (индивид): Юрий Гагарин.

6.11. КАК МОЖНО СООТНОСИТЬ ПОНЯТИЯ ПО ОБЪЕМУ?

Можно выделить несколько типов отношений понятий по объему:

а) совпадение объемов понятий, говорящее о том, что объем одного понятия равен объему другого понятия. Такие понятия называются равнообъемными или взаимозаменяемыми. Совпадение объемов понятий можно наблюдать на примере таких понятий, как «студент» и «обучающийся в высшем учебном заведении»;

б) включение объема одного понятия в объем другого понятия говорит о том, что объем одного понятия полностью содержится в объеме другого понятия. Так, понятие «человек» полностью включается в понятие «живое существо»;

в) исключение объемов понятий характеризует такое отношение, когда у двух сравниваемых понятий нет ни одного общего признака. Например, понятия «жизнь» и «смерть»;

г) пересечение объемов понятий является примером частичного совпадения их объемов. Пример такого частичного совпадения — соотношение понятий «студент» и «отличник».

6.12. КАКИЕ ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ПОНЯТИЯМИ МОЖНО ВЫДЕЛИТЬ ПО ИХ СОДЕРЖАНИЮ?

Отношения между понятиями по содержанию можно характеризовать по следующим основаниям:

а) сравнимые и несравнимые понятия. Несравнимость понятий предполагает отсутствие общих признаков. Сравнимые понятия имеют общий род. Таким родом будет, например, «геометрическая фигура». По отношению к этому роду определяются сравнимые понятия: «треугольник», «ромб», «трапеция»;

б) во множестве пар сравнимых понятий можно выделять совместимые и несовместимые понятия. Понятия называются совместимыми, если признаки, составляющие их содержание, могут принадлежать одним и тем же предметам. Обратная характеристика дает образец несовместимых понятий.

6.13. КАКОВЫ ЯЗЫКОВЫЕ ФОРМЫ ВЫРАЖЕНИЯ ПОНЯТИЙ?

Понятия, как и другие формы мышления, выражаются в языке, в разных словах и словосочетаниях. Слова и словосочетания, выражающие понятия, в логике называются **именами**.

Имена бывают простые, сложные и описательные (дескриптивные). Например, имя «спидометр» является простым, «ученый-лингвист» — сложным, а «прибор для измерения скорости» — описательным.

6.14. КАКОВЫ ПРИНЦИПЫ ИМЕНОВАНИЯ?

Нужно учитывать три основных принципа именования:

а) принцип однозначности, говорящий о том, что каждое выражение, употребляемое в качестве имени, может быть именем только одного объекта;
б) принцип предметности, который требует, чтобы языковые выражения говорили об объектах, на которые они указывают;
в) принцип взаимозаменяемости, который означает, что имена, имеющие одно и то же предметное значение, могут быть взаимозаменимы в так называемых стандартных контекстах.

7. СУЖДЕНИЕ

7.1. ЧТО ОЗНАЧАЕТ «СУЖДЕНИЕ» КАК ФОРМА МЫСЛИ И ЧЕМ ОНО ОТЛИЧАЕТСЯ ОТ ПОНЯТИЯ?

Понятия отражают существенные признаки предметов, но люди не мыслят и не рассуждают отдельными, изолированными понятиями. Наиболее распространенной формой мышления является суждение. Логическая форма суждения выражает отношения между двумя или более понятиями. Поэтому именно в суждении совершается элементарный логический акт мышления.

7.2. В ЧЕМ ВЫРАЖАЕТСЯ СУЖДЕНИЕ И КАКОВА ЕГО ЛОГИЧЕСКАЯ ФОРМА?

Суждение как форма мышления закрепляется в языке и выражается с помощью предложения, например, «Москва — столица Российской Федерации».

В структуре любого суждения есть три необходимых компонента: субъект суждения, его предикат и логическая связка между ними. **Субъект** суждения выражает информацию о предмете суждения или то, что в нем говорится о предмете. Сокращенно субъект суждения обозначается латинской буквой «S» (от латинского слова subjectum). В приведенном выше примере «Москва» — субъект этого суждения.

Вторым логическим элементом суждения является **предикат**. Он выражает признаки предмета или то, что ему приписывается в данном суждении, что о нем говорится. Сокращенно предикат обозначается латинской буквой «Р» (от латинского слова praedicatum).

Третьим элементом суждения является **логическая связка**, которая выражает отношения между субъектом и предикатом. Логическая связка имеет две формы: она может быть утвердительной и отрицательной.

7.3. ЧЕМ ОТЛИЧАЕТСЯ СУЖДЕНИЕ ОТ ПРЕДЛОЖЕНИЯ?

Предложение по отношению к суждению является языковой формой его выражения, а суждение составляет его логическую, смысловую суть. Отличие суждения от предложения можно провести по следующим основаниям;

а) суждение отличается от предложения тем, что оно характеризует не грамматические, а смысловые, логические отношения между предметом суждения и тем, что о нем высказывается;
б) одно и то же суждение можно выразить в разных грамматических формах одного естественного языка или же предложениями разных естественных (национальных) языков;
в) суждение отличается от предложения также и по своей логической структуре (логической форме).

7.4. КАК МОЖНО СУЖДЕНИЯ ПОДРАЗДЕЛЯТЬ ПО КАЧЕСТВУ?

Суждения делят по качеству в зависимости от характера логической связки, объединяющей субъект и предикат суждения, на утвердительные и отрицательные. В утвердительных связках нечто приписывается субъекту, в отрицательных — что-то отрицается как его признак.

7.5. КАК СУЖДЕНИЯ ДЕЛЯТСЯ ПО КОЛИЧЕСТВУ?

По количеству суждения делятся на *единичные*, *частные* и *общие*. Единичные суждения характеризуются тем, что объем субъекта состоит только из одного элемента (Гагарин — первый космонавт Земли). Частные суждения характеризуются тем, что содержание предиката относится только к части объема субъекта (Некоторые живые существа — млекопитающие). В общих суждениях предикат относится ко всем предметам того или иного класса (Все люди смертны).

7.6. КАК СОВМЕЩАЕТСЯ КОЛИЧЕСТВЕННАЯ И КАЧЕСТВЕННАЯ ОПРЕДЕЛЕННОСТЬ СУЖДЕНИЙ?

В этом аспекте выделяются четыре вида суждений:

а) *общеутвердительное* суждение. Это суждение является общим по количеству и утвердительным по качеству. Его можно записать следующим образом: «Все S есть P» или сокращенно «S a P», где буква «а» — первая буква латинского слова affirmo, что в переводе означает — утверждаю;

б) *общеотрицательное* суждение. Это суждение общее по количеству и отрицательное по качеству. Его логическая структура — «Ни одно S не есть p», а логическая запись — «S e p»;

в) *частноутвердительное* суждение. Это суждение частное по количеству и утвердительное по качеству. Его логическая структура следующая: «Некоторое S есть P», или «По крайней мере, одно S есть P», а логическая запись — «S i P»;

г) *частноотрицательное* суждение. Это суждение является частным по количеству и отрицательным по качеству. Его логическая структура следующая: «Некоторое S не есть P», а логическая запись — «SoP».

7.7. КАК СУЖДЕНИЯ СООТНОСЯТСЯ МЕЖДУ СОБОЙ?

Любые суждения по своей логической форме могут быть сравнимыми и несравнимыми. Сравнимыми являются суждения, имеющие одинаковые термины и различающиеся по качеству и количеству. Несравнимыми будут суждения, в которых различны субъекты и предикаты. Среди сравнимых суждений нужно различать совместимые и несовместимые.

7.8. ЧТО ПОДРАЗУМЕВАЕТСЯ ПОД ЛОГИЧЕСКОЙ СОВМЕСТИМОСТЬЮ СУЖДЕНИЙ?

Совместимость суждений предполагает три вида отношений:

а) эквивалентность (полная совместимость);
б) субконтрарность (частичная совместимость);
в) логическое подчинение (логическое следование).

7.9. ЧТО ВКЛЮЧАЕТ В СЕБЯ ЛОГИЧЕСКАЯ НЕСОВМЕСТИМОСТЬ СУЖДЕНИЙ?

Логическая несовместимость имеет две разновидности:

а) противоположность (контрарность);
б) логическое противоречие (контрадикторность).

7.10. КАКОЙ ЛОГИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ИМЕЮТ ОТНОШЕНИЯ ПОДЧИНЕНИЯ, КОНТРАРНОСТИ, СУБКОНТРАРНОСТИ И КОНТРАДИКТОРНОСТИ?

а) отношение ***подчинения*** частного суждения общему говорит о том, что из истинности подчиняющего суждения следует истинность подчиненного суждения, т. е. если общее суждение является истинным, то и подчиненное ему частное суждение тоже будет истинным;
б) отношение ***контрарности*** имеет место между общеутвердительным и общеотрицательным суждениями и предполагает, что данные суждения не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными;

в) отношение субконтрарности между частноутвердительным и частноотрицательным суждениями говорит о том, что оба этих суждения могут быть одновременно истинными, но не могут быть одновременно ложными;

г) отношения контрадикторности устанавливаются между соответственно общеутвердительным и частноотрицательным суждениями и между общеотрицательным и частноутвердительным суждениями и характеризуются тем, что если одно из этих суждений истинно, то другое обязательно ложное, а если одно ложное, то другое — истинное.

7.11. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ДЕЛЕНИЕ СУЖДЕНИЙ ПО МОДАЛЬНОСТЯМ?

Модальностями называются свойства, характер или модусы суждений, характеризующие их возможность, необходимость, допустимость и т. п. Таким образом, понятие «модальности» можно определить как способ указания на характер осуществления того, о чем говорится в суждении. Этот характер может быть необходимым, возможным, случайным, обязательным, определяемым в связи с условиями причинности, времено́й и иной обусловленности. Различаются *алетические* модальные суждения: «Необходимо S есть P», «Возможно, S есть P»; *деонтические* модальные суждения, где в качестве *модусов* используются такие *модальности*, как «обязательно», «разрешено», «запрещено» и «безразлично»; *аксиологические* модальности — «хорошо», «плохо»; *темпоральные* модальности — «раньше», «позже», «одновременно». Алетические модальности предназначены для объяснения суждений, в которых речь идет о каузальной (причинно-следственной зависимости). Деонтические модальности характеризуют отношения долженствования, нормативной причинности, урегулированности отношений с помощью правил и предписаний. Аксиологические, или ценностные модальности —оценочный аспект долженствования. Темпоральные модальности квалифицируют временнýю упорядоченность явлений, отношений, свойств и действий.

7.12. КАКИЕ СУЖДЕНИЯ НАЗЫВАЮТСЯ СЛОЖНЫМИ?

Сложные суждения образуются из простых с помощью соединительных союзов. Ими служат *конъюнкция* (союз «и»), *дизъюнкция* (союз «или»), *импликация* (связка типа «если... то...») и *эквиваленция* («тогда и только тогда, когда»).

а). **Соединительные**, или конъюнктивные суждения — это суждения, полученные из двух других с помощью союза «и».

Соединительное суждение будет **истинным** в случае, если истинными являются обе его части. Так, если А — это одно простое суждение, а В —

другое, то соединительное суждение А и В будет иметь следующую истинностную квалификацию:

А	В	А и В
истинно	истинно	истинно
истинно	ложно	ложно
ложно	истинно	ложно
ложно	ложно	ложно

б). **Разделительные** суждения.

Есть два типа разделительных суждений: исключающе-разделительные и неисключающе-разделительные. Первые образуются с помощью связки «либо... либо». Их называют иногда альтернативными суждениями. Суть союза «либо — либо» состоит в том, что он соединяет несовместимые друг с другом суждения.

Неисключающие разделительные суждения получаются из любых двух суждений при помощи логического союза «или».

Истинная характеристика этих суждений:

А	В	либо А, либо В	А или В
истинно	истинно	ложно	истинно
истинно	ложно	истинно	истинно
ложно	истинно	истинно	истинно
ложно	ложно	ложно	ложно

в). Условные (импликативные) суждения.

Условным называется суждение, которое получается из двух других посредством логического союза «если..., то». Примером этого будет суждение формы: «если А, то В». При этом А называется *антецедентом* суждения, а В — его *консеквентом*.

Истинностную квалификацию такого суждения можно представить следующей таблицей:

А	В	Если А, то В
истинно	истинно	истинно
истинно	ложно	ложно
ложно	истинно	ложно
ложно	ложно	истинно

г). Суждения эквивалентности.

Суждением эквивалентности называется суждение, которое получено из двух любых суждений при помощи логического союза «тогда и только тогда, когда».

Об истинностной квалификации суждения эквивалентности можно судить по следующей таблице:

А	В	А тогда и только тогда, когда В
истинно	истинно	истинно
истинно	ложно	ложно
ложно	истинно	ложно
ложно	ложно	истинно

8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ

8.1. ЧТО ВКЛЮЧАЕТ В СЕБЯ ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ?

Определение — это логическая операция, посредством которой, во-первых, раскрывается содержание некоторого понятия, во-вторых, описывается или уточняется значение какого-то слова или термина и, в-третьих, некоторый предмет (объект) характеризуется таким способом, который позволяет его отличать от других предметов.

В научной практике чаще всего определение представляет такую познавательную операцию, с помощью которой значение неизвестного в данной научной теории термина определяется через значение уже известного.

8.2. КАК МОЖНО КВАЛИФИЦИРОВАТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЕ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ПРОЦЕДУР МЫШЛЕНИЯ?

Процедуру определения в широком смысле можно квалифицировать как особого рода логический мысленный прием, позволяющий отыскать, уточнить, эксплицировать, разъяснить значение понятия (знакового выражения вообще) в том или ином языке (системе понятий, обозначений, символов) либо расширить принимаемый нами язык за счет введения нового понятия (знакового выражения).

8.3. КАК МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ СЕБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ В ВИДЕ СУЖДЕНИЯ?

Определение представляет собою формулирование суждения субъектно-предикатной структуры, где на месте определяемого (*дефиниендума*) — субъект суждения, а на месте предиката (*дефиниенса*) — определяющее. Нужно иметь в виду, что определяемое — это значение термина, которое требуется уточнить, а на месте определяющего — то, с помощью чего такое уточнение осуществляется.

Более точно говоря, определяемое — это выражение или понятие, смысл и значение которого неизвестны, и их требуется эксплицировать, уточнить. Определяющее — это та логическая единица (некоторое выражение), смысл которой известен и служит для того, чтобы уточнить то, что требуется в определяемом.

8.4. КАК РАЗЛИЧАЮТСЯ ВИДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЙ?

Двумя базовыми различиями видов определений являются, с одной стороны, различие между реальными и номинальными определениями, с другой — различие между явными и неявными определениями. Если определение отвечает на вопрос, какое понятие обозначается тем или иным именем, то это номинальное определение. Особенность номинального определения в том, что в нем раскрытие содержания понятия не связано с указанием на соответствие этого понятия с действительностью, т. е. на то, что понятие является не пустым. Языковой формой номинального определения является имя. Так, «баба-яга» — имя и понятие. Реальное определение связано с указанием на предмет независимо от контекста его использования. Например, «Ведьма — персонаж русских народных сказок». Здесь сказки являются реальным (в данном случае) контекстом.

Явные и неявные определения различаются в зависимости от своей структуры, реальные и номинальные определения — в зависимости от выполняемых определением функций, т. е. в зависимости от того, что определяется: значение понятия или сам предмет.

Явные определения содержат прямое указание на существенные признаки определяемого понятия; определяемое и определяющее в них выражены четко и однозначно. Точнее, в суждении, выражающем явное определение, присутствует и субъект (определяемое), и предикат (определяющее). Например, «Дактиль —трехсложная стопа стихосложения с ударением на первом слоге».

Неявные определения не содержат четкого и однозначного определяющего элемента, в них содержание определяемого может быть установлено через некоторый контекст. Так, примером неявного определения будет следующая характеристика: «Правилом вывода называется логическая операция, принимаемая в той или иной логической системе, позволяющая корректным образом преобразовывать одни логические формулы в другие».

Номинальным называется определение, посредством которого формулируется в явной форме значение уже имеющегося понятия и устанавливается содержание вновь вводимого понятия. Новое понятие вводится как сокращение для более сложного выражения. Это означает, что номинальное определение имеет дело с языковыми объектами. Так, понятие дедукции можно номинально определить как выведение, исходя из этимологии значения этого слова. Реальное определение понятия дедукции связано с указанием на те реальные логические процедуры, с помощью которых эксилицируется это понятие: доказательство, вывод, логическое следствие.

Реальное определение специфицирует, т. е. дает однозначное отличие интересующего исследователя предмета (объекта) от других объектов в данной области исследования. Это означает, что реальное определение имеет дело не со словами, терминами и понятиями, а с реальными предметами.

8.5. МОЖНО ЛИ РЕАЛЬНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕВЕСТИ В НОМИНАЛЬНЫЕ И НАОБОРОТ?

Если допустить, что мы можем поименовать все предметы, т. е. всем предметам дать имена и обозначения в строгом соответствии с теорией именования и обозначения, то такая процедура возможна. Например, если имеется реальное определение типа «Треугольник есть геометрическая фигура на плоскости, ограниченная тремя взаимопересекающимися линиями, сумма внутренних углов которой есть 180 градусов», то данное определение можно сформулировать как номинальное: «Треугольником называется плоская геометрическая фигура, ограниченная тремя взаимопересекающимися прямыми, с суммой внутренних углов 180 градусов».

8.6. КАКИЕ ЕЩЕ ВИДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЙ МОЖНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ?

В числе неявных определений нужно указать на контекстуальные определения и индуктивные определения. Первыми можно назвать такие определения, в которых использование того или иного термина (понятия, знакового выражения) выясняется в совокупности терминов и суждений, являющихся контекстом исследуемого термина. Такие определения используются тогда, когда смысл или значение неизвестного термина выясняется из смысла прочитанного или использованного контекста, словаря, теории, системы базисных понятий.

Индуктивными называются определения, которые позволяют из исходных объектов теории путем применения к ним конкретных определений получать новые объекты. Таковы определения натурального числа в математике.

8.7. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ АКСИОМАТИЧЕСКИМ ОПРЕДЕЛЕНИЕМ?

Если определения понятий даются посредством исходных понятий некоторой теории через ее аксиомы, то мы имеем дело с *аксиоматическими* определениями. Они, как правило, задаются таким образом, что в некоторой теории отдельные положения выбираются в качестве базисных, основополагающих. Такие положения называются аксиомами или постулатами. Их не требуется каждый раз заново доказывать. Из них с помощью заранее оговоренных правил выводятся другие предложения, называемые теоремами.

8.8. КАКОВА ОСОБЕННОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ЧЕРЕЗ РОД И ВИДОВОЕ ОТЛИЧИЕ?

Такое определение содержит в себе указание на класс предметов, среди которых требуется выделить определяемый предмет, и на признак, посредством которого он выделяется из данного класса.

Сущность рассматриваемого вида определения состоит в указании на ближайший род, видом которого выступает определяемое в данном случае понятие, и видообразующий признак, которым, как известно, определяемый вид отличается от других видов данного рода.

Примером этого может быть определение типа «Астрономия — это наука о звездах». Здесь слово «наука» является ближайшим родом, а выражение «о звездах» — видообразующим признаком.

Процесс определения через род и видовые отличия распадается как бы на два этапа. На первом происходит подведение определяемого понятия под более широкое по объему понятие. Причем, надо обратить внимание на то, чтобы выбирался не всякий род, а именно ближайший. На втором этапе отыскивается признак, отличающий данное понятие от других понятий того же рода. Таким признаком служит видообразующий признак.

8.9. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ГЕНЕТИЧЕСКИМ ОПРЕДЕЛЕНИЕМ?

Генетическое определение представляет собою разновидность определения через род и видовые отличия. Им называется определение предмета (понятия) путем указания на способ, каким образуется только данный предмет (понятие) и никакой другой. Пример подобного определения: «Шар — это геометрическое тело, образованное вращением полуокружности вокруг диаметра».

8.10. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ОПЕРАЦИОНАЛЬНЫМ ОПРЕДЕЛЕНИЕМ?

Операциональные определения являются разновидностью генетических. Отличие их в том, что в них дается алгоритм действий, которые необходимо осуществить, чтобы охарактеризовать те или иные понятия. Так, чтобы начертить окружность, нужно закрепить нить в точке, называемой центром, и грифелем, закрепленным на нити на расстоянии от центра, называемом радиусом, прочертить сплошную линию.

8.11. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ОПРЕДЕЛЕНИЕМ ЧЕРЕЗ АБСТРАКЦИЮ?

Наука такова, что в ней часто используются идеальные или абстрактные объекты. Определения, связанные с выделением такого типа объектов через установление между ними отношений равенства, равнозначности, тождества, получили название определений через абстракцию.

Примером этого может быть определение отношения равенства R:

1) отношение R рефлексивно в некоторой области D; xRx;
2) отношение R симметрично в области D; из того, что xRx, следует, что yRx;
3) отношение R транзитивно в области D; из того, что xRy и eRx, следует, что xRz.

8.12. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ОСТЕНСИВНЫМ ОПРЕДЕЛЕНИЕМ?

Собственно говоря, *остенсивное* определение является внелогическим. Оно состоит в указании на предмет и его именовании (назывании). Например: «Это стол».

8.13. КАКИЕ ТРЕБОВАНИЯ ПРЕДЪЯВЛЯЮТСЯ К ПРАВИЛЬНО (КОРРЕКТНО) СФОРМУЛИРОВАННЫМ ОПРЕДЕЛЕНИЯМ?

К числу таких требований можно отнести следующие: литературные, фактические и логические.

Под литературными требованиями имеется в виду то, что определение должно быть как можно более ясным, четким, исключающим метафорические, фигуральные выражения. Иначе говоря, смысл слов, терминов и понятий, используемых в определениях, должен быть достаточно ясным для того, кто их использует и кому они адресованы. Не являются определениями такие выражения: «Искусство — это школа жизни», «Вера — это эманация души».

К фактическим требованиям нужно отнести то, что квалификация определяемого (дефиниендума) должна совершаться точно по существенным признакам, а уточнение, экспликация и пояснение введенного термина в некоторый язык теории должны осуществляться через термины, значения и смыслы которых уже достаточно прояснены, более ясны и понятны, чем значение уточняемого понятия или термина.

8.14. КАКИЕ ТРЕБОВАНИЯ КОРРЕКТНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОТНОСЯТСЯ К ЛОГИЧЕСКИМ?

К ним относятся следующие требования корректности определения как логической процедуры:

1. Требование взаимозаменимости (соразмерности). Оно гласит, что в явных определениях определяемое и определяющее должны быть взаимозаменимы в любых стандартных контекстах (по отношению к номинальным определениям). В реальных определениях речь идет о соразмерности, равнообъемности определяемого и определяющего.
2. Правило запрета порочного круга, говорящее о том, что дефиниендум и иные выражения, определенные посредством этого термина, не должны встречаться в дефиниенсе, т. е. определяющее, в свою очередь, не должно характеризоваться через определяемое.
3. Определение не должно быть отрицательным: в определяющем должны указываться какие-то позитивные признаки, а не отсутствие таковых. Так, определение типа «Пальма — это растение, не растущее на Северном полюсе», не является корректным.
4. Правило некреативности, которое требует, чтобы определение не создавало определяемый предмет. Конечно, можно попытаться дать определение понятию «снежный человек», но это не будет означать, что снежный человек существует.

8.15. К ЧЕМУ ПРИВОДИТ НАРУШЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ КОРРЕКТНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЙ?

Нарушение этих требований, как правило, приводит к логическим ошибкам. Так, нарушение правила соразмерности ведет к тому, что определение будет либо узким, либо слишком широким. В слишком узком определении объем определяющего у́же объема определяемого. Нарушение второго правила приводит к так называемому порочному кругу в доказательстве, когда неизвестное определяется через неизвестное, или какой-то термин определяется сам через себя. Нарушение правила позитивности определения приводит к тому, что определение становится отрицательным, не характеризующим никаких позитивных отличительных признаков предмета.

Соблюдение же правил определения соответствует правильному логическому мышлению.

9. ДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЙ

9.1. ЧТО ОЗНАЧАЕТ ДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЙ?

Каждый вид предметов некоторого рода представляет собой нечто особенное в общем, что зафиксировано в содержании понятия. Деление понятий в этом плане представляет собой выявление возможных различий в составе его объема.

9.2. КАК РАЗЛИЧАЮТСЯ ПРИЗНАКИ ПРЕДМЕТОВ?

Признаки предметов можно различать по форме, по степени сложности, по содержанию, по частоте их проявления и т. п. Так, людей различают по возрасту, внешнему виду, профессии, национальности, вероисповеванию и т. д. То, что может быть признано признаком различения в одном подходе, в другом не является основанием различения, т. е. основанием деления понятий.

9.3. ДЛЯ ЧЕГО ПРОИЗВОДИТСЯ ДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЙ?

Деление понятий производится с познавательной целью для того, чтобы выявить и выделить все возможные виды предметов и каждый раз по некоторому определенному основанию. А это, в свою очередь, необходимо для осуществления систематического обзора мыслимых в понятии предметов. К тому же, деление понятия — один из существенных этапов его развития. Происходит обобщение, конкретизация понятия, уточнение его содержания и формы. Выбор основания деления зависит от той познавательной задачи, в связи с которой возникает потребность в делении понятий.

9.4. ЧТО ВКЛЮЧАЕТ В СЕБЯ ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ ДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЙ?

В каждой операции деления нужно выделять его **основание, делимое понятие** и **члены деления**. Последние представляют собой видовые понятия по отношению к исходному, выделенные по данному основанию.

Каждое деление понятия является разбиением его объема, однако не каждое разбиение некоторого класса предметов представляет собою деление понятия.

По характеру оснований можно различать два вида деления понятий: *деление* по *видоизменению* признака и *дихотомическое деление*.

Примером деления первого вида является следующий: «Фильмы бывают короткометражные, полнометражные, многосерийные».

Примером дихотомического деления является следующее: «Фильмы бывают игровые и документальные».

При делении понятий по видоизменению признака в качестве основания деления выбирается тот признак, по которому образуются видовые понятия, причем каждое видовое понятие обладает данным признаком в той или иной степени.

При дихотомическом делении в качестве основания деления выбирается такое, которое определяет, обладают ли видовые понятия признаком, выдвинутым в качестве основания, или не обладают. Иначе говоря, объем делимого понятия делится на два противоречащих друг другу понятия: А и не-А. Далее возможно, что понятие А делится вновь на два противоречащих класса: В и не-В. И затем снова понятие В делится на противоречивые классы С и не-С.

9.5. КАКОВЫ ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ ПРОЦЕДУРЫ ДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЯ?

Дихотомическое деление — довольно простая процедура. Это является основным достоинством данного вида деления, которое часто используется в науке и практике. Но в этой процедуре есть и недостатки. Удобство и простота определяются тем, что легко осуществляется выполнение требования соразмерности. При этой логической процедуре члены деления просто исключают друг друга. Но дихотомическое деление предполагает прямой путь, по которому можно дойти до единичных понятий, а при их получении деление заканчивается. Неудобство же связано с тем, что объем отрицательного члена деления более не раскрывается.

9.6. КАКОВЫ ТРЕБОВАНИЯ КОРРЕКТНОСТИ ДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЙ?

При проведении процедуры деления понятий необходимо выполнять пять основных правил:

1. Деление должно происходить по одному определенному основанию.
2. Члены деления должны быть попарно несовместимы. Это означает, что члены деления не должны иметь общих элементов или быть соподчиненными понятиями.
3. Деление должно быть соразмерным. Члены деления как классы должны полностью исчерпывать объем исходного понятия, т. е. совокупный

объем членов деления должен быть равен объему делимого понятия.

4. Никакой из членов деления не может быть пустым классом.
5. Деление должно быть непрерывным, а все члены являться ближайшими видами объема исходного понятия, выделенными по выбранному основанию.

9.7. КАКИЕ ОШИБКИ ПРОЦЕДУРЫ ДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЙ НАИБОЛЕЕ ЧАСТО ВСТРЕЧАЮТСЯ?

Эти возможные ошибки чаще всего связаны с нарушением тех или иных правил. Так, нарушение первого правила ведет к ошибке «смешение оснований». Нарушение второго правила приводит к тому, что члены деления не исключают друг друга. Нарушение третьего и четвертого правил называется несоразмерным делением. При этом деление может быть или слишком узким, или слишком широким. Нарушение пятого правила называется скачком в делении.

Первая ошибка может быть проиллюстрирована так: искусством являются балет, живопись, искусство общения. Вторая ошибка приводит к следующему делению понятий: «Дроби бывают десятичными, правильными, неправильными». Ошибка третьего рода связана с тем, что члены деления не исчерпывают объем делимого понятия: «Войны бывают освободительными, справедливыми и мировыми».

10. ТРАДИЦИОННАЯ ЛОГИКА: АРИСТОТЕЛЕВСКАЯ СИЛЛОГИСТИКА

10.1. КАКОЙ ХАРАКТЕР ЛОГИЧЕСКОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ ПОСЫЛКАМИ И ЗАКЛЮЧЕНИЯМИ ИЗУЧАЕТСЯ В ТРАДИЦИОННОЙ ЛОГИКЕ?

Известно, что одна из главных задач логики — изучение стандартов корректности разных рассуждений. Мышление человека, выражающееся последовательной связью суждений в рассуждениях, имеет понятийный характер. В суждениях устанавливается логическая связь между понятиями, а некоторая последовательность таких суждений и образует рассуждения. Эта связь и может быть названа следованием, или выводимостью. Иначе говоря, одно суждение, к которому приходят в результате рассуждения, следует из другого или других суждений, которые лежат в основе и оказываются исходными в рассуждении.

Исходя из характера логической связи между посылками (суждениями, в которых содержится известная исследователю информация о предмете рассуждения), можно выделить, по крайней мере, три вида рассуждений: от общего к частному, от частного к общему и от частного к

3. Зак. № 189

частному. Рассуждения первого типа называются *дедуктивными*. Именно они и изучаются в традиционной логике.

10.2. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯМИ В ЛОГИКЕ?

Умозаключениями принято называть логические модели рассуждений. Среди них выделяются два вида: непосредственные и опосредованные.

Непосредственные умозаключения содержат одно суждение в качестве посылки и одно в качестве заключения или вывода. Опосредованные умозаключения содержат в себе более чем одну посылку.

10.3. КАКОВЫ РАЗНОВИДНОСТИ НЕПОСРЕДСТВЕННЫХ УМОЗАКЛЮЧЕНИЙ?

Среди них выделяются следующие: ***умозаключения по логическому квадрату***, ***умозаключения модальности***, ***умозаключения превращения***, ***умозаключения обращения*** и ***умозаключения по противопоставлению предикату***.

10.4. ЧТО ПРЕДСТАВЛЯЮТ СОБОЙ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ ПО ЛОГИЧЕСКОМУ КВАДРАТУ?

В этом виде умозаключения также выделяются разные виды.

1. *Умозаключение противоречия* основывается на законе исключенного третьего, согласно

которому если утверждение чего-либо истинно, то отрицание этого ложно, и наоборот.

Умозаключение противоречия позволяет устанавливать отношения между суждениями типа А (общеутвердительные суждения) и О (частноутвердительные суждения), Е (общеотрицательные суждения) и I (частноутвердительные суждения).

Логические правила позволяют устанавливать истинность разных суждений. Допустим, требуется установить истинность общеотрицательного суждения. Это можно сделать, если удастся установить ложность частноутвердительного суждения. Истинность частноотрицательного суждения устанавливается при выявлении ложности общеутвердительного суждения. Так, общеутвердительное суждение «Все люди смертны» находится в отношении противоречия к частноотрицательному суждению «Некоторые люди бессмертны».

2. *Умозаключение противоположности* также основано на логическом квадрате. Выводом такого умозаключения является ложное суждение. Истинного вывода здесь быть не может, так как противоположные суждения могут быть ложными одновременно.

В умозаключениях этого типа делается вывод либо о ложности общего суждения, либо о ложности единичного суждения. Используя тот же пример, можно проиллюстрировать противоположность между суждениями типа: «Все люди смертны» и «Ни один человек не является смертным».

3. *Умозаключение подчинения* позволяет получить истинные частноутвердительные или частноотрицательные суждения. Они следуют из истинности соответственно общеутвердительных и общеотрицательных суждений. Из общеутвердительного суждения «Все люди смертны» по принципу подчинения следует, что «Сократ (будучи человеком) смертен».
4. *Умозаключение субконтрарности* дает возможность получить истинные частноутвердительные или частноотрицательные суждения. Примером этого будут следующие суждения: «Некоторые молодые люди являются студентами» и «Некоторые молодые люди не являются студентами».

10.5. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯМИ МОДАЛЬНОСТИ?

Под *умозаключениями модальности* подразумеваются такие, в которых отношения между суждениями характеризуются некоторыми логическими модальностями, т. е. модусами необходимости и возможности.

10.6. КАКИЕ ПРИНЦИПЫ УМОЗАКЛЮЧЕНИЙ МОДАЛЬНОСТИ МОЖНО ВЫДЕЛИТЬ?

Можно выделить шесть основных принципов:
1. Что необходимо, то действительно.
2. Что необходимо, то возможно.

3. Что действительно, то возможно.
4. Что невозможно, то недействительно.
5. Что невозможно, то не необходимо.
6. Что не действительно, то не необходимо.

10.7. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯМИ ПРЕВРАЩЕНИЯ?

Умозаключения превращения — это такие умозаключения, в которых изменение (превращение) качества суждений производится на основании того, что истинно суждение о принадлежности субъекту либо данного предиката Р, либо противоречащего предикату не-Р. Примером этого может быть следующее: «Ртуть — металл» —эквивалент суждению «Ртуть не есть неметалл».

10.8. ПО КАКИМ СХЕМАМ МОЖНО ПРОВОДИТЬ ПРЕВРАЩЕНИЯ СУЖДЕНИЙ?

Таких схем четыре:
1. Если S есть Р, S не есть не-Р.
2. Если S не есть Р, то S есть не-Р.
3. Если S есть не-Р, то S не есть Р.
4. Если S не есть не-Р, то S есть Р.

10.9. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯМИ ОБРАЩЕНИЯ?

В умозаключениях этого типа в посылке выражается зависимость между отношениями

субъекта к предикату и предиката к субъекту, т. е. зависимость между категорическими (атрибутивными) суждениями одинакового качества, отличающимися местоположением субъекта и предиката. При этом то, что было предикатом, становится субъектом, а то, что было субъектом, — предикатом. В этих умозаключениях устанавливаются соотношения, которые могут быть пояснены следующими примерами:
«Все католики — верующие», из чего следует, что «Некоторые верующие — католики» (SaP → PiS);
«Ни один атеист не является верующим» — «Ни один верующий не является атеистом» (Sep → PeS);

10.10. ПО КАКИМ СХЕМАМ ОСУЩЕСТВЛЯЕТСЯ ОБРАЩЕНИЕ СУЖДЕНИЙ?

Можно выделить три такие схемы:
1. Если 'Все S есть P', то 'Некоторые P есть S'.
2. Если 'Ни один S не есть P', то 'Ни один P не есть S'.
3. Если 'Некоторые S есть P', то 'Некоторые P есть S'.

10.11. ЧТО ИЗУЧАЕТ СИЛЛОГИСТИКА?

В силлогистике в основном изучаются опосредованные умозаключения по логическим схемам, приведенным выше. Обоснование и развитие силлогистики связано с именем древнегреческого философа Аристотеля. В силлогистике выделяют ряд опосредствованных (опосредованных) умозаключений, таких как *простой категорический силлогизм, сложные, сокращенные* и *сложносокращенные силлогизмы, условные, разделительные* и *условно-разделительные силлогизмы*.

10.12. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ПРОСТЫМ КАТЕГОРИЧЕСКИМ СИЛЛОГИЗМОМ?

Простым категорическим силлогизмом называется опосредованное умозаключение, посылки и заключение которого представляют собою категорические, атрибутивные суждения. Простой категорический силлогизм включает в себя две посылки и заключение.

10.13. КАКИЕ ТЕРМИНЫ ВХОДЯТ В ПРОСТОЙ КАТЕГОРИЧЕСКИЙ СИЛЛОГИЗМ?

Термины, входящие в простой категорический силлогизм, имеют особые названия. Термин, являющийся субъектом заключения, называется меньшим термином. Термин, являющийся предикатом заключения, называется большим термином. Термин, присутствующий в обеих посылках, называется средним термином. Он выступает в простом категорическом силлогизме в качестве посредника (опосредующего звена) между посылками и заключением. Меньший и больший термины силлогизма называются также крайними терминами.

Посылка, которая содержит меньший термин, называется меньшей посылкой, а посылка, содержащая больший термин, называется большей посылкой. Так, в простом категорическом силлогизме, который имеет следующий вид: «Все планеты имеют форму шара» «Земля — планета», «Следовательно, Земля имеет форму шара», «Имеют форму шара» — больший термин, «Планета» — средний и «Земля» — меньший.

Больший термин обозначается буквой P, средний термин обозначается буквой M, а меньший термин — буквой S.

10.14. КАКОВА ЛОГИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ПРОСТОГО КАТЕГОРИЧЕСКОГО СИЛЛОГИЗМА?

Рассмотрим простой пример.

Все планеты имеют форму шара.

Земля — планета.

Следовательно, Земля имеет форму шара.

С учетом обозначений данный силлогизм имеет следующую логическую форму:

$$\begin{array}{c} M - P \\ S - M \\ \hline S - P \end{array}$$

В этой логической схеме черта отделяет посылки от заключения и служит обозначением логического следования.

10.15. НА ОСНОВЕ КАКОГО ЛОГИЧЕСКОГО ПРИНЦИПА ОСУЩЕСТВЛЯЕТСЯ ВЫВОД ЗАКЛЮЧЕНИЯ ИЗ ПОСЫЛОК В ПРОСТОМ КАТЕГОРИЧЕСКОМ СИЛЛОГИЗМЕ?

Можно назвать аксиомой простого категорического силлогизма следующий принцип, который имеет две формулировки:

1. Все, что утверждается или отрицается относительно всех предметов класса, также утверждается или отрицается относительно каждого предмета и любой части предметов этого класса.
2. Признак признака вещи есть признак самой вещи; то, что противоречит признаку вещи, противоречит самой вещи.

10.16. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ФИГУРОЙ ПРОСТОГО КАТЕГОРИЧЕСКОГО СИЛЛОГИЗМА?

В зависимости от положения среднего термина в посылах можно выделить четыре основные схемы умозаключений, которые и называются *фигурами* простого категорического силлогизма.

Первая фигура силлогизма:

$$\begin{array}{c} M \quad P \\ \underline{S \;\_\; M} \\ S - P \end{array}$$

Вторая фигура силлогизма:

$$\frac{\begin{matrix} P & M \\ S & M \end{matrix}}{\begin{matrix} S & P \end{matrix}}$$

Третья фигура силлогизма:

$$\frac{\begin{matrix} M & P \\ M & S \end{matrix}}{\begin{matrix} S & P \end{matrix}}$$

Четвертая фигура силлогизма:

$$\frac{\begin{matrix} P & M \\ M & S \end{matrix}}{\begin{matrix} S & P \end{matrix}}$$

10.17. КАКИМ ПРАВИЛАМ ПОДЧИНЯЕТСЯ ПЕРВАЯ ФИГУРА СИЛЛОГИЗМА?

Нужно иметь в виду два основных правила первой фигуры:

1) Большая посылка должна быть общим суждением.
2) Меньшая посылка должна быть утвердительным суждением.

10.18. КАКОВЫ ПРАВИЛА ВТОРОЙ ФИГУРЫ СИЛЛОГИЗМА?

Таких правил тоже два:

1. Большая посылка должна быть общим суждением.
2. Одна из посылок должна быть отрицательным суждением.

10.19. КАКОВЫ ПРАВИЛА ТРЕТЬЕЙ ФИГУРЫ СИЛЛОГИЗМА?

Нужно указать, по крайней мере, на одно правило: меньшая посылка должна быть утвердительным суждением.

10.20. КАКИЕ ПРАВИЛА ХАРАКТЕРНЫ ДЛЯ ЧЕТВЕРТОЙ ФИГУРЫ СИЛЛОГИЗМА?

Таких правил три:

1. Если одна посылка отрицательная, то большая посылка — общее суждение.
2. Если большая посылка — утвердительное суждение, то меньшая — общее суждение.
3. Если меньшая посылка — утвердительное суждение, то заключение — частное суждение.

10.21. КАКОВЫ ОБЩИЕ ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ПРОСТОГО КАТЕГОРИЧЕСКОГО СИЛЛОГИЗМА?

Известно семь таких правил:

1. В силлогизме должно быть три и только три термина.

2. Средний термин должен быть распределен хотя бы в одной из посылок.
3. Термин, не распределенный в посылках, не может быть распределен и в заключении.
4. Из двух посылок простого категорического силлогизма хотя бы одна должна быть обязательно утвердительным суждением, иными словами — из двух отрицательных посылок заключение с логической необходимостью не следует.
5. Если одна из посылок — частное суждение, то и заключение должно быть частным.
6. Если одна из посылок — отрицательное суждение, то и заключение должно быть отрицательным.
7. Одна из посылок простого категорического силлогизма должна быть общим суждением, другими словами — из двух частных суждений с логической необходимостью не следует никакого заключения.

10.22. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ МОДУСОМ СИЛЛОГИЗМА?

В зависимости от логических схем рассуждений (фигур простого категорического силлогизма) и характера суждений, входящих в качестве посылок и заключений в умозаключения (общеутвердительных — A, частноутвердительных — I, общеотрицательных — E, частноотрицательных — O), в зависимости от распределения терминов в посылках можно сформулировать более двухсот логических схем, модусов, из которых 19 модусов признаны корректными. Ими являются следующие:

1 фигура: AAA, AII, EAE, EIO.

2 фигура: AEE, AOO, EAE, EIO.

3 фигура: AAI, EAO, IAI, OAO, AII, EIO

4 фигура: AAI, AEE, IAI, EAO, EIO.

10.23. КАК ПРИНЯТО ОБОЗНАЧАТЬ И НАЗЫВАТЬ МОДУСЫ ПРОСТОГО КАТЕГОРИЧЕСКОГО СИЛЛОГИЗМА?

Принятые символические обозначения, в соответствии с которыми первая буква обозначает первую посылку, вторая — вторую, а третья — заключение, для удобства запоминания обозначаются следующими именами:

1 фигура — Barbara, Celarent, Darii, Ferio.

2 фигура — Cesare, Camestres, Festino, Baroco.

3 фигура — Darapti, Disamis, Datisi, Felapton, Bocardo, Ferison.

4 фигура — Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesapo, Fresison.

Здесь каждое слово, напечатанное курсивом, означает отдельный модус, посылки и заключение которого легко определить, если взять гласные буквы. Например, Barbara означает модус фигуры 1, в которой обе посылки и заключение суть AAA (т. е. все являются общеутвердительными суждениями). Celarent означает модус EAE, в котором первая посылка — общеотрицательное суждение, вторая посылка — общеутвердительное суждение и заключение —общеотрицательное суждение.

10.24. КАКИМ ОБРАЗОМ ПРОВОДИТСЯ ПРОВЕРКА КОРРЕКТНОСТИ СИЛЛОГИЗМОВ?

Проверка силлогистического умозаключения сводится к установлению фигуры и модуса силлогизма, и в том случае, если этот модус совпадает с правильным модусом данной фигуры, заключение силлогизма с логической необходимостью следует из посылок.

Рассмотрим пример:

Все адвокаты — юристы.

Некоторые адвокаты — шахматисты. — Следовательно, некоторые шахматисты — юристы.

Установим фигуру силлогизма:

$$\frac{\begin{array}{c}M - P\\ M - S\end{array}}{S - P}$$

Определим модус: AII. Это третья фигура, модус — Datisi. Этот модус является правильным модусом, следовательно, рассуждение, приведенное выше, по этой фигуре силлогизма и данному модусу является корректным. А это означает, что заключение с логической необходимостью следует из посылок.

СЕМАНТИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА ДЛЯ КОНЪЮНКЦИИ

A	B	$A \wedge B$
и	и	и
л	и	л
л	и	л
л	л	л

СЕМАНТИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА ДЛЯ ДИЗЪЮНКЦИИ

A	B	$A \vee B$
и	и	и
и	л	и
л	и	и
л	л	л

СЕМАНТИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА ДЛЯ ИМПЛИКАЦИИ

А	В	А→В
и	и	и
и	л	л
л	и	и
л	л	л

СЕМАНТИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА ДЛЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ

А	В	А↔В
и	и	и
и	л	л
л	и	л
л	л	и

11. СИМВОЛИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

11.1. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ СИМВОЛИЧЕСКОЙ ЛОГИКОЙ?

Символическая логика — это современный этап в развитии формальной логики. Формирование этого этапа началось с середины прошлого столетия. Название «символическая» логика объясняется применением специальных формализованных языков.

11.2. В ЧЕМ ОСОБЕННОСТЬ ФОРМАЛИЗОВАННЫХ ЯЗЫКОВ?

Формализованные языки являются искусственными. Они строятся таким образом, что вместо союзов типа 'и', 'или', 'если... то...', 'неверно, что...' вводятся так называемые пропозициональные операторы, обозначаемые соответствующими символами. В результате высказывания представляются в формализованном языке в виде некоторых формул, для анализа истинностных характеристик которых можно применять точные логические, в том числе и математические методы. В силу этого символическую логику называют формальной логикой или математической логикой.

11.3. КАК СТРОИТСЯ СИМВОЛИЧЕСКАЯ ЛОГИКА?

Символическая логика представлена различными теориями, которые, в свою очередь, образуют различные дедуктивные системы, называемые логическими исчислениями. Системы этого рода состоят, как правило, из двух частей:

1) семантическое (логически содержательное) исследование отношений между высказываниями;
2) синтаксическое (логически формальное) описание принятых в системе правил вывода, методов построения доказательств.

11.4. В ЧЕМ ВЫРАЖАЕТСЯ ДЕДУКТИВНЫЙ ХАРАКТЕР ЛОГИЧЕСКИХ ИСЧИСЛЕНИЙ?

Дедуктивный характер логических исчислений состоит в том, что в них выделяются некоторые исходные постулаты (логические аксиомы, правила вывода, логические законы) и указываются способы выведения из них всех остальных, производных от них логических закономерностей.

11.5. ЧТО В ЛОГИКЕ НАЗЫВАЕТСЯ ТЕОРИЕЙ МОДЕЛЕЙ И ТЕОРИЕЙ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ В СИМВОЛИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ?

В современной логической литературе семантику принято называть теорией моделей, а логический синтаксис — теорией доказательств.

12. ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ
(пропозициональная логика или элементарная логика)

12.1. НА БАЗЕ КАКОГО ЕСТЕСТВЕННОГО ЯЗЫКА СТРОИТСЯ ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ?

Логика высказываний — это раздел современной символической логики. Она строится на основе такого фрагмента естественного языка, который представлен множеством простых повествовательных предложений.

12.2. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ВЫСКАЗЫВАНИЕМ? СООТВЕТСТВУЕТ ЛИ ВЫСКАЗЫВАНИЕ ПРЕДЛОЖЕНИЮ ЕСТЕСТВЕННОГО ЯЗЫКА?

Высказывание — не синоним простого повествовательного предложения. Любое предложение может иметь различную грамматическую форму. Высказывание же — это логический смысл предложения. Например, есть два предложения: «Два меньше трех» и «Три больше двух». Грамматически это разные (по своему строению) предложения естественного языка, но это одно и то же высказывание, ибо логический смысл в них один и тот же, смысл, который фиксирует отношение неравенства между двумя натуральными числами 2 и 3.

12.3. КАКИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ НАЗЫВАЮТСЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ (АТОМАРНЫМИ)?

Элементарными (атомарными) называются такие высказывания, которые нельзя расчленить на составные части без ущерба к выражаемому ими смыслу.

12.4. КАКИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ НАЗЫВАЮТСЯ СЛОЖНЫМИ?

Сложные высказывания составляются из элементарных при помощи операторов (логических союзов).

12.5. В КАКОМ СМЫСЛЕ В СИМВОЛИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ УПОТРЕБЛЯЕТСЯ ПОНЯТИЕ ПЕРЕМЕННОЙ?

Под переменной (вернее, под предметной переменной) в символической логике понимается пустая ячейка, «окошечко», на место которого может быть подставлено любое значение термина, имени, указание на предмет из выбранной предметной области или области интерпретации.

12.6. ЧТО ВКЛЮЧАЕТСЯ В ЯЗЫК ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ?

Язык логики высказываний — это искусственный язык, предназначенный для анализа логической структуры сложных высказываний, их условий истинности, способов вывода одних высказываний из других.

Алфавит языка логики высказываний содержит три категории символов:

1. Пропозициональные буквы (пропозициональные переменные) p, q, r, s, t, p1, q1, r1, s1, t1, p2, q2, и т. д.
2. Логические операторы:
   $\wedge$ ('и') — конъюнкция;
   $\vee$ ('или') — дизъюнкция;
   $\rceil$ ('неверно, что...') — отрицание;
   $\rightarrow$ ('если... то... ') — импликация;
   $\leftrightarrow$ ('если и только если') — эквиваленция.

12.7. КАК ЗАПИСЫВАЮТСЯ ФОРМУЛЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ?

Выражение 'Неверно, что А' имеет вид: $\rceil$A.

Выражение 'А и В' имеет вид: $A \wedge B$.
Выражение 'А или В' имеет вид: $A \vee B$.

Выражение 'Если А, то В' имеет вид: $A \rightarrow B$.

Выражение 'А эквивалентно В' имеет вид: $A \leftrightarrow B$.

12.8. ЧТО ПОНИМАЕТСЯ ПОД СЕМАНТИЧЕСКИМИ ТАБЛИЦАМИ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ?

Семантические таблицы устанавливают отношения истинности разных высказываний. Это видно при анализе соответствующих таблиц, в которых значение «истина» будет обозначаться буквой «и», а значение «ложь» будет обозначаться буквой «л».

СЕМАНТИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА ДЛЯ ОТРИЦАНИЯ

А	не-А
и	л
л	и

СЕМАНТИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА ДЛЯ ОТРИЦАНИЯ

A	B	A↔B
и	и	и
и	л	л
л	и	л
л	л	и

12.9. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ВХОДОМ И ВЫХОДОМ ФОРМУЛЫ?

Входом логической формулы, например, формулы А В является набор всех возможных комбинаций истинностных значений переменных, составляющих эту формулу, а выходом формулы называется распределение истинностных значений этой формулы в соответствии с тем, какой логический оператор или какие логические операторы использовались.

12.10. КАК ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ ИСТИННОСТНОЕ ЗНАЧЕНИЕ КАКОЙ-НИБУДЬ ЛОГИЧЕСКОЙ ФОРМУЛЫ?

Рассмотрим для примера логическую формула следующего вида:

$$(A \to (B \to A)$$

Прежде всего распишем интерпретации под пропозициональными переменными:

$$(A \to (B \to A)$$

и	и	и
и	л	и
л	и	л

Теперь определим значение истинности, полученное с помощью соответствующих пропозициональных операторов, памятуя о том, что сначала выполняются логические действия в скобках:

$$(A \to (B \to A).$$

и	и	и	и
и	л	и	и
л	и	л	л
л	л	и	л

Для получения значения истинности всего высказывания сравним значение истинности антецедента А с уже полученными значениями истинности консеквента $B \to A$;

$$A \to (B \to A)$$

и	и	и
и	и	и
л	и	л
л	и	и

Итак, на выходе формулы, в результирующем ее действии она имеет во всех строках значение «истинно». Такая формула называется общезначимой или логической тавтологией.

12.11. КАКИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ В ЛОГИКЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ НАЗЫВАЮТСЯ ТОЖДЕСТВЕННО ЛОЖНЫМИ ИЛИ ЛОГИЧЕСКИМИ ПРОТИВОРЕЧИЯМИ?

Рассмотрим следующую логическую формулу, где цифрами обозначен порядок логических операций, соответствующих следующим принципам: а) сначала выполняются действия в скобках; б) затем действия более слабых логических операций, субординация которых представлена следующим образом в порядке убывания силы;,,, и; в) если формула включает в себя одинаковые операторы, то действия выполняются в обычном порядке слева направо.

$$((A \overset{4}{\wedge} B) \overset{5}{\to} C) \overset{6}{\wedge} (A \overset{3}{\wedge} (B \overset{2}{\wedge} \overset{1}{\neg} C))$$

и и и и и л и л и л л и

и и и л л л и и и и и л

и л л и и л и л л л л и

и л л и л л и л л л и л

л л и и и л л л и л л и

л л и и л л л л и и и л

л л л и и л л л л л л и

л л л и л л л л л л и л

На выходе формулы в действии 6 во всех строках имеется только значение «ложь». Такая формула называется тождественно ложной или логическим противоречием.

12.12. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ВЫПОЛНИМОЙ ФОРМУЛОЙ?

Выполнимой формулой называется логическая формула, которая на выходе имеет хотя бы одно значение «истинно».

12.13. В ЧЕМ ВЫРАЖАЕТСЯ МЕТОД СОКРАЩЕННЫХ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ?

Метод полных семантических таблиц является надежным, но недостаточно эффективным из-за их громоздкости. Так, число строк значений истинности на входе формулы определяется как 2 в степени n, где n — число переменных. Если формула включает в себя три переменных, то число строк — 8, если 4 — 16, если 5 — 32 и т. д. Сокращенные таблицы позволяют избежать этой громоздкости. Проиллюстрируем это на примере сложного высказывания, разбирая ход рассуждений по шагам. Пусть для анализа представлена формула следующего вида:

$$((A \wedge B) \to C) \to (A \to (B \to C))$$

$$\text{л}$$

1. Ход рассуждения называется рассуждением от противного, т. е. допускается, что эта

формула не является истинной т. е. на выходе она дает значение «ложь», что и обозначено соответственно буквой «л».

2. Это высказывание, представляющее собой импликацию, может дать на выходе значение «ложь» только при одном условии, когда антецедент этого сложного высказывания является истинным, а консеквент — ложным. Это и отметим в распределении истинностных значений формулы:

$$((A \wedge B) \to C) \to (A \to (B \to C))$$

л

и л

3. Теперь рассмотрим консеквент формулы, поскольку анализ ее антецедента пока нам ничего дать не может. Допущение же ложности консеквента предполагает, что его левая часть является истинной, а правая — ложной. Это и отметим в распределении истинностных значений:

$$((A \wedge B) \to C) \to (A \to (B \to C))$$

л

и л

и л

4. Аналогичным образом рассмотрим подформулу $B \to C$ консеквента, получив соответственно следующее распределение значений истинности:

$$((A \wedge B) \to C) \to (A \to (B \to C))$$

л

и л

и л

и л

5. Мы уже определили значения истинности А, В и С (А — истинно, В — истинно и С — ложно).
6. Подставим одно из полученных значений (например, С), продолжая рассмотрение антецедента исходного высказывания:

$$((A \wedge B) \to C) \to (A \to (B \to C))$$

и л л и л и л л

7. Поскольку $(A \wedge B) \to C$ есть истинная импликация, а С в ней ложно, то ясно, что $A \wedge B$ не может быть истинным, т. е.

$$((A \wedge B) \to C) \to (A \to (B \to C))$$

л и л л и л и л л

8. Подставим значение А, известное из ее второго вхождения в исходную формулу, в ее первое вхождение:

$$((A \wedge B) \to C) \to (A \to (B \to C))$$

и л и л л и л и л л

9. Теперь рассмотрим формулу $A \wedge B$. Известно, что она является ложной, а А истинно. По

таблице истинности определим, что В в данном случае должно быть ложным:

$$((A \wedge B) \to C) \to (A \to (B \to C))$$

и л л и л л и л и л л

В результате мы получили: В принимает значение как «истинно», так и «ложно», что противоречит интерпретации. Следовательно, исходное предположение о том, что данное высказывание является ложным, представляется неверным. Значит, эта формула является общезначимой. Описание этой процедуры и ее объяснение, на первый взгляд, является достаточно громоздким. Но на самом деле все ходы рассуждения, объединенные в одну логическую схему, являются краткими и имеют следующий вид:

$$((A \wedge B) \to C) \to (A \to (B \to C))$$

л

__ и __ __ л __

л и л

__ л __

__ и __

__ л __

12.14. КАКИЕ ТЕОРЕМЫ СЧИТАЮТСЯ ОСНОВНЫМИ В ЛОГИКЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ?

Таких теорем несколько. Прежде всего это **теорема о правиле отделения.** Она звучит так:

Если общезначимо высказывание (формула) $A \rightarrow B$ и общезначима A, то общезначима B. Правило отделения называют также правилом «Modus ponens»(модус поненс).

(Здесь не приводятся доказательства этих теорем, они излагаются в ряде учебников).

Теорема о замене:

Пусть A(в) означает формулу A с выделенным вхождением подформулы B в нее, а A (в)+ — формулу, которая получается из A заменой выделенного вхождения B в A на формулу B +. Тогда, если B эквивалентно B+, то A (в) эквивалентно A (в)+.

На основании этой теоремы вводится правило эквивалентностной (равносильной) замены, разрешающее в сложной формуле A выделенное вхождение подформулы B заменять равносильной формулой. Правило замены позволяет в значительной степени упрощать сложные логические формулы и сводить их к формулам с более простой структурой.

12.15 . ЧТО В ЛОГИКЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ НАЗЫВАЕТСЯ МЕТОДОМ ПРИВЕДЕНИЯ К НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ?

Чтобы ответить на этот вопрос, требуется некоторый список эквивалентностных преобразований, причем И будет обозначать тождественно истинную формулу, а Л — тождественно ложную. Высказывания, помещенные в этом списке, будем называть правилами или законами.

1. $A \leftrightarrow B \leftrightarrow (A \to B) \wedge (B \to C)$
2. $A \to B \leftrightarrow \rceil A \vee B$
3. $A \vee B \leftrightarrow B \vee A$
4. $A \wedge B \leftrightarrow B \wedge A$

законы коммутативности

5. $((A \vee B) \vee C) \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$
6. $(A \wedge B) \wedge C \leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$

законы ассоциативности

7. $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
8. $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

законы дистрибутивности

9. $A \vee A = A$
10. $A \wedge и \leftrightarrow A$
11. $A \vee и \leftrightarrow и$
12. $A \wedge л \leftrightarrow л$
13. $A \vee \rceil A \leftrightarrow и$
14. $A \wedge \rceil A \leftrightarrow л$
15. $\rceil\rceil A \leftrightarrow A$
16. $\rceil(A \vee B) \leftrightarrow (\rceil A \wedge \rceil B)$
17. $\rceil(A \wedge B) \leftrightarrow \rceil A \vee \rceil B$ — законы де Моргана

12.16. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ КОНЪЮНКТИВНОЙ НОРМАЛЬНОЙ ФОРМОЙ?

Формула А сведена к в конъюнктивной нормальной форме, если она имеет вид B_1 B_2..... B_n, где n=1, а каждая A_1..... A_n есть конъюнкция простых (элементарных) формул.

12.17. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ДИЗЪЮНКТИВНОЙ НОРМАЛЬНОЙ ФОРМОЙ?

Формула А находится в дизъюнктивной нормальной форме, если и только если она имеет вид B_1 B_2..... Bn и каждая Ai — есть дизъюнкция элементарных формул.

12.18. ДЛЯ ЧЕГО ПРИМЕНЯЮТСЯ СВЕДЁНИЯ К КОНЪЮНКТИВНОЙ И ДИЗЪЮНКТИВНОЙ НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ?

Преобразование формулы в конъюнктивную нормальную форму помогает установить общезначимость сложного высказывания, а преобразование в дизъюнктивную нормальную форму — выявить противоречивость сложного высказывания.

12.19. КАКОЙ АСПЕКТ ЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПРЕДПОЛАГАЕТСЯ В ТЕОРИИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ?

Логическая теория доказательств предполагает построение строгих доказательств путем непротиворечивых преобразований исследуемых формул. Этот метод в логике высказываний является эквивалентным (равно-значным) выявлению общезначимости формул.

12.20. КАК СТРОЯТСЯ ЛОГИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА?

Логические доказательства в логике высказываний строятся аксиоматическим методом.

12.21. ЧТО ЯВЛЯЕТСЯ АКСИОМАМИ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ?

Эти аксиомы имеют следующий вид:

A1 $A \to (B \to A)$

A2 $(A \to B) \to ((A \to (B \to C)) \to (A \to C))$

A3 $A \to (B \to (A \land B))$

A4 $(A \land B) \to A$

A5 $(A \land B) \to B$

A6 $A \to (A \lor B)$

A7 $B \to (A \lor B)$

A8 $(A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \lor B) \to C))$

A9 $(A \to B) \to ((A \to \urcorner B) \to \urcorner A)$

A10 $(A \to B) \to ((B \to A) \to (A \leftrightarrow B))$

A11 $(A \leftrightarrow B) \to (A \to B)$

A12 $(A \leftrightarrow B) \to (B \to A)$

12.22. КАКИЕ ПРАВИЛА ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФОРМУЛ (ПРАВИЛА ВЫВОДА) ИСПОЛЬЗУЮТСЯ В ЛОГИКЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ?

В качестве единственного правила используется правило модус поненс, позволяющее от двух посылок вида А и А В перейти к заключению В.

12.23. ЧТО В ЛОГИКЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ НАЗЫВАЕТСЯ ЕСТЕСТВЕННЫМ (НАТУРАЛЬНЫМ) ВЫВОДОМ?

В ряде случаев затруднительным представляется осуществить строгое доказательство логической формулы, основываясь на приведенном выше списке аксиом и правиле модус поненс. Тогда вводятся дополнительные правила вывода, которые и характеризуют систему натурального вывода. Эти правила имеют следующий вид:

П1 $\dfrac{A,\ B}{A \land B}$ — введение конъюнкции

П2 $\dfrac{A \wedge B}{A}$; $\dfrac{A \wedge B}{B}$ — удаление конъюнкции

П3 $\dfrac{A}{A \vee B}$; $\dfrac{B}{A \vee B}$ — введение дизъюнкции

П4 $\dfrac{A \vee B,\ A \rightarrow C,\ B \rightarrow C}{C}$ — удаление дизъюнкции

12.24. КАК ТОЧНО ОПРЕДЕЛИТЬ ПРЯМОЕ (СТРОГОЕ) ДОКАЗАТЕЛЬСТВО?

Прямое доказательство формулы вида

$$(A1 \rightarrow (A2 \rightarrow \ldots \rightarrow (An \rightarrow C)$$

есть такой перечень формул, каждая из которых является:

1. Одной из формул списка A1..... An, принимаемых в качестве допущения.
2. Формулой, полученной из других формул по одному из правил вывода.
3. Ранее доказанной формулой. Доказательство считается построенным, когда последняя формула в этом списке и есть та, которую нам требовалось доказать.

12.25. КАКИМ ПРИМЕРОМ МОЖНО БЫЛО БЫ ПРОИЛЛЮСТРИРОВАТЬ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО?

Докажем, например, формулу следующего вида:

$$((A \to B) \wedge (B \to C)) \to (A \to C)$$

Доказательство:

1.$(A \to B) \wedge (B \to C)$ — допущение
2. $A \to B$ — удаление конъюнкции из первого допущения
3. $A \to C$ — допущение
4. B — модус поненс, допущения 2 и 3
5. $B \to C$ — удаление конъюнкции, допущение1
6. C — модус поненс, допущение 4 и 5

12.26. КАКОВА ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОГИКИ ПРЕДИКАТОВ?

Имеются такие рассуждения, истинность и выводимость которых не может быть установлена с помощью средств логики высказываний. Это такие высказывания, которые включают в себя выражение «все» и «некоторые». Например: Все люди смертны. Сократ — человек. Следовательно, Сократ смертен.

Причина в том, что в логике высказываний сами высказывания не анализируются вглубь, с учетом их логической структуры. Они просто рассматриваются как атомарные структуры логического языка, из которых с помощью пропозициональных операторов образуются сложные высказывания. Для анализа высказываний, истинность которых зависит от анализа логических отношений единичности или всеобщности, и используется логика предикатов. Если в логике высказываний изучаются логические структуры, предназначенные для описания свойств объектов, то в логике предикатов — такие логические структуры, которые предназначены для описания отношений и функций.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ПО ЛОГИКЕ И ТЕОРИИ АРГУМЕНТАЦИИ

ПРЕДМЕТ ЛОГИКИ

1. Что значит определить предмет логики?
2. Что означает этимологический способ определения предмета логики?
3. Какой смысл вкладывается в понятие логики как науки о законах мышления?
4. Что означает исторический метод в определении предмета логики?
5. В чем различие «содержательной» и «формальной» логики?
6. Что означает термин «формальная логика»?
7. Совпадает ли предмет логики с предметом формальной логики?
8. Каковы основные этапы формирования логики и одновременно ее основные разделы?
9. Какое определение предмета логики можно назвать концептуальным?
10. Что представляет собой практическая логика?
11. Каков предмет теоретической логики?
12. В каком отношении мышление является предметом логики как науки?
13. Что означает логика как нормативная дисциплина?
14. Какие грани мышления изучает логика?
15. Какое значение имеет язык в изучении логики?

16. В каком отношении интерес логики к языку отличает ее от других наук, тоже изучающих язык?
17. Существует ли какая-либо особая «логика» языка?
18. Как можно кратко определить язык?
19. Какие бывают языки?
20. Что называется естественным языком?
21. Почему логика не ограничивается использованием только естественного языка?
22. Что называется искусственным языком?

СТРУКТУРА И ПРАВИЛА КОРРЕКТНОГО РАССУЖДЕНИЯ И МЫШЛЕНИЯ

1. Что такое фрейм знания?
2. Чему служат фреймы знаний?
3. Что такое рассуждение?
4. Какие рассуждения называются корректными?
5. Что называется суждением?
6. Что называется умозаключением?
7. Какова структура рассуждения?
8. Какие можно указать критерии корректности рассуждения?
9. В каких разделах логики изучаются формальные и содержательные критерии корректности рассуждений?
10. Что означает понятие «законы логики»?
11. Каково происхождение законов мышления?

12. В чем выражаются законы логического мышления?
13. Чем законы логики отличаются от законов естествознания?
14. Как формулируется закон тождества?
15. Какие предписания для правильного мышления содержит в себе этот закон?
16. Что означает закон противоречия?
17. Как формулируется закон противоречия?
18. Что означает логическое противоречие?
19. Чем отличается логическое противоречие от диалектического?
20. Как формулируется закон исключенного третьего?
21. Чем закон исключенного третьего отличается от закона противоречия?
22. Как формулируется закон достаточного основания?

МЕТОДЫ ЛОГИКИ

1. Что означает термин «метод»?
2. Какие методы используются в логике?
3. Что подразумевается под аксиоматическим методом?
4. Какие преимущества имеет аксиоматически построенная теория?
5. Что означает метод формализации?
6. Какие требования предъявляются к формализованному языку?

7. Какие вопросы стоят перед логической семантикой?
8. Что означает синтаксический аспект логического анализа?
9. Каковы основные понятия логического синтаксиса?
10. Что в логике подразумевается под интерпретацией?
11. Как определить понятие логического следствия?
12. Как определить понятие общезначимой логической формулы?
13. Что называется выполнимой логической формулой?
14. Что называется невыполнимой логической формулой?
15. Как понятие общезначимости связано с понятием логического следствия?

ПОНЯТИЕ

1. Что означает определение понятия как формы логического мышления?
2. Каковы основные логические характеристики понятия?
3. Как образуется понятие?
4. Что называется регистрирующими и нерегистрирующими понятиями?
5. Чем различаются пустые и непустые понятия?

6. Что можно сказать о конкретных и абстрактных понятиях?
7. В чем различие между абсолютными и относительными понятиями?
8. Как соотносятся понятия по объему?
9. Какие отношения можно выделить между понятиями по их содержанию?
10. Каковы языковые формы выражения понятий?
11. Какие бывают имена?
12. Каковы принципы именования?
13. Определите содержание и объем следующих понятий: планеты Солнечной системы, Земля, Марс, Луна, парад планет, Юпитер, летнее солнцестояние, Солнце.
14. Определите отношения между понятиями:
    а) каменный дом, трехэтажный дом;
    б) мать, бабушка, дочь, женщина, внучка, сестра;
    в) пожар, молния, стихийное бедствие, явление природы, цунами, землетрясение.

СУЖДЕНИЕ

1. В чем выражается суждение?
2. Какова логическая форма суждения?
3. Чем суждение отличается от предложения?
4. Что означает количественная определенность суждений?
5. Что означает качественная определенность суждений?

6. Как можно совместить количественную и качественную характеристику суждений?
7. Как суждения соотносятся между собой?
8. Что подразумевается под логической совместимостью суждений?
9. Что включает в себя логическая несовместимость суждений?
10. Какой логический смысл имеют понятия контрарности, субконтрарности, контрадикторности?
11. Что означает деление суждений по модальностям?
12. Какие суждения называются сложными?
13. Какие суждения называются соединительными?
14. Как можно квалифицировать с точки зрения истинности соединительные суждения?
15. Какие суждения называются разделительными?
16. Что называется условными суждениями?
17. Какова природа суждений эквивалентности?
18. Определите вид суждения:
    а) «Рукописи не горят» (М. Булгаков. «Мастер и Маргарита»);
    б) «Некоторые лекарства опаснее самих болезней» (Сенека);
    в) «Никакая причина не извиняет невежливость» (Т. Г. Шевченко).
19. Определите вид и логическую форму сложных высказываний:
    а) «Видеть несправедливость и молчать —

это значит самому участвовать в ней» (Ж.-Ж. Руссо);

б) «Если больному после разговора с врачом не становится легче, то это не врач» (В. М. Бехтерев);

в) «Если желаете себе несокрушимого памятника, вложите свою душу в хорошую книгу» (Б. Буаст).

УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Что называется умозаключением?
2. Каковы условия истинности умозаключений?
3. Охарактеризуйте умозаключения обращения, превращения и противопоставления предикату.
4. Что из себя представляет опосредованное умозаключение?
5. Что называется дедуктивным умозаключением?
6. Что называется простым категорическим силлогизмом?
7. Сформулируйте правила простого категорического силлогизма.
8. Что называется фигурой простого категорического силлогизма?
9. Охарактеризуйте четыре фигуры силлогизма.
10. Сформулируйте четыре фигуры простого категорического силлогизма схематически.

11. Что называется модусом простого категорического силлогизма?
12. Сформулируйте модусы первой фигуры силлогизма.
13. Сформулируйте модусы второй фигуры силлогизма.
14. Сформулируйте модусы третьей фигуры силлогизма.
15. Сформулируйте модусы четвертой фигуры силлогизма.
16. Что называется энтимемой?
17. Что такое полисиллогизм?
18. Какие бывают полисиллогизмы?
19. Что называется разделительным умозаключением?
20. Что называется эпихейремой?
21. Что называется условно-категорическим умозаключением?
22. Определите фигуру и модус простого категорического силлогизма, приведя следующие рассуждения к стандартной форме:
    А. Все металлы электропроводны. Некоторые жидкости — металлы. —Некоторые жидкости — электропроводны.
    Б. Ни одна планета не светит собственным светом. Нептун — планета. —Следовательно, Нептун не светит собственным светом.
    В. Всякий простой категорический силлогизм имеет три термина. Данное умозаключение не имеет трех терминов. —

Значит, данное умозаключение не является простым категорическим силлогизмом.

Г. Все адвокаты — юристы. Некоторые адвокаты — шахматисты. —Некоторые шахматисты — юристы.

Д. Ни одна роза не является деревом. Все розы — растения. — Значит, некоторые растения не деревья.

Е. Все квадраты — параллелограммы. Все параллелограммы — четырехугольники. — Некоторые четырехугольники — квадраты.

Ж. Все кашалоты — киты. Ни один кит не рыба. —Ни одна рыба не кашалот.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ КЛАССИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

1. Переведите следующие высказывания на язык логики высказываний:

   А. Если он сдаст экзамен по логике, то будет переведен на следующий курс.

   Б. Если портной починит рукав моего пиджака, то я пойду на лекцию или в кино.

   В. Если он сдаст экзамен весной, то не будет сдавать его осенью.

2. Разберите логически следующие софизмы:

   А. Нельзя войти в одну и ту же реку. Пока будешь входить, воды реки меняются, следовательно, река изменится. Это будет уже не та же самая река.

   Б. Я видел портрет кого-то. Кто-то изобрел колесо. Следовательно, я видел портрет изобретателя колеса.

В. Всадник не может сойти с лошади. Если он сойдет с лошади, то это будет уже не всадник. Следовательно, не всадник, а пеший сошел с лошади.

Г. Сидящий встал. Он стал стоящим. Но это один и тот же человек. Следовательно, одно и то же, что сидящий, что стоящий.

Д. Нельзя съесть яйцо натощак. После того как откусишь один раз, яйцо уже не будет съедено натощак.

3. Сформулируйте предложения, которые, согласно законам дистрибутивности, будут равносильны следующим:

А. Я буду завтракать, и обедать, и ужинать.

Б. Число «Пи» делится на 2 или на 5 и делится на 2 или на 3.

4. Совместимы ли следующие высказывания:

Обвиняемые А, В и С дали следующие показания:

А: — В виновен, а С невиновен.

В: — А невиновен или С виновен.

С: — Я невиновен, но хотя бы один из А и В виновен.

Предположением должно быть допущение, что все показания правдивы. *Определите, кто же все-таки виновен?*

5. Три студента — Петров, Иванов и Сидоров получили на экзамене три различные оценки — 3, 4 и 5. На вопрос, *какую оценку каждый из*

них получил, последовало три ответа:

а) Иванов получил 3;

б) неверно, что Петров получил 3;

в) Сидоров не получил 5.

Известно, что только один из этих ответов верен.

Какую оценку получил каждый студент?

6. Четыре студентки, Мария, Нина, Ольга и Полина, участвовали в спортивных соревнованиях и заняли четыре первых места. На вопрос о распределении мест последовало три разных ответа:

а) Ольга первая, Полина вторая

б) Ольга вторая, Полина третья

в) Мария вторая, Полина четвертая.

В каждом ответе, по крайней мере, одна часть верна. *Определите распределение мест.*

7. Разбирается дело Брауна, Джонса и Смита. Один из них совершил преступление. В процессе расследования каждый из них сделал по два заявления.

Браун: Я не делал этого. Джонс не делал этого.

Джонс: Смит сделал это. Браун не делал этого.

Смит: Я не делал этого. Браун сделал это.

Было установлено далее, что один из них дважды солгал, другой дважды сказал правду, третий — раз солгал и раз сказал правду.

Кто совершил преступление?

8. Разрешите предыдущую задачу при условии, что каждый из них один раз сказал правду и один раз солгал.

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА АРГУМЕНТАЦИИ

1. Дайте определение тезиса, аргументов, поля аргументации.
2. Сформулируйте требования, которые предъявляются к тезису.
3. Сформулируйте требования, которые предъявляются к аргументам.
4. Как по отношениям полей аргументации можно диагностировать процесс обмена аргументами?
5. Дайте определение аргументации.
6. Что может быть опорным положением?
7. Какова предметная область аргументации?
8. Чем различаются аргументация, аргументирование и аргументативный процесс?
9. Какие правила следует учитывать в аргументации?
10. Охарактеризуйте субъектный уровень аргументации.
11. Охарактеризуйте деятельностный уровень аргументации.
12. Какие подуровни включаются в деятельностный уровень?
13. Определите уровень гносеологического рассмотрения аргументации.
14. Дайте логическую характеристику аргументации.

15. Сформулируйте организационный, лингвистический, прагматический и личностно-психологический подходы к аргументации.
16. Охарактеризуйте логические правила аргументации.
17. Сформулируйте лингвистические требования к аргументации.
18. В чем выражаются фактические правила?
19. Каковы позиционные правила аргументации?
20. Определите начало и конец рационально построенного спора.
21. Дайте характеристику уровней анализа аргументации:
    а) методический аспект,
    б) теоретический аспект,
    в) концептуальный аспект,
    г) практически-организационный аспект,
    д) праксеологический аспект.
22. Дайте характеристику таких видов аргументации, как речь, доклад, лекция, беседа.
23. Охарактеризуйте как вид аргументации дискуссию.
24. Определите полемику как вид аргументации.
25. Опишите диспут, дебаты и прения как разновидности аргументации.
26. Сформулируйте основные тактические приемы аргументации.
27. В чем выражается моральный кодекс спора?
28. Охарактеризуйте деловой стиль аргументации.

29. Найдите тезис, аргументы, укажите способ доказательства:

А. «Страсти вводят нас в заблуждение, так как они сосредоточивают все наше внимание на одной стороне рассматриваемого предмета и не дают нам возможности исследовать его всесторонне» (К. Гельвеций).

Б. «Смерть для человека — ничто, так как, когда мы существуем, смерть еще не присутствует, а когда смерть присутствует, тогда мы не существуем» (Эпикур).

В. «Назойлив только глупец: умный человек сразу чувствует, приятно его общество или наскучило, и уходит за секунду до того, как станет ясно, что он — лишний» (Ж. Лабрюйер).

30. Определите, какие правила доказательства нарушены в следующем разговоре Алисы и Чеширского Кота:

« — Вон там, — сказал Кот и махнул правой лапой, — живет Болванщик. А там, — и он махнул левой, — Мартовский Заяц. Все равно, к кому ты пойдешь. Оба не в своем уме.

— На что мне безумцы? — сказала Алиса.

— Ничего не поделаешь, — возразил Кот. — Все мы здесь не в своем уме — и ты, и я.

— Откуда вы знаете, что я не в своем уме? — спросила Алиса.

— Конечно, не в своем, — ответил Кот. — Иначе как бы ты здесь оказалась?

Довод этот показался Алисе не совсем убедительным, но она не стала спорить, а только спросила:

— А откуда вы знаете, что Вы не в своем уме?

— Начнем с того, что пес в своем уме. Согласна?

— Допустим, — согласилась Алиса.

— Дальше, — сказал Кот. — Пес ворчит, когда сердится, а когда доволен, виляет хвостом. Ну, а я ворчу, когда доволен, и виляю хвостом, когда сержусь. Следовательно, я не в своем уме» (Льюис Кэрролл, Алиса в Стране Чудес).

ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

ЗАДАЧИ ДЛЯ РАЗМИНКИ

Задача 1. *Зоомагазин*

Продавец зоомагазина уверял покупателя, что купленный им попугай будет повторять каждое услышанное им слово. Каково же было удивление покупателя, когда он убедился, что попугай нем как рыба. Тем не менее продавец не лгал. Объясните это.

Задача 2. *Бутылка*

Профессор Квибл утверждает, что может поставить бутылку в центре комнаты и вползти в нее. Верно ли это?

Задача 3. *Предсказатель*

Знаменитый предсказатель Урия Фуллер утверждает, что может предсказать счет любого футбольного, бейсбольного и баскетбольного матча задолго до его начала. В чем секрет предсказания?

Задача 4. *Феноменальная скорость*

Фрэнк хвастался: «На прошлой неделе я выключил свет в своей комнате и успел добраться до кровати прежде чем комната погрузилась в темноту. Между тем от кровати до выключателя — три метра, и никакими приспособлениями я не пользовался». Как ему это удалось?

Задача 5. *Болтливая дама*

Некая дама, ехавшая в такси, была настолько болтлива, что довела шофера до полного исступления уже через пять минут после того, как села в такси и назвала адрес, по которому ее следовало отвезти. Шофер, не выдержав, сказал: «Прошу прощения, но я не слышу ни одного вашего слова, ибо я глухой, как телеграфный столб, и к тому же я забыл дома свой слуховой аппарат».

Услышав это, дама смолкла. Расплатившись в конце поездки, она вдруг сообразила, что шофер вовсе не был глухим. Как она догадалась?

Задача 6. *Беглый преступник*

Беглый преступник, идя по безлюдной местности, вдруг увидел, что навстречу ему едет машина, битком набитая полицейскими. Преступник бросился наутек, но прежде чем скрыться в лесу, 20 метров он бежал навстречу полицейским. Он хотел этим выразить свое презрение к ним или у него были на этот счет более основательные причины? Какие?

Задача 7. ***Забытый номер телефона***

В одной компании как-то произошел следующий разговор:

— Нужно срочно позвонить Везли, — сказала Мона.

Однако номера телефона Везли никто из присутствующих не помнил. Заглянули в телефонный справочник, но безуспешно: справочник вышел до того, как Везли приобрел телефон. Друзьям не оставалось ничего, как общими усилиями восстановить хотя бы отрывочные данные о номере его телефона.

— Я хорошо помню, что вторая половина в номере его телефона в четыре раза больше первой, — заявила Кэти.

— Шестизначные номера принято разбивать не на две, а на три части, — возразил Донован. — Я припоминаю, что в телефонном номере Везли две средние цифры, третья и четвертая, одинаковы.

— А я думаю, что вторая цифра вдвое больше первой, — заявила Сью.

Наконец, очередь дошла до четвертого члена компании — Фрица. Ему удалось вспомнить, что в нужном номере третья цифра либо в 2 раза, либо на две единицы больше второй и какая-то из этих двух цифр, то ли вторая, то ли третья, — двойка, но какая именно, Фриц с уверенностью сказать не может.

Вот и все, что удалось вспомнить друзьям. Какой номер телефона у Везли?

МОЖЕТЕ ЛИ ВЫ РАССУЖДАТЬ ЛОГИЧНО!

Задача 1. *Точка на карте*

Представим себе на карте Земли точку А. Движемся от нее строго на юг сто миль, затем строго на восток сто миль, потом строго на север сто миль и снова оказываемся в точке А. Существует ли такая точка и где она находится?

Существует ли точка В, для которой выполняются аналогичные условия? Докажите также, что таких точек довольно много.

Задача 2. *Три деревни*

На одном острове есть три деревни: Правдино (ее жители говорят правду, только правду и ничего, кроме правды), Кривдино (ее жители— отчаянные лжецы) и деревня Середина-Наполовину (жители этой деревни говорят всегда половину правды, половину лжи, вернее, каждое их высказывание состоит из двух таких половин).

Три эти деревни обслуживает одна пожарная команда. Поздно ночью дежурного пожарника разбудил телефонный звонок. Взволнованный голос сообщил ему: — Приезжайте скорее, у нас пожар! — Откуда вы звоните? — осведомился пожарник. — Из деревни Середина-Наполовину, — последовал ответ, и связь прервалась.

Что делать пожарнику, если иметь в виду отсутствие связи и возможности прояснить ситуацию другим способом, кроме как логическим рассуждением?

Задача 3. *Книжный червь*

На книжной полке стоят два тома: первый и второй. Они стоят обычным способом: слева первый, справа второй, стоят корешками к нам. Толщина первого тома 8 см без обложки, толщина второго тома — 11 см без обложки. Толщина каждой обложки — 0,25 см.

Книжный червь прогрыз норку от первой страницы первого тома до последней страницы второго тома.

Какова длина норки, если иметь в виду, что норка строго прямая?

Задача 4. *Голландский банк*

В одном голландском банке к концу дня финансовых операций оказалась 81 золотая монета достоинством по 20 гульденов каждая. Кассиру сообщили, что одна монета фальшивая и она весит на один грамм меньше, чем настоящая. В распоряжении кассира весы, с помощью которых можно уравновешивать грузы без гирек.

Сколько минимально кассиру потребуется взвешиваний, чтобы отыскать фальшивую монету?

Задача 5. *Шахматы и домино*

Имеется обычная шахматная доска, две крайние, противоположные по диагонали клетки заняты. Имеется также 31 косточка домино, каждая из которых закрывает ровно две клетки.

Можно ли этими косточками домино закрыть оставшиеся клетки шахматной доски при условии, что косточки домино нельзя расчленять, ставить на ребро и накладывать друг на друга?

Задача 6. *Английский путешественник*

Один английский путешественник оказался в незнакомой стране, населенной двумя племенами: лжецами и правдолюбцами. Он повстречал двух аборигенов, представляющих два этих племени: короткого и длинного. Он спросил длинного: «Вы всегда говорите правду?» Длинный понял вопрос, но ответил на своем языке: «Бамбардия кургуду!» Короткий при этом пояснил: «Он сказал «Да», но он отчаянный лжец».

Кто есть кто?

Задача 7. *Буддийский монах*

Однажды рано утром один буддийский монах начал подъем на высокую гору. Он шел весь день с разной скоростью, уставал, отдыхал и обозревал окрестности. К вечеру он поднялся на вершину.

После нескольких дней молитв, поста и размышлений о смысле жизни он так же рано утром начал спуск по пути подъема. Спускался он тоже с неравномерной скоростью и закончил спуск к обеду.

Докажите, что на пути подъема и спуска есть точка, которую монах проходил в одно и то же время суток.

ЗАДАЧИ-ШУТКИ

Задача 1. *Дележ*

Разделите пять яблок между пятью лицами так, чтобы каждый получил по яблоку и одно яблоко осталось у вас

Задача 2. *Сколько кошек!*

В комнате четыре угла. В каждом углу сидит кошка. Напротив каждой кошки по три кошки. На хвосте каждой кошки по одной кошке. Сколько же всего кошек в комнате?

Задача 3. *Портной*

Портной имеет кусок сукна в 16 метров, от которого он отрезает ежедневно по два метра. По истечении скольких дней он отрежет последний кусок?

Задача 4. *Число 666*

Число 666 нужно увеличить в полтора раза, не производя над ним никаких арифметических действий. Как это сделать?

Задача 5. *Дробь*

Может ли дробь, в которой числитель меньше знаменателя, быть равной дроби, в которой числитель больше знаменателя?

Задача 6. *Как разрубить подкову?*

Как двумя ударами топора разрубить подкову на шесть частей, не перемещая частей после удара?

Задача 7. *Что сказал старик?*

Два молодых казака, оба лихих наездника, часто бились об заклад между собою, кто кого перегонит. Не раз то тот, то другой был победителем. И это, наконец, им надоело.

— Вот что, — сказал Григорий, — давай спорить наоборот. Пусть заклад достанется тому, чей конь придет в назначенное место не первым, а вторым.

— Ладно, — согласился Михаил.

Казаки выехали на своих конях в степь. Зрителей собралось множество: всем хотелось посмотреть на такую диковинку. Один старый казак начал считать, хлопая в ладоши:

— Раз! Два! Три...

Спорщики, конечно, ни с места. Зрители стали смеяться, судить да рядить и порешили, что такой спор невозможен и что спорщики простоят на месте, как говорится, до скончания века. Тут к толпе подошел седой старик, видавший на своем веку разные виды.

— В чем дело? — спросил он.

Ему объяснили условия спора.

— Эге ж! — говорит старик, — вот я им сейчас шепну такое слово, что поскачут как ошпаренные...

И действительно, подошел старик к казакам, сказал им что-то, и сразу казаки понеслись по степи во весь опор, стараясь обогнать друг друга, но заклад все же выиграл тот, чья лошадь пришла второй.

Что же сказал казакам старик?

ЗАДАЧИ НА ЛОГИКУ СЧЕТА

Задача 1. *Рейс через океан*

Каждый день ровно в полдень отправляется пароход из Гавра через Атлантический океан в Нью-Йорк, и в то же самое время пароход той же компании отправляется из Нью-Йорка в Гавр.

Переезд в том и другом направлении совершается ровно за семь дней. Сколько судов своей компании, идущих в противоположном направлении, встречает пароход на пути из Гавра в Нью-Йорк?

Задача 2. *Продажа яблок*

Фермер привез на рынок корзину яблок. Первому покупателю он продал половину всех яблок и еще пол-яблока, второму — половину остатка и еще пол-яблока, третьему — половину остатка и еще пол-яблока и т. п. Когда же пришел шестой покупатель и купил у него половину оставшихся яблок и пол-яблока, то оказалось, что у него, как и у остальных покупателей, все яблоки целые и что фермер продал все свои яблоки. Сколько яблок привез фермер на рынок?

Задача 3. *Гусеница*

В шесть часов утра в воскресенье гусеница начала вползать на дерево. В течение всего дня, т. е. до 18 часов, она вползла на высоту 5 метров, а в течение ночи спустилась на 2 м. В какой день и час она вползет на высоту 9 м?

Задача 4. *Велосипедисты и муха*

Два города, А и В, находятся на расстоянии 300 км друг от друга. Из этих городов одновременно навстречу друг другу выезжают два велосипедиста и мчатся, не останавливаясь, со скоростью 50 км в час. Но одновременно с первым велосипедистом из города А вылетает муха, пролетающая в час 100 км. Муха опережает первого велосипедиста, летит навстречу второму, выехавшему из города В. Встретив его, она сразу поворачивает назад к велосипедисту А. Повстречав его, она летит обратно навстречу велосипедисту В, и так продолжала она свои полеты вперед и назад до тех пор, пока оба велосипедиста не встретились. Тогда она успокоилась и села одному из велосипедистов на шапку. Сколько километров пролетела муха?

Задача 5. *Собака и два путешественника*

Два путешественника идут по одной и той же дороге в одном и том же направлении. Первый находится на 8 км впереди другого и идет со скоростью 4 км в час, второй делает по 6 км в час. У одного из путешественников есть собака, которая именно в тот же момент, когда мы начали наблюдать за ними, побежала от своего хозяина к другому путешественнику со скоростью 15 км в час. Затем она вернулась к хозяину и опять побежала к другому путешественнику. Так она бегала от одного к другому до тех пор, пока путешественники не встретились. Какой путь пробежала собака?

Задача 6. *Странное число*

Некоторое число оканчивается на 2. Если же эту его последнюю цифру переставить на первое место, то число удвоится. Какое это число?

Задача 7. *Еще одно странное число*

Нужно найти число, которое, будучи разделено на 2, дает в остатке 1, при делении на 3 дает в остатке 2, при делении на 4 дает в остатке 3, при делении на 5 дает в остатке 4, при делении на 6 дает в остатке 5, но на 7 это число делится без остатка. Какое это число?

Задача 8. *Сбор яблок*

На расстоянии метра одно от другого лежат в ряд сто яблок, и на расстоянии метра же от первого яблока садовник принес и поставил корзину. Спрашивается, какой длины путь совершит он, если возьмется собирать эти яблоки так, чтобы брать их последовательно одно за другим и каждое отдельно относить в корзину, которая все время стоит на одном и том же месте?

Задача 9. *Бой часов*

Сколько ударов в сутки делают часы с боем?

5. Зак. № 189

СТАРИННЫЕ ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Задача 1. *Бочонок кваса*

Один человек выпивает бочонок кваса за 14 дней, а вместе с женой выпивает тот же бочонок кваса за 10 дней. Нужно узнать, за сколько дней жена одна выпивает тот же бочонок кваса.

Задача 2. *В жаркий день*

В жаркий день шесть косцов выпили бочонок кваса за 8 часов. Нужно узнать, сколько косцов выпьют такой же бочонок кваса за 1 час и за 3 часа.

Задача 3. *На охоте*

Пошел охотник на охоту с собакой. Идут они лесом, и вдруг собака увидела зайца. За сколько скачков собака догонит зайца, если расстояние от собаки до зайца равно 40 скачкам собаки и расстояние, которое пробегает собака за 5 скачков, заяц пробегает за 6 скачков? (В задаче подразумевается, что скачки делаются одновременно и зайцем и собакой).

Задача 4. *Как разделить орехи?*

Говорит дед внукам: «Вот вам 130 орехов. Разделите их на две части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в 4 раза, равнялась бы большей части, уменьшенной в 3 раза».

Как разделить орехи?

Задача 5. *Скворцы*

Летели скворцы и решили отдохнуть на деревьях. Когда сели они по одному на дерево, то одному скворцу не хватило дерева, а когда на каждое дерево сели по два скворца, то одно дерево осталось незанятым.

Сколько было скворцов и сколько было деревьев?

Задача 6. *Кому пасти овец?*

У пятерых крестьян — Ивана, Петра, Якова, Михаила и Герасима —было 10 овец. Не могли они найти петуха, чтобы пасти овец, и говорит Иван остальным: «Будем, братцы, пасти овец по очереди —по столько дней, сколько каждый из нас имеет овец». По скольку дней должен каждый крестьянин пасти овец, если известно, что у Ивана в два раза меньше овец, чем у Петра, у Якова в два раза меньше, чем у Ивана, Михаил имеет овец в два раза больше, чем Яков, а Герасим — вчетверо меньше, чем Петр?

Задача 7. *Из Москвы в Вологду*

Послан человек из Москвы в Вологду, и велено ему было в своем хождении совершать во всякий день по 40 верст. На следующий день вслед ему был послан второй человек, и приказано было ему проходить в день по 45 верст.

На какой день второй человек догонит первого?

ЗАДАЧИ-ЗАГАДКИ

Задача 1. *Коза*

Один человек купил трех коз, заплатил три рубля. Спрашивается: почем каждая коза пошла?

Задача 2. *Одним мешком — два мешка*

Как можно одним мешком пшеницы, смоловши ее, наполнить два мешка, которые столь же велики, как и мешок, в котором находится пшеница?

Задача 3. *Много ли гвоздей найдут?*

Двое пошли и три гвоздя нашли. Следом четверо идут, много ли гвоздей найдут?

Задача 4. *Сколько уток?*

Летели утки: одна впереди и две позади, одна позади и две впереди, одна между двумя и три в ряд. Сколько всего летело уток?

Задача 5. *Что это такое?*

Что это такое: две ноги сидели на трех, а когда пришли четыре и утащили одну, то две ноги, схватив три, бросили их в четыре, чтобы четыре оставили одну?

Задача 6. *Возможно ли такое?*

Что это может быть: две головы, две руки и шесть ног, а в ходьбе только четыре?

Задача 7. *Два отца и два сына*

Два отца и два сына поймали трех зайцев, а досталось каждому по одному зайцу. Спрашивается, как это могло случиться?

Задача 8. *Как это могло быть?*

У одного старика спросили, сколько ему лет. Он ответил, что ему сто лет и несколько месяцев, но дней рождения у него было всего 25.

Как это могло быть?

ЗАТРУДНИТЕЛЬНЫЕ СИТУАЦИИ

Ситуация 1. *Волк, коза и капуста*

Крестьянину нужно через речку перевезти

волка, козу и капусту. В лодке может поместиться только один человек, а с ним или волк, или коза, или капуста. Если оставить волка с козой без человека, то волк съест козу; если оставить козу и капусту, то коза съест капусту. В присутствии же человека коза не может съесть капусту, а волк — козу.

Крестьянин все-таки перевез свой груз через реку. Как он это сделал?

Ситуация 2. *Рыцари и оруженосцы*

Три рыцаря, каждый в сопровождении оруженосца, съехались на берегу реки и хотят переправиться на другой берег. Есть лодка, которая может вместить только двух человек. Могут ли переправиться рыцари и их оруженосцы на другой берег при условии, что, оказавшись отдельно от своего рыцаря, ни один оруженосец не находился бы при этом в обществе других рыцарей?

Ситуация 3. *Разделить квас поровну*

Восьмиведерный бочонок заполнен доверху квасом. Двое должны разделить квас поровну. Но у них только два пустых бочонка, в один из которых входит 5 ведер, а в другой — 3 ведра. Спрашивается, как они могут разделить квас, пользуясь только этими тремя бочонками?

Ситуация 4. *Разделить бочки и мед*

Три человека должны разделить между собой 21 бочонок, среди которых 7 бочонков полных медом наполовину, и 7 пустых. Могут ли они разделить бочонки и мед так, чтобы каждый из них имел одинаковое количество меда и одинаковое количество бочонков? (Предполагается, что все бочонки одинаковые и переливать мед из одного бочонка в другой не разрешается.)

Ситуация 5. *Девичья хитрость*

Золотошвея, взяв 20 девушек в учение, разместила их в 8 комнатах своего дома так, как показано на рисунке.

2	3	2
3		3
2	3	2

По вечерам золотошвея обходила дом и проверяла, чтобы в комнатах на каждой стороне его было по 7 девушек. Однажды к девушкам в гости приехали 4 подружки и, заговорившись, остались у них ночевать, причем все 24 девушки разместились в комнатах так, что вечером золотошвея насчитала в комнатах на каждой стороне дома опять по семь девушек. На следующий день 4 девушки пошли провожать своих четырех подружек и дома не ночевали. Оставшиеся 16 девушек разместились так, что опять вечером золотошвея насчитала в комнатах с каждой стороны дома по 7 девушек. Как размещались девушки по комнатам в двух последних случаях?

Ситуация 6. *Во время шторма*

Во время шторма капитан корабля приказал выбросить за борт половину из 30 тюков с товарами, которые везли два купца. Купцы были в нерешительности: каждому было жаль выбрасывать свой груз. Видя это, капитан сказал: «Сделаем так: матросы расставят все 30 тюков по кругу, а мы будем ходить по кругу и выбрасывать каждый девятый тюк, пока не выбросим половину тюков». Один из купцов подкупил матросов, и они сумели расставить тюки так, что 15 оставшихся на палубе тюков оказались с товарами этого купца.

Как были расставлены тюки?

ЗАДАЧИ ПРАКТИЧНЫЕ И НЕПРАКТИЧНЫЕ

Задача 1. *Праздничный окорок*

Три соседки сложились по 15 тысяч рублей и купили окорок (без кожи, сала и костей). Одна из них разделила окорок на три части, уверяя, что части равны по весу. Другая заявила, что доверяет только весам в магазине на углу; там при взвешивании оказалось, что якобы равные части после пересчета стоимости соответствуют 14,15 и 16 тысячам рублей. Третья участница проверила на домашних весах, которые тоже дали иной результат. Возник спор, ибо первая настаивала, что она разделила окорок на равные части, другая признавала только магазинные весы, а третья — свои. Как можно успокоить спорящих и разделить куски (не разрезая их больше) так, чтобы каждая хозяйка получила окорок стоимостью в 15 тысяч рублей при пересчете его стоимости по тем весам, которым она доверяет?

Задача 2. *Взвешивания*

Имеется пять предметов различного веса, которые нужно упорядочить по убыванию веса, пользуясь чашечными весами без гирь, с помощью которых можно сравнить веса любых двух предметов. Какое наименьшее число взвешиваний нужно произвести, чтобы решить эту задачу?

Задача 3. *Когда его день рождения?*

В день рождения Быкова собрались его родственники и друзья.

Кроме сестры хозяина Маши и ее брата Петра, присутствовал известный путешественник

Петрашкевич и много других друзей Быкова.

Кто-то спросил Петрашкевича, что он делал год назад. Тот взял блокнот и со свойственной ему педантичностью написал на нем: «Точно год назад я вышел из палатки на восходе солнца, пошел прямо на юг, свернул на запад и через несколько часов, ничего не подстрелив, повернул на север. Своих собственных следов я не пересекал и, идя все время на север, вышел к палатке». Когда день рождения Быкова?

Задача 4. *Сколько лет Софье Петровне?*

Наша знакомая, Софья Петровна, еще не стара, ибо родилась после первой мировой войны, но она не любит прямо отвечать на вопрос —сколько ей лет.

Когда ее спросили 27 июля 1950 года, сколько ей лет, она ответила: мне всего один год, так как я отмечаю день своего рождения только тогда, когда он совпадает с днем недели, в который я родилась, а такой день рождения я отмечала всего только один раз.

Сколько лет Софье Петровне?

Задача 5. *Сколько рыб в пруду?*

Один ихтиолог хотел определить, сколько рыб в пруду, годных для отлова. Для этого он забросил сеть с заранее выбранным размером ячеек и, вытащив ее, обнаружил 30 рыб, отметил каждую из них меткой и бросил обратно в пруд. На другой день он забросил ту же самую сеть и поймал 40 рыб, на двух из которых были его метки. Как по этим данным он приблизительно вычислил количество рыб в пруду?

ПЕРЕПРАВЫ, РАЗЪЕЗДЫ, ПОГОНИ

Задача 1. *Переправа через ров*

Четырехугольное поле окружено рвом, ширина которого всюду одинакова (1 рис.). Даны две доски, длина каждой из которых равна точно ширине рва.

Требуется с помощью этих досок устроить переход через ров.

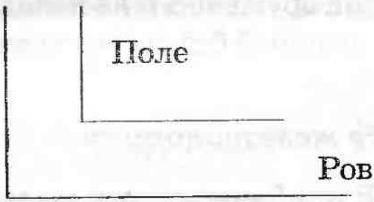


Рис. 1

Задача 2. *Отряд солдат*

Отряд солдат подходит к реке, через которую необходимо переправиться. Но мост сломан, а река глубока. Как быть? Вдруг командир замечает двух мальчиков, которые катаются на лодке недалеко от берега. Но лодка так мала, что на ней может переправиться только один солдат или двое мальчиков — не больше! Однако он устроил так, что все солдаты переправились через реку именно на этой лодке. Как это было сделано?

Задача 3. *Переправа через реку с островом*

Четыре рыцаря с оруженосцами должны переправиться через реку на лодке без гребца, которая вмещает только двух человек. Посреди реки есть остров, на котором можно высаживаться.

Спрашивается, как совершить эту переправу так, чтобы ни на берегах, ни на острове, ни в лодке ни один оруженосец не находился в обществе чужих рыцарей без своего хозяина?

Задача 4. *На железнодорожной станции*

Поезд Б приближается к железнодорожной станции, но его нагоняет быстроидущий поезд А, который необходимо пропустить вперед. У станции от главного пути отходит боковая ветка, куда можно отвести на время вагоны с главного пути, но ветка настолько короткая, что на ней не помещается весь поезд Б.

Спрашивается, как все-таки пропустить поезд А вперед?

Задача 5. *Разъезд шести пароходов*

По каналу один за другим идут три парохода: А, Б и В. Навстречу им показались еще три парохода: Г, Д и Е. Канал такой ширины, что два парохода в нем разъехаться не могут, но в канале с одной стороны есть залив, в котором может поместиться только один пароход.

Могут ли пароходы разъехаться так, чтобы продолжить свой путь по-прежнему?

ЛОГИКА И ФИНАНСЫ

Задача 1. *Одно и то же!*

Некто подошел к окошечку кассы, чтобы получить зарплату.

— Мелких денег нет, поэтому (1) МНЕ ПРИДЕТСЯ ВЫДАТЬ ПРИЧИТАЮЩУЮСЯ ВАМ СУММУ НАИМЕНЬШИМ ЧИСЛОМ КУПЮР, — сказал ему кассир.

— Что верно, то верно, — подтвердил получатель, пересчитывая полученные деньги. — (2) НИ ОДНУ КУПЮРУ НЕЛЬЗЯ РАЗМЕНЯТЬ ДРУГИМИ.

Означают ли утверждения (1) и (2), выделенные заглавными буквами, одно и то же?

Задача 2. *«Экономная» выплата*

В Берендеевом царстве принята довольно сложная денежная система. Основной денежной единицей является берендеевская гривна. В обращении находятся золотые монеты достоинством 1, 2, 8 и 10 гривен. Монет более крупного достоинства не существует.

Подданному Берендеева царства купцу Казначееву понадобилось снять со своего счета 25 гривен. Не желая до отказа набивать свой кошелек, он решил, что удобнее всего обойтись минимальным количеством монет и обратился к банкиру со следующей просьбой:

— Не откажите ли вы мне в любезности выплатить мне 25 гривен монетами покрупнее. Разумеется, было бы лучше всего, если бы вы выплатили мне причитающуюся сумму монетами самого большого достоинства, какое только возможно.

Как, по-вашему, может ли быть уверенность в том, что при выплате купцу 25 гривен «монетами самого большого достоинства, какое только возможно», число монет окажется наименьшим?

ДЕЛЕЖИ ПРИ ЗАТРУДНИТЕЛЬНЫХ ОБСТОЯТЕЛЬСТВАХ*

ВМЕСТО МЕЛКИХ ДОЛЕЙ КРУПНЫЕ

Разделить поровну пять пряников между шестью мальчиками, не разрезая ни одного пряника на шесть равных частей.

Подобных задач можно, конечно, придумать сколько угодно. Так, например, в данной задаче вместо чисел 5 и 6 могут быть поставлены следующие числа: 7 на 6, 7 на 10, 9 на 10, 11 на 10, 13 на 10, 7 на 12, 11 на 12, 13 на 12, 9 на 14, 11 на 14, 13 на 14, 15 на 14, 17 на 14 и т. д. Во всех задачах подобного рода требуется мелкие доли перевести в более крупные. Разнообразить задачи можно всячески, предлагая, например, такие вопросы:

Можно ли пять листов бумаги разделить между восемью учениками, не деля ни одного листа на восьмые доли?

Такие задачи очень полезны для отчетливого и быстрого понимания смысла дробей.

КТО ПРАВ?

Два лесоруба, Никита и Павел, работали вместе в лесу и сели завтракать. У Никиты было 4

---

* Задачи даются по кн.: Игнатьев Е.И. В царстве смекалки. М., 1982.

лепешки, у Павла — 7. Тут к ним подошел охотник.

— Вот, братцы, заблудился в лесу, до деревни далеко, а есть очень хочется, поделитесь со мною хлебом-солью!

— Ну, что ж, садись, чем богаты, тем и рады, — сказали Никита и Павел. 11 лепешек были разделены поровну на троих. После завтрака охотник пошарил в карманах, нашел гривенник и копейку и сказал:

— Не обессудьте, братцы, больше при себе ничего нет. Поделитесь, как знаете!

Охотник ушел, а лесорубы заспорили. Никита говорит:

— По-моему, деньги надо разделить поровну!

А Павел ему возражает:

— За 11 лепешек 11 копеек. И на лепешку приходится по копейке. У тебя было 4 лепешки, тебе 4 копейки, у меня 7 лепешек, мне 7 копеек!

Кто из них сделал правильный расчет?

СПОР

Трое крестьян, Иван, Петр и Николай, за выполненную работу получили мешок зерна. На беду под рукой не оказалось мерки и пришлось делить зерно «на глазок». Старший среди крестьян, Иван, рассыпал зерно на три кучи, как он считал, поровну:

— Первую кучу возьми ты, Петр, вторая достанется Николаю, а третья — мне.

— Я не согласен на это, — возразил Николай, — моя куча зерна ведь самая маленькая.

Поспорили крестьяне. Чуть до ссоры не дошло. Пересыпают зерно из одной кучи в другую, из другой в третью и никак к согласию не придут, обязательно кто-нибудь недоволен.

— Будь мы вдвоем, я да Петр, — вскричал в сердцах Иван, — я бы мигом разделил. Рассыпал бы зерно на две равные кучи и предложил бы Петру выбрать любую, а оставшуюся взял бы себе. Оба мы были бы довольны. А тут не знаю как быть.

Задумались крестьяне, как же разделить зерно, чтоб все были довольны, чтоб каждый был уверен, что получил не меньше трети. И придумали. Придумайте и вы.

ДЕЛЕЖ МЕЖДУ ТРЕМЯ

Три купца должны поделить между собой 21 бочонок, из которых 7 бочонков полных кваса, 7 заполненных наполовину и 7 пустых. Спрашивается, как они могут поделиться так, чтобы каждый имел одинаковое количество кваса и одинаковое количество бочонков, причем переливать квас из бочонка в бочонок нельзя.

ДЕЛЕЖ МЕЖДУ ДВУМЯ

Двое должны разделить поровну 8 ведер кваса, находящегося в восьмиведерном бочонке. Но у них есть еще только два пустых бочонка, в один из которых входит 5 ведер, а в другой — 3 ведра. Спрашивается, как они могут разделить этот квас, пользуясь только этими тремя бочонками?

ДЕЛЕЖ ПОПОЛАМ

Как быть, если в условии предшествующей задачи полный бочонок 16-ведерный, а пустые — 11- и 6-ведерные?

ДЕЛЕЖ КВАСА

Имеются три бочонка вместимостью 6 ведер, 3 ведра и 7 ведер. В первом и третьем содержится соответственно 4 и 6 ведер кваса. Требуется, пользуясь только этими тремя бочонками, разделить квас поровну.

СКАЗКИ И СТАРИННЫЕ ИСТОРИИ

КАК ГУСЬ С АИСТОМ ЗАДАЧУ РЕШАЛИ

Летела стая гусей, а навстречу им летит один гусь и говорит: «Здравствуйте, сто гусей!» А передний старый гусь ему и отвечает: «Нет, нас не сто гусей! Вот, если б нас было еще столько, да еще полстолько, да еще четверть столько, да ты, гусь, то было бы сто гусей, а теперь... Вот и рассчитай-ка, сколько нас?»

Полетел одинокий гусь дальше и задумался. В самом деле, сколько же товарищей-гусей он встретил? Думал он, думал и с какой стороны ни принимался, никак не мог задачи решить. Вот увидел гусь на берегу пруда аиста: ходит длинноногий и лягушек ищет. Аист —птица важная и пользуется среди других птиц славой математика: по целым часам иногда неподвижно на одной ноге стоит и все думает, видно, задачи решает. Обрадовался гусь, слетел в пруд, подплыл к аисту и рассказал ему, как он стаю товарищей встретил и какую ему гусь-вожак загадку задал, а он никак этой задачи решить не может.

— Гм!.. — откашлялся аист, — попробуем решить. Только будь внимателен и старайся понять. Слышишь?

— Слушаю и постараюсь! — ответил гусь.

— Ну вот. Как тебе сказали? Если бы к встречным гусям прибавить еще столько, да еще полстолько, да четверть столько, да тебя, гуся, то было бы сто? Так?

— Так! — ответил гусь.

— Теперь смотри, — сказал аист. — Вот что я тебе начерчу здесь на прибрежном песке.

Аист согнул шею и клювом провел черту, рядом такую же черту, потом половину такой же черты, затем четверть черты, да еще маленькую черточку, почти точку. Получилось то, что показано на рис. 2.

Гусь подплыл к самому берегу, вышел, переваливаясь на песок, смотрел, но ничего не понимал.

Рис. 2

— Понимаешь? — спросил аист.

— Нет еще! — ответил уныло гусь.

— Эх, ты! Ну, вот смотри: как тебе сказали, — стая, да еще стая, да половина стаи, да четверть стаи, да ты, гусь, — так я и нарисовал: черту, да еще черту, да полчерты, да и четверть этой черты, да еще маленькую черточку, т. е. тебя. Понял?

— Понял! — весело проговорил гусь.

— Если к встреченной тобою стае прибавить еще стаю, да полстаи, да четверть стаи, да тебя, гуся, то сколько получится?

— Сто гусей!

— А без тебя сколько, значит, будет?

— Девяносто девять.

— Хорошо! Откинем на нашем чертеже черточку, изображающую тебя, гуся, и обозначим, что остается 99 гусей.

Аист носом изобразил на песке то, что показано на рис. 3.

Рис.3

— Теперь сообрази-ка, — продолжал аист, — четверть стаи да полстаи — сколько это будет четвертей?

Гусь задумался, посмотрел на линии на песке и сказал:

— Линия, изображающая полстаи, вдвое больше, чем линия четверти стаи, т. е. в половине заключается две четверти. Значит, половина да четверть стаи — это все равно, что три четверти стаи!

— Молодец! — похвалил гуся аист. — Ну, а в целой стае сколько четвертей?

— Конечно, четыре! — ответил гусь.

— Так! Но мы имеем здесь стаю, да еще стаю, да полстаи, да четверть стаи, и это составит 99 гусей. Значит, если перевести все на четверти, то сколько всего четвертей будет?

Гусь подумал и ответил:

— Стая — это все равно что 4 четверти стаи, да еще стая — еще 4 четверти стаи, всего 8 четвертей; да в половине стаи 2 четверти: всего 10 четвертей; да еще четверть стаи: всего 11 четвертей стаи, и это составит 99 гусей.

— Так! — Сказал аист. — Теперь скажи, что же ты, в конце концов, получил?

— Я получил, — ответил гусь, — что в одиннадцати четвертях встреченной мною стаи заключается 99 гусей.

— А, значит, в одной четверти стаи сколько гусей?

Гусь поделил 99 на 11 и ответил:

— В четверти стаи — 9 гусей.

— Ну, а в целой стае сколько?

— В целой заключается четыре четверти... Я встретил 36 гусей —радостно воскликнул гусь.

— Вот то-то и оно! — важно промолвил аист. — Сам, небось, не мог дойти!.. Эх, ты... гусь!..

КРЕСТЬЯНИН И ЧЕРТ

Идет крестьянин и плачется: «Эх-ма! Жизнь моя горькая! Заела нужда совсем! Вот в кармане только несколько грошей медных болтается, да и те сейчас нужно отдать. И как это у других бывает, что на всякие свои деньги они еще деньги получают? Право, хоть бы кто помочь мне захотел».

Только успел это сказать, как глядь, а перед ним черт стоит.

— Что ж, — говорит, — если хочешь, я тебе помогу. И это совсем нетрудно. Вот видишь этот мост через реку?

— Вижу! — говорит крестьянин, а сам заробел.

— Ну, так стоит тебе перейти только через мост — у тебя будет вдвое больше денег, чем есть. Перейдешь назад, опять станет вдвое больше, чем было. И каждый раз, как ты будешь переходить мост, у тебя будет ровно вдвое больше денег, чем было до этого перехода.

— Ой ли? — говорит крестьянин.

— Верное слово! — уверяет черт. — Только, чур, уговор! За то, что я тебе удваиваю деньги, ты каждый раз, перейдя через мост, отдавай мне по 24 копейки. Иначе не согласен.

— Ну, что же, это не беда! — говорит крестьянин. — Раз деньги все будут удваиваться, так отчего же 24 копейки тебе каждый раз не дать? Ну-ка, попробуем!

Перешел он через мост один раз, посчитал деньги. Действительно, стало вдвое больше. Бросил он 24 копейки черту и перешел через мост второй раз. Опять денег стало вдвое больше, чем перед этим. Отсчитал он 24 копейки, отдал черту и перешел через мост в третий раз. Денег стало снова вдвое больше. Но только и оказалось их ровнехонько 24 копейки, которые по уговору... он должен был отдать черту. Отдал он их и остался без копейки.

Сколько же у крестьянина было денег сначала?

КРЕСТЬЯНЕ И КАРТОФЕЛЬ

Шли три крестьянина и зашли на постоялый двор отдохнуть и пообедать. Заказали хозяйке сварить картофель, а сами заснули. Хозяйка сварила картофель, но не стала будить постояльцев, а поставила миску с едою на стол и ушла. Проснулся один крестьянин, увидел картофель и, чтобы не будить товарищей, сосчитал картофель, съел свою долю и снова заснул. Вскоре проснулся другой: ему невдомек было, что один из товарищей уже съел свою долю, поэтому он сосчитал весь оставшийся картофель, съел третью часть и опять заснул. После чего проснулся третий:

полагая, что он проснулся первым, он сосчитал оставшийся в чашке картофель и съел третью часть. Тут проснулись его товарищи и увидели, что в чашке осталось 8 картофелин. Тогда только объяснилось дело. Сосчитайте, сколько картофелин подала на стол хозяйка, сколько съел уже и сколько должен еще съесть каждый, чтобы всем досталось поровну.

ДВА ПАСТУХА

Сошлись два пастуха, Иван и Петр. Иван и говорит Петру: «Отдай-ка ты мне одну овцу, тогда у меня будет овец ровно вдвое больше, чем у тебя!» А Петр ему отвечает: «Нет! Лучше ты мне отдай одну овцу, тогда у нас будет овец поровну!»

Сколько же было у каждого овец?

НЕДОУМЕНИЕ КРЕСТЬЯНОК

Две крестьянки продавали на базаре яблоки. Одна продавала за 1 коп. 2 яблока, а другая за 2 коп. 3 яблока. У каждой в корзине было по 30 яблок, так что первая рассчитывала выручить за свои яблоки 15 коп., а вторая 20 коп. Обе вместе они должны были выручить 35 коп. Сообразив это, крестьянки, чтобы не ссориться да не перебивать друг у друга покупателей, решили сложить свои яблоки вместе и продавать их сообща, причем они рассуждали так: «Если я продаю пару яблок за копейку, а ты — три яблока за

2 копейки, то чтобы выручить свои деньги, надо нам, значит, продавать пять яблок за 3 копейки!»

Сказано — сделано. Сложили торговки свои яблоки вместе (получилось всего 60 яблок) и начали продавать по 3 копейки за 5 яблок. Распродали и удивились: оказалось, что за свои яблоки они выручили 36 копеек, т. е. на копейку больше, чем думали выручить! Крестьянки задумались: откуда взялась «лишняя» копейка и кому из них следует ее получить? И как, вообще, им поделить теперь все вырученные деньги? И в самом деле, как это вышло?

Пока эти две крестьянки разбирались в своей неожиданной прибыли, две другие, прослышав об этом, тоже решили заработать лишнюю копейку. У каждой из них было тоже по 30 яблок, но продавали они так: первая давала за одну копейку пару яблок, а вторая за копейку давала 3 яблока. Первая после продажи должна была, значит, выручить 15 копеек, а вторая — 10 копеек; обе вместе выручили бы, следовательно, 25 копеек. Они и решили продавать свои яблоки сообща, рассуждая совсем так, как и те две первые торговки: если я продаю за одну копейку пару яблок, а ты за копейку продаешь 3 яблока, то, значит, чтобы выручить свои деньги, нам нужно каждые 5 яблок продавать за 2 копейки. Сложили они яблоки вместе, распродали их по 2 копейки за каждые 5 штук, и вдруг... оказалось, что они выручили всего 24 копейки, значит, недовыручили целую копейку.

Задумались и эти крестьянки: как же это могло случиться и кому из них придется этой копейкой поплатиться?

НАХОДКА

Четверо крестьян — Сидор, Карп, Пахом и Фока — возвращались из города и говорили, что ничего не заработали.

— Эх! — сказал Сидор, — если бы мне найти кошель с деньгами, я бы взял себе только третью часть, а остальные с кошелем даже отдал бы вам.

— А я, — молвил Карп, — поделил бы между всеми нами поровну.

— Я доволен был бы всего пятой частью, — отозвался Пахом.

— С меня же довольно бы и шестой части, — сказал Фока. — Да что толковать... Статочное ли дело — деньги на дороге найти! Кто это их для нас бросит?

Вдруг и на самом деле видят на дороге кошелек, подняли его и решили поделить деньги так, как каждый только что говорил, т. е. Сидор получит треть, Карп — четверть, Пахом — пятую, а Фока —шестую часть найденных денег.

Открыли кошелек и нашли в нем 8 кредитных билетов: один в 3 рубля, а остальные рублевые, пятирублевые и десятирублевые. Но ни один крестьянин не мог взять своей части без размена. Поэтому решили ждать, не разменяет ли кто из проезжих.

Скачет верховой; крестьяне останавливают его.

— Так и так, — рассказывают они, — нашли кошелек с деньгами; деньги хотим разделить так-то. Будь такой добрый, разменяй нам рубль!

— Рубля я вам не разменяю, а давайте мне кошелек с деньгами: я положу туда свою рублевку и из всех денег выдам каждому его долю, а кошелек мне.

Крестьяне с радостью согласились. Верховой сложил все деньги вместе, выдал первому 1/3, второму 1/4, третьему 1/5, четвертому 1/6 всех денег, а кошелек спрятал себе за пазуху.

— Ну, спасибо вам, братцы, большое: и вам хорошо, и мне хорошо! — и ускакал.

Задумались мужики.

— За что же он нас поблагодарил?

— Ребята, сколько у нас всего бумажек? — спросил Карп. Сосчитали — оказалось 8.

— А где же трехрублевка? У кого она?

— Ни у кого нет!

— Как же так, ребята? Верховой-то, значит, надул нас? Давай считать, на сколько он обидел каждого...

Прикинули в уме.

— Нет, братцы, я получил больше, чем мне следовало! — сказал Сидор.

— И я получил на 25 коп. больше, — сказал Карп.

— Как же так? Всем дал больше, чем нужно, а трехрублевку увез! Ишь ты, как ловко нас обошел! — решили крестьяне.

Сколько денег нашли крестьяне? Обманул ли их верховой? Какие бумажки дал он каждому?

ДЕЛЕЖ ВЕРБЛЮДОВ

Старик, имевший трех сыновей, распорядился, чтобы они после его смерти поделили принадлежавшее ему стадо верблюдов так, чтобы старший взял половину всех верблюдов, средний — треть и младший — девятую часть всех верблюдов. Старик умер и оставил 17 верблюдов. Сыновья начали дележ, но оказалось, что число 17 не делится ни на 2, ни на 3, ни на 9. В недоумении, как им быть, братья обратились к мудрецу. Тот приехал к ним на собственном верблюде и разделил по завещанию. Как он это сделал?

СКОЛЬКО ВОДЫ В БОЧКЕ?

В одной сказке хозяин, нанимая работника, предложил ему следующее испытание:

— Вот тебе бочка, наполни ее водой ровно на половину, ни больше, ни меньше. Но смотри, палкой, веревкой или чем-либо другим для измерения не пользуйся.

Работник справился с заданием. Как он это сделал?

Расстановка часовых

Вдоль стен квадратного бастиона требовалось поставить 16 часовых. Комендант разместил их так, как показано на рис.25, по 5 человек с каждой стороны. Затем пришел полковник и, недовольный размещением часовых, распорядился расставить солдат так, чтобы с каждой стороны было их по 6. Вслед за полковником пришел генерал, рассердился на полковника за его распоряжение и разместил солдат по 7 человек с каждой стороны. Каково было размещение в двух последних случаях?

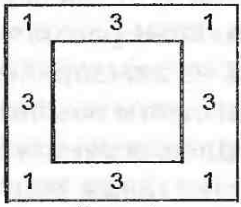


Рис. 4

ОБМАНУТЫЙ ХОЗЯИН

Хозяин устроил в своем погребе шкаф в форме квадрата с девятью отделениями Среднее (внутри) отделение он оставил свободным для пустых бутылок, а в остальных расположил 60 бутылок масла так, что в каждом угловом отделении их было по 6, а в каждом из средних по 9. Таким образом, на каждой стороне квадрата было по 21 бутылке (рис.5). Слуга подметил,

Первоначальное расположение бутылок

6	9	6
9		9
6	9	6

Рис. 5

что хозяин проверяет число бутылок, только считая бутылки по сторонам квадрата и следя за тем, чтобы на каждой стороне квадрата было по 21 бутылке. Тогда слуга унес сначала 4 бутылки, а остальные расставил так, что вновь получилось по 21 на каждой стороне. Хозяин пересчитал бутылки своим обычным способом и подумал, что бутылок остается то же число и что слуга только переставил их. Слуга воспользовался оплошностью хозяина и снова унес 4 бутылки, расставив остальные так, что на каждой стороне квадрата выходило опять по 21 бутылке. Так он повторял, пока было возможно. Спрашивается, сколько раз он брал бутылки и сколько всего бутылок он унес?

СКАЗКА ОБ ИВАНЕ-ЦАРЕВИЧЕ И КОЩЕЕ БЕССМЕРТНОМ, УМЕВШЕМ СЧИТАТЬ ТОЛЬКО ДО ДЕСЯТИ

Из этой сказки мы приведем только отрывки. Сказка очень занимательна, но нас интересуют возникающие в ней математические задачи.

«В некотором царстве, в некотором государстве жил-был Иван-царевич. У него было три сестры: одна Марья-царевна, другая Ольга-царевна, третья Анна-царевна. Отец и мать у них умерли.

Отдал Иван-царевич сестер своих замуж за царей медного, серебряного и золотого царств, остался один. Целый год жил без сестер, и сделалось ему скучно. Решил он идти искать сестриц, проведать их».

Далее сказка рассказывает, как повстречал Иван-царевич Елену Прекрасную, как полюбили они друг друга, как похитил ее Кощей Бессмертный и решил сделать женой своей. Отказалась Елена Прекрасная быть женой Кощея, и в злобе превратил он ее в тонкую белую березку.

«Иван-царевич собрал воинов и поехал искать свою любимую. Долго странствовал он, пока приехал к избушке бабы-яги. Рассказал он ей, куда и зачем путь держит. Баба-яга давно враждовала с Кощеем, согласилась она помочь Ивану-царевичу:

— Чтобы снять чары Кощеевы, нужно собрать у ворот его дворца царей трех царств: медного, серебряного и золотого. Ровно в полночь должны они и ты вместе с ними произнести волшебное слово. Тогда чары спадут, и Кощей бессилен будет что-либо сделать.

Черный ворон подслушал этот разговор бабы-яги с Иваном-царевичем и рассказал обо всем Кощею.

Прощаясь с Иваном-царевичем, дала ему баба-яга волшебное кольцо.

— Оно приведет к Кащею. А коль нужно будет тебе, Иван-царевич, какой запор отпереть или замкнуть накрепко, проси кольцо о том. Мигом исполнит.

Кощей Бессмертный подстерег Ивана-царевича, схватил его и бросил вместе с воинами в глубокое темное подземелье.

— Не видать тебе, Ивашка, Елены Прекрасной, как своих ушей».

Далее в сказке следует описание подземелья. В квадратной пещере было 8 погребов, расположенных вдоль стен (мы изобразили их условно на рис.6 в виде маленьких квадратиков). Погреба сообщались между собой, а все подземелье, имевшее один выход, накрепко запиралось семью замками . Всех воинов вместе с Иваном-царевичем было 24, и Кощей разместил их в восьми погребах поровну. Каждый вечер приходил он в подземелье, издевался над Иваном-царевичем и пересчитывал своих пленников. Считать Кощей мог только до десяти, поэтому он проверял число узников, находящихся в трех погребах вдоль каждой стены подземелья, находил всюду 9 человек и успокаивался. Трудности не сломили Ивана-царевича. С помощью волшебного кольца отпер он все 7 запоров и отправил трех своих воинов гонцами к царям медного, серебряного и золотого царств. А чтобы Кощей ничего не заподозрил, Иван-царевич рассадил оставшихся воинов по погребам иначе, сохранив вдоль каждой стены подземелья по 9 человек. Как всегда, вечером пришел Кощей, поворчал, что воины не сидят спокойно на месте. Пересчитал их вдоль каждой стены и ничего не заподозрил. Спустя некоторое время гонцы добрались до царей медного, серебряного и золотого царств, рассказали им всю историю и

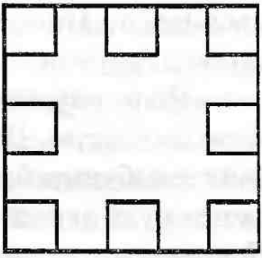


Рис. 6

вместе с ними вернулись в подземелье Кощеева дворца. Как раз в этот момент Кощей решил осмотреть подземелье. Иван-царевич рассадил всех своих воинов и трех прибывших царей так, что опять в погребах вдоль каждой стены сидело по 9 человек. И опять ему удалось обмануть Кощея. После этого в сказке повествуется, как ровно в полночь 3 царя вместе с Иваном-царевичем подошли к воротам Кощеева дворца и произнесли волшебное слово, как спали чары с Елены Прекрасной, как удалось им всем выбраться из Кощеева царства и, наконец, о свадьбе Ивана-царевича и Елены Прекрасной.

Сказка кончилась, но остался вопрос: как рассаживал узников Иван-царевич?

ЗА ГРИБАМИ

Дедушка пошел с четырьмя внучатами в лес за грибами. В лесу разошлись в разные стороны и стали искать грибы. Через полчаса дедушка сел под дерево отдохнуть и пересчитал все грибы: их оказалось 45 штук. Тут прибежали к нему внучата, все с пустыми руками, ни один ничего не нашел.

— Дедушка! — просит один внук, — дай мне своих грибов, чтобы кузовок не был пустой. Авось, с твоей легкой руки много грибов наберу.

— И мне, дедушка!

— И мне дай!

Дед дал каждому и раздал таким образом детям все свои грибы. Все снова разбрелись в разные

6. Зак. № 189

стороны, и случилось следующее. Один мальчик нашел еще 2 гриба, другой 2 потерял, третий нашел еще столько, сколько получил от деда, а четвертый потерял половину полученных от деда. Когда дети пришли домой и подсчитали свои грибы, то оказалось у всех поровну.

Сколько каждый получил от дедушки грибов и сколько было у каждого, когда они пришли домой?

СКОЛЬКО БЫЛО?

Женщина несла для продажи корзину яиц. Встретившийся прохожий по неосторожности так толкнул ее, что корзина упала на землю и все яйца разбились. Прохожий захотел уплатить женщине стоимость разбитых яиц и спросил, сколько их всего было. «Я не помню этого, — сказала женщина, — знаю только хорошо, что когда я перекладывала яйца по 2, то осталось одно яйцо. Точно так же всегда оставалось по одному яйцу, когда я перекладывала их по 3, по 4, по 5 и по 6. Когда же я перекладывала их по 7, то не оставалось ни одного яйца». Сколько было яиц?

ЧАСЫ ПОСТАВЛЕНЫ ВЕРНО

Двое приятелей, Петр и Иван, живут в одном городе и не очень далеко друг от друга. У каждого из них дома имеются только стенные часы. Однажды Петр забыл завести свои часы, и они остановились. «Пойду-ка я в гости к Ивану, заодно и посмотрю, который час», — решил Петр. Отправившись в гости и просидев у Ивана некоторое время, Петр вернулся домой и верно выставил свои стенные часы. Смогли бы вы сделать так же?

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЗАПИСИ

В памятной книжке найдена запись, воспроизведенная на рис.7. Эта запись оказалась залитою в некоторых местах чернилами так, что нельзя разобрать ни числа проданных кусков, ни первых трех цифр полученной суммы. Спрашивается, можно ли по сохранившимся данным узнать число проданных кусков и всю вырученную сумму?

За продажу ⟨?⟩ кусков сукна по 49 руб.36 коп. каждый кусок получено ⟨?⟩7 руб.28 коп.

Рис.7

ХИТРЕЦЫ

В трактире стояло четыре стола, по одному вдоль каждой стены. Проголодавшиеся возвращавшиеся с маневров солдаты в числе 21 человека остановились там пообедать и пригласили к обеду хозяина. Расселись все так: за три стола сели солдаты — по 7 за каждый стол, а за четвертый стол сел хозяин (на рис. 8 солдаты и хозяин изображены черточками). Солдаты уговорились с хозяином, что платить по счету будет тот, кто останется последним при следующем условии: считая по кругу (по часовой стрелке) всех, в том числе и хозяина, освобождать от уплаты каждого седьмого. Каждый освобожденный тотчас уходил из трактира и в дальнейшем в счете не участвовал. А последним остался хозяин. С кого начали счет?

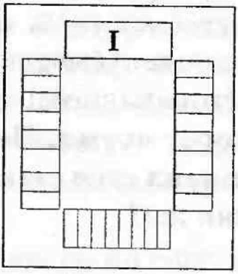


Рис. 8

С кого нужно было бы начать, если бы солдат было только по 4 за каждым из трех столов?

СПОР КУЧЕРА С ПАССАЖИРОМ

На постоялом дворе нетерпеливый проезжий, увидя кучера, спросил:

— Не пора ли запрягать?

— Что вы! — ответил кучер. — Еще полчаса до отъезда. За это время я успею 20 раз и запрячь, и отпрячь, и опять запрячь. Нам не впервой...

— А сколько в карету впрягается лошадей?

— Пять.

— Сколько времени полагается на запряжку лошадей?

— Да минуты две — не больше.

— Ой ли? — усомнился проезжий. — Пять лошадей запрячь за 2 минуты. Что-то очень уж скоро...

— И очень просто, — отвечал кучер. — Выведут лошадей в сбруе, постромках с вальками, в вожжах. Остается только накинуть кольца вальков на крюки, приструнить двух средних лошадей к дышалу, взял вожжи в руки, сел на козлы — и готово... Поезжай! Дело знакомое...

— Ну, хорошо! — заметил пассажир. — Допустим, что таким образом можно запрячь и отпрячь лошадей хоть двадцать раз в полчаса. Но если их придется перепрягать одну на место другой, да еще всех, то уж этого никогда не сделать не только в пол, но и в два часа.

— Тоже пустячное дело! — расхвастался кучер. — Разве нам не приходится перепрягать! Да какими угодно способами я их всех перепрягу в час, а то и меньше. Одну лошадь поставил на место другой и готово! Минутное дело!

— Нет, ты перепряги их не теми способами, которые мне угодны, —сказал пассажир, — а всеми способами, какими только можно перепрячь пять лошадей, считая на перепряжку одну минуту, как ты хвастаешь.

Самолюбие кучера было несколько задето.

— Конечно, всех лошадей и всеми способами перепрягу не больше как за час.

— Я дал бы сто рублей, чтобы посмотреть, как ты сделаешь это за час! — сказал пассажир.

— А я при своей бедности заплачу за ваш

проезд в карете, если этого не сделаю, — ответил кучер.

Так и условились. Каков был результат спора?

КТО НА КОМ ЖЕНАТ?

Трое крестьян, Иван, Петр и Алексей, пришли на рынок с женами: Марией, Екатериной и Анной. Кто на ком женат, нам не известно. Требуется узнать это на основании следующих данных: каждый из этих шести человек заплатил за каждый купленный предмет столько копеек, сколько предметов он купил. Каждый мужчина истратил на 48 копеек больше своей жены. Кроме того, Иван купил на 9 предметов больше Екатерины, а Петр — на 7 предметов больше Марии.

ЛОГИЧЕСКИЕ ИГРЫ

ОТГАДАТЬ СЛОВО *

Игра *«отгадать слово»* впервые появилась на свет в конце 60-х годов, почти одновременно с «быками и коровами», и до сих пор пользуется большой популярностью, в нее охотно играют школьники, студенты, научные сотрудники.

Действительно, как мы сейчас увидим, эта увлекательная игра значительно богаче и глубже большинства известных словесных игр, в том числе «балды». Для успеха в ней важен не только большой запас слов, лексикон играющих, но и умение логически рассуждать. Игра «отгадать слово» представляет собой как бы смесь словесной игры с математической.

Играют двое. Один игрок задумывает слово из пяти букв, а другой должен его отгадать. С этой целью он называет одно за другим слова, состоящие из произвольного числа букв, на каждое из которых партнер в ответ сообщает число, означающее, сколько раз буквы задуманного слова входят в названное; при этом каждая буква задуманного слова учитывается в ответе столько раз, сколько она содержится в названном.

---

* Игры даны по кн.: *Гик Е. И.* Занимательные математические игры. М., 1987.

Приведем пример. Пусть наш воображаемый партнер задумал слово КОЛБА, а мы своим ходом назвали слово ОБОРОНА. Тогда он должен ответить числом 5. В самом деле, буквы К и Л задуманного слова не входят в названное (или иначе — входят 0 раз), буква О входит 3 раза, буквы А и Б — по 1 разу. Итого: $0 + 0 + 3 + 1 + 1 = 5$.

Называя некоторое слово и получая на него ответ, мы всякий раз делаем определенные выводы относительно задуманного слова. Так, ответ противника 5 на слово ОБОРОНА означает, что задуманное слово, пока не известное нам, обязательно содержит букву О (в противном случае максимальный ответ был бы равен 4), а также две буквы из четырех Б, Р, Н, А. Рассмотрим другие возможности. Ответ 0 свидетельствовал бы о том, что в отгадываемом слове нет ни одной из пяти букв, входящих в слово ОБОРОНА; ответ 1 и 2 — что в нем содержится соответственно одна или две буквы из четырех —Б, Р, Н, А и нет буквы О; ответ 3 — что в нем есть О и нет Б, Р, Н, А или, наоборот, есть три из этих четырех букв и нет О; наконец, при ответе 4 делаем вывод, что задуманное слово содержит букву О и одну букву из четырех остальных или все эти четыре буквы вместе, но тогда отсутствует О.

Извлекая на каждом ходу ту или иную информацию о задуманном слове противника, мы делаем следующий ход и т. д., пока не получим ответ «отгадал».

Естественно, слова задумывают оба игрока, причем они стараются выбрать их потруднее для отгадывания. Побеждает тот, кто отгадывает слово противника, то есть получает ответ «отгадал», за меньшее число ходов.

Как и в большинстве игр в слова, и задуманное слово, и «ходы» должны быть существительными нарицательными в единственном числе. Чтобы избежать лишних споров, лучше всего сразу договориться о том, какие разрешается использовать словари.

Очевидно, игра «отгадать слово», как и «быки и коровы», является тестовой. Выбор слов-ходов, приводящих к цели, по существу, есть тест для отгадывания задуманного противником слова (шифра), и задача игрока состоит в том, чтобы построить тест как можно короче. Конечно, игру легко обобщить, разрешая задумывать слова другой длины, однако длина «пять» является оптимальной (подобно четырем цифрам в «быках и коровах»— разнообразие пятибуквенных слов очень велико, и отгадывать их совсем не просто).

Делать ходы (называть тестовые слова) необязательно по очереди, важно лишь общее число ходов. При большом количестве партий в каждой из них можно учитывать не только то, кто раньше отгадал слово, но и на сколько ходов быстрее. Для того чтобы лучше ознакомиться с игрой, почувствовать ее тонкости, разберем несколько партий, т. е., выражаясь шахматным языком, прокомментируем их. Всюду предполагается, что слово задумывает наш партнер, и нам надо его отгадать. Рядом с называемыми словами указываются ответы противника на них.

ПАРТИЯ 1

1. ПЕРЕВАЛ 2

В начале игры, по-видимому, имеет смысл ходить словами, в которых побольше гласных — гласных в алфавите меньше, чем согласных, и, значит, есть шансы быстрее отгадать их. Для выявления одной конкретной буквы лучше всего сыграть словом с большим числом ее вхождений. Например, на слово ОБОРОНОСПОСОБНОСТЬ ответ, меньший семи, означает, что буквы О в задуманном слове нет, а ответ 7 или больше, что она почти наверняка в нем есть. Конечно, вопрос о букве О решает и ход ОКО (или БОБ), но он дает нам намного меньше информации об остальных буквах.

В данной партии первый ход позволяет сделать следующий вывод: либо в задуманном слове есть буква Е и нет букв П, Р, В, Л, либо есть две буквы из этой пятерки, но нет Е. Цель второго хода —разобраться в ситуации.

2. СВАЛКА 0

Ответ 0 всегда приятен. Он дает возможность выбросить из рассмотрения целый ряд букв. В данном случае после второго хода мы видим, что в задуманном слове нет букв В, А, Л (и, конечно, С и К), и, значит, с учетом первого хода оно содержит либо Е, либо одновременно П и Р.

3. ПОП 0

Итак, второй вариант отпадает, буквы П, а вместе с ней и Р в слове нет, а есть Е.

4. ФАКУЛЬТАТИВ 4

Так как мы уже знаем, что букв А, К, Л, В в слове нет, то последний ход и ответ на него означает, что фактически нам надо проанализировать следующую ситуацию с фиктивным словом-ходом: ФУЬТТИ 4.

Предположим, что в задуманном слове нет Т, тогда оно содержит все четыре оставшиеся буквы, то есть Ф, У, Ь, И. Поскольку буква Е уже найдена раньше, искомое слово должно состоять из букв Ф, У, Ь, И, Е. Но из этих букв собрать слово невозможно (это уже не логический анализ, а чисто словесный). Таким образом, в задуманном слове обязательно присутствует буква Т, кроме того, в нем есть Е и две буквы из четырех Ф, У, Ь, И.

Очередными ходами мы могли бы определить две эти буквы и недостающую пятую. Однако сначала попробуем извлечь побольше информации, не делая ходов, а только основываясь на полученных ответах (самое тонкое место партии!). Две буквы из четырех можно выбрать шестью способами, $C_4^2 = 6$. Добавляя к каждой паре уже известные буквы Е и Т, получаем шесть возможных комбинаций: 1) Ф, У, Е, Т; 2) Ф, Ь, Е, Т; 3) Ф, И, Е, Т; 4) У, Ь, Е, Т; 5) У, И, Е, Т; 6) Ь, И, Е, Т.

Внимательный анализ показывает, что последние три комбинации при любом добавлении пятой буквы не могут образовать никакого слова. Что же касается первых трех комбинаций, то, добавляя к первой из них букву Б, ко второй Н или к третьей Ш, получаем три возможных слова: БУФЕТ, НЕФТЬ, ФЕТИШ. Конечно, анализ требует большого перебора вариантов, но зато мы не сделали ни одного лишнего хода!

Итак, нам осталось выяснить, какая из трех букв — Б, Н, Ш —входит в задуманное слово. Попытаемся справиться с этой задачей за один ход. Для этого используем такой прием: подберем слово, в котором одна из этих букв не содержится вовсе, а две другие содержатся, но в разном количестве. Следующий ход удовлетворяет этим требованиям.

5. БАНАН 1

Ответ показывает, что в слове есть буква Б, и следующий ход заканчивает игру.

6. БУФЕТ Отгадал

При ответе на пятом ходу 0 задуманным оказалось бы слово ФЕТИШ, а при ответе 2 — НЕФТЬ. Кстати, неточным был бы, например, пятый ход СНОБ, так как при ответе 1 мы не смогли бы решить, какая из двух букв, Н или Б, входит в задуманное слово.

ПАРТИЯ 2

1. КАРЕЛ 3
2. КРЕОЛ 2

Поскольку четыре буквы у этих двух слов общие, а ответы разные, делаем вывод, что буква А в искомом слове есть, а буквы О нет. Кроме того, из ответа на второй ход следует, что из четырех букв К, Р, Е, Л в искомом слове содержатся две. Шесть возможных вариантов запишем следующим образом:

1) А, К, Р (Е, Л, О);	4) А, Р, Е (К, Л, О);	
2) А, К, Е (Р, Л, О);	5) А, Р, Л (К, Е, О);	(1)
3) А, К, Л (Р, Е, О);	6) А, Е, Л (К, Р, О).	

Здесь перед скобками записаны буквы, которые искомое слово может содержать, а внутри скобок буквы, которых при этом в слове точно нет.

3. БЕКОН 3

Три буквы из четырех (буквы О в слове нет) можно выбрать четырьмя способами ($C_4^3 = 4$):

1) Б, Е, К (О, Н);
2) Б, Е, Н (К, О);
3) Б, К, Н (Е, О); (2)
4) Е, К, Н (Б, О).

Комбинируя шесть вариантов (1) с четырьмя вариантами (2), получаем 6х4= 24 комбинации. Однако не все они «совместны». Так, несовместными являются первые возможности в (1) и (2). С одной стороны, буква Е содержится в искомом слове — первый вариант в (2), а с другой — нет — первый вариант в (1). Анализ показывает, что из 24 вариантов совместными являются только шесть:

1) К, А, Р, Б, Н (Е, Л, О);
2) К, А, Е, Б (Р, Л, О, Н);
3) К, А, Е, Н, (Б, Р, Л, О);
4) К, А, Л, Б, Н (Р, Е, О);
5) А, Р, Е, Б, Н (К, Л, О);
6) А, Е, Л, Б, Н (К, Р, О).

4. АБРИС 1

Учитывая, что в искомом слове есть А, находим, что в нем нет Б, и, значит, из последней подборки, содержащей шесть слов, остается только третья возможность — искомое слово содержит четыре буквы К, А, Е, Н.

5. БРОШЬ 1

Букв Б, Р, О в задуманном слове нет, и мы получаем, что в нем есть Ш или Ь. Итак, имеем две возможные пятерки букв: К, А, Е, Н, Ь или К, А, Е, Н, Ш. Из первой пятерки слова образовать нельзя, а из второй можно — КАШНЕ. Следующий ход завершает партию.

6. КАШНЕ Отгадал

Заметим, что идея разыграть вторую партию возникла в связи со следующим упражнением, приведенным однажды в журнале «Наука и жизнь». Найти слово, которое состоит из пяти разных букв, содержащихся в указанном количестве в таких шести словах:

АБРИС	1
БРОШЬ	1
БАРИН	2
КРЕОЛ	2
БЕКОН	3
КАРЕЛ	3

Вот решение упражнения, приведенное в журнале. Слова БАРИН и АБРИС имеют 4 общие буквы, при этом БАРИН содержит 2 буквы задуманного слова, а АБРИС — одну. Из этого следует, что Н входит в него, а С — нет. Аналогично, сравнивая слова КАРЕЛ И КРЕОЛ, находим, что А входит в задуманное слово, а О — нет. Из слова АБРИС по условию в искомое слово входит ровно одна буква. Поскольку, как мы установили, оно содержит А, то букв Б, Р, И, С в нем нет. Так как в слове нет букв Б, Р, О, из слова БЕКОН в него обязательно входят Е, К, Н, а из слова БРОШЬ — Ш или Ь. Итак, пятью буквами задуманного слова являются либо Н, А, Е, К, Ш, либо Н, А, Е, К, Ь. Из второго набора слова не получится, а первый дает слово КАШНЕ, которое и требовалось найти. Во второй партии мы специально играли теми же словами, что и в данном упражнении. Партия, надо сказать, получилась довольно «напряженной», но зато мы обошлись без слова БАРИН, то есть сэкономили целый ход, что для этой игры не так мало. Наш пятый ход был, вообще говоря, неточен. Действительно, при ответе 0 выяснилось бы, что в слове нет ни Ш, ни Ь, однако оно может содержать П и Д (ПЕНКА, ДЕКАН). Легко придумать слово, расшифровывающее сразу 3 буквы — Ш, П, Д, например ДЕДУШКА.

ПАРТИЯ 3

1. ПЕРЕВОД 6

В искомом слове точно есть буква Е (без нее максимальный ответ 5), а также 4 буквы из пяти П, Р, В, О, Д. Итак, имеем 5 возможностей: 1)Е,

П, Р, В, О; 2)Е, П, Р, В, Д; 3) Е, П, Р, О, Д; 4) Е, П, В, О, Д; 5)Е, Р, В, О, Д. Однако слово удается составить только из последней комбинации букв — ВЕДРО. Фактически партия продолжалась всего один ход!

2. ВЕДРО Отгадал

Стоит отметить, что, если пять букв уже найдены, это еще не означает окончания партии. Ведь не исключено, что из этой пятерки букв можно составить не одно слово, а несколько. Слова, образованные из одних и тех же букв, называются анаграммами, а набор таких слов — блоком анаграмм. Если, определив 5 букв, мы «натолкнулись» на такой блок, придется сделать дополнительные ходы, чтобы выяснить, какое именно слово задумано.

ПАРТИЯ 4

1. ТАПОК 5
2. КАПОТ 5
3. ПОКАТ 5
4. ТОПКА Отгадал

В последнем примере, который можно считать эндшпилем некоторой более длинной партии, определив на первом же ходу все пять букв задуманного слова, мы затем сделали еще три хода, чтобы найти само слово, то есть дела сложились не самым лучшим образом.

Может показаться, что загадывать слова-анаграммы выгодно, поскольку даже при отгадывании всех букв нашего слова дальнейшие действия партнеру придется вести наобум — от него уже ничего не зависит. Но надо учесть, что чем больше слов в блоке анаграмм, тем меньше используется редких букв и, значит, тем легче найти пятерку букв. Блок пятибуквенных анаграмм (нас интересуют сейчас только такие) может содержать от двух слов до шести. Вот уникальный набор анаграмм, состоящий из шести слов (единственный в русском языке): АВТОР, ТОВАР, ТАВРО, ОТВАР, РВОТА, ВТОРА. Подробнее об анаграммах мы поговорим в следующей главе.

В игре «отгадать слово» возникают интересные и оригинальные задачи со словами. Рассмотрим 10 таких задач, решение большинства которых нам не известно. По правилам игры ходы представляют собой слова русского языка (как уже говорилось, существительные нарицательные в единственном числе). А что изменится, если снять это ограничение, то есть разрешить делать ходы, так сказать, абстрактными словами — состоящими из произвольного набора букв? Может показаться, что такое изменение правил не имеет особого значения, однако из решения следующей задачи следует, что игра при этом «вырождается».

Задача 1.

За сколько ходов можно угадать слово (или 5 букв анаграммы), если разрешается ходить «абстрактными» словами? Эта задача носит чисто математический характер, и ответ на нее довольно неожиданный — требуется всего один ход! Он может быть, например, таким:

$$\underbrace{А}_{1\,раз}\ \underbrace{Б\ldots\ldots Б}_{10\,раз}\ \underbrace{В\ldots\ldots В}_{10^2\,раз}\ldots\underbrace{Я\ldots\ldots Я}_{10^{32}\,раз}\ .$$

Данное «слово» содержит все 32 буквы алфавита, причем букву А —1раз (10^0), букву Б — 10 раз (10^1) и т. д., букву Я — 10^{32} раз. Ответ на ход, сделанный таким словом, позволяет сразу определить 5 букв. Действительно, если в задуманном слове есть буква А, то последней цифрой ответа будет 1, если же А в нем нет, то на втором месте справа (количество десятков) стоит 1, в противном случае — 0. Если слово содержит В, то на третьем месте справа (количество сотен) стоит 1, в противном случае — 0 и т. д. Таким образом, число, которое мы получим в ответ на наш ход, состоит из многих нулей (28, если в слове есть буква Я) и равно пяти единиц, которые и определяют пять нужных букв.

Приведем пример. Пусть в ответ на наше абстрактное слово получено число 100 101 011. Это значит, что в задуманном числе имеются буквы:

А (1 на правом конце), Б (1 на втором месте справа), Г (1 на четвертом месте справа), Е (1 на шестом месте справа) и З (1 на девятом месте справа). Итак, задумано слово ЗАБЕГ. «Волшебное» слово имеет астрономическую длину, но в данной задаче важно лишь само существование универсального хода. Проведем параллель между этой словесной игрой числовой игрой «быки и коровы». В обеих тестовых играх требуется отгадать, что задумал противник: в одном случае какое число, в другом — какое слово; при этом на каждом ходу извлекается некоторая информация о задуманном числе или слове. В каждой игре существуют свои ограничения, которые и придают ей творческий характер. В «быках и коровах» ходами служат произвольные наборы из 4 цифр, а в «отгадай слово» — наборы букв произвольной длины, но обязательно слова русского языка. Конечно, «быки и коровы» — чисто логическая игра, а «отгадай слово» — все-таки игра словесная. Можно сделать гибрид из этих двух игр, используя как для шифра, так и для ходов слова, содержащие одинаковое число разных букв, а ответы давать в виде «быков и коров». Но, кажется, такой гибрид менее интересен, чем каждая из двух игр в отдельности.

Вернемся к обычному варианту игры «отгадай слово». Часто в процессе отгадывания возникает необходимость определить, содержится ли в слове та или иная конкретная буква. В связи с этим любопытна следующая задача.

Задача 2

Для каких букв алфавита можно определить за один ход, содержатся они в задуманном слове или нет?

Здесь предполагается, что никакой информацией о задуманном слове мы пока не располагаем. И тем не менее почти две трети алфавита — 20 букв из 33 — требуют всего одного хода для выяснения вопроса об их наличии (см. табл. на с. 184–185). Идея очень проста — «подозрительная» буква должна выделяться числом вхождений в тестовое слово. Проще всего использовать трехбуквенные слова с двумя одинаковыми буквами. Получая ответ на такой ход, мы сразу определяем, есть ли две эти буквы в задуманном слове или нет. Пусть сделан первый ход ДЕД. Если ответ 0, то в задуманном слове нет ни Д, ни Е. Если ответ 1, то есть Е и нет Д, если ответ 2, то есть Д и нет Е, наконец, если ответ 3, то есть и Д, и Е.

Всего трехбуквенными словами такого вида удается определить 10 букв. Еще для 10 используются слова большей длины. Девять искомых тестовых слов устроены так: они содержат подозреваемую букву и еще две пары других букв. В результате нечетный ответ (1,3 или 5) свидетельствует о наличии данной буквы в задуманном слове, а четный (0,2 или 4) — об ее отсутствии. Для отгадывания буквы А тот же прием потребовал семибуквенного слова (в нем три пары посторонних букв). Можно использовать и более короткое пятибуквенное слово АТАКА. Здесь идея отгадывания несколько иная —ответ 3 и больше говорит о том, что буква А есть, а меньший ответ, что нет. Конечно, пятибуквенное слово, которое служит для разгадки одной из своих букв, может не помочь для определения других его букв. Так, если ответом на ход ДОВОД служит число 2, то мы знаем, что в задуманном слове нет В, а есть Д или О, но какая именно из этих букв — не известно. Другое дело, если бы какое-нибудь пятибуквенное слово содержало только 2 буквы (одну — 2 раза, а другую — 3), тогда они определялись бы сразу, однако такого слова нам найти не удалось.

Даже если все буквы слова имеют разное число вхождений, оно тем не менее может оказаться непригодным для определения каждой из них. Так, слово БАОБАБ содержит три буквы в разном количестве, но при неудачном для нас ответе на него мы не сможем точно сказать, какая из его букв содержится в задуманном слове. Действительно, ответ 0 говорит о том, что в слове нет букв А, Б, и 0, ответ 1 — что в слове есть О, но нет А и Б ответ 2 — что в слове есть А, но нет Б и О, однако ответ 3 не вносит полной ясности — из него следует, что либо в слове есть Б и нет А и О, либо, наоборот, нет Б и есть А и О. Цель может быть достигнута, если три буквы, которые мы хотим разгадать, содержатся в слове-ходе в таких количествах: 1,2,4 или 2,3,4. Однако существуют ли такие слова в русском языке, нам тоже не известно.

Задача 3

Для каждой буквы алфавита ответить на следующий вопрос: за какое наименьшее число ходов можно точно определить, содержится ли эта буква в задуманном слове или нет?

Оказывается, что любую букву (исключая Ъ) можно найти не более чем за два хода! Необходимую пару слов для отгадывания 12 букв можно образовать так: одно слово составить из букв второго слова с добавлением искомой буквы. Одинаковые ответы на эти слова покажут, что в задуманном слове данной буквы нет, а разные — что есть. Например, одинаковые ответы на ходы РАЙ и АР означают, что буквы Й в задуманном слове нет, а разные (они могут отличаться только на 1) — что есть. Всего данным приемом определяется 12 букв (см. табл.).

Для Ъ удалось найти только трехходовое решение. Интересно, что если буквы Е и Ё не различать, то и для Ъ достаточно двух слов — МОПЕД, ПОДЪЕМ. Каждый читатель может составить свою собственную таблицу, позволяющую отгадывать буквы алфавита. Для букв, которые отгадываются только за два хода, можно поставить задачу нахождения такой пары слов (решающих вопрос о наличии букв), сумма чисел букв которых минимальна. На практике, конечно, редко стремятся найти какую-то одну определенную букву задуманного слова. В процессе игры возникают различные ситуации, и не стоит гнаться за одной буквой, а лучше попытаться извлечь больше информации о задуманном слове противника.

ТАБЛИЦА

А	РОТАТОР	Р	ТРАТА
Б	БОБ	С	КОКОС
В	ДОВОД	Т	ПОТОП
Г	НАГАН	У	ПУП
Д	ДЕД	Ф	ТОРФ, ТОР
Е	ДЕД	Х	ДОХОД
Е	ЕЛКА, ЛАК	Ц	ЦЕЛЬ, ЕЛЬ
Ж	ЖАР, АР	Ч	ЧЕСТЬ, СЕТЬ
З	КАЗАК	Ш	ШИШ
И	МИМ	Щ	ЩЕЛЬ, ЕЛЬ
Й	РАЙ, АР	Ъ	ВЪЕЗД, ЗЕВ, ДЕД
К	ОКО		
Л	ШАЛАШ	Ы	ДЫРА, ДАР
М	МИМ	Ь	КОНЬ, КОН
Н	КОКОН	Э	ЭРА, АР
О	ОКО	Ю	ЮБКА, БАК
П	ПОП	Я	ЯБЕДА, БЕДА

В третьей партии, сыграв словом из семи букв, мы сразу отгадали задуманное слово, хотя при этом пришлось провести определенный анализ. В следующем примере определить задуманное слово по семибуквенному ходу совсем легко.

1. ПАРАПЕТ 7

Полученный ответ сразу дает нам 5 букв: П, А, Р, Е, Т и вместе с ними слово ПАТЕР.

Теперь можно сформулировать такую интересную задачу.

Задача 4

Придумать как можно более длинное слово, которое на первом же ходу (при удачном для нас ответе противника) позволит отгадать задуманное слово. Поскольку семибуквенное тестовое слово мы уже знаем, искать следует слова из 8, 9 и более букв.

Задача 5

Придумать как можно более короткое слово, которое на первом же ходу (при удачном ответе противника) позволит отгадать задуманное слово.

Эта задача как бы противоположна задаче 4 и напоминает «балду». Действительно, сыграв на первом ходу коротким словом, мы должны отгадать три или четыре буквы, которые затем однозначно дополняются до задуманного слова. Задачи 4 и 5 связаны с отгадыванием слова за один ход. Предположим теперь, что первым ходом отгаданы четыре его буквы. Пусть, например, партия начата ходом

1. АТЛЕТ 5

Ответ показывает, что в задуманном слове есть буквы А, Т, Л, Е. Осталось определить пятую букву. Разумеется, не очень эффективно использовать для этой цели нашу таблицу. Анализ показывает, что из 29 остальных букв алфавита вместе с четырьмя найденными слово могут образовывать только восемь: Б (БАЛЕТ), В (ВАЛЕТ, анаграмма ВЕТЛА), М (МЕТЛА), Н (ЛЕНТА), П (ЛЕПТА), Р (ТАЛЕР), У (АЛЕУТ), Ф (ЛАФЕТ). Возникает следующая задача.

Задача 6

Придумать такой первый ход, после которого четыре буквы задуманного слова определяются сразу, а для пятой остается как можно больше возможностей (может быть, восемь — это рекорд?).

В приведенном примере (тем более если возможностей больше восемь) не удается определить одним ходом, какая из букв является искомой. В связи с этим получаем еще одну задачу.

Задача 7

Какое максимальное число букв можно распознать одним ходом, то есть определить, какая именно (ровно одна) из этих букв входит в задуманное слово?

Для решения этой задачи нужно найти такое слово, в которое одна из «подозрительных» букв не входит совсем, вторая входит 1 раз, третья 2, четвертая — 3 раза и т. д., как можно больше. В отличие от предыдущих задач предполагается, что четыре остальные буквы задуманного слова нам уже известны. Пусть, например, надо определить, какая из четырех букв У, Е, Н, О входит в задуманное слово. Тогда задачу решает слово ДЛИННОШЕЕЕ, в которое У не входит, О входит 1 раз, Н — 2 раза, Е — 3 раза. По ответу на это слово мы сразу определим недостающую пятую букву (зная, конечно, информацию о вхождении в задуманное слово букв Д, Л, И, Ш). Буквы У, О, Н, Е в последнем примере выбраны не случайно. Предположим, что в игре сделан такой первый ход:

1. КАБАЛА 6

Из ответа следует, что задуманное слово содержит четыре буквы К, А, Б, Л. Какая же буква пятая? Анализ показывает, что найденные буквы можно дополнить до слова пятью способами: БУЛКА, КОЛБА (или БОКАЛ), БЕЛКА, БАЛЫК. Итак, надо выяснить, какая из букв У, О, Н, Е, Ы — пятая в искомом слове, и мы пришли к рассмотренному примеру. Если на второй ход ДЛИННОШЕЕЕ мы получим ответ 1, то искомой будет буква У или Ы (так как есть вхождение Л, то букв О, Н, Е в слове нет), и задумано слово БУЛКА или БАЛЫК. Сделав ход любым из них, мы определим по ответу искомое слово (хотя ответ «отгадал» можем получить только на следующем ходу). Если ответ на второй ход — 2, то получаем букву О, и еще один ход понадобится, чтобы разобраться с анаграммами (КОЛБА или БОКАЛ). При ответе 3 имеем букву Н и слово БЛАНК, наконец, при ответе 4 — букву Е и слово БЕЛКА.

В примере с первым ходом АТЛЕТ мы имели сразу семь возможных пятых букв, и, по-видимому, их можно распознать не менее чем за три хода. В примере с первым ходом КАБАЛА у нас пять возможных пятых букв, но первым же ходом мы почти полностью выяснили ситуацию — либо это одна из трех букв О, И, Е, либо одна из букв У, Ы. Возникает следующая задача.

Задача 8

Придумать партию, в которой на первом ходу отгадываются четыре буквы задуманного слова, при этом для пятой остается как можно больше возможностей, и все они распознаются на втором ходу (в задаче 6 это не обязательно).

В отличие от задачи 7 здесь требуется не просто распознать за один ход как можно больше букв, а сделать это так, чтобы соответствующий набор букв возник как бы в процессе игры после первого хода.

Предположим теперь, что мы догадались, какое слово задумал противник, назовем его словом-гипотезой. Будем считать, что самим этим словом ходить нельзя. Тогда получаем еще одну задачу.

Задача 9

Для $p = 2,3...$ придумать такое слово-гипотезу, для которого не существует стратегии, позволяющей убедиться в правильности гипотезы быстрее чем за p ходов.

Задача легко решается для значений $p= 2$, 3, 4, 5. Действительно, в этих случаях в качестве «гипотезы» можно взять анаграмму, порождающую блок из $(p+1)$-го слова.

Например, анаграмма АВТОР, как мы знаем, с гарантией определяется только после пяти ходов, сделанных остальными пятью словами ее блока (состоящего из шести слов). При меньшем числе ходов мы еще не можем быть уверены, что задумано слово АВТОР. Для больших значений p блоки из $(p+1)$-й анаграммы не известны, и задача усложняется.

При желании можно придумать и другие задачи и упражнения для увлекательной игры «отгадать слово». По-видимому, многие из них вряд ли удастся решить без привлечения компьютера к словарю русского языка. Во всяком случае, про последнюю задачу это можно сказать с уверенностью.

Задача 10

Какое минимальное число ходов достаточно сделать, чтобы наверняка отгадать задуманное слово противника, каким бы оно ни было?

Опыт игры показывает, что при тонких и внимательных действиях задуманное слово удается определить, как правило, за 5—7 ходов, но доказать этот факт мы не беремся.

МОРСКОЙ БОЙ

Не каждому читателю приходилось играть в «быки и коровы» или «отгадать слово», но человека, который ни разу в жизни не сражался в «морской бой», наверное, не найти. Несмотря на внешнюю простоту, эта популярная игра и ее различные модификации содержат немало тонкостей.

Классический морской бой. Начнем с самого популярного варианта морского боя, распространенного во многих странах. Каждый из двух игроков рисует на клетчатом листе бумаги две доски размером 10x10. На первой из них он расставляет свои корабли, а на второй разгадывает расположение кораблей противника. В состав флотилии входят десять кораблей: один линкор (корабль 4x1), два крейсера (3x1), три эсминца (2x1) и четыре катера (1x1). Корабли могут занимать любые поля доски, но не должны касаться друг друга ни сторонами, ни углами.

После размещения флота игроки начинают по очереди стрелять по неприятельской территории, то есть называть поля доски — а3, б7, п9 и т. д. (горизонтали доски будем обозначать числами от 1 до 10, а вертикали — русскими буквами от а до к — см. рис. 14 и 15). После каждого выстрела игрок получает от партнера следующую информацию: «попал», если выстрел пришелся по полю с кораблем; «убил», если это последнее поле корабля (по другим полям, занятым им, попадание произошло раньше); и, наконец, «мимо», если поле пустое. В первых двух случаях игрок производит еще один выстрел, и так до первого промаха, после чего очередь хода передается партнеру. Побеждает тот, кто первым потопит все десять кораблей противника.

Таким образом, в данной тестовой игре шифром служит набор прямоугольников, расположенных на доске, а самим тестом — удары по ней. Обычно выстрел в морском бое обозначается точкой, а при попадании в корабль точка превращается в крестик (сам потопленный корабль обводится прямоугольником). Конечно, точки ставятся и на те поля, про которые уже точно известно, что они не могут входить в состав ни одного из кораблей (лежат наискосок от «подбитых» полей или окружают потопленный корабль).

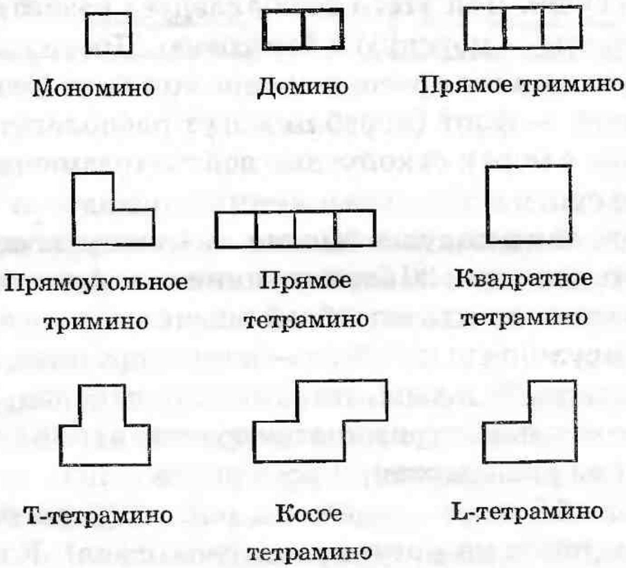


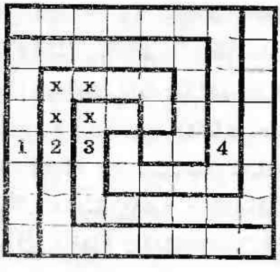
Рис. 9

Различные доски и корабли. Очевидно, форма доски в морском бое, вид кораблей и состав флотилии особого значения не имеют. Так, шахматисты, возможно, предпочтут играть на доске 8x8. Заметим, что в терминах игры «полимино» наши корабли имеют такие названия: катер — мономино, эсминец — домино, крейсер — прямое тримино, линкор — прямое тетрамино (рис.9). В

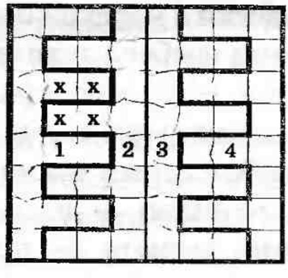
7. Зак. № 189

качестве кораблей в этой игре можно использовать и другие виды полимино. На рис.9 представлены все девять кораблей, содержащих не более четырех клеток.

Сражение можно вести не только на море, но и на суше. Для этого доску следует разбить на две части — морскую и береговую. Противники получают в свое распоряжение три вида боевых средств — флот (корабли могут располагаться только в море), сухопутные войска (размещаются на суше) и самолеты, которые находятся как в море, так и на суше. Можно, например, использовать для игры 20 боевых единиц: во флотилию включить десять кораблей обычного морского боя, в сухопутные войска — два квадратных, два косых, два Т- и два L-тетрамино и, наконец, два прямоугольных тримино превратить в самолеты. Одно из расположений всех видов войск на доске 20x15 представлено на рис.11 (береговая часть доски на рисунке заштрихована). Как и положено, флот находится в море, а сухопутные войска дислоцированы на суше, один самолет летает над морем, другой охраняет берег.



а



б

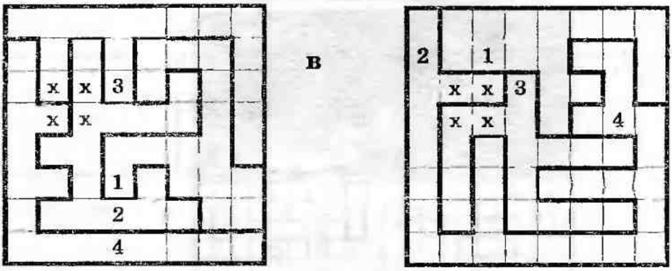


Рис. 10

Вот еще одна разновидность морского боя. Игра протекает на шахматных досках 8х8; каждый из двух игроков разбивает свою доску на четыре части произвольной формы, состоящие из одинакового количества полей — по 16 каждая. На рис. 10 даны четыре варианта разбиения доски. Ход состоит из четырех одновременных выстрелов по полям доски, образующим произвольный квадрат 2х2, например б5, б6, в5, в6 (на рис. 10 его поля помечены крестиками). Обстреливаемый игрок сообщает номера частей, в которые произошло попадание, не указывая при этом, какие поля каким частям принадлежат. Для наших квадратов ответы будут такие: 2,2, 2, 3 — рис.10а; 1, 1, 2, 2 — рис. 10б; 2, 2, 3, 4 — рис. 10в; 2, 2, 3, 3 — рис. 10г. После каждого хода партнеры делают определенные выводы о возможном разбиении доски и на их основании выбирают следующий ход. Побеждает игрок, который первым определяет, на какие четыре части разбил противник свою доску.

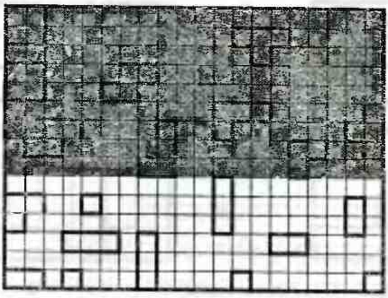
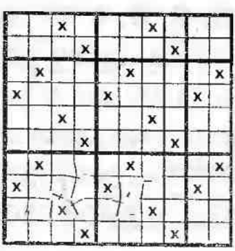


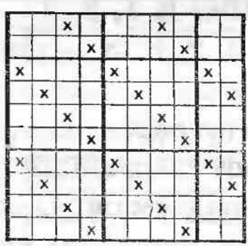
Рис.11

Стратегия игры в морской бой. Вернемся к обычному морскому бою на доске 10x10. Конечно, успех здесь, как и в предыдущих тестовых играх, в какой-то мере зависит от везения. Можно беспорядочно наносить удары по неприятельской территории и при этом без промаха уничтожить все его корабли. Но вряд ли на это стоит рассчитывать. Если говорить об искусстве игры в морской бой, возникают два вопроса:

1) как стрелять, чтобы повысить вероятность попадания в неприятельские корабли;
2) как расставлять собственные корабли, чтобы противнику было труднее их потопить?



а



б

Рис. 12

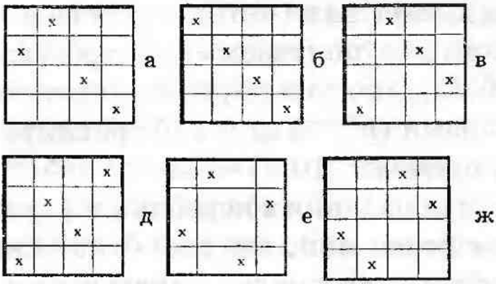


Рис. 13

Предположим, мы хотим попасть в неприятельский линкор. Если стрелять последовательно, сначала по полям первой горизонтали (слева направо), затем по полям второй и т. д., не исключено, что мы обнаружим его только после 97-го удара (если корабль занимает поля с ж10 по к10). Однако, стреляя по полям, обозначенным крестиками на рис. 12а или 12б, мы наверняка попадем в линкор не позднее 24-го удара (24 крестика следуют друг за другом через три поля вдоль каждой вертикали и горизонтали).

Рассмотрим более общий случай. Предположим, что на доске nxn расположен один-единственный корабль *к* x 1 (*к*-мино). Совокупность выстрелов, гарантирующих нам попадание в этот корабль, назовем стратегией. Стратегию, содержащую минимальное число выстрелов, назовем оптимальной; число выстрелов в ней обозначим через s(n,k).

Очевидно, s (4,4) = 4; все семь оптимальных стратегий для доски 4x4 представлены на рис. 6 (стратегии, которые совпадают при поворотах и зеркальных отражениях доски, мы не различаем). Сдвигая все выстрелы на четыре поля по вертикали и горизонтали, получаем семь стратегий на доске 10 х 10. Однако только две из них являются оптимальными (рис. 12а и 12б сравните с рис. 13а и 13б), причем s (10,4) = 24.

Ясно, что для попадания в корабль $к$ х 1, расположенный на доске nxn, выстрелы должны отстоять друг от друга на $к$ полей по вертикали и горизонтали. Это означает, что на каждой линии содержится примерно по n/к выстрелов оптимальной стратегии, и мы получаем приближенную формулу

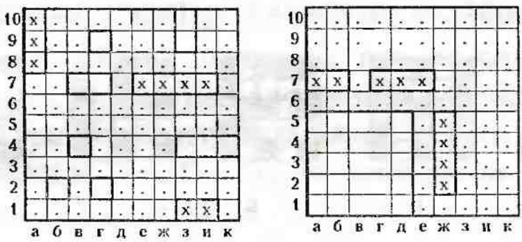
$$s(n, k) \approx \frac{n^2}{k}$$

Опытные игроки обычно действуют следующим образом. Сначала, пользуясь одной из стратегий на рис. 12, обнаруживают единственный линкор противника. Когда с ним будет покончено, принимаются за поиск крейсеров. Теперь удары наносятся не через три поля по вертикалям и горизонталям, а через два. Потопив оба крейсера, переходят к эсминцам. Когда непотопленными останутся одни катера, выбор полей ударов уже не будет иметь никакого значения, и приходится полагаться только на случай. Конечно, «легкие» корабли могут быть обнаружены и при охоте за «тяжелыми».

Итак, труднее всего обстоит дело с катерами, для нахождения которых нельзя придумать эффективной стратегии. Поэтому при размещении собственной флотилии надо располагать все крупные корабли поплотнее, представляя противнику для поиска катеров как можно больше свободной территории. Наиболее выгодное в этом смысле размещение показано на рис.14. Если даже соперник потопил все шесть наших крупных кораблей, для обнаружения катеров у него имеется территория наибольшей площади — целых 60 полей (на рисунке справа от черты).

Рис.14

а)



б)

Рис.15

Рис.16

Напряженный бой. Рассмотрим интересный «эндшпиль», в котором одна неточность сразу решает исход боя.

На рис. 15 изображено положение, возникшее в процессе игры. К данному моменту обе флотилии — и наша (рис. 15а) и противника (рис.15б) пострадали одинаково. У обеих потоплены линкор, один крейсер и один эсминец, продолжают сражение по одному крейсеру, по два эсминца и все четыре катера. Расположение наших кораблей противнику уже известно (на рис. 15, а они обведены), и при своем ходе он разгромит их без промаха.

К счастью, ход наш, и судьба партии в наших руках. Мы должны потопить один за другим все семь его кораблей, сосредоточенных в квадрате 5 х 5. Для нахождения победной комбинации в этой напряженной схватке требуется прежде всего провести логический анализ ситуации.

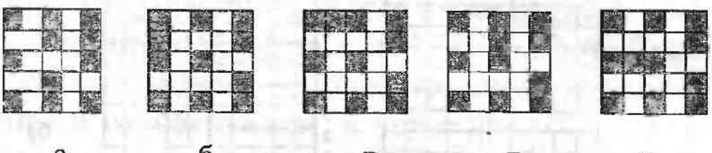


Рис.17

По правилам любые два корабля отстоят друг от друга не меньше, чем на одно поле. Окружим каждый корабль каймой шириной в полполя (рис. 16), полученный прямоугольник назовем достройкой этого корабля. Найдем теперь площадь достроек всех семи кораблей, которые предстоит потопить. Достройка катера — 4 клетки (2 х 2), эсминца — 6 клеток (3 х 2) и крейсера — 8 клеток (4 х 2). Общая площадь достроек составляет 36 клеток. Но площадь достройки доски (доска с каймой в полполя) также 36 клеток, из чего следует, что угловые поля доски 5 х 5 обязательно заняты кораблями (иначе угловая площадь достройки доски «пропадает»). Переберем все возможные расположения кораблей. Их всего пять (рис. 17а — д), повороты и зеркальные отражения доски не учитываются.

Проведенный анализ позволяет эффектно завершить игру. Первые четыре выстрела следует произвести по углам доски 5 х 5. Как мы убедились, все они достигают цели. Если при этом три катера будут потоплены (рис. 17а), то расположение остальных кораблей определяется однозначно. Пусть потоплен только один катер (рис. 17б, в). Так как достройки кораблей плотно покрывают достройку доски, пятый и шестой выстрелы можно без риска произвести по полям а3 и е1, отстоящим на два поля от углового, занятого потопленным катером. От результатов этих двух выстрелов зависит, какой из случаев — «б» или «в» — имеет место. Если выстрелы по углам привели к потоплению двух катеров (рис. 17г, д), то удары по полям а3 и в5 позволят сразу выяснить, какой из двух вариантов избрал противник.

различные вариации. Теория тестов представляет собой один из современных разделов кибернетики, и ею занимаются многие математики. Под тестом понимается некоторый эксперимент, позволяющий получить полную информацию об анализируемом объекте. Поскольку эксперимент всегда требует определенных затрат на его проведение, необходимо, чтобы он был как можно проще, дешевле. В этом смысле описанные нами игры являются типично тестовыми. Далее, обсуждая последний вариант морского боя, мы для удобства воспользуемся «тестовой» терминологией.

По-прежнему будем называть множество выстрелов, которые одновременно производятся по полям доски, залпом. Если залп достигает цели — при любых ответах противника позволяет однозначно определить расположение всех его кораблей, мы называем его тестовым. Соответствующие выстрелы и поля, по которым они производятся, также будут тестовыми.

Описанная игра, хотя и является на редкость короткой (она длится всего один ход!), весьма оригинальна и необычна. Дело в том, что «слабый» залп, содержащий мало выстрелов, связан с риском, что мы не сможем однозначно определить расположение всех кораблей противника. В то же время при «сильном» залпе, когда число выстрелов велико и любой ответ противника гарантирует нам расшифровку всех его кораблей, есть риск, что мы просто-напросто проиграем по числу выстрелов в залпе. Кстати, в этой игре, как промахов. При обычной флотилии из десяти кораблей первый ход состоит из десяти выстрелов. Если один или несколько кораблей потоплены, то число выстрелов уменьшается. Когда все корабли пойдут на дно, игрок лишается права хода (0 выстрелов), но оно ему больше не нужно — бой закончился его поражением.

Рассмотрим еще одну интересную модификацию морского боя на произвольной квадратной доске. В ней также разрешается производить серии выстрелов. Будем считать, что флотилии обоих партнеров состоят из кораблей одного типа: катеров, эсминцев, крейсеров, линкоров или вообще кораблей к x 1 (*к*-мино) на доске n x n (*к*<n). Число «к» оговаривается до начала игры. Игрок может расставлять на доске любое количество кораблей, быть может, ни одного, не сообщая это число противнику.

Игра состоит всего из одного хода, который заключается в одновременном производстве выстрелов по ряду полей доски (залп выстрелов). При этом игрок получает информацию о каждом поле доски — попадание или промах (о потоплениях сообщений не делается). Проанализировав ответы противника, он должен однозначно определить расположение всей его флотилии. Победителем становится игрок, залп которого содержит меньше выстрелов.

Тестовой залп. Из трех тестовых игр («быки и коровы», «отгадать слово», морской бой) ближе всего к математике лежит морской бой и его различные вариации. Теория тестов представляет собой один из современных разделов кибернетики, и ею занимаются многие математики. Под тестом понимается некоторый эксперимент, позволяющий получить полную информацию об анализируемом объекте. Поскольку эксперимент всегда требует определенных затрат на его проведение, необходимо, чтобы он был как можно проще, дешевле. В этом смысле описанные нами игры являются типично тестовыми. Далее, обсуждая последний вариант морского боя, мы для удобства воспользуемся «тестовой» терминологией.

По-прежнему будем называть множество выстрелов, которые одновременно производятся по полям доски, залпом. Если залп достигает цели — при любых ответах противника позволяет однозначно определить расположение всех его кораблей, мы называем его тестовым. Соответствующие выстрелы и поля, по которым они производятся, также будут тестовыми.

Описанная игра, хотя и является на редкость короткой (она длится всего один ход!), весьма оригинальна и необычна. Дело в том, что «слабый» залп, содержащий мало выстрелов, связан с риском, что мы не сможем однозначно определить расположение всех кораблей противника. В то же время при «сильном» залпе, когда число выстрелов велико и любой ответ противника гарантирует нам расшифровку всех его кораблей, есть риск, что мы просто-напросто проиграем по числу выстрелов в залпе. Кстати, в этой игре, как мы видим, очень важна очередь хода, поэтому играть надо одну партию «белыми» и одну — «черными».

Можно придать игре более строгий характер, исключив из нее элемент блефа. А именно потребуем, чтобы залп каждого игрока был тестовым, то есть обеспечивал однозначное распознавание всех кораблей противника при любом ответе. Далее мы будем рассматривать только такой вариант игры.

Очевидно, чтобы стать непобедимым в последнем варианте морского боя, достаточно для любых значений n и к решить следующую задачу.

По какому минимальному числу полей доски n x n следует произвести тестовый залп, чтобы при любых ответах противника можно было однозначно определить расположение всех его кораблей *к* x 1 (а значит, и их число)?

Залп, который требуется найти в этой задаче, назовем минимальным тестовым залпом, а число тестовых выстрелов в нем обозначим через t(n, k).

Рассмотрим сначала простейший случай, когда игроки расставляют на своих досках только катера (*к*=1). Очевидно, $t(n, 1) = n^2$. Если хотя бы одно поле доски не входит в тестовый залп, то при ответе «промах» на все тестовые выстрелы мы не сможем решить, находится катер на этом поле или нет.

Если k>1, то задача становится довольно сложной. Во всяком случае, автору известны решения только для крайних случаев: *к*=2 и *к*=n.

В следующем пункте мы сформулируем их в виде двух отдельных задач.

Минимальный тестовый залп. Задача 1.

На доске n x n расположено некоторое количество эсминцев (кораблей 2x1), которым, как обычно, запрещено касаться друг друга. Каково наименьшее число полей, по которым надо выстрелить, чтобы после сообщения противником результатов залпа можно было однозначно определить расположение всех его эсминцев?

Приближенный ответ такой: $t(n, 2) \approx 4/5n^2$, и, значит, минимальный тестовый залп должен быть произведен примерно по 4/5 площади доски. Для обычной доски (10x10) ответ точный: $t(10,2) = 4/5 \times 10^2 = 80$. Минимальный тестовый залп для этого случая приведен на рис. 18, причем тестовыми здесь являются все поля доски, кроме заштрихованных.

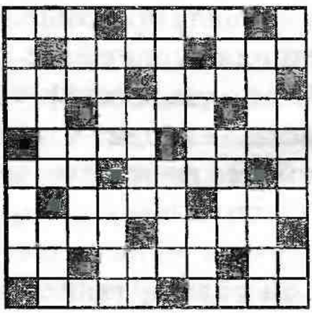


Рис. 18

Задача 2.

На доске n x n размещено некоторое количество кораблей nx1, которые не касаются друг друга. Каково минимальное число полей, по которым надо одновременно произвести выстрелы, чтобы после сообщения противником результатов этого залпа можно было однозначно определить расположение всех его кораблей?

Докажем, что для обычной доски **10 х 10** минимальный тестовый залп состоит из 14 выстрелов. Для этого достаточно установить, что, во-первых, набор полей, отмеченных на рис. 19 крестиками, является тестовым и, во-вторых, что меньшим числом выстрелов не обойтись.

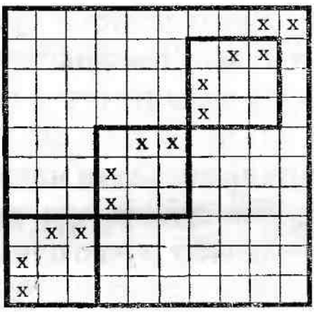


Рис.19

Убедимся, что залп на рис. 19 тестовый. Рассмотрим последовательно, одну за другой, все горизонтали доски. Пусть по данной горизонтали произведены два выстрела. Если один из них или оба привели к промаху, то корабля на этой горизонтали нет. Если оба выстрела попали в цель, то горизонтальный корабль есть — в противном случае мы имели бы два вертикальных корабля с общей границей, что невозможно. Рассмотрим теперь горизонталь с одним тестовым полем. Если выстрел по нему дал промах, корабля на горизонтали нет. Если произошло попадание, то следует посмотреть на тестовое поле, соседнее с данным по вертикали. В случае промаха по нему корабль является горизонтальным, а при попадании — вертикальным. Таким образом, при любых ответах противника мы однозначно определяем расположение всех его кораблей 10×1 (их не больше пяти, причем, только вертикальные или только горизонтальные). Осталось показать, что наш тестовый залп минимальный. Предположим противное, пусть $t(10,10) \leq 13$. Поскольку каждая горизонталь доски содержит хотя бы одно тестовое поле (иначе при всех промахах мы не сможем определить, занята данная горизонталь кораблем или нет), а всего таких полей не больше тринадцати, то минимум семь горизонталей содержат ровно одно тестовое поле; все эти поля назовем одинокими (по горизонтали). Кроме них, имеется не более $13 - 7 = 6$ тестовых полей, занимающих максимум 6 вертикалей. Оставшиеся четыре вертикали (или больше) могут содержать только одинокие (по горизонтали) поля, причем не более семи. Это означает, что, по меньшей мере, одна вертикаль доски содержит ровно одно тестовое поле, причем, оно является одиноким (по горизонтали).

Таким образом, мы нашли тестовое поле, одинокое как по горизонтали, так и по вертикали. Если тестовый залп приводит к попаданию в это поле и промаху по остальным, мы не сможем определить, какой именно корабль (горизонтальный или вертикальный) проходит через него. Итак, наш залп не является тестовым — противоречие.

В общем случае метод построения минимального тестового залпа для обнаружения кораблей $n \times 1$ вытекает из рис. 19. На три тестовых поля каждого из выделенных на нем квадратов 3×3 приходится еще по одному, четвертому (для доски 10×10 необходимо взять еще два поля в правом верхнем углу). Таким образом, имеем приближенную формулу $t(n, n) \approx \frac{4}{3}n$. Точный ответ зависит от остатка, который получится при делении n на 3 и компактно записывается следующим образом: $t(n, n) = \left[\frac{4n + 2}{3}\right]$, где квадратные скобки означают целую часть числа. Для $n = 10$ снова получаем $t = 10$.

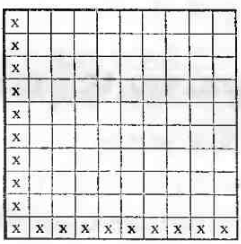


Рис. 20

Последнюю задачу о минимальном тестовом залпе Е. Гик предложил для задачника «Кванта». Однако когда он раскрыл свежий номер журнала, то неожиданно обнаружил, что условие, по которому корабли не должны касаться друг друга, в тексте опущено, и получилась совсем другая задача! В частности, если вся доска заполнена кораблями, то никаким числом выстрелов невозможно распознать, какие n кораблей размещены на доске $n \times n$ —вертикальные или горизонтальные. Впрочем, если такое плотное расположение кораблей запретить, то новая задача имеет решение. Число выстрелов на этот раз придется увеличить — минимальный тестовый залп следует произвести по $(2n - 1)$ полям, например, так, как показано на рис. 20. Редактор задачника «Кванта» Н. Васильев, который «вынужден» был решать новую задачу, рожденную благодаря опечатке в журнале, попутно нашел и более эффектное решение первоначальной задачи — о кораблях, которые не должны касаться друг друга. Приведем его.

Пусть по-прежнему $t = t(n, n)$ — число полей, по которым наносятся выстрелы минимального тестового залпа, через A обозначим само множество полей. Докажем, что $t \geq \frac{4}{3}n$. Очевидно, каждая линия доски содержит хотя бы одно поле из A, и на одной горизонтали или вертикали с ним имеется еще не меньше одного такого поля. Расставим на полях А синие и красные единицы и двойки следующим образом.

Если на горизонтали более одного поля из А, то поставим на каждом из них красную двойку. Проделаем такую же процедуру с вертикалями доски и запишем на полях А синие единицы и двойки. В результате на каждом поле А будут записаны либо единица с двойкой, либо две единицы, и, значит, сумма p всех написанных чисел не больше 3t. Поскольку на каждой линии доски мы записали «цветные» числа с суммой не меньше чем 2, то $p \geq 4n$. Итак, $3t \geq p \geq 4n$, откуда

$t \geq \dfrac{4n}{3}$. Если n делится на 3, то точный ответ,

как мы знаем, $t = \dfrac{4n}{3}$.

Общая формула: $t(n, n) = \left[\dfrac{4n+2}{3}\right]$.

Вы, наверное, обратили внимание на то, что тестовый залп в последнем варианте морского боя аналогичен стратегии в классической игре. Однако, если стратегия гарантирует только попадание в единственный на доске корабль k x 1, то тестовый залп позволяет однозначно определить расположение всей флотилии кораблей. Используя некоторую стратегию в обычном морском бое и попав в цель, мы потопим корабль. Что же касается тестового залпа, то независимо от успеха отдельных выстрелов необходимо произвести их все до единого. Аналогом оптимальной стратегии служит минимальный тестовый залп. Желающие еще глубже развить теорию этой игры могут исследовать ее для других значений k, а именно $2 < k < n$.

ИГРЫ СО СЛОВАМИ

Рассмотренная ранее тестовая игра «отгадать слово» — одна из многих десятков известных словесных игр, хотя и выделяется среди них своими логическими и комбинаторными свойствами.

Игры и развлечения со словами по своей популярности занимают одно из лидирующих мест среди других видов досуга. Кто из нас не увлекался в часы отдыха разгадыванием кроссвордов, чайнвордов, шарад, ребусов, криптограмм и других головоломок со словами?

Словесные игры расширяют эрудицию, развивают культуру речи и кругозор, учат работать со словарями. Немалое значение имеют они и для развития мышления и речи, поэтому часто используются воспитателями. Такие игры дают возможность не только потренировать память и проявить эрудицию, но и глубже проникнуть в тонкости языка, разобраться в структуре словообразования. Не случайно игры и развлечения со словами можно найти в замечательной «Книге о языке», принадлежащей перу известного американского популяризатора-филолога Ф. Фолсома.

Кроссворды. Читая эту главу, читатель, возможно, упрекнет автора в том, что некоторые словесные развлечения, в том числе кроссворды, отнесены к играм, хотя их следовало бы назвать головоломками. Но это не всегда так, взять хотя бы «балду» —настоящая игра с несколькими участниками. Что же касается кроссворда... Вот сообщение, которое заставит отнестись к нему несколько иначе.

«Очередной чемпионат Великобритании по решению кроссвордов состоялся в Лондоне. В нем приняли участие 18 лучших специалистов со всех концов страны. Им было предложено поломать голову над четырьмя исключительно сложными заданиями. Первым с этой задачей справился Д. Сейкс, которому потребовалось всего 37,5 минуты, чтобы в шестой раз завоевать титул чемпиона Англии».

Заметим, что при составлении кроссвордов установлено немало забавных рекордов. Итальянец Г. Далмас придумал кроссворд, в котором насчитывается 52 тысячи клеточек. Его размер — 2 х 2,6 метра, общая площадь более 5 квадратных метров. Всего в кроссворде 12 тысяч слов, самое большое состоит из двадцати одной буквы. Кроссворд французов Ж. Луизе и Г. Брути содержит 50 тысяч квадратиков, образующих гигантскую геометрическую фигуру, и 18 тысяч слов. Наконец, рекордный кроссворд Р. Букаэрта включает в себя 25283 слова, он заполняет ленту длиною 12 метров. Рекордсмен создавал свое детище в течение четырех лет. Интересно, нашелся ли хоть один смельчак, который взялся за его разгадку?

Наборщик. Это одна из самых распространенных игр. Берется произвольное слово, и из его букв составляются (набираются) другие слова. Как обычно, используются только имена существительные, нарицательные в исходной форме: в единственном числе, именительном падеже — и никаких ласкательно-уменьшительных. Выигрывает тот, у кого окажется больше слов. Впрочем, часто учитывают и оригинальность слов, количество букв в них. Например, если играют четверо, слово, найденное одним участником, оценивается в 3 очка, двумя — 2 очка, тремя — 1 очко, а если оно записано всеми, то просто вычеркивается (0 очков).

От играющих в «наборщика», помимо эрудиции и большого запаса слов, требуются комбинаторные навыки — ведь приходится производить немалый перебор букв и слов. Может быть, поэтому в соревнованиях между «физиками и лириками» первые побеждают чаще...

Мастера словесных игр знают много важных секретов, и одно из их основных оружий — анаграммы. Как уже говорилось в первой главе, слово, составленное из всех букв данного слова, называется его анаграммой. Два или более слов, образованных из одних и тех же букв, дают блок анаграмм.

Приведем несколько примеров: КОЛБА — БОКАЛ — блок из двух пятибуквенных анаграмм;

ПРИКАЗ — КАПРИЗ — блок из двух шестибуквенных анаграмм; КАРТА — КАРАТ — КАТАР — блок из трех пятибуквенных анаграмм; КЛОУН — КОЛУН — УКЛОН — КУЛОН — блок из четырех пятибуквенных анаграмм.

Разумеется, опытные игроки, обнаружив одно слово из блока анаграмм, не задумываясь, выписывают и все остальные, чем немало удивляют неискушенных «наборщиков».

ЭВМ и анаграммы. Составление анаграмм сама по себе интересная словесная игра. Здесь имеется немало вопросов, на которые пока не найдено ответов. Неизвестно, например, сколько всего в русском языке анаграмм, сколько блоков, содержащих то или иное количество слов, и т. д. «Теория» анаграмм заинтересовала программистов, создателей программы «Каисса» — первой чемпионки мира по шахматам среди ЭВМ. Однажды, когда «Каисса» была на отдыхе, ее авторы решили написать программу для «вычисления» анаграмм. В память ЭВМ был введен (не в полном объеме) 4-томный «Толковый словарь русского языка» Д. Ушакова. Прочитав его, компьютер обнаружил около 1000 анаграмм и попутно установил ряд любопытных рекордов.

И раньше были известны анаграммы с числом букв, большим шести. Вот несколько красивых примеров: МАТЕРИК — МЕТРИКА, МОШКАРА —РОМАШКА, РОТОНДА — ТОРНАДО (7 букв), АПЕЛЬСИН — СПАНИЕЛЬ,

НОРМАТИВ — МИНОТАВР, ХОРИСТКА — АКРОСТИХ (8 букв), ВЕРТИКАЛЬ — КИЛЬВАТЕР, ГЕОМЕТРИЯ — ГЕОТЕРМИЯ, СТАЦИОНАР — СОРАТНИЦА (9 букв), МОНОГРАММА — НОМОГРАММА, ГРАФОЛОГИЯ — ГОЛОГРАФИЯ, ДОЗРЕВАНИЕ — РАЗДВОЕНИЕ (10 букв).

Машине удалось продвинуться дальше. Сначала она увеличила рекорд на одну букву: РАТИФИКАЦИЯ — ТАРИФИКАЦИЯ, а затем довела его до пятнадцати букв: СТАРОРЕЖИМНОСТЬ — НЕРАСТОРЖИМОСТЬ!

Как ЭВМ находит анаграммы? Конечно, если брать одно слово за другим и в каждом из них переставлять буквы всеми возможными способами, это будет долгая и кропотливая работа даже для мощного компьютера. Алгоритм, которым пользовалась ЭВМ, заключается в следующем. Сначала весь введенный в нее словарь переводится на другой «язык», в каждом слове которого буквы расположены в алфавитном порядке. Например, КОРШУН теперь читается как КНОРУШ, и в это же буквосочетание превращается ШНУРОК. Полученный «словарь» уже сам записывается в алфавитном порядке, и, очевидно, набор одинаковых слов, расположенных в нем по соседству, дает нам некоторый блок анаграмм в настоящем словаре. Так, обнаружив в новом «языке» два раза подряд КНОРУШ, обратным переводом мы найдем блок анаграмм ШНУРОК — КОРШУН.

Компьютер увлекся и другими словесными играми, установив несколько оригинальных рекордов. Из какого наибольшего числа различных букв может состоять слово? Машина написала два слова из 14 букв: ЗВУКОСНИМАТЕЛЬ И РАЗГИЛЬДЯЙСТВО.

Два самых длинных слова, в которых гласные чередуются с согласными, по мнению компьютера, также содержат по 14 букв: ВЕЛИКОМУЧЕНИЦА И СОЛОМОВОЛОКУША. Конечно, эти рекорды нельзя считать абсолютными, так как был исследован лишь один словарь, да и тот не в полном объеме. Если ввести в ЭВМ какой-нибудь другой словарь (Даля, Ожегова и т. д.) или энциклопедию, то, возможно, будут установлены новые рекорды в тех или иных словесных играх.

Вернемся к анаграммам. Как мы знаем, рекордный блок пятибуквенных анаграмм содержит шесть слов: АВТОР — ВТОРА — ОТВАР — РВОТА —ТАВРО — ТОВАР. Он часто встречается в «наборщике», получается, скажем, из слова ЛЕКАРСТВО. Это весьма плодотворное для игры слово содержит и другие блоки анаграмм, например, стандартный набор из четырех слов: РОСТ — СОРТ — ТОРС — ТРОС, а также красивые шестибуквенные анаграммы: ВЕКТОР — КОРВЕТ, КОРСЕТ —СЕКТОР. Замечу, кстати, что один мастер игры в «наборщика» превратил ЛЕКАРСТВО в 180 слов. Попробуйте побить этот рекорд.

Открытые еще в III веке до нашей эры греческим грамматиком и поэтом Ликофроном анаграммы до сих пор привлекают внимание языковедов, поэтов и просто любителей словесных развлечений. Коллекция В. Капранова насчитывает 526 анаграмм, использующих 1119 слов. Выше мы привели анаграммы, содержащие число букв от 4 до 11 и 15 (рекорд). Приведем интересные примеры с «промежуточным» числом букв: ВЫБОРОЧНОСТЬ — ОБРЫВОЧНОСТЬ, УТОНЧЕННОСТЬ — УТОЧНЕННОСТЬ (12 букв), ПЕРЕМАЛЫВАНИЕ — ПЕРЕЛАМЫВАНИЕ (13 букв); ОГРАНИЧЕННОСТЬ — НЕОРГАНИЧНОСТЬ (14 букв).

Если отойти от канонических правил и не связывать себя грамматическими рамками, можно придумать множество самых необычных анаграмм. Приведем наиболее забавные примеры: СХЕМА СМЕХА, ФИАЛКА КАЛИФА, УЖИМКА МУЖИКА, РЕКЛАМА МАКЛЕРА, ЦИТАТА ТАЦИТА, ЗАПОНКА НАПОКАЗ, АПОСТОЛ ПОЛОСАТ, ВОЛОКИТА КИТОЛОВА.

Газета «Советская Россия» часто проводит различные словесные конкурсы, инициатором которых выступает М. Крушинский. В одном из них подлинным виртуозом игры в анаграммы показал себя Д. Авалиани, составивший целые фразы из анаграмм. Вот некоторые из его открытий: ВИЖУ ЗВЕРЕЙ — ЖИВУ РЕЗВЕЙ; ИНОК ВЯЗНЕТ, КОНИ ЗВЕНЯТ; УВИДИМСЯ — УДИ-

ВИМСЯ, ОТСПОРИМСЯ — ОПРОСТИМСЯ; СЛЕПО ТОПЧУТ — ПОСЛЕ ПОЧТУТ.

Палиндромы. Перевертыши, или палиндромы — это слова, которые читаются одинаково слева направо и справа налево: ПОП, ДОВОД, ДОХОД, ПОТОП, ТОПОТ, НАГАН, ЗАКАЗ, КАЗАК, ШАЛАШ. Многие любители словесных развлечений увлекаются составлением предложений, а то и маленьких рассказов или стихов, которые одинаково читаются в обе стороны. Вот несколько смешных фраз-палиндромов: «Аргентина манит негра», «Торт с кофе не фокстрот», «Я и ты будем в меду бытия», «Я не мил — и не женили меня», «Укроп наворован? Порку! А ремень — не мера», «Лилипут сома на мосту пилил», «Ах, у печали мерило, но лире мила чепуха!». А вот двустишие Д. Авалиани, в котором безупречный гомеровский гекзаметр сочетается с прямым обращением к великому эллину:

«Море могуче. В тон ему, шумен, отвечу Гомером: Море, веру буди — ярок, скор, я иду буревером... »

Палиндромы придумывали многие поэты. Забавный перевертыш «А роза упала на лапу Азора» принадлежит великому русскому поэту А. Фету, другой знаменитый поэт Г. Державин сказал: «Я иду с мечем, судия», а замечательный русский поэт В. Хлебников, кстати, увлекавшийся математикой, написал целое стихотворение «Перевертень», где все строчки можно прочитать в обратном порядке.

Каркас. Известна старинная головоломка, в которой надо найти набор слов, использующий все 33 буквы алфавита, причем по одному разу каждую. Вот набор из девяти слов: БЫК, ВЯЗ, ГНОЙ, ДИЧЬ, ПЛЮЩ, СЪЕМ, ЦЕХ, ШУРФ, ЭТАЖ. Существует ли набор, состоящий из меньшего числа слов, не известно. Задаче можно придать более увлекательную форму, если потребовать, чтобы слова образовали осмысленную фразу.

Интересную игру на составление слов «каркас» придумал один из создателей «Каиссы» и автор машинной программы поиска анаграмм А. Битман.

Играющие фиксируют несколько согласных, а гласные (а также й, ь, ъ) подбирают произвольно, в любом количестве. Иначе говоря, составленные слова натягиваются на каркас из данных согласных букв (при этом должен быть использован весь набор согласных, которые можно переставлять в любом порядке). Пусть, например, выбраны буквы К, Н, Т. Тогда нас устраивают такие слова: КАНТ, ТАНК, КНУТ, КАНАТ, НАКАТ, ТКАНЬ, ТОНИКА, НЫТИК, ОКТАН, НИТКА и т. д. Побеждает тот, кто натянет на каркас больше слов.

В основе игры, по мнению ее изобретателя, лежит свойство согласных как бы образовывать скелет слова. Если вычеркнуть из текста все гласные (но разумеется, не менять порядок согласных), часто его смысл может быть восстановлен.

Так, изречение «Волга впадает в Каспийское море» легко прочесть и в сокращенном виде: «Влг впдт в Кспск мр».

В русском языке нет существительных, состоящих только из гласных. Но уже с одной согласной можно успешно играть в «каркас». Например, на букву Л натягиваются слова: АЛОЭ, АУЛ, ЕЛЕЙ, ЕЛЬ, ИЛ, ИЮЛЬ, ЛЕЯ, ЛЬЕ, УЛЕЙ, ЭЛЬ, ЮЛА, ЯЛ. Если использовать Л больше одного раза, число слов возрастает: АЛЛЕЯ, ЛИЛИЯ и т. д.

Чтобы игра протекала веселее, Ю. Фокин предложил придумывать фразы, используя всякий раз только одну согласную, например: «Бобби, убей боя и бей бабу у баобаба», «Алло! Элла, у Аллы лилия алая? А у Лили алоэ?» «У Юры аэрарий — рай!».

Метаграммы и цепочки слов. Какие еще развлечения со словами пользуются популярностью? О кроссворде уже шла речь выше. Его младший брат — чайнворд, в нем слова не пересекаются, а располагаются друг за другом — конец предыдущего служит началом следующего. В ребусах нужно отгадывать слова или фразы, которые изображаются комбинацией условных значков, фигур, цифр. В шарадах слова разбиваются на части, имеющие самостоятельное значение (виноград = вино + град). Арифмогриф и криптограмма — это задачи на отгадывание слов или текстов, где буквы зашифрованы цифрами. Словарный запас и быстроту реакции развивают игры, в которых надо придумывать рифмы, синонимы, антонимы или омонимы.

Большая изобретательность требуется в игре «цепочки слов», основанной на словах-метаграммах. Метаграмма данного слова получается заменой одной из его букв на другую. Игра заключается в нахождении цепочки метаграмм, соединяющей два заданных слова. Так, КОЗА — ПОЗА — ПОЛА — ПОЛК — ВОЛК; КОЗА — ЛОЗА — ЛУЗА — ЛУПА — ЛИПА — ЛИСА; КОЗА — КОРА — КАРА — ФАРА — ФАРС —БАРС.

Как мы видим, каждое слово цепочки получается из предыдущего заменой ровно одной буквы. Выигрывает тот, чья цепочка короче. Изобрел эту увлекательную игру Л. Кэролл, автор «Алисы в Стране Чудес» и один из классиков занимательной математики.

Для тренировки можно играть и в более простую игру, соревнуясь в количестве метаграмм для того или иного слова. Так, ДОМ порождает девять метаграмм: КОМ, ЛОМ, РОМ, СОМ, ТОМ, ДЫМ, ДОГ, ДОК, ДОЛ. А слово КОЧКА дает целых 11 метаграмм: БОЧКА, ДОЧКА, МОЧКА, НОЧКА, ПОЧКА, ТОЧКА, КАЧКА, КИЧКА, КУЧКА, КОРКА, КОШКА.

Каков рекорд числа метаграмм, образованных из одного слова, не известно.

При нахождении цепочек метаграмм интересны такие пары исходных слов, которые представляют собой антонимы или какие-нибудь противопоставления. В самых популярных цепочках МУХА превращается в СЛОНА. Вот одна из них, где цель достигается за 16 ходов: МУХА — МУРА — ТУРА — ТАРА — КАРА — КАРЕ — КАФЕ — КАФР — КАЮР — КАЮК — КРЮК — УРЮК — УРОК — СРОК — СТОК — СТОН — СЛОН. Кто придумает цепочку короче?

За 17 ходов НОЧЬ «меняется» на ДЕНЬ, за 11 ходов РЕКА «впадает» в МОРЕ и за 13 ходов, если есть ТЕСТО, получается БУЛКА. Попробуйте улучшить и эти рекорды.

Интересны и многократные превращения. В следующей цепочке МИГ дает ЧАС, который, в свою очередь, переходит в ГОД, затем возникает ВЕК и в конце концов наступает ЭРА. Это удивительное путешествие во времени занимает 17 ходов: МИГ — МАГ — МАЙ —ЧАЙ — ЧАС — ЧАД — ГАД — ГОД — ГИД — ВИД — ВИС — ВЕС —ВЕК — БЕК — БОК — БОА — БРА — ЭРА. Конечно, если не ставить промежуточные цели, переход можно осуществить быстрее (за 6 ходов): МИГ — МИР — МОР — БОР — БОА — БРА — ЭРА.

Устраивать состязания, у кого короче цепочка метаграмм, не столь интересно, если заранее знать, существует ли хоть одна из них. А ведь даже многие короткие слова не имеют метаграмм, о цепочках и говорить не приходится. А. Гервер предложил более увлекательные правила игры в «цепочки слов». На каждом шаге вновь меняется одна буква слова, но теперь разрешается также произвольно менять порядок всех букв.

Сложность образования метаграмм состоит в преобразовании гласных в согласные и наоборот. Вот почему так долго МУХА превращалась в СЛОНА. На месте двух гласных появились согласные, а одна согласная сменилась гласной. При новых правилах такой проблемы не возникает. Автор модифицированной игры в «цепочки слов» сделал из МУХИ СЛОНА всего за пять ходов, а из КОЗЫ ВОЛКА за три: МУХА —ХУЛА — ЛУНА — ЛУНЬ — НОЛЬ — СЛОН; КОЗА — КОСА — ВОСК —ВОЛК.

Вторая цепочка, очевидно, является рекордной, так как три новые буквы быстрее чем за три хода появиться не могут. В классическом превращении МУХА — СЛОН слова состоят из разных букв, и поэтому можно надеяться на цепочку из четырех переходов, но не меньше...

Здесь автор позволит себе небольшое отступление. После выхода в свет первого издания книги я получил от читателей множество писем, в которых обсуждались различные игры, предлагались новые, уточнялись те или иные решения, устанавливались рекорды. Очевидно, наиболее интересные соображения читателей были учтены при работе над вторым изданием. Что касается последней игры, Ю. Фокиным был установлен абсолютный рекорд: МУХА — ХЛАМ — ХОЛМ —СЛОМ — СЛОН, причем из цепочки исключено числительное НОЛЬ.

Ассоциации. Идее игры в «цепочки слов» можно придать несколько иной вид. Два слова или понятия будем считать ассоциативно связанными, если между ними есть что-то общее — смысловая, логическая или какая-то иная связь. В игре «ассоциации» требуется найти кратчайшую цепочку ассоциативных переходов между двумя данными словами.

Два весьма отдаленных понятия иногда удается связать между собой всего за несколько переходов. Возьмем, к примеру, слова НЕБО и ЧАЙ. Следующая последовательность ассоциаций решает задачу за 4 шага: НЕБО — ЗЕМЛЯ — ВОДА — ПИТЬЕ — ЧАЙ. В данном ряду слов ассоциативность соседей не вызывает сомнения. Но ассоциация, конечно, не столь точное понятие, как метаграмма, и поэтому в игре не исключены споры, которые лучше всего решать голосованием.

Любопытно, что ассоциативные переходы слов исследовались психологами, в частности, построение различных ассоциативных цепочек моделировалось на ЭВМ. Количество переходов в цепочке может служить мерой «смыслового расстояния» между понятиями. Многочисленные опыты, проведенные учеными, позволили выдвинуть неожиданную гипотезу: для любых двух слов (понятий) существует ассоциативная цепочка, состоящая не более чем из 7 слов. Иначе говоря, два произвольных понятия, даже весьма отдаленных друг от друга, имеют тесную связь — смысловое расстояние между ними составляет не более 6 шагов.

8. Зак. № 189

Балда. В этой, пожалуй, самой популярной словесной игре можно обойтись даже без карандаша и бумаги, а играть, как говорят шахматисты, вслепую. Первый игрок называет произвольную букву, второй добавляет букву слева или справа, имея в виду некоторое слово. Следующий игрок (или снова первый, если играют двое) также приписывает букву одной из сторон, имея в виду свое слово, и т. д. Тот, кто очередным ходом вынужден закончить слово либо вообще не может приписать никакой буквы (потому что не догадывается, как уже написанные буквы продолжить до слова), проигрывает кон и в наказание получает «б». При вторичном проигрыше «б» превращается в «ба», затем в «бал» и в конце концов кто-то первым становится балдой. Хотя, рассказывая об игре «отгадать слово», мы несколько снисходительно отозвались о «балде», в некоторых ситуациях более удачного словесного развлечения не придумаешь. Когда я прогуливаюсь по лесу со своим маленьким сыном и он говорит: «Папа, сыграем во что-нибудь», ничего более подходящего, чем «балда», в голову не приходит, — игра в «города» исчерпывается слишком быстро. На первый взгляд занятие это бесхитростное, но и в «балде» есть свои мастера. А иногда искусство игры приобретает решающее значение.... В книге М. Мироновой и А. Менакера «В своем репертуаре» Александр Семенович рассказывал о том, как страстно увлекались «балдой» в довоенные годы артисты Театра эстрады и миниатюр. Шутили тогда, что все они просто обалдели. Порой артисты так заигрывались, что опаздывали на сцену. Когда Менакер впервые попал в театр, его больше всего поразила удивительная находчивость Марии Владимировны, которая никогда не проигрывала в «балду» (только Рина Зеленая могла с ней соревноваться). Попытка раскрыть секрет ее непобедимости привела в конце концов к созданию замечательного семейного и эстрадного дуэта!

Буквы в игре принято приписывать с краю, хотя ничто не мешает вставлять их и внутри «полуфабриката». Кстати, именно так играют в «антибалду». В этой игре все наоборот — каждый из двух участников стремится закончить слово, причем сделать это как можно большее число раз. В тот момент, когда противники не видят продолжения последнего слова, игра прерывается и идет подсчет очков.

Вернемся к нормальной «балде». Игра эта словесная, но присутствие в ней комбинаторных и логических элементов не вызывает сомнения. Не случайно известный советский математик покойный профессор Г. Шилов и математик В. Берман увлекались игрой и написали о ней целое исследование.

Мастера игры умеют выкручиваться из самых трудных ситуаций. Вместо того чтобы закончить слово, намеченное партнером, они находят неожиданный ход, к слову добавляется приставка или суффикс, и оно меняет свое «направление».

Большую роль играет знание выигрывающих буквосочетаний. Пусть, например, вы начали игру буквой Б, а ваш партнер мгновенно ответил БШ. Вы мучительно ищете слово, в котором рядом стоят буквы Б и Ш, а он такое слово, да еще заканчивающееся на вас, знает заранее — ОБШИВКА.

Шилов и Берман ввели термин « разрешимое двубуквенное сочетание» — пара букв, которую можно дополнить до некоторого слова. В качестве примера они привели партию, состоящую всего из двух ходов.

1-й игрок: Г; 2-й игрок: ГЗ (имея в виду ЗИГЗАГ); 1-й игрок сдался, так как не нашел продолжения.

Этот пример показывает, как важно владеть набором разрешимых сочетаний. Из 33 букв алфавита составляется 33 x 32 = 1056 пар, но многие из них неразрешимы по правилам русского языка — ГЙ, ОЬ, ЖЫ и т. д. Авторы введенного термина обнаружили 801 «разрешение», а также составили список двубуквенных сочетаний, для которых пока не найдены допустимые слова.

Вопрос о существовании «разрешений» имеет скорее теоретический интерес. Так, если бы в приведенном примере первый игрок «вычислил» слово ЗИГЗАГ, он бы выиграл партию, потому что оно заканчивается на втором игроке. Даже если допустимое слово устраивает нас, не исключен риск, что найдется другое слово, которое мы будем вынуждены закончить. Иное дело, если двубуквенное сочетание имеет единственное разрешение. Убедившись, что это слово безопасно для нас, можно смело называть вторую букву пары — победа гарантирована. Конечно, установить единственность разрешения еще сложнее, чем его существование.

Королевская балда. Обычная игра в балду допускает различные обобщения. Об одном из них — антибалде — мы уже упоминали. Иногда играют, приписывая буквы не только слева и справа, но и сверху, снизу, по диагонали и т. д. Если традиционная игра как бы линейна, то теперь получается плоский вариант. Интересную разновидность такой игры Э. Иодковский предложил назвать королевской балдой.

В квадрате 5 x 5 по средней горизонтали записывается произвольное пятибуквенное слово. Далее игроки по очереди вписывают по одной букве в любую пустую клетку «доски», соседнюю с одной или несколькими клетками (полями), где уже есть буквы. Из написанных букв (не обязательно всех) должно образовываться новое слово, которое читается, как серия ходов шахматного короля по доске. Цепочка букв, из которых складывается слово, является неразрывной и несамопересекающейся, то есть одну и ту же клетку король не должен проходить дважды. За каждую букву образованного на данном ходу слова начисляется очко. После составления двадцати слов (число свободных клеток доски) игра заканчивается, и ведется подсчет очков.

В этой игре от простой «балды» взят основной принцип —добавление одной буквы, а от шахмат — образование слов ходом короля. Забавный гибрид шахматной игры и словесной!

Играть в королевскую балду можно вдвоем, вчетвером или впятером, так как число 20 делится без остатка на 2, 4, 5 и, значит, у соперников будет поровну слов. Для игры втроем квадрат должен быть побольше — 6 х 6, а первоначальное слово шестибуквенным, в этом случае у каждого участника на финише будет по 10 слов. Разумеется, для победы на каждом ходу следует придумывать слова подлиннее, используя как можно больше ранее записанных букв.

В отличие от обычной в королевскую балду интересно играть и одному. Задача состоит в том, чтобы, приписывая букву за буквой, набрать как можно больше очков. Рекордная «партия» показана на рис. 21. Исходное слово «ересь», номера ходов указаны на полях квадрата. Вот те 20 слов, которые появляются в процессе игры (выделены буквы, добавленные при образовании этих слов):

1. Север. 2. Весть. 3. Отсев. 4. Верность. 5. Соверен. 6. Мерность. 7. Временность. 8. Современность. 9. Уверенность. 10. Суверенность. 11. Бренность. 12. Беременность. 13. Своевременность. 14. Доверенность. 15. Тостер. 16. Достоверность. 17. Удостоверенность. 18. Осовремененность. 19. Мертвенность. 20. Устремленность.

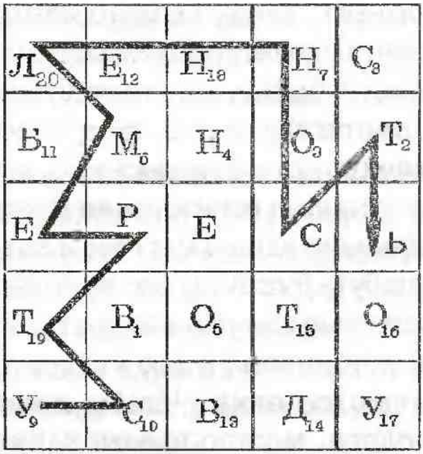


Рис. 21

Итого 210 очков, полученных в результате сложения длин всех слов. Немало пришлось королю потрудиться, побродить по доске, чтобы набрать эту сумму. На рисунке изображен его последний маршрут, сделанный на 20-м ходу. Как мы видим, образованное слово (как, очевидно, и все предыдущие) отвечает всем необходимым условиям.

Словесное лото. В наш бурный век, когда времени для общения остается так мало, классическое числовое лото можно рекомендовать как хорошее средство для дружеских встреч. Заполняя неспешно числовые карточки бочонками лото, можно обсудить какой-нибудь интересный вопрос, как это делали герои чеховских пьес. Но как интеллектуальное занятие лото не самый лучший объект, здесь не надо напрягаться, ломать голову. Другое дело, словесное лото. Как и в королевской балде, на листе бумаги рисуется квадрат, например 6 х 6. В процессе игры его клетки заполняются буквами так, чтобы при чтении по вертикали и горизонтали можно было прочитать побольше слов. При своем ходе игрок произносит любую букву, и все участники записывают ее в пустые клетки квадрата. Игра продолжается до заполнения всего квадрата, после чего подсчитываются очки. Чтобы поощрить более длинные слова, можно ввести такую шкалу: за слово из шести букв начислять 20 очков, из пяти — 10, из четырех — 5, из трех — 2 очка. Двубуквенные слова и слова, являющиеся частями более длинных слов, не учитываются.

Эрудит. Игра «эрудит» — ее предшественник американский «скрэбл» — пожалуй, одна из самых интересных игр в слова, сочетающая в себе логические и комбинаторные моменты с элементами кроссворда и даже домино.

Игра ведется на доске 15x15. «Базар» содержит 131 фишку, на которых изображены буквы и оценивающие их числа. Как и в домино, каждый игрок берет по семь фишек и держит их в тайне от партнеров. За один ход можно составить несколько слов из фишек, имеющихся на руках и расположенных на доске. Новое слово нельзя образовывать без завязки со старыми, то есть оно должно получаться из написанного слова плюс одна или несколько новых букв. Таким образом, все слова пересекаются, как в кроссворде. После сделанного хода игрок, как в домино, дополняет из базара свой запас фишек до семи.

За каждое новое слово начисляется столько очков, сколько записано на буквах, входящих в его состав. На доске имеется ряд цветных полей, которые меняют оценку. Очки буквы, занимающей зеленое поле, удваиваются, желтое — утраиваются. Если одна из букв на синем поле, удваивается сумма очков всего слова, а если на красном — утраивается. Игра продолжается либо до определенного числа очков, например 200, либо до полного опустошения базара. Мы не приводим здесь рисунка разукрашенной доски, потому что комплект игры продается в магазинах игрушек и вряд ли вы будете делать доску и фишки самостоятельно.

Любопытно, что при разработке «эрудита» не обошлось без математического вмешательства! При решении вопросов о том, сколько фишек с той или иной буквой должно быть на базаре и какие цены назначить буквам, необходимо было провести частотный анализ русского языка. Материалом для такого исследования служат различные тексты, на основании которых судят о частоте повторяемости отдельных букв. Существует много работ на эту тему, даже созданы специальные частотные словари. Однако воспользоваться ими для «эрудита» не так просто. Ведь, помимо частоты букв, надо учитывать их положение в слове — одни буквы чаще встречаются в начале слов, другие — в конце. Кроме того, у нас допускаются лишь существительные в единственном числе и именительном падеже. Распределение же букв в них отличается от распределения букв в других частях речи, которыми не разрешается пользоваться в игре. Все эти нюансы были учтены при создании «эрудита».

ЛОГИЧЕСКИЕ ФОКУСЫ

ФОКУСЫ С КАРТАМИ*

ПЯТЬ КУЧЕК КАРТ

Показывающий усаживается за стол вместе с четырьмя зрителями. Он сдает каждому (включая себя) по пять карт, предлагает всем посмотреть их и одну задумать. Затем собирает карты, раскладывает их на столе в пять кучек и просит кого-нибудь указать ему одну из них. Далее берет эту кучку в руки, раскрывает карты веером, лицевой стороной к зрителям, и спрашивает, видит ли кто-нибудь из них задуманную карту. Если да, то показывающий (так и не заглянув ни разу в карты) сразу же ее вытаскивает. Эта процедура повторяется с каждой из кучек, пока все задуманные карты не будут обнаружены. В некоторых кучках задуманных карт может вовсе не оказаться, в других же их может быть две и более, но в любом случае карты отгадываются показывающим безошибочно.

---

*Логические фокусы даны по книге: М. Гарднер. Математические чудеса и тайны. М., 1986г.

Объясняется этот фокус просто. Пятерки карт нужно собирать начиная от первого зрителя, сидящего слева от вас, и далее по часовой стрелке (карты держат лицевой стороной книзу), карты показывающего будут при этом последними и окажутся сверху пачки. Затем все карты раскладываются в кучки по пять карт в каждой. Любая из кучек может быть открыта зрителям. Теперь, если задуманную карту видит зритель номер *два*, то эта карта будет *второй*, считая сверху кучки. Если свою карту видит четвертый зритель, она будет четвертой в кучке. Иными словами, местоположение задуманной карты в кучке будет соответствовать номеру зрителя, считая слева направо вокруг стола (т. е. по часовой стрелке). Это правило имеет силу для любой кучки.

После небольшого размышления становится ясным, что в рассматриваемом фокусе, применяется один и тот же принцип с пересечением рядов. Однако в последнем варианте «пружинка» замаскирована гораздо лучше, благодаря чему получается значительно больший внешний эффект.

На ближайших страницах мы остановимся на тех фокусах, которые могут показаться более оригинальными или занимательными; при этом мы постараемся проиллюстрировать как можно больше математических принципов, на которых они могут быть основаны.

КАРТЫ КАК СЧЕТНЫЕ ЕДИНИЦЫ

Здесь мы рассмотрим только те фокусы, в которых карты используются как однородные предметы независимо от того, что изображено на их лицевой стороне. Собственно, здесь нам подошел бы любой набор небольших предметов, например камешков, спичек или монет, однако лучше всего воспользоваться все-таки картами, потому что их удобнее и держать в руках и считать.

Угадывание числа карт, снятых с колоды

Показывающий просит кого-нибудь из зрителей снять небольшую пачку карт сверху колоды, после чего сам тоже снимает пачку, но с несколько большим количеством карт. Затем он пересчитывает свои карты. Допустим, их двадцать. Тогда он заявляет: «У меня больше, чем у вас, на четыре карты и еще столько, чтобы досчитать до шестнадцати». Зритель считает свои карты. Допустим, их одиннадцать. Тогда показывающий выкладывает свои карты по одной на стол, считая при этом до одиннадцати. Затем в соответствии со сделанным им утверждением откладывает четыре карты в сторону и продолжает класть карты, считая далее: 12, 13, 14, 15, 16. Шестнадцатая карта будет последней, как он и предсказывал.

Фокус можно повторять снова и снова, причем число откладываемых в сторону карт нужно все время менять, например, один раз их может быть три, другой — пять и т. д. При этом кажется непонятным, как показывающий может угадать разницу в числе карт, не зная числа карт, взятых зрителем.

Объяснение. В этом тоже несложном фокусе показывающему совсем не нужно знать числа карт, имеющихся на руках у зрителя, но он должен быть уверен, что взял карт больше, чем зритель. Показывающий считает свои карты; в нашем примере их двадцать. Затем произвольно берет какое-нибудь небольшое число, скажем четыре, и отнимает его от 20; получается 16. Затем показывающий говорит: «У меня больше, чем у вас, на четыре карты и еще столько, чтобы досчитать до шестнадцати». Карты пересчитываются, как это объяснялось выше, и утверждение оказывается справедливым.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЧИСЛОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ КАРТ

Фокус с четырьмя картами

Колода карт тасуется зрителем. Показывающий кладет ее в карман и просит кого-либо из присутствующих назвать вслух любую карту. Предположим, что будет названа дама пик. Тогда он опускает руку в карман и достает какую-то карту пиковой масти; это, поясняет он, указывает масть названной карты. Затем он вытаскивает четверку и восьмерку, что дает в сумме 12 — числовое значение дамы.

Объяснение. Перед демонстрацией этого фокуса показывающий вынимает из колоды трефового туза, двойку черв, четверку пик и восьмерку бубен. Затем прячет эти карты в карман, запоминая их порядок. Перетасованная зрителем колода тоже опускается в карман, причем так, чтобы отобранные четыре карты оказались сверху колоды. Присутствующие и не подозревают о том, что при тасовании колоды четыре карты уже были в кармане показывающего.

Числовые значения отложенных четырех карт образуют ряд чисел (1, 2, 4, 8), каждое из которых вдвое больше предыдущего, а в этом случае, как известно, можно, комбинируя их различными способами, получить в сумме любое целое число от 1 до 15.

Карта требуемой масти вытаскивается первой. Если она должна участвовать в комбинации карт, дающих в сумме нужное число, тогда ее включают в общий счет вместе с одной или несколькими картами, которые вытаскиваются из кармана дополнительно. В противном случае первая карта откладывается в сторону, а из кармана вынимается одна или несколько карт, необходимых для получения нужного числа.

При показе нашего фокуса случайно может быть названа и одна из четырех отобранных карт. В этом случае показывающий вытаскивает из кармана сразу ее — настоящее «волшебство»!

Встреченный нами в этом фокусе ряд чисел, из которых каждое последующее вдвое больше предыдущего, применяется и во многих других математических фокусах.

Удивительное предсказание

Кто-нибудь из зрителей тасует колоду карт и кладет ее на стол. Показывающий пишет название карты на листке бумаги и, не показывая никому написанного, переворачивает листок надписью вниз.

После этого на столе раскладываются 12 карт лицевой стороной вниз. Кого-нибудь из присутствующих просят указать четыре из них. Эти карты тут же открываются, а оставшиеся восемь карт собираются и кладутся под колоду.

Предположим, что были открыты тройка, шестерка, десятка и король. Показывающий говорит, что на каждую из этих четырех карт он будет укладывать карты из колоды до тех пор, пока не досчитает до десяти, начиная с числа, следующего за числовым значением данной карты. Так, например, на тройку придется положить семь карт, произнося при этом: "4, 5, 6, 7, 8, 9, 10"; на шестерку нужно будет уложить четыре карты; на десятку класть ничего не придется; фигурной карте в этом фокусе также приписывается числовое значение 10.

Затем числовые значения карт складываются:

$$3 + 6 + 10 + 10 = 29$$

Остаток колоды передается зрителю, и его просят отсчитать 29 карт. Последняя из них открывается. Листок с предсказанной заранее картой переворачивается, и написанное читается вслух. Конечно, там будет название только что открытой карты!

Объяснение. После того как колода будет перетасована, показывающий должен незаметно посмотреть, какая карта лежит внизу колоды. Именно эту карту он и предсказывает. Все остальное выходит само собой. После того как восемь из двенадцати карт будут собраны и положены под колоду, замеченная карта окажется по порядку сороковой. Если все операции, о которых говорилось выше, были выполнены правильно, мы неизменно будем приходить к этой карте. То обстоятельство, что колода вначале тасуется, делает этот фокус особенно эффектным.

Интересно заметить, что в описанном фокусе, как и в других, основанных на том же принципе, показывающий может разрешить зрителю приписывать любые числовые значения валетам, дамам и королям. Например, зритель может пожелать считать каждый валет тройкой, даму — семеркой, а короля — четверкой. Это никак не скажется на показе фокуса и может придать ему больше «таинственности».

Фокус, собственно, требует только одного: чтобы в колоде было 52 карты; какие это будут карты, не играет ни малейшей роли. Если все они будут двойками, фокус тоже получится. Это означает, что зритель может приписать любой карте новое значение, какое ему вздумается, причем, это не повлияет на успех фокуса.

Фокус с задуманной картой

Несколько лет назад было предложено удивительное усовершенствование этого фокуса. Перетасовав колоду, показывающий выкладывает кучку в девять карт лицевой стороной вниз. Зритель выбирает одну из этих карт, запоминает ее и кладет на верх кучки. Оставшаяся часть колоды кладется на кучку, и таким образом замеченная карта оказывается девятой снизу.

Теперь показывающий берет колоду и начинает выкладывать карты по одной в кучку лицевой стороной кверху, считая при этом вслух в обратном порядке от 10 до 1. Если числовое значение положенной карты случайно совпадает с называемой цифрой (например, появилась четверка в то время, когда он произнес: «четыре»), то откладывание карт в эту кучку прекращается и начинается откладывание следующей кучки. Если же такого совпадения появляющейся карты и произносимого числа не произошло, то отсчитывание заканчивается на цифре 1 и кучка «бьется», т. е. накрывается следующей по порядку картой (лицевой стороной вниз), взятой сверху колоды.

Так выкладываются четыре кучки, после чего числовые значения «непобитых» (открытых карт, лежащих сверху кучек, складываются. Отсчитав теперь из колоды это число карт, зритель обнаруживает под последней из них выбранную им карту. Этот вариант фокуса гораздо эффектнее прежнего, так как выбор карт, входящих в сумму, кажется совершенно случайным, а «принцип компенсации», на котором основан фокус, скрыт значительно глубже.

Циклическое число

Многие диковинки из области теории чисел можно с успехом демонстрировать как карточные фокусы. В качестве примера приведем следующий фокус. Он основан на том, что если умножить «циклическое число» 142857 на любое целое число от 2 до 6, то получится число, составленное из тех же цифр с круговой (циклической) их перестановкой.

Фокус состоит в следующем. Зрителю даются пять карт красной масти, имеющие числовые значения 2, 3, 4, 5 и 6. Себе же показывающий берет шесть карт черной масти, размещая их так, чтобы их числовые значения соответствовали цифрам числа 142857. Как показывающий, так и зритель тасуют свои карты; при этом показывающий только делает вид, что тасует, а в самом деле сохраняет порядок неизменным. (Этого можно легко добиться, дважды перекладывая карты по одной с одной стороны колоды на другую. Быстрое выполнение этой операции создает полное впечатление тасовки, хотя весь эффект состоит в том, что расположение карт дважды меняется на обратное, оставляя таким образом первоначальный порядок неизменным.

Показывающий раскладывает на столе карты в ряд, лицевой стороной кверху, образуя число 142857. Зритель вытягивает одну из своих карт и кладет ее лицевой стороной вверх под рядом, разложенным показывающим. С помощью карандаша и бумаги зритель перемножает наше число на числовое значение вытянутой им карты. Пока он занят этим делом, показывающий собирает свои карты, накладывает на первую слева карту соседнюю, затем на нее соседнюю и т. д. «Снимает» их один раз и снова кладет на стол кучкой (лицевой стороной книзу). После того как зритель выполнит умножение, показывающий берет свою кучку карт и снова раскладывает их слева направо лицевой стороной кверху. Шестизначное число, которое при этом получается, в точности совпадает с результатом умножения, найденным зрителем.

Объяснение. Карты черной масти показывающий собирает, не нарушая порядка, в котором они были разложены. Допустим, что зритель умножал наше число на 6; тогда произведение должно оканчиваться двойкой, так как шесть раз по семь (это последняя цифра множимого) будет сорок два. Если снять так, чтобы двойка оказалась внизу, то после того как карты будут разложены в ряд, она окажется последней картой, и изображаемое картами число совпадет с ответом, полученным зрителем.

Циклическое число 142857 является обратным по отношению к простому числу 7 в том смысле, что оно получается от деления 1 на 7. Выполняя это деление, мы получаем бесконечную периодическую дробь с периодом, совпадающим с нашим циклическим числом. Другие, большие, циклические числа также можно получить путем деления единицы на большие простые числа.

Отсутствующая карта

Пока показывающий стоит спиной к зрителям, кто-нибудь из них вынимает карту из колоды, кладет ее в карман и тасует колоду. Затем показывающий поворачивается, берет колоду и начинает выкладывать карты по одной лицевой стороной кверху. После того как выйдут все карты, он называет недостающую.

Объяснение. Числовое значение недостающей карты можно установить, подсчитав в уме сумму числовых значений карт, выложенных на стол. При этом валетам приписывают значение 11, дамам 12. Королей можно считать нулями и не учитывать вовсе. Без королей сумма числовых значений всех карт в полной колоде равна 312. Поэтому, чтобы найти числовое значение отсутствующей карты, нужно из 312 отнять сумму числовых значений 51 карты. Если эта последняя сумма окажется равной 312, то недостающая карта — король.

При показе этого фокуса важно владеть методами быстрого счета. Так, например, очевидно, что, прибавляя 11, удобно сначала прибавить 10, а затем еще единицу, а для прибавления 12 сначала прибавляете 10, а затем двойку. Дальнейшего увеличения быстроты счета можно достичь путем «отбрасывания двадцаток», т. е. считая по модулю 20. Иначе говоря, как только сумма превзойдет 20, отбросьте это число и держите в памяти только остаток. После того как будет положена последняя карта, вам придется запомнить небольшое число от 0 до 12 включительно. Отнимите это число от 12, и вы получите числовое значение отсутствующей карты. Если последней суммой окажется 12, то недостающая карта — король. Нам кажется, что исключение «двадцаток» — лучший способ убыстрения счета. Однако многие предпочитают в этом случае отбрасывать 13. Тогда, например, складывая 7 и 8 и отбрасывая 13, вы запоминаете 2. Вместо добавления 11 (в случае валета) и последующего отбрасывания 13 проще, ничего не добавляя, вычесть 2. В случае дамы отбросьте 1. Ясно, что королей принимать во внимание не нужно. Закончив подсчет, отнимите последнюю цифру от 13 и вы получите числовое значение спрятанной карты. После того как оно найдено, можно, конечно, сдавая карты вторично, узнать масть отсутствующей карты. Однако при этом сразу раскрывается секрет фокуса. Как же определить масть карты при первой раскладке, одновременно с ее числовым значением?

Один из способов — правда, трудный, если вы не владеете техникой быстрого счета в уме, — это одновременное запоминание суммарного числа для масти и такого же числа для числового значения карты. Припишем, например, картам пиковой масти числовое значение 1, трефовой — 2, червонной — 3, бубновой — нуль (и в расчет их не принимаем). При сложении отбрасываются десятки, и в итоге получается одно из четырех чисел: 5, 6, 7 или 8. Отнимая его от восьми, вы найдете масть спрятанной карты.

Вот другой метод прослеживания сумм числовых значений карт и числовых значений мастей. Установим какой-нибудь порядок мастей, скажем, пики, червы, трефы, бубны. Прежде чем открыть первую карту, скажем про себя: 0 — 0 — 0 — 0. Если первой картой окажется, например, семерка черв, произнесите про себя 0 — 7 —0 — 0. Если следующей картой будет, скажем, пятерка бубен, счет изменяется на 0 — 7 — 0 — 5. Другими словами, приходится держать в памяти изменяющуюся сумму по всем четырем мастям. Если из колоды изъята только одна карта, то при подсчете всех четырех изменяющихся сумм необходимо включать королей. Сумма числовых значений карт для каждой из четырех мастей должна быть в этом случае равна 91. Но так как одна карта спрятана, сумма для соответствующей масти будет меньшей. Так, если вы закончили счетом 91 — 91 — 90 — 91, то это значит, что отсутствует туз треф. Отбрасывая двадцатки, можно, как и раньше, облегчить себе подсчет. При этом для получения числового значения отсутствующей карты последнюю найденную сумму нужно отнять от 11; если же она больше 11, то ее следует отнять от 31. (Впрочем, можно просто запомнить, что конечные суммы 20, 19 и 18 отвечают соответственно валету, даме и королю.)

Преимущество этого способа состоит в том, что удалять можно не одну карту, а сразу четыре — по одной каждой масти, при этом отгадать четыре карты будет не труднее, чем одну. В этом варианте королей можно не учитывать, так как заранее известно, что отсутствует по одной карте каждой масти. Конечной суммой для каждой масти теперь будет 78. (Короли не учитываются!) Отбросив три раза по 20, получим 18.

Таким образом, конечная цепочка 7—16—13—18 укажет, что отсутствуют следующие карты: валет пик, двойка черв, пятерка треф и король бубен. Однако удерживать в памяти 4 меняющиеся цифры нелегко. Чтобы обойти эту трудность, мы рекомендуем пользоваться в качестве «секретного» счетного приспособления... ногами. Если при раскладке карт вы сидите за столом и ваши ноги скрыты от присутствующих, то маловероятно, что небольшие шевеления ими, которые здесь потребуются, будут кем-либо замечены. В начале фокуса поставьте ноги так, чтобы подошвы ботинок прилегали к полу. Сдавая карту на стол, поднимайте или опускайте носки ботинок по следующей системе. Появление карты пиковой масти отмечайте приподниманием или опусканием носка левого ботинка. Точнее говоря, с появлением первой такой карты приподнимайте носок, второй — опускайте, третьей — снова приподымайте, и т. д. Если карта червонной масти, то приподымайте или опускайте носок правого ботинка. Если карта окажется трефовой, то меняйте одновременно положение обоих носков. При появлении бубновой карты вообще не меняйте положения носков. После того как положена последняя карта, вы так узнаете масть отсутствующей карты: если левый носок на полу — карта красной масти, если приподнят — черной, если правый носок на полу, карта будет пиковой или бубновой масти. Если правый носок приподнят — трефовой или червонной. Имея в виду вышесказанное, легко узнать масть спрятанной карты. Так, если оба носка на полу, карта будет бубновой масти. Если оба носка приподняты — трефовой масти, если приподнят один левый носок — пиковой, а если приподнят один правый — червонной.

В качестве простейшего счетного приспособления при нахождении числовых значений карт можно использовать пальцы рук. Показывающий при этом держит руки на коленях, а карты (медленно) сдаются кем-нибудь из присутствующих. Пальцы перенумеровываются слева направо от 1 до 10. При появлении карты приподнимается или опускается соответствующий палец. Валеты отмечаются перемещением левой руки вперед по ноге или назад, дамы — такими же движениями правой руки. Короли не принимаются во внимание. За мастями можно следить, двигая носками ботинок так, как это объяснялось выше. Пользуясь пальцами, как счетным приспособлением, можно находить числовые значения не только одной, но и нескольких вынутых из колоды карт, при условии, что эти значения не совпадают друг с другом. Для этого нужно лишь отметить, какие пальцы будут приподняты при окончании раскладки (или какая рука продвинута вперед). Конечно, при этом нужно знать, сколько было спрятано карт, так как определить, что отсутствует король, можно только, не принимая во внимание при подсчетах одной карты.

ФОКУСЫ, ОСНОВАННЫЕ НА РАЗЛИЧИИ ЦВЕТОВ И МАСТЕЙ

ФОКУС С КОРОЛЯМИ И ДАМАМИ

Из колоды выбирают королей и дам и раскладывают их в две кучки: короли отдельно, дамы отдельно. Кучки переворачивают лицевой стороной вниз и укладывают одна на другую. Зрителя просят «снять» нашу колоду из 8 карт один или несколько раз. Показывающий убирает кучку за спину и тут же открывает перед зрителями две карты. Оказывается, что это король и дама одной масти. С остальными тремя парами можно продемонстрировать то же самое.

Объяснение. Показывающему следует позаботиться лишь о том, чтобы в двух первоначальных кучках последовательность мастей была одинаковой. «Снятие» этой последовательности не нарушит. За спиной показывающий только разделяет кучку строго пополам и получает нужные пары, беря в каждой половине верхнюю карту. В этой паре всегда окажутся король и дама одинаковой масти.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛИЦЕВОЙ И ОБРАТНОЙ СТОРОН КАРТ

СОПОСТАВЛЕНИЕ ЧИСЛА КАРТ ЧЕРНОЙ И КРАСНОЙ МАСТИ

Из колоды выбирают 10 карт: пять красных и пять черных. Карты какого-нибудь одного цвета переворачиваются, и все 10 карт тщательно тасуются зрителем. На мгновение показывающий убирает карты за спину. Затем он протягивает руки вперед, держа в каждой из них по пять карт, которые тут же раскладываются на столе. Число открытых карт в каждой пятерке оказывается одинаковым, и эти карты будут различного цвета. Например, если в одной пятерке окажутся три красные карты, то в другой пятерке будут открытыми три черные карты. Фокус можно повторять сколько угодно раз, и он будет всегда удаваться.

Объяснение. Нетрудно сообразить, что среди карт одной пятерки будет открытых карт (а они одного цвета, например, черного) столько же, сколько закрытых (красных) в другой пятерке.

За спиной следует просто разделить пачку пополам и прежде чем показать карты зрителям, перевернуть одну из половин. Таким образом, благодаря тому, что карты перевернуты, число открытых карт в каждой пятерке будет одинаковым, и эти карты будут разного цвета. В этом фокусе, конечно, нужно только, чтобы половина их была красной, а половина — черной.

ФОКУС С ПЕРЕВЕРТЫВАНИЕМ КАРТ

Показывающий передает зрителю пачку в 18 карт и просит его проделать над ними под столом так, чтобы никто не видел, следующие операции: перевернуть верхнюю пару карт (т. е. две верхние карты, взятые вместе) и «снять» пачку, еще раз перевернуть верхнюю пару карт и снова снять. Так зритель может продолжать, сколько ему заблагорассудится. Ясно, что в результате этих действий карты перемещаются совершенно непредвиденным образом, причем ни число, ни положение открытых карт в колоде показывающему не могут быть известны,

Затем показывающий, усевшись на противоположной от зрителя стороне стола, протягивает под столом руку и берет пачку. Оставляя руки под столом (так что никто, включая самого показывающего, не может видеть его действий над картами), он объявляет, что сейчас вынет пачку и в ней окажется столько-то открытых карт. Он называет число. Карты вынимаются из-под стола и раскладываются. Названное число оказывается правильным.

Объяснение. Фокус получается совершенно автоматически. Для того чтобы он вышел, нужно лишь, спрятав карты под стол, пройтись по ним, переворачивая каждую вторую карту. После этого объявляется, что в пачке находится 9 открытых карт (т. е. число, равное половине числа взятых карт). Фокус всегда получится, если для него брать любое четное число карт.

ФОКУСЫ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПЕРВОНАЧАЛЬНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ КАРТ В КОЛОДЕ

ФОКУС С ЧЕТЫРЬМЯ ТУЗАМИ

Показывающий просит кого-нибудь назвать число между 10 и 20 и откладывает одну за другой это число карт в кучку. Затем он находит сумму цифр названного числа, снимает с верху кучки число карт, равное этой сумме, и кладет их обратно на верх колоды. Карта, оказавшаяся в кучке верхней, откладывается в сторону лицевой стороной вниз, а все остальные карты кучки возвращаются на верх колоды. Снова показывающий просит назвать любое число между 10 и 20 и проделывает то же самое вторично. Так третий и четвертый раз, пока этим способом не будут отобраны четыре карты. Эти четыре карты открываются — и все они оказываются тузами!

Объяснение. Перед началом фокуса тузы нужно положить на 9-е, 10-е, 11-е и 12-е места сверху. Далее фокус получается автоматически.

«МАНХЕТТЕНСКИЕ ЧУДЕСА»

Зрителя просят снять колоду примерно посередине, взяв себе любую половину, и пересчитать в ней карты. Допустим, их 24. Два плюс четыре дает шесть. Зритель замечает в своей полуколоде 6-ю карту снизу, кладет эту полуколоду на другую и, подравняв карты, вручает их показывающему. Последний начинает сдавать карты по одной на стол, произнося при этом побуквенно фразу «М-а-н-х-е-т-т-е-н-с-к-и-е ч-у-д-е-с-а» («The Magic of Manhattan»), причем так, чтобы на каждую положенную карту приходилось по одной букве. Вместе с последней буквой появится замеченная карта.

Объяснения. В результате описанной процедуры выбранная карта всегда оказывается на 19-м месте сверху. Поэтому любая девятнадцатибуквенная фраза, например «П-о-р-а-з-и-т-е-л-ь-н-ы-е ф-о-к-у-с-ы», приводит к нужной карте.

СКОЛЬКО ПЕРЕЛОЖЕНО КАРТ?

Пачку в 13 карт снимают несколько раз и передают зрителю. Показывающий поворачивается спиной к зрителям и просит переложить по одной любое число карт — от одной до 30 включительно —снизу пачки наверх. Показывающий поворачивается лицом к зрителям, берет пачку, разворачивает ее веером лицевой стороной вниз и, не задумываясь, вытаскивает карту. Карта открывается, и все видят, что ее числовое значение равно числу переложенных карт. Этот фокус можно повторять сколько угодно раз.

Объяснение. Для демонстрации этого фокуса специально выбирают 13 карт так, чтобы на каждое целое число от 1 до 13 приходилась одна карта с соответствующим числовым значением. Их располагают в порядке убывания числовой величины, начиная с короля и кончая тузом. Показывающий снимает пачку несколько раз и передает ее зрителю, незаметно посмотрев на нижнюю карту. Допустим, это была четверка. После того как карты будут переложены, показывающий отсчитывает сверху 4 карты и последнюю из них открывает. Ее числовое значение укажет число переложенных карт.

ФОКУС С НАХОЖДЕНИЕМ КАРТЫ

Колода карт тасуется. Показывающий бегло ее просматривает, кладет лицевой стороной вниз и называет одну карту. Допустим, это двойка червей. Теперь кто-нибудь называет число от 1 до 26. Показывающий отсчитывает по одной это число карт и открывает верхнюю карту положенной им кучки. Но это не двойка червей!

Показывающий принимает озадаченный вид и высказывает предположение, что карта, может быть, осталась в нижней половине колоды. Неверная карта поворачивается лицевой стороной вниз и кладется на эту полуколоду, а сверху помещаются остальные карты из кучки, оставшейся на столе. Зрителя просят назвать еще одно число, на этот раз от 26 до 52. Это число карт снова сдается. И опять-таки оказывается, что верхняя карта в кучке — не двойка червей!

Опять неверная карта переворачивается и кладется на нижнюю часть колоды, а карты, взятые со стола, помещают сверху. Теперь показывающий высказывает предположение, что двойка червей найдется, если от второго числа отнять первое. Производится вычитание, и отсчитывается число карт, равное разности, следующая карта открывается, и на этот раз она оказывается двойкой червей!

Объяснение. Бегло просмотрев карты, показывающий просто называет верхнюю карту колоды.

9. Зак. № 189

После двух отсчетов карта автоматически оказывается в положении, следующем за указываемым разностью двух чисел, названных зрителем.

ФОКУСЫ С МЕЛКИМИ ПРЕДМЕТАМИ

Пожалуй, почти каждый мелкий предмет, так или иначе связанный с числами или счетом, использовался для показа фокусов математического характера или для математических головоломок и задач. Самая большая группа таких фокусов — фокусы с игральными картами — была нами рассмотрена выше. В настоящей и последующих главах мы рассмотрим математические фокусы с другими мелкими предметами. Не стараясь сделать изложение исчерпывающим, мы лишь проиллюстрируем различные принципы, на которых они основаны.

ИГРАЛЬНЫЕ КОСТИ

Игральные кости известны так же давно, как и игральные карты, а история зарождения этой игры так же неясна. И все же с удивлением приходится отметить, что самые ранние из известных игральных костей Древней Греции, Египта и Востока имеют точно такой же вид, как и современные, т. е. кубик с цифрами от единицы до шестерки, нанесенными на его грани и расположенными таким образом, что сумма их на противоположных гранях равна семи. Однако кубическая форма игральной кости объясняется тем, что только правильный многогранник обеспечивает полное равноправие всех граней, а из пяти существующих в природе правильных многогранников куб обладает явным преимуществом как атрибут игры: его легче всего изготовить, и, кроме того, он единственный из них, который перекатывается легко, но не слишком (тетраэдр перекатывать труднее, а октаэдр, икосаэдр и додекаэдр настолько близки по своей форме к шару, что быстро укатываются). Поскольку куб имеет шесть граней, то нанесение на них шести первых целых чисел напрашивается само собой, а расположение их с суммой — семеркой — представляется наиболее простым и симметричным. И это является, между прочим, единственным способом такого их попарно противоположного расположения, чтобы суммы всех пар были одинаковы.

Именно этот «принцип семерки» лежит в основе большинства математических фокусов с игральными костями. В лучших из таких фокусов упомянутый принцип применяется настолько тонко, что о нем никто и не подозревает. В качестве примера рассмотрим один очень старый фокус.

УГАДЫВАНИЕ СУММЫ

Показывающий поворачивается спиной к зрителям, а в это время кто-нибудь из них бросает на стол три кости. Затем зрителя просят сложить три выпавших числа, взять любую кость и прибавить число на нижней ее грани к только что полученной сумме. Потом снова бросить эту же кость и выпавшее число опять прибавить к сумме. Показывающий обращает внимание зрителей на то, что ему никоим образом не может быть известно, какую из трех костей бросали дважды, затем собирает кости, встряхивает их в руке и тут же правильно называет конечную сумму.

Объяснение. Прежде чем собрать кости, показывающий складывает числа, обращенные кверху. Добавив к полученной сумме семерку, он находит конечную сумму.

Вот еще один остроумный фокус, основанный на принципе семерки. Показывающий, повернувшись спиной к зрителям, просит их составить столбиком три игральные кости, затем сложить числа на двух соприкасающихся гранях верхней и средней костей, потом прибавить к полученному результату сумму чисел на соприкасающихся гранях средней и нижней костей, наконец, прибавить к последней сумме еще число на нижней грани нижней кости. В заключение столбик накрывается платком.

Теперь показывающий поворачивается к зрителям и вынимает из кармана горсть спичек, количество которых оказывается равным сумме, найденной зрителем при сложении пяти чисел на гранях кубиков.

Объяснение. Как только зритель сложит свои числа, показывающий на мгновение поворачивает голову через плечо якобы для того, чтобы попросить зрителя накрыть столбик платком. На самом же деле он в это время успевает заметить цифру на верхней грани верхнего кубика. Допустим, это шестерка. В кармане всегда должна быть 21 спичка. Захватив все свои спички, показывающий, вынимая руку из кармана, роняет шесть из них обратно. Иными словами, он вытаскивает все спички без стольких, какова цифра наверху столбика. Это число спичек и дает сумму цифр на пяти гранях.

То обстоятельство, что зритель складывает числа на соприкасающихся гранях соседних кубиков, а не взаимно противоположные числа одного и того же кубика, служит хорошей маскировкой применения принципа семерки.

Этот фокус можно демонстрировать и без использования принципа семерки. Следует лишь заметить цифры на любых двух гранях каждого из кубиков. Дело в том, что существуют только два различных способа нумерации костей, причем один из них является зеркальным отображением другого и, более того, все современные игральные кости нумеруются одинаково; если держать кубик так, чтобы была видна тройка 1, 2 и 3, то цифры в ней будут расположены в порядке, обратном движению часовой стрелки (рис.22). Рисуя себе мысленно взаимное расположение цифр 1, 2, 3 и вспоминая принцип семерки, чтобы представить себе местонахождение цифр 4,5,6, можно, глядя сбоку на столбик (верхнюю грань верхнего кубика предварительно накрывают монетой), правильно назвать число на верхней грани любого кубика.

При хорошем пространственном воображении и небольшой практике этот фокус можно показывать с поразительной быстротой.

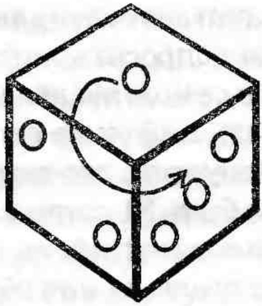


Рис. 22

ОТГАДЫВАНИЕ ВЫПАВШЕГО ЧИСЛА ОЧКОВ

Много интересных фокусов с игральными костями связано с позиционным способом записи чисел. Вот типичный из таких фокусов. Зритель бросает три кости, причем, показывающий не смотрит на стол. Число, выпавшее на одной из костей, умножается на два, к полученному произведению прибавляется пять, и результат снова умножается на пять. Число, выпавшее на второй кости, складывается с предыдущей суммой, и результат умножается на десять. Наконец, к полученному числу прибавляется число, выпавшее на третьей кости. Как только показывающий узнает окончательный результат, он немедленно называет три выпавших числа.

Объяснение. От последнего числа показывающий отнимает 250. Три цифры полученной разности и будут искомыми числами, выпавшими на костях.

ДОМИНО

Домино встречается в математических фокусах гораздо реже, чем карты и игральные кости. Весьма широко известен следующий фокус.

Цепочка с разрывом

Показывающий записывает предсказание на листке бумаги и откладывает его в сторону. Косточки домино перемешивают, а затем выкладывают цепочкой, приставляя одинаковые концы друг к другу, как это делается при обычной игре в домино. После окончания раскладки смотрят на число очков на каждом из концов цепи. Достают листок бумаги, и оказывается, что там записаны как раз эти два числа! Фокус повторяется несколько раз, причем, каждый раз предсказываются новые цифры.

Объяснение. Этот фокус получается потому, что любая цепочка, составленная из всех без исключения косточек домино (их бывает обычно 28), имеет одинаковое число очков на концах. Показывающий перед началом фокуса незаметно прячет одну косточку, а числа очков на концах ее записывает в предсказании. Так как при выкладывании всех 28 косточек должна образоваться замкнутая цепочка, то отсутствующая косточка укажет числа очков на месте ее разрыва. Удаляемая косточка не должна быть дублем.

РЯД ИЗ ТРИНАДЦАТИ КОСТОЧЕК

Вот еще один любопытный фокус с домино. Для него нужны 13 косточек, которые укладываются в ряд лицевой стороной вниз. В отсутствие показывающего кто-нибудь из зрителей передвигает по одной любое число косточек (от одной до двенадцати) с одного конца ряда на другой. После этого показывающий возвращается в комнату, открывает одну косточку, и количество очков на ней оказывается равным числу перемещенных косточек. Фокус можно показывать сколько угодно раз.

Объяснение. Косточки, конечно, подбираются специальным образом. Суммы очков на них должны последовательно равняться всем целым числа от 1 до 12. Тринадцатой будет двойная пустышка. Они выставляются в порядке возрастания, начиная с единицы на левом конце. Справа ряд замыкается двойной пустышкой. Перед уходом из комнаты показывающий демонстрирует, как нужно перемещать косточки; передвинув несколько штук слева направо, он должен сообразить, сколько очков теперь на самой левой косточке. Возвратившись, он мысленно считает до этого числа, начиная справа. Если на левой косточке было, например, 6 очков, ему нужно считать справа до шестой строчки. Косточку, на которую придется это число, он открывает. Если она случайно окажется двойной пустышкой, ей приписывается значение 13.

Повторять этот фокус совсем просто. Показывающий должен сосчитать про себя, сколько косточек осталось от открытой до крайней левой, сообразить, сколько на последней очков, и запомнить это число перед уходом из комнаты.

Любопытная ситуация возникает, если кто-нибудь вздумает подшутить над показывающим и не переставит ни одной косточки; в этом случае откроется двойная пустышка.

КАЛЕНДАРИ

Можно проделать много интересных фокусов с использованием табель-календаря. Вот некоторые, наиболее интересные из них.

ТАИНСТВЕННЫЕ КВАДРАТЫ

Показывающий стоит, повернувшись спиной к зрителям, а один из них выбирает на помесячном табель-календаре любой месяц и отмечает на нем какой-нибудь квадрат, содержащий 9 чисел. Теперь достаточно зрителю назвать наименьшее из них, чтобы показывающий тут же, после быстрого подсчета, объявил сумму этих девяти чисел.

Объяснение. Показывающему нужно прибавить к названному числу 8 и результат умножить на 9.

ФОКУС С ОТМЕЧЕННЫМИ ДАТАМИ

Фокус начинается так. Зрителю предлагают открыть помесячный табель-календарь на любом месяце и обвести кружком по своему выбору по одной дате в каждом из пяти столбиков. (В том случае, когда числа располагаются в шести столбиках, что бывает весьма редко, шестой столбик не принимают во внимание.) При этом показывающий стоит спиной к присутствующим.

Все еще оборачиваясь, он спрашивает: «Сколько у Вас обведено понедельников?», затем: «Сколько вторников?» и т. д., перебирая все дни недели. После седьмого и последнего вопроса показывающий объявляет сумму цифр, обведенных кружочками.

Объяснение. Сумма чисел в строке, которая начинается первым числом месяца, всегда равна 75 (за исключением февраля невисокосного года). Каждое отмеченное число в следующей строке увеличивает эту сумму на 1, в следующей за ней строке на 2 и т. д.; каждое отмеченное число в предыдущей строке уменьшает упомянутую сумму на 1, в предшествующей ей строке на 2 и т. д. Пусть, например, первое число месяца приходится на четверг, и обведены один понедельник, один четверг и три субботы; показывающий производит в уме вычисление: $75+3\times2-1\times3=78$ и объявляет полученный результат. Разумеется, показывающий должен знать заранее, на какой день приходится первое число выбранного месяца.

ПРЕДСКАЗАНИЕ

На каком-нибудь листке помесячного табель-календаря зритель заключает в квадрат 16 чисел. Показывающий после беглого взгляда на обведенную фигуру записывает предсказание. Затем зритель выбирает в этом квадрате четыре числа, по видимости произвольных, но с соблюдением следующего правила. Первое из чисел выбирается (обводится кружочком) совершенно произвольно. Затем вычеркиваются все числа, находящиеся в той же строчке и в том же столбце, что и только что обведенное число. В качестве второго числа зритель может обвести кружочком любое число, оставшееся незачеркнутым. После этого он вычеркивает все числа, оказавшиеся в одной и той же строчке и в одном и том же столбце со вторым обведенным числом. Так же выбирается третье число, а соответствующие строчка и столбец вычеркиваются. В результате этих операций останется незачеркнутым одно единственное число. Его зритель также обводит кружочком. Если теперь взять сумму четырех отмеченных нами чисел, то она окажется в точности равной предсказанному числу.

Объяснение. Показывающий замечает два числа, находящихся на двух диагонально противоположных углах квадрата. Какая из двух возможных пар это будет — безразлично. Чтобы получить ответ, нужно сложить эти два числа и найденную сумму удвоить.

Более простой фокус, основанный на этом же принципе и не требующий табель-календаря, можно демонстрировать так. Начертите квадратную сетку из 16 клеток, подобную шахматной доске, и перенумеруйте клетки от 1 до 16 в естественном порядке. Если теперь предложить зрителю выбрать четыре числа при помощи того процесса, который описывался выше, и сложить их, то во всех случаях он будет получать одну и ту же сумму, а именно 34. Этот принцип можно демонстрировать на квадратах с любым числом клеток.

ЧАСЫ

Угадывание задуманного числа на циферблате

Зритель задумывает какое-либо число от 1 до 12. Показывающий начинает притрагиваться кончиком карандаша к числам на циферблате, делая это, по-видимому, в совершенно произвольном порядке. В это время зритель считает про себя, начиная с задуманного числа до 20, причем так, чтобы на каждое прикосновение показывающего к часам приходилось одно число. Дойдя до 20, он произносит «стоп». И (странное совпадение!) карандаш оказывается в этот момент как раз на задуманном числе.

Объяснение. Первые восемь прикосновений действительно делаются наугад. Однако уже на девятом показывающий должен обязательно коснуться 12 и с этого момента перебирать часы строго подряд в направлении, обратном движению часовых стрелок. Когда зритель произнесет слово «стоп», кончик карандаша будет указывать на требуемое число.

Совсем не обязательно просить зрителя прекращать счет именно на 20, вы можете предложить ему самому выбрать число для окончания счета: нужно лишь, чтобы оно было больше 12. Конечно, зритель должен предупредить вас, на каком числе он собирается остановиться. Отнимите от этого числа 12, и полученный остаток укажет, сколько прикосновений нужно сделать наугад, прежде чем притронуться к 12 и начать двигаться последовательно против хода часовой стрелки.

Принцип «последовательного счета», с которым мы только что встретились, применяется и во многих других фокусах. Например, такой фокус. Присутствующие называют 16 слов, каждое из которых пишется на отдельном листе плотной бумаги, обратные стороны этих листков помечают буквами от «А» до «Р» (пропуская «неудобные» буквы «Е» и «Й»). Листки перемешиваются на столе. Показывающий поворачивается спиной, а кто-нибудь из присутствующих выбирает один из листков, запоминает слово и букву на нем, а затем смешивает с остальными. Показывающий собирает листки и раскрывает их веером так, чтобы присутствующие видели слова. Потом он начинает бросать листки на стол по одному без видимой системы, зритель же в это время называет про себя буквы в алфавитном порядке, начиная с той, которой помечено задуманное им слово. Дойдя до «Р», он произносит «стоп». На листке, который как раз в этот момент бросает на стол показывающий, оказывается задуманное слово.

Чтобы этот фокус получился, нужно бросать листки на стол в порядке, обратном алфавитному, начиная с буквы «Р».

Фокус с часами и игральной костью

Вот еще один фокус с часами. Показывающий отворачивается от стола, а в это время зритель бросает кость и задумывает какое-нибудь число (желательно не больше 50, чтобы не затягивать фокус). Допустим, это 19. Далее зритель начинает притрагиваться к цифрам на циферблате, начав с числа, указанного игральной костью, и двигаясь по часовой стрелке. Число, на которое придется последнее, 19-е касание, записывается. Затем он снова делает 19 прикосновений, но уже в направлении, обратном движению часовой стрелки, отсчитывая их с той же цифры, что и в предыдущий раз. Число, на которое придется последнее прикосновение, опять записывается. Оба записанных числа складываются, и сумма их называется вслух. После этого показывающий сразу называет число, выпавшее на игральной кости.

Объяснение. Если названная сумма меньше или равна 12, то для получения ответа нужно просто разделить ее на 2. Если же сумма больше 12, то показывающий сначала вычитает из нее 12, а затем уже делит остаток на 2.

СПИЧКИ

Существует много математических фокусов, в которых мелкие предметы используются просто как счетные единицы. Сейчас мы опишем несколько фокусов, для которых особенно удобны спички, хотя годятся и другие мелкие предметы, например монеты, камешки или листочки бумаги.

Три кучки спичек

Показывающий поворачивается спиной к аудитории, а кто-нибудь из присутствующих кладет на стол три кучки спичек так, чтобы число спичек в кучках было одинаковым и большим трех в каждой. Зритель называет какое-нибудь число от 1 до 12. Показывающий просит зрителя перераспределить некоторым (специальным) образом спички в кучках. При этом, хотя показывающий и не знал первоначального числа спичек в кучках, в средней кучке оказывается заданное количество спичек.

Объяснение. Вначале зрителя просят по три спички из крайних кучек перенести в среднюю. Затем он должен сосчитать оставшиеся спички в одной из крайних кучек, взять это число спичек из средней кучки и перенести их в любую крайнюю. Так как после этого в средней кучке всегда остается 9 спичек, то теперь уже совсем просто получить в ней заданное число спичек (для этого потребуется только одна передвижка).

Сколько спичек зажато в кулаке!

На аналогичном принципе основан следующий фокус, для показа которого необходим коробок с 20 спичками. Показывающий, повернувшись спиной к зрителю, просит его вытянуть из коробка несколько спичек (не больше десяти) и положить в карман. Затем зритель пересчитывает оставшиеся в коробке спички. Допустим, их 14. Это число он «выписывает» на столе следующим образом: единица изображается одной спичкой, положенной слева, а четверка —четырьмя спичками, положенными несколько правее. Эти пять спичек берутся из числа оставшихся в коробке. После этого спички, изображавшие число 14, также кладутся в карман. В заключение зритель вынимает из коробка еще несколько спичек и зажимает их в кулаке.

Показывающий поворачивается лицом к зрителям, высыпает спички из коробка на стол и сразу называет число спичек, зажатых в кулаке.

Объяснение. Чтобы получить ответ, нужно вычесть из девятки число спичек, рассыпанных на столе.

Кто что взял?

Еще один старинный фокус можно показать на 24 спичках, которые складываются кучкой рядом с тремя небольшими предметами, скажем, монетой, кольцом и ключиком. В фокусе просят принять участие трех зрителей (будем называть их условно 1, 2, 3). Первый зритель получает одну спичку, второй — две, третий — три. Вы поворачиваетесь к ним спиной и просите каждого взять по вещице из лежащих на столе (обозначим их А, Б и В).

Предложите теперь зрителю, держащему предмет А, взять ровно столько спичек из числа оставшихся в кучке, сколько у него на руках. Зритель, взявший Б, пусть возьмет дважды столько спичек, сколько у него на руках. Последнему зрителю, взявшему предмет В, предложите взять четырежды столько спичек, сколько у него на руках. После этого пусть все три зрителя положат свои предметы и спички в карманы.

Обернувшись к зрителям и взглянув на оставшиеся спички, вы сразу же говорите каждому зрителю, какой предмет он взял.

Объяснение. Если остается одна спичка, то зрители 1, 2 и 3 взяли соответственно предметы А, Б и В (именно в таком порядке).

Если осталось 2 спички, то порядок предметов будет Б, А, В.

Если осталось 3 спички, то А, В, Б.

Если 4 спички, то кто-то ошибся, так как подобный остаток невозможен.

Если 5, то порядок предметов будет Б, В, А.

Если 6, то В, А, Б.

Если 7, то В, Б, А.

Удобным мнемоническим средством будет список слов, согласные буквы которых (в порядке их написания) соответствуют начальным буквам названий трех выбранных предметов. Так, например, если показывать фокус с ложкой, вилкой и ножом, то можно предложить следующий список слов:

1. Л и В е Н ь.
2. Л е Н и В е ц.
3. В о Л а Н.
4. В а Н и Л ь.
5. Н е В о Л я.
7. Н а Л и В к а.

Здесь буква «Л» должна обозначать ложку, «В» — вилку, «Н» —нож. Буквы расположены в словах в порядке, соответствующем порядку предметов. Числа, стоящие перед словами, обозначают число оставшихся спичек.

МОНЕТЫ

Монеты обладают тремя свойствами, которые делают их удобными для демонстрации математических фокусов. Их можно использовать как счетные единицы, они обладают определенным числовым значением и, наконец, у них есть лицевая и обратная стороны.

В каждом из следующих фокусов демонстрируется какое-нибудь одно из этих трех свойств.

ТАИНСТВЕННАЯ ДЕВЯТКА

Дюжина (или больше) монет размещается на столе в форме девятки (рис.23). Показывающий стоит, повернувшись спиной к зрителям. Кто-нибудь из присутствующих задумывает число, большее числа монет в «ножке» девятки, и начинает отсчитывать монеты снизу вверх по ножке и далее по колечку против часовой стрелки, пока не дойдет до задуманного числа. Затем он снова считает от единицы до задуманного числа, начав с монеты, на которой остановился, но на этот раз по часовой стрелке и только вокруг колечка.

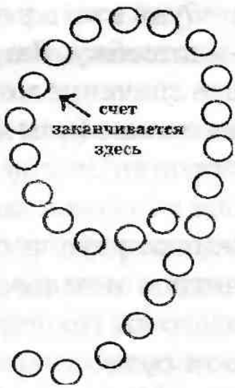


Рис. 23

Под монету, на которой закончился счет, прячется маленький кусочек бумажки. Показывающий поворачивается к столу и сразу же поднимает эту монету.

Объяснение. Независимо от того, какое число было задумано, счет заканчивается всегда на одной и той же монете. Сначала сами проделайте все это в уме с любым числом, чтобы узнать, какая это будет монета. При повторении фокуса добавьте к ножке несколько монет, тогда счет закончится уже в другом месте.

В какой руке монета?

Вот старинный фокус, в котором используется числовое значение монеты. Попросите когонибудь взять в один кулак гривенник, а в другой — копейку. Затем предложите умножить числовое значение монеты, лежащей в правом кулаке, на восемь (или любое другое четное число), а числовое значение другой монеты на пять (или любое нечетное число, какое вам захочется). Сложив эти два числа, зритель должен сказать вам, четное или нечетное число получилось. После этого вы говорите ему, какая монета у него в какой руке.

Объяснение. Если сумма четная, то в правой руке — копейка; нечетная — гривенник.

Орел или решка

Интересный фокус, основанный на разнице между двумя сторонами монеты, орлом и решкой, начинается с того, что на стол высыпается горсть мелочи. Показывающий отворачивается и просит кого-нибудь из зрителей заняться перевертыванием монет по одной наугад, произнося при каждом перевертывании «есть». При этом зритель может переворачивать одну и ту же монету по нескольку раз. Затем зритель накрывает ладонью одну из монет. Показывающий поворачивается к столу и говорит, как лежит закрытая монета — кверху орлом или решкой.

Объяснение. Перед тем как отвернуться, вам нужно сосчитать число орлов. При каждом слове «есть» прибавляйте к этому числу единицу. Если последняя сумма четная, то число орлов, после того как зритель закончит перевертывание монет, тоже будет четным; если сумма нечетная, то нечетным.

Посмотрев на открытые монеты, совсем нетрудно определить, как лежит монета под ладонью, кверху орлом или решкой.

Этот фокус можно показывать с набором любых одинаковых предметов, которые можно расположить на столе одним из двух возможных способов, например, с крышечками от бутылок с лимонадом, листочками бумаги, одна сторона которых помечена крестиком, игральными картами, спичечными коробками и т. п.

ШАХМАТНАЯ ДОСКА

Фокус с тремя шашками

Пока показывающий стоит, отвернувшись от доски, зритель берет три шашки и расставляет их на доске либо по диагонали, отмеченной на рис. 24 тремя буквами А, либо на противоположной диагонали, отмеченной тремя буквами В, и начинает передвигать их, произнося про себя буквы своего имени или фамилии (или и те, и другие). При этом на каждую букву должен приходиться только один ход, который можно делать любой шашкой в любом направлении на одну клетку (шашки передвигаются только по белым полям). После того как вся фамилия будет произнесена, зритель может повторить всю процедуру еще несколько раз, опять-таки выбирая шашки наугад. После этого показывающий поворачивается к зрителям и, мельком взглянув на доску, объявляет, с какого угла зритель начинал передвигать шашки: с левого верхнего или правого нижнего.

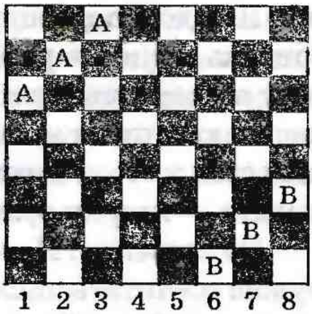


Рис. 24

Объяснение. Имя и фамилия, которые нужно побуквенно произносить про себя, должны обязательно состоять из четного числа букв. Если и имя и фамилия зрителя содержат такое число букв, можно брать как то, так и другое. Если четное число букв имеет только одно из таких слов, то предложите произносить именно это слово. Если, наконец, оба слова состоят из нечетного числа букв, то они должны произноситься друг за другом (так как сумма двух нечетных чисел четна).

Повернувшись к зрителям и взглянув на доску, обратите внимание на вертикальные четные ряды, считая их занумерованными, как на рисунке. Если в этих рядах окажется всего четное число шашек (т. е. две или ни одной), то вначале шашки стояли в правом нижнем углу, в противном случае — в левом верхнем.

МЕЛКИЕ ПРЕДМЕТЫ

Фокус с тремя предметами

Три различных предмета кладутся на столе в ряд, и занимаемые ими места (не сами предметы, а лишь места) обозначаются цифрами 1, 2 и 3. Показывающий поворачивается к зрителям спиной, а кто-нибудь из присутствующих начинает попарно менять местами предметы, называя при этом лишь соответствующие местам цифры. Так, например, переставляя предметы, стоящие на первом и третьем местах, он произносит вслух «один и три». Таким образом, зритель может передвигать предметы сколько угодно раз, но обязательно называя при этом соответствующие цифры. Когда же он, наконец, устанет от этого занятия, он задумывает какой- нибудь предмет и меняет местами два других предмета, ничего не говоря показывающему. Далее он снова начинает попарно переставлять предметы произвольным образом, но опять называя вслух соответствующие цифры. Так зритель может продолжать, пока ему не надоест. В конце концов показывающий поворачивается к столу и немедленно указывает задуманный предмет.

Объяснение. Стоя спиной к столу, вы незаметно для зрителя пользуетесь в качестве счетного приспособления какой-нибудь рукой. Пусть три пальца (например, указательный, средний и безымянный) обозначают цифры 1, 2 и 3. Перед тем как отвернуться от предметов, заметьте положение одного из них. Допустим, что вы взяли для показа фокуса кольцо, карандаш и монету и кольцо занимает положение 1. Тогда коснитесь большим пальцем того пальца, которому вы приписали цифру 1. По мере того как зритель будет сообщать вслух о своих перестановках, вы должны передвигать большой палец по пальцам, обозначающим цифры, следя при этом только за положением кольца. Так, если первая перестановка включала 1 и 3, вы перемещаете большой палец на палец под номером 3. Если же перестановка включала 2 и 3, не затрагивая таким образом кольца, то вы ничего не делаете, оставляя большой палец на прежнем месте.

После того как зритель задумал предмет и сделал неизвестную вам передвижку остальных двух, он снова начинает называть вслух цифры, обозначающие перестановки. При этом вы продолжаете следить за положением кольца, как если бы оно не изменилось в результате неизвестной вам передвижки.

В заключение всех операций по перестановкам ваш большой палец остановится на каком-то пальце. Допустим, что этот палец имеет номер 2. Взгляните на второе место на столе. Если там окажется кольцо, вы сразу же определяете, что было задумано именно кольцо, потому что его положение не изменилось в результате неизвестной вам передвижки.

Если же кольцо оказывается не там, где это указывает вам большой палец, то взгляните на два других предмета (кольцо и еще что-то). Этот другой предмет (не кольцо) и будет задуманным.

Наш метод поразительно прост и легко догадаться, почему он приводит к цели. По сути, мы здесь имеем дело с задачей элементарной логики, где пальцы выполняют роль простейшей логической машины.

Фокус с отгадыванием одного из четырех предметов

Вот еще один увлекательный фокус, имеющий своим источником только что описанный фокус: четыре спички располагаются на столе в ряд, три из них обращены головками в одну сторону, а четвертая, чтобы выделить ее среди остальных, — в противоположную. Показывающий стоит, повернувшись к зрителям спиной, а кто-нибудь из присутствующих переставляет спички, на первый взгляд, совсем произвольным образом. Все еще не поворачиваясь к зрителям, показывающий просит убрать сначала одну спичку, потом еще одну и, наконец, третью, оставляя таким образом на столе только одну спичку. И эта оставшаяся спичка обязательно оказывается повернутой!

Этот фокус можно повторять много раз, и он всегда будет удаваться. Его можно показывать на любых четырех предметах, поэтому мы описываем его в этом разделе, а не там, где фокусы со спичками.

Объяснение. Положение спичек или предметов, расположенных на столе, обозначьте цифрами 1, 2, 3 и 4. Попросите кого-нибудь указать один из этих предметов. Прежде чем вы повернетесь к зрителям спиной, запомните его положение. Теперь попросите сделать пять перестановок, меняя при этом местами выбранный предмет с соседним. Если был указан предмет, находящийся на одном из концов, то, конечно, первую перестановку можно выполнить единственным образом; если же был указан не крайний предмет, то его можно поменять местами либо с правым соседним предметом, либо с левым.

Поскольку зритель не сообщает показывающему, как он меняет местами предметы, может возникнуть представление, что после данного числа перестановок выбранный предмет может занять любое место в ряду. Однако это не так. Например, если указанный предмет занимал 2-е или 4-е (т.е. четное) место, то после пяти перестановок он может оказаться либо на 1-м, либо на 3-м (т. е. нечетном) месте. Наоборот, если мы начнем с 1-го или 3-го места, то придем ко 2-му или 4-му. При нечетном числе перестановок так будет получаться всегда. В нашем примере мы предложили сделать пять перестановок, но можно было назначить семь или, скажем, двадцать девять (любое нечетное число) число перестановок, но в этом случае выбранный предмет очутился бы на четном месте, если он был на четном вначале, или на нечетном, если на таком же месте он был вначале. Вопрос о числе перестановок может решать и сам зритель, хотя, конечно, это число он должен вам сообщить. Можно также, переставляя предметы, произносить по буквам свое имя и фамилию.

После того как перестановки будут закончены, вы должны указать зрителю, в каком порядке он должен поштучно убирать три предмета, чтобы на столе остался четвертый выбранный. Это нужно делать так.

Если вам известно, что указанный предмет может оказаться после окончания передвижек на 1-м или 3-м месте, то сначала попросите убрать предмет, находящийся на 4-м месте. Затем попросите зрителя поменять местами выбранный предмет с соседним. В результате этой последней перестановки указанный вам предмет всегда окажется средним из трех оставшихся. Теперь уже не составляет никакого труда оставить на столе выбранный зрителем предмет.

Если же, наоборот, конечное положение указанного предмета может быть 2-м или 4-м, то сначала следует убрать предмет, находящийся на 1-м месте, а все остальное происходит так же.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ЛОГИКЕ

ЗАДАЧИ ДЛЯ РАЗМИНКИ

Задача 1. *ЗООМАГАЗИН*

Для того чтобы были выполнены все условия, а именно, попугай повторял каждое услышанное слово, одновременно с этим был нем как рыба и продавец не лгал, попугай должен быть глухим.

Задача 2. *БУТЫЛКА*

Профессор прав, утверждая, что, поставив бутылку в центре комнаты, он может вползти в нее, имеется в виду, в комнату.

Задача 3. *ПРЕДСКАЗАТЕЛЬ*

Счет любого футбольного, бейсбольного и баскетбольного матча до его начала — 0: 0. Именно это и предсказывает Урия Фуллер.

Задача 4. *ФЕНОМЕНАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ*

Фрэнк лег спать задолго до того, как стемнело. Именно это позволило ему добраться до кровати до того, как наступила темнота.

Задача 5. *БОЛТЛИВАЯ ДАМА*

Дама догадалась потому, что шофер привез ее по указанному ею адресу, следовательно, он все слышал.

Задача 6. *БЕГЛЫЙ ПРЕСТУПНИК*

Скорее всего преступник в момент обнаружения им машины с полицейскими находился на таком участке пути, где свернуть просто было невозможно, например, на мосту. Причем он прошел уже большую часть моста, поэтому для того чтобы свернуть в лес, он был вынужден постараться преодолеть побыстрее оставшуюся часть моста. Поэтому он и побежал навстречу машине с полицейскими.

Задача 7. *ЗАБЫТЫЙ НОМЕР ТЕЛЕФОНА*

Ясно, что как первая, так и вторая половина шестизначного числа представляют собой трехзначные числа. Из сказанного Кэти следует, что первая цифра номера телефона Везли не может быть больше 2 (в противном случае вторая половина номера, которая в 4 раза больше первой, была бы не трехзначным, а четырехзначным числом). Сведения, сообщенные Сью, позволяют утверждать, что номер телефона может начинаться лишь с комбинации 12 или 24. Третья цифра номера телефона Везли, как нетрудно установить, четная. Действительно, вторая цифра равна либо 2, либо 4, а третья цифра (по утверждению Фрица) больше второй в 2 раза либо на 2. И в том, и в другом случае она четная. Нетрудно показать, что номер телефона Везли не может начинаться с комбинации цифр 24. Действительно, если бы забытый номер телефона начинался с 24, то его первая половина была бы не меньше 240 и не больше 249, а вторая половина, которая по определению в 4 раза больше, была бы не меньше 960 и не больше 996. Четвертой цифрой номера во всех случаях должна была быть 9. Но тогда и третьей цифрой должна быть 9. Как мы только что доказали, это невозможно, поскольку 9 — нечетное число. Таким образом, номер телефона может начинаться лишь с 12, а его третья цифра — 4, поскольку независимо от того, умножим ли мы 2 на 2 или прибавим 2 к 2, результат будет одинаковым — 4. Следовательно, первая половина номера Везли может совпадать лишь с числом 124, в силу чего вторая половина номера равна 4 к 124 =496. В соответствии с этим, номер телефона Везли следующий: 12-44-96.

МОЖЕТЕ ЛИ ВЫ РАССУЖДАТЬ ЛОГИЧНО?

Задача 1. *ТОЧКА НА КАРТЕ*

Первому условию удовлетворяет Северный полюс. Второму условию такая точка, которая отстоит от Южного полюса на таком расстоянии, чтобы, пройдя 100 миль на юг, можно было, сделав полный круг на восток, вернуться в точку, которой завершается стомильный отрезок пути. От него движемся строго на север и оказываемся в исходной точке. Второй такой точкой будет точка на карте, отстоящая от Южного полюса на таком расстоянии, чтобы, пройдя 100 миль на юг, можно было сделать при движении на восток два полных круга. Следующая точка связана с возможностью сделать три полных круга и т. д.

Задача 2. *ТРИ ДЕРЕВНИ*

Нужно рассуждать от противного. Из деревни Правдино звонить не могли, ибо им не свойственно лгать, значит, в Правдино ехать для тушения пожара не нужно. Могли звонить из Кривдино, но и туда ехать нет нужды, поскольку они наверняка солгали про пожар. Значит, звонили из деревни Середина-Наполовину. Они сказали правду, признавшись, что они из этой деревни, значит, вторая часть фразы о том, что у них пожар, является ложью. Следовательно, пожарникам никуда ехать не нужно.

Задача 3. *КНИЖНЫЙ ЧЕРВЬ*

Длина норки всего 0,5 см. В этом легко убедиться, поскольку первую страницу первого тома

10. Зак. № 189

и последнюю страницу второго тома разделяют две обложки.

Задача 4. *ГОЛЛАНДСКИЙ БАНК*

Потребуется всего 4 взвешивания. Для этого нужно разделить монеты на 3 кучки по 27 в каждой. Взять две произвольные кучки и уравновесить их на весах. Если фальшивая монета в одной из них, то эта кучка будет легче, если кучки будут одинакового веса, значит, фальшивая монета в оставшейся кучке. Кучку с фальшивой монетой также разделить на 3 кучки по 9 монет и повторить процедуру и так далее, пока не будет выявлена фальшивая монета. Для этого требуется 4 взвешивания.

Задача 5. *ШАХМАТЫ И ДОМИНО*

Чисто арифметически, казалось бы, задача разрешима. Но проблема в том, что число черных и белых клеток на шахматной доске одинаково. А поскольку две крайние и противоположные по диагонали клетки заняты (а ими могут быть только две белые либо две черные клетки), то число оставшихся белых и черных клеток не равно друг другу. Поскольку каждая косточка домино закрывает одну белую и одну черную клетки, то выполнить условие невозможно.

Задача 6. *АНГЛИЙСКИЙ ПУТЕШЕСТВЕННИК*

Выясним, кто и что говорит. Если длинный — лжец, то в ответ на вопрос путешественника, говорит ли он всегда правду, на своем языке он скажет, конечно, «да». А если он правдолюбец, то он тоже ответит «да». Значит, кем бы ни был длинный абориген, он всегда отвечает «да». В его словах не найти противоречия, значит, противоречие нужно искать в ответе короткого. Пусть длинный правдолюбец, и он сказал «да». Тогда короткий лжец, будучи лжецом, должен лгать каждым своим заявлением. Посмотрим, что же он говорит: «Он сказал «да», но он отчаянный лжец». Если короткий лжец, то он не может подтвердить, что длинный сказал «да». Противоречие, которое мы повстречали, дает нам право отклонить эту версию. Рассмотрим вторую версию; длинный лжец на вопрос путешественика все равно говорит «да». Значит, короткий — правдолюбец, и он подтверждает это, говоря, что длинный сказал «да», но он отчаянный лжец. Так оно и есть.

Задача 7. *БУДДИЙСКИЙ МОНАХ*

Бесполезно искать эту точку в начале или в конце пути, или сопоставлять то, в какое время может творить молитву буддийский монах. Решение проще: путь подъема и спуска один и тот же. Начало подъема и спуска было в одно и то же время — утром. Чтобы доказать, что на пути подъема и спуска существует точка, которую монах проходил в одно и то же время суток, нужно представить себе, что одновременно движутся два монаха; один, поднимаясь в гору со скоростью подъема, а другой, спускаясь с горы со скоростью спуска. Им не разойтись, где-то они обязательно встретятся, это и есть та самая точка.

ЗАДАЧИ-ШУТКИ

Задача 1. *ДЕЛЕЖ*

Один человек берет яблоко вместе с корзиной.

Задача 2. *СКОЛЬКО КОШЕК?*

Иной, пожалуй, начнет вычислять так: 4 кошки в углах, по 3 кошки против каждой — это еще 12 кошек, да на хвосте каждой кошки по кошке, значит, еще 16 кошек. Всего 32 кошки. И будет, по-своему, прав. Но более прав будет тот, кто сразу сообразит, что в комнате находится всего-навсего 4 кошки. Ни более, ни менее.

Задача 3. *ПОРТНОЙ*

Если этот вопрос задан быстро и отвечающий не имеет времени на размышление, то часто можно услышать в ответ: по истечении 8 дней. На самом деле последний кусок будет отрезан по истечении 7 дней.

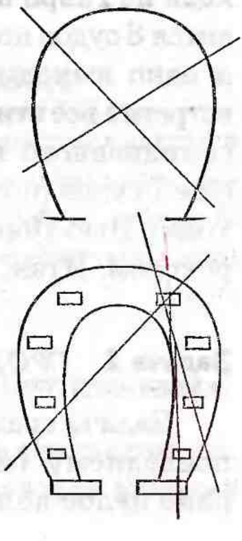
Задача 4. *ЧИСЛО 666*

Нужно написать это число, а потом перевернуть бумажку «вверх ногами». Получится число 999.

Задача 5. *ДРОБЬ*

Может, например: $\frac{-3}{6}=\frac{5}{-10}$.

Задача 6. *КАК РАЗРУБИТЬ ПОДКОВУ!*



Ели вы начертите подкову в виде дугообразной линии, как это обычно бывает, то сколько бы вы ни ломали голову, вам не удастся разрезать ее двумя прямыми более чем на пять частей. Другое дело, если вы нарисуете подкову, имеющую ширину, т.е. так, как она выглядит в действительности. Тогда после проб вы найдете верное решение задачи, разрежете подкову двумя линиями на 6 частей.

Задача 7. *ЧТО СКАЗАЛ СТАРИК?*

Старик шепнул казакам: «Пересядьте». Те поняли, мигом поменяли коней, и каждый погнал теперь во всю прыть чужую лошадь, на которой он сидел, чтобы его собственная лошадь пришла второй.

ЗАДАЧИ НА ЛОГИКУ СЧЕТА

Задача 1. *РЕЙС ЧЕРЕЗ ОКЕАН*

Напрашивающийся ответ «семь», конечно же, неверен. Нужно учитывать как те суда, которые уже плывут в Гавр, так и те, которые еще будут отправляться в путь. В момент выхода парохода из Гавра в пути, направляясь в Гавр, находится 8 судов компании (одно из них входит в Гавр и одно выходит из Нью-Йорка). Наш пароход встретит все эти 8 судов. Кроме того, в течение его семидневного плавания из Нью-Йорка выйдет еще 7 судов (последнее — в момент прихода парохода в Нью-Йорк). Они также будут встречены пароходом. Итак, правильный ответ — 15 судов.

Задача 2. *ПРОДАЖА ЯБЛОК*

Задача сразу решается, если сообразить, что последнему (шестому) покупателю досталось одно целое яблоко. Значит, пятому досталось 2 яблока, четвертому 4, третьему 8 и т. д. Всего же яблок было 1+2+4+8+16+32=63, т. е. фермер привез на рынок 63 яблока.

Задача 3. *ГУСЕНИЦА*

Часто при решении подобных задач рассуждают так: гусеница за сутки, т. е. за 24 часа, вползает на 5 м без 2 м. Значит, всего за сутки она вползет на 3 м. Следовательно, высоты 9 м она достигнет по истечении 3 суток, т. е. она будет на этой высоте в среду в 6 часов утра. Но такой ответ неверен: в конце вторых суток, т.е. во вторник в 6 часов утра гусеница будет на высоте 6 м; но в этот же день, начиная с 6 часов утра, она до 18 часов может вползти еще на 5 м. Следовательно, на высоте 9 м, как легко рассчитать, она окажется во вторник в 13 часов 12 минут.

Задача 4. *ВЕЛОСИПЕДИСТЫ И МУХА*

Часто при решении этой задачи пускаются в разные сложные рассуждения и выкладки, не давая себе труда уразуметь, что муха, не останавливаясь, летела ровно 3 часа, а следовательно, пролетела 300 километров.

Задача 5. *СОБАКА И ДВА ПУТЕШЕСТВЕННИКА*

Эта задача очень похожа на предыдущую. Ответ не зависит от того, первому или второму путешественнику принадлежит собака. Второй путешественник догонит первого через 4 часа, и за это время собака пробежит 4x15 = 60 км

Задача 6. *СТРАННОЕ ЧИСЛО*

Так как при перенесении цифры 2 на первое место число удваивается, то предпоследняя цифра его должна быть 4 (2 x 2=4), предшествующая ей должна быть 8 (2 x 4=8), перед ней 6 (8 x 2=16), затем 3 (1+2 x 6=13), затем 7 (1+2 x 3=7) и так далее. Наше число должно начинаться с 1. Поэтому следует остановиться, когда после удвоения цифры и добавления 1 от цифр предыдущего разряда мы получим 1. Искомое число будет следующим:

105 263 157 894 736 842.

Это одно из чисел, удовлетворяющих условию. Все остальные (а их бесконечно много) можно получить, продолжая указанный процесс далее. Легко убедиться, что каждое из них будет состоять из повторяющейся несколько раз комбинации цифр, уже найденных нами.

Задача 7. *ЕЩЕ ОДНО СТРАННОЕ ЧИСЛО*

Легко увидеть, что если к искомому числу добавить единицу, то результат будет делиться без остатка на 2,3,4,5 и 6. Наименьшее число с этим свойством —60.

Задача 8. *СБОР ЯБЛОК*

Нужно подойти к каждому яблоку и возвратиться обратно к корзине. Значит, число пройденных метров будет равно удвоенной сумме первых ста чисел, или 100 раз взятому числу 101, т. е. 10100. Это составит почти 10 километров.

Задача 9. *БОЙ ЧАСОВ*

Наибольшее количество ударов, отбиваемых обыкновенными часами, есть 12. Задача сводится к тому, чтобы узнать сумму всех чисел от 1 до 12. А это, мы знаем, будет половина 12 раз взятых тринадцати. Но в сутках 2 раза 12 часов, или 24 часа. Значит, часы сделают ровно 12 раз по тринадцать ударов, т. е. 156 ударов.

СТАРИННЫЕ ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Задача 1. *БОЧОНОК КВАСА*

За 140 дней человек выпьет 10 бочонков кваса, а вдвоем с женой они выпьют 14 бочонков. Значит, за 140 дней жена выпьет 14–10=4 бочонка кваса, а тогда один бочонок она выпьет за 140: 4=35 дней.

Задача 2. *В ЖАРКИЙ ДЕНЬ*

Поскольку за 8 часов 6 человек выпивают бочонок кваса, то за один час такой бочонок выпьют 48 человек, а тогда за 3 часа этот бочонок кваса выпьют 16 человек.

Задача 3. *НА ОХОТЕ*

Если заяц сделает 6 скачков, то и собака сделает 6 скачков, но собака за 5 скачков проделает то же расстояние, что и заяц за 6 скачков. Следовательно, за 6 скачков собака приблизится к зайцу на расстояние, равное одному своему скачку. Поскольку в начальный момент между зайцем и собакой было ровно 40 скачков собаки, то она догонит зайца через 40 х 6=240 скачков.

Задача 4. *КАК РАЗДЕЛИТЬ ОРЕХИ!*

Уменьшив втрое количество орехов в большей части, мы получим их столько же, как в четырех меньших частях. Значит, большая часть должна содержать в 3 х 4=12 раз больше орехов, чем меньшая, а общее число орехов должно быть в 13 раз больше, чем в меньшей части. Поэтому меньшая часть должна содержать 130 : 13=10 орехов, а большая 130–10=120 орехов.

Задача 5. ***СКВОРЦЫ***

Предположим, что после того как скворцы сели на деревья по два, с каждого дерева взлетело по одному скворцу. Один из взлетевших скворцов может сесть на незанятое дерево, тогда на каждом дереве будет сидеть по одному скворцу. По условию, если на каждое дерево сядет по одному скворцу, то один скворец останется в воздухе. Значит, взлетело 2 скворца. Тогда общее число скворцов будет 4, а число деревьев 3.

Задача 6. ***КОМУ ПАСТИ ОВЕЦ?***

Из условия следует, что и у Ивана, и у Михаила вдвое больше овец, чем у Якова, у Петра вдвое больше, чем у Ивана, и, значит, вчетверо больше, чем у Якова. Но тогда у Герасима столько же овец, сколько их имеет Яков. Общее число овец поэтому в (2+4+1+2+1)=10 раз больше, чем число овец у Якова.

Отсюда следует, что у Якова 1 овца, тогда у Ивана и у Михаила по 2 овцы, у Петра 4, а у Герасима 1 овца. Соответственно столько же дней должен пасти овец каждый из них.

Задача 7. ***ИЗ МОСКВЫ В ВОЛОГДУ***

За день первый человек пройдет по направлению к Вологде 40 верст и, значит, к началу следующего дня будет опережать второго человека на 40 верст. В каждый следующий день первый человек будет проходить по 40 верст, второй по 45 верст, а расстояние между ними будет сокращаться на 5 верст. На 40 верст оно сократится за 8 дней. Поэтому второй человек настигнет первого к исходу восьмого дня своего пути.

ЗАДАЧИ-ЗАГАДКИ

Задача 1. *КОЗА*

По земле.

Задача 2. *ОДНИМ МЕШКОМ — ДВА МЕШКА*

Надо один из пустых мешков вложить в другой такой же, а затем в него насыпать смолотую пшеницу.

Задача 3. *МНОГО ЛИ ГВОЗДЕЙ НАЙДУТ?*

Скорее всего, ничего не найдут.

Задача 4. *СКОЛЬКО УТОК?*

Всего летело три утки, одна за другой.

Задача 5. *ЧТО ЭТО ТАКОЕ!*

Повар сидел на стуле, имеющем три ножки, пришла собака и утащила куриную ножку. Повар бросил стул, чтобы она оставила куриную ножку.

Задача 6. *ВОЗМОЖНО ЛИ ТАКОЕ!*

Всадник на лошади.

Задача 7. *ДВА ОТЦА И ДВА СЫНА*

Это были дедушка, его сын и внук. Из этих троих двое являются отцами и двое являются сыновьями.

Задача 8. *КАК ЭТО МОГЛО БЫТЬ!*

Этот человек родился 29 февраля, т. е. день его рождения бывает раз в четыре года.

ЗАТРУДНИТЕЛЬНЫЕ СИТУАЦИИ

Ситуация 1. *ВОЛК, КОЗА И КАПУСТА*

Человек вначале перевозит на другой берег козу, оставляя волка с капустой; затем возвращается, забирает волка и перевозит его на другой берег, а козу увозит обратно. Оставляя козу на берегу, человек перевозит к волку капусту, а затем возвращается и перевозит козу. Таким образом, на другом берегу оказываются вместе с человеком волк, коза и капуста.

СИТУАЦИЯ 2. *РЫЦАРИ И ОРУЖЕНОСЦЫ*

Вначале переправляются два оруженосца. Затем один из оруженосцев возвращается и перевозит на другой берег третьего оруженосца. После этого один из трех оруженосцев возвращается к своему рыцарю и остается с ним на первом берегу, два других рыцаря отправляются к своим оруженосцам. Затем один из рыцарей возвращается со своим оруженосцем, оставляет его, а с собой забирает рыцаря, оставшегося на этом берегу. Теперь оставшийся на другом берегу оруженосец переезжает и забирает с собой одного из двух оруженосцев, а следующим рейсом забирает последнего оруженосца.

СИТУАЦИЯ 3. *РАЗДЕЛИТЬ КВАС ПОРОВНУ*

Приведем это решение в виде таблицы, которая показывает, сколько кваса остается в каждом бочонке после каждого переливания.

Бочонки

	8 ведер	5 ведер	3 ведра
До переливания	8	0	0
После 1-го переливания	3	5	0
После 2-го переливания	3	2	3
После 3-го переливания	6	2	0
После 4-го переливания	6	0	2
После 5-го переливания	1	5	2
После 6-го переливания	1	4	3
После 7-го переливания	4	4	0

Ситуация 4. *РАЗДЕЛИТЬ БОЧКИ И МЕД*

Приведем решение тоже в виде таблицы.

	Полные бочонки	Наполненные наполовину бочонки	Пустые бочонки
1 человек	2	3	2
2 человек	2	3	2
3 человек	3	1	3

1 человек	3	1	3
2 человек	3	1	3
3 человек	1	5	1

Ситуация 5. *ДЕВИЧЬЯ ХИТРОСТЬ*

24 девушки можно разместить так, как показано на рис.25, а 16 девушек, как показано на рис. 26

1	5	1
5		5
1	5	1

Рис.25

3	1	3
1		1
3	1	3

Рис. 26

СИТУАЦИЯ 6. *ВО ВРЕМЯ ШТОРМА*

Начертим круг и, отметив на нем 30 палочек, поставим у каждой из них номер от 1 до 30. Теперь, начиная счет с цифры 1, перечеркиваем 9-ю палочку, затем 18-ю, затем 27-ю и продолжаем счет, вычеркивая каждую 9-ю из незачеркнутых ранее палочек. Таким образом будут перечеркнуты палочки с номерами 5, 6, 7, 8, 9, 12, 16, 18, 19, 22, 23, 24, 26, 27, 30.

Значит, купец просил матросов расставить тюки следующим образом: 4 своих, 5 чужих, 2 своих, 1чужой, 3 своих, 1чужой, 1 свой, 2 чужих, 2 своих, 3 чужих,1 свой, 2 чужих, 2 своих, 1чужой.

ЗАДАЧИ ПРАКТИЧНЫЕ И НЕПРАКТИЧНЫЕ

Задача 1. *ПРАЗДНИЧНЫЙ ОКОРОК*

Спор можно разрешить следующим образом. Право первенства выбора куска ветчины предоставим третьей участнице покупки. Она, конечно, выберет тот кусок, который на домашних весах весил не менее каждого из двух остальных кусков, а следовательно, тот, который, по ее мнению, по своей стоимости соответствует не менее чем 15 тысячам рублей. Такой кусок должен существовать, так как при разделе целого на три части одна из этих частей должна быть не менее одной трети.

Затем выбирает свой кусок вторая участница покупки. И эта тоже должна быть довольна, так как после того, как выбрала себе кусок третья участница, остался по крайней мере один кусок, который, по показанию весов в магазине соответствует по своей стоимости не менее чем 15 тысячам рублей.

Первая участница покупки получит оставшийся кусок; она тоже должна быть довольна, ибо она считала все куски равными по весу.

Задача 3. *КОГДА ЕГО ДЕНЬ РОЖДЕНИЯ?*

Из описания дороги путешественника следует, что его палатка стояла на Северном полюсе. В этом месте земного шара восход солнца бывает только раз в году — в день весеннего равноденствия, т. е. 21 марта. Это и есть день рождения Быкова.

Задача 4. *СКОЛЬКО РЫБ В ПРУДУ?*

Пусть n обозначает число рыб в пруду, годных для улова. Тогда отношение числа рыб в пруду, помеченных меткой, к числу всех рыб будет равно 30/n.

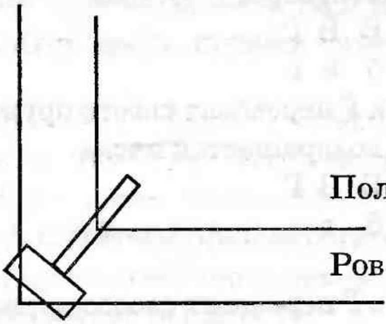
Второй раз ихтиолог поймал 40 рыб, среди которых две рыбы были помечены. Отношение числа помеченных рыб к числу всех выловленных рыб равно 1/20.

Если предположить, что помеченные рыбы в пруду равномерно распределены среди всех рыб, то оба отношения должны быть одинаковы, т. е. $30/n = 1/20$, откуда $n = 600$. Следовательно, число рыб в пруду равно 600.

ПЕРЕПРАВЫ, РАЗЪЕЗДЫ, ПОГОНИ

Задача 1. *ПЕРЕПРАВА ЧЕРЕЗ РОВ*

Стоит взглянуть на прилагаемый здесь рисунок, чтобы понять, как решается задача.



Задача 2. *ОТРЯД СОЛДАТ*

Дети переехали реку. Один из мальчиков остался на берегу, а другой пригнал лодку к солдатам и вылез. Тогда сел солдат и переправился на другой берег. Мальчик, оставшийся там, пригнал лодку обратно к солдатам, взял своего товарища, отвез на другой берег и снова доставил лодку обратно, после чего вылез, а в нее сел другой солдат и переправился через реку. Таким образом, после каждых двух перегонов лодки через реку и обратно переправляется один солдат. Так повторялось столько раз, сколько было солдат.

Задача 3. *ПЕРЕПРАВА ЧЕРЕЗ РЕКУ С ОСТРОВОМ*

Будем использовать следующие обозначения: рыцари — А, Б, В, Г; оруженосцы — а, б, в, г.

Тогда исходная ситуация будет следующей:

Первый берег	Остров	Второй берег
А Б В Г		
а б в г		

1. Рыцарь Г перевозит своего оруженосца на остров и возвращается назад:

А Б В Г		
а б в	г	

2. Рыцарь Г перевозит своего оруженосца на второй берег и возвращается назад:

А Б В Г		
а б	в	г

3. Рыцарь В перевозит на остров рыцаря Г, заезжает за своим оруженосцем и возвращается с ним на первый берег:

А Б В	Г	
а б в	г	

4. Рыцари А, Б, В и их оруженосцы переправляются, не заезжая на остров, следующим образом. Сначала отправляются два оруженосца, один из них возвращается и перевозит третьего. Возвращается один из оруженосцев и остается со своим рыцарем. Два других рыцаря отправляются к своим оруженосцам. Один из рыцарей возвращается со своим оруженосцем, оставляет его и забирает с собой рыцаря. Оруженосец, оставшийся на другом берегу, переезжает на первый берег и забирает оставшихся там оруженосцев. Затем ры-

царь забирает своего оруженосца и перевозит через реку. В итоге получается следующая ситуация:

	Г		А	Б	В
	г		а	б	в

5. Рыцарь А со своим оруженосцем переезжает на остров, оставляет там оруженосца и перевозит на второй берег рыцаря Г:

		А	Б	В	Г
а	г		б	в	

6. Оруженосец в сначала перевозит оруженосца а, затем оруженосца г:

А	Б	В	Г
а	б	в	г

Задача 4. *НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СТАНЦИИ*

Железнодорожный путь у станции имеет такой вид, как показано на рисунке:

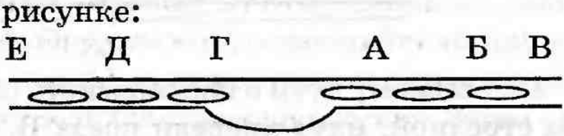
По главному пути в направлении, обозначенном стрелкой, идут впереди поезд Б, а за ним поезд А, который надо пропустить вперед, пользуясь боковой веткой, где может поместиться лишь часть вагонов. Поезд А нагнал поезд Б и должен пройти вперед. Как же быть?

А вот как.

Поезд Б идет по главному пути и переходит весь за начало боковой ветки. Затем поезд Б идет задним ходом на это ответвление и оставляет там столько вагонов, сколько умещается, а остальная часть поезда Б вместе с паровозом уходит опять вперед, за начало ветки. Затем пропускают поезд А и, как только он весь пройдет за начало ветки, к последнему его вагону прицепляют стоящие на ветке вагоны поезда Б, а поезд А сводит эту часть поезда Б с ветки вперед. Затем поезд А пускают назад, влево от начала ветки, и оставляют там вагоны поезда Б. В это время другая часть поезда Б (с паровозом) идет задним ходом и становится на ветку, открывая свободный путь для поезда А. Он мчится дальше, а паровоз поезда Б с несколькими передними вагонами опять выходит на главный путь, прицепляет оставшуюся часть своего состава и следует за поездом А.

Задача 5. *РАЗЪЕЗД ШЕСТИ ПАРОХОДОВ*

Положение судов и канал с заливом обозначены на рисунке:



Пароходы Б и В отходят назад (вправо), А входит в залив; Г, Д и Е проходят по каналу мимо А; тогда А выходит из залива и идет своей дорогой (влево); Е, Д и Г отступают на прежнее место (налево); тогда с Б повторяется все, что делалось с А. Таким образом проходит и В, и пароходы плывут своей дорогой.

ЛОГИКА И ФИНАНСЫ

Задача 1. *ОДНО И ТО ЖЕ?*

Нет, утверждения (1) и (2) не эквивалентны; утверждение (2) следует из утверждения (1), но не наоборот; утверждение (1) не следует из утверждения (2).

Действительно, предположим, что некоторая сумма денег выплачена наименьшим числом купюр. Это означает, что ни одну из них нельзя разменять другими купюрами, поскольку, если бы такой размен был возможен, то ту же сумму кассир мог бы выплатить большим числом купюр.

Однако может представиться такой случай, когда нельзя разменять ни одну из купюр, но определенную сумму денег тем не менее можно будет выплатить не наименьшим числом купюр. Пусть, например, требуется выплатить 110 дукатов. Кассир может выдать эту сумму одной купюрой в 50 дукатов и тремя купюрами по 20 дукатов. Ясно, что резменять 50 дукатов двадцатидукатовыми купюрами невозможно. Однако это отнюдь не означает, что 110 дукатов выплачены наименьшим числом купюр; ту же сумму вместо четырех купюр можно выплатить всего лишь двумя купюрами: 100 и 10 дукатов.

Задача 2. *«ЭКОНОМНАЯ» ВЫПЛАТА*

Нет, такой уверенности нет и быть не может. Более того, скорее можно быть уверенным в обратном. Действительно, весьма вероятно, что, услышав просьбу купца Казначеева, кассир выдал ему сначала 2 монеты достоинством в 10 гривен (поскольку монет большего достоинства в обращении нет), затем 2 монеты достоинством в 1 гривну. Всего, таким образом, купец Казначеев получил 5 монет.

Если же кассир проявит некоторую изобретательность, то начнет выплату монет достоинством не в 10, а в 8 гривен и, выдав купцу три такие монеты, добавит к ним еще одну монету достоинством в 1 гривну. Для выплаты всей суммы на этот раз потребуется лишь 4 монеты.

ДЕЛЕЖИ ПРИ ЗАТРУДНИТЕЛЬНЫХ ОБСТОЯТЕЛЬСТВАХ

Вместо мелких долей крупные

Если мы из 5 данных пряников 3 разрежем пополам, то получим 6 равных кусков, каждый из которых и отдадим мальчиков. Затем 2 оставшихся пряника разрежем каждый на 3 равных части и получим опять 6 равных кусков, которые и отдадим мальчикам. Таким образом, задача решена, причем ни одного пряника не пришлось разрезать на 6 частей.

Кто прав?

И Никита и Павел делают неправильный расчет. 11 лепешек разделены на троих поровну, значит, каждый съел 11/3 лепешки.

У Павла было 7 лепешек, он съел 11/3 лепешки, следовательно, охотнику отдал 1/3 (одну треть) лепешки.

Охотник съел 11/3 лепешки и заплатил за них 11 копеек, значит, за каждую треть лепешки он дал по копейке. У Павла он взял 10 третей, а у Никиты — одну треть; следовательно, Павел должен взять себе гривенник, а Никита — копейку.

Спор

Иван предложил крестьянам делить зерно так:

— Я рассыпаю зерно на три кучи, на мой взгляд, поровну и отхожу в сторону. Мне подойдет любая из куч. Пусть затем Петр укажет наименьшую, по его мнению, кучу зерна. Если Николай также посчитает, что зерна в этой куче меньше трети, то отдайте ее мне, а остаток зерна делите между собой известным уже способом. Если же Николай решит, что в указанной куче не меньше трети зерна, пусть возьмет ее себе. Петр возьмет наибольшую, по его мнению, кучу, а оставшаяся достанется мне.

Крестьяне последовали предложению Ивана, разделили зерно и довольные разошлись.

Дележ между тремя

Предполагается, конечно, что все бочонки — полные, заполненные наполовину и пустые — равны между собою. Ясно, что каждый должен получить по семь бочонков. Подсчитаем теперь, сколько же кваса должно прийтись на долю каждого. Есть 7 бочонков полных и семь пустых. Если бы можно было от каждого полного бочонка отлить половину в пустой, то получилось бы 14 наполовину заполненных бочонков; прибавляя к ним еще 7 имеющихся наполовину заполненных, мы получили бы всего 21 заполненный наполовину бочонок. Значит, на долю каждого должно прийтись по 7 наполовину заполненных бочонков вина. Сообразив это, получаем, что, не переливая кваса, можно поделить все поровну так:

	Полные бочонки	Заполненные наполовину	Пустые бочонки
Первый человек	2	3	2
Второй человек	2	3	2
Третий человек	3	1	3

А вот и другое решение:

Первый человек	3	1	3
Второй человек	3	1	3
Третий человек	1	5	1

Дележ между двумя

Задача эта имеет два решения, и решения эти состоят, очевидно, в том, что из полного восьмиведерного бочонка нужно отливать квас в пустые бочонки, из этих последних переливать опять и т. д.

Дадим эти решения в виде двух таблиц, которые показывают, сколько в каждом бочонке остается кваса после каждого переливания.

РЕШЕНИЕ 1

	Бочонки		
	8-ведерн.	5-ведерн.	3-ведерн.
До переливания	8	0	0
После 1-го пер.	3	5	0
После 2-го пер.	3	2	3
После 3-го пер.	6	2	0
После 4-го пер.	6	0	2
После 5-го пер.	1	5	2
После 6-го пер.	1	4	3
После 7-го пер.	4	4	0

РЕШЕНИЕ 2

	Бочонки		
	8-ведерн.	5-ведерн.	3-ведерн.
До переливания	8	0	0
После 1-го пер.	5	0	3
После 2-го пер.	5	3	0
После 3-го пер.	2	3	3
После 4-го пер.	2	5	1
После 5-го пер.	7	0	1
После 6-го пер.	7	1	0
После 7-го пер.	4	1	3
После 8-го пер.	4	4	0

Дележ пополам

РЕШЕНИЕ 1			РЕШЕНИЕ 2		
16-вед.	11-вед.	6-вед.	16-вед.	11-вед.	6-вед.
16	0	0	16	0	0
10	0	6	10	0	6
0	10	6	10	6	0
6	10	0	4	6	6
6	4	6	4	11	1
12	4	0	15	0	1
12	0	4	15	1	0
1	11	4	9	1	6
1	9	6	9	7	0
7	9	0	3	7	6
7	3	6	3	11	2
13	3	0	14	0	2
13	0	3	14	2	0
2	11	3	8	2	6
2	8	6	8	8	0
8	8	0			

Дележ кваса

РЕШЕНИЕ 1

6-вед.	3-вед.	7-вед.
4	0	6
1	3	6
1	2	7
6	2	2
5	3	2
5	0	5

РЕШЕНИЕ 2

6-вед.	3-вед.	7-вед.
4	0	6
4	3	3
6	1	3
2	1	7
2	3	5
5	0	5

Легко сформулировать множество подобных задач. Но выписанные таблицы не дают ответа на вопрос: каким же правилом руководствоваться для нахождения решения? С целью найти такое правило давайте представим себе задачу иначе — геометрически. Для определенности рассмотрим задачу 58. Обозначим через x и y количество жидкости, содержащейся после какого-либо переливания соответственно в первом и втором бочонках. При переливании общее количество жидкости не изменяется, т. е. все время остается равным $4 + 6 = 10$ ведрам. Поэтому в третьем бочонке будет находиться $10 - x - y$ ведер жидкости. Количество жидкости, содержащейся в бочонке, не может быть больше объема бочонка. Мы видим, что числа x, y удовлетворяют таким условиям:

$$\begin{cases} 0 \le x \le 6, \\ 0 \le y \le 3, \\ 0 \le 10\text{-}x\text{-}y \le 7, \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 0 \le x \le 6, \\ 0 \le y \le 3, \\ 3 \le x+y \le 10. \end{cases}$$

Для дальнейшего удобно воспользоваться листом клетчатой бумаги. Возьмем такой лист, выберем на нем некоторую точку и проведем через нее две перпендикулярные прямые по линиям нанесенной на бумаге решетки. Одну назовем осью X, другую — осью Y. Каждой паре чисел x, y мы сможем тогда поставить в соответствие некоторую точку на листе бумаги — точку с координатами x, y. Нарисуем на плоскости все точки, координаты которых удовлетворяют написанным выше неравенствам. На рис. 27 это множество — внутренняя часть четырехугольника PQRS —заштриховано. Начальному распределению жидкости соответствует на этом рисунке точка A(x=4, y =0), а распределению, которое мы хотим получить, — точка B(x = 5, y = 0, при этом в третьем бочонке будет 5 ведер).

Рис. 27

Последовательность переливаний, ведущая от распределения A к распределению B, представится на этом рисунке в виде некоторой последовательности точек, или, если мы соединим отрезком прямой линии каждые две последовательные точки, в виде ломаной с началом в точке A и концом в точке B.

Попробуем выяснить, каким же условиям должны удовлетворять вершины этой ломаной и ее звенья.

Переливание заканчивается, когда наполнится тот бочонок, в который мы льем жидкость, или станет пустым бочонок, из которого мы жидкость выливаем. Это означает, что после каждого переливания обязательно найдется хотя бы один пустой или хотя бы один полный бочонок. Где же на четырехугольнике PQRS будут располагаться соответствующие точки? Если полон первый бочонок ($x=6$), то точка лежит на отрезке RS; если первый бочонок пуст ($x=0$), то должны быть полными второй и третий бочонки ($3+7=10$). Имеется единственная точка с такими условиями —точка Q. Распределениям, при которых пуст второй бочонок ($y=0$), соответствуют точки отрезка PS, а если второй бочонок полон ($y=3$) —точки отрезка QR. Наконец, третий бочонок пустым быть не может, в первые два бочонка 10 ведер не вместятся, а если он полон, то в первых двух должно содержаться $10-7 = 3$ ведра ($x + y = 3$). Соответствующие точки лежат на отрезке PQ. В любом случае точки лежат на границе четырехугольника PQRS. Итак, мы установили, что вершины нашей ломаной должны располагаться на границе четырехугольника PQRS.

Заметим теперь, что при каждом переливании содержимое одного бочонка остается низменным, ведь каждое переливание затрагивает только два бочонка. Если не изменяется содержимое первого бочонка (x постоянно), то отрезок, соединяющий точки, соответствующие распределениям до и после переливания, параллелен оси Y (у начала и конца отрезка координата x имеет одно и то же значение). Если при переливании не меняется содержимое второго бочонка, то соответствующее звено ломаной параллельно оси X (y постоянно). Наконец, если в переливании не участвует третий бочонок, то сохраняется общее количество жидкости в первых двух бочонках. Иными словами, в концах отрезка сумма $x + y$ принимает одно и то же значение. Это означает, что звено ломаной параллельно отрезку PQ. Итак, каждое звено ломаной перпендикулярно оси OX или оси OY, или биссектрисе угла между этими осями.

Чтобы проверить себя, представим, что некоторое звено ломаной расположено на границе многоугольника PQRS, например на отрезке PQ. Что это означает? Звено образует равные углы с осями X, Y, поэтому в переливании не участвует третий бочонок. Кроме того, этот бочонок полон. В первых двух бочонках вместе содержится $x + y = 3$ ведра жидкости, так что переливание закончится, если станет пустым первый бочонок ($x = 0$, точка Q) или второй бочонок ($y = 0$, точка P). Точно так же можно рассуждать и для других сторон многоугольника PQRS. Мы выяснили, что если некоторое звено ломаной лежит на границе PQRS, то его конец обязательно совпадает с одной из точек P, Q, R или S.

Наша задача на геометрическом языке выглядит теперь так: соединить точку А с точкой В ломаной, все вершины которой лежат на границе многоугольника, а звенья параллельны осям X, Y или образуют равные углы с осями. При этом, если звено лежит на стороне многоугольника, то его конец должен совпадать с одной из вершин.

В таком виде задача становится нагляднее, и требуемые ломаные без труда находятся (см. рис.28, 29).

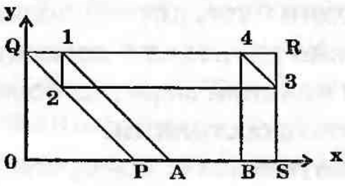


Рис. 28

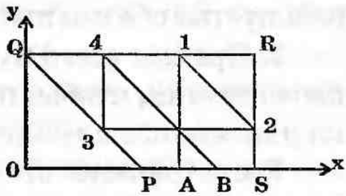


Рис.29

На клетчатой бумаге проведение ломаных не составляет никакого труда, так как все звенья проходят через узлы решетки, а вершины совпадают с узлами. Ломаные, представленные на рис. 28, 29, соответствуют первому и второму решениям, в чем легко убедиться.

В других задачах роль четырехугольника PQRS могут играть другие многоугольники: параллелограмм , пятиугольник. Могут встретиться шестиугольники, причем 6 — это максимальное возможное число сторон. Формулировка задачи при этом остается той же самой, изменятся многоугольник и положения точек А, В.

Геометрическое представление задачи и ее решения наглядно, однако выполнение всех построений отнимает лишнее время, требует бумаги и карандаша. Попробуем на основе геометрических соображений дать рекомендации, как в любой подобной задаче найти требуемый способ (если он существует), не прибегая к построениям.

Вершины многоугольника соответствуют распределениям жидкости, при которых сразу два бочонка находятся в граничном состоянии (оба пусты; оба полны; один пуст, другой полон).

I. Прежде всего нужно добиться с помощью переливаний, чтобы, по крайней мере два бочонка находились в граничном состоянии.

Геометрически это соответствует тому, что мы строим ломаную, начинающуюся в точке А и кончающуюся в какой-либо вершине многоугольника.

II. Следует обойти все вершины многоугольника, переливая на каждом шаге жидкость из бочонка, который не участвовал в предыдущем переливании, и не изменяя содержимого одного из бочонков, находящихся в граничном состоянии.

Геометрически последовательное применение правила II означает переход от вершины многоугольника к соседней с ним вершине и так далее. Вершин не более шести, поэтому, применяя правило II не более шести раз, мы вернемся к распределению, которое нам ранее уже встречалось.

Если, применяя правило I, мы не попали в В и если В отлично от вершин многоугольника (применение II не дает нам В), то далее нужно поступать следующим образом.

III. Отправляясь от точки А, а также от распределений, соответствующих каждой вершине многоугольника, совершать переливания, не приводящие к ранее встречавшимся распределениям, пока это будет возможно сделать, или встретится распределение В. При этом, как легко видеть, в переливании должны участвовать бочонок, находящийся в граничном состоянии, и бочонок, не участвовавший в предыдущем переливании.

Из геометрических соображений следует, что если это можно сделать, то единственным способом (из точки А иногда можно провести две ломаные, как в рассмотренной задаче). Если применение правила III не приведет к распределению В, то, значит, переливаниями из А в В перейти невозможно.

СКАЗКИ И СТАРИННЫЕ ИСТОРИИ

Крестьянин и черт

Задача разрешается очень легко, если только решение ее начать с конца, приняв во внимание, что после третьего перехода у крестьянина оказалось ровно 24 коп., которые он должен был отдать.

В самом деле, если после последнего перехода у крестьянина оказалось ровно 24 коп., то, значит, перед этим переходом у него было 12 коп. Но эти 12 коп. получились после того, как он отдал 24 коп., значит, всего денег у него было 36 коп. Следовательно, второй переход он начал с 18 коп., а эти 18 коп. получились у него после того, как он в первый раз перешел мост и отдал 24 коп. Значит, всего после первого перехода у него было денег 18 да 24 коп., т. е. 42 коп. Отсюда ясно, что перед тем, как первый раз вступить на мост, крестьянин имел в кармане 21 коп. собственных денег.

Прогадал крестьянин! Видно, что на чужой совет всегда надо еще свой ум иметь.

Крестьяне и картофель

Третий крестьянин оставил для товарищей 8 картофелин, т. е. каждому по 4 штуки. Значит, и сам он съел 4 картофелины. После этого легко сообразить, что второй крестьянин оставил своим товарищам 12 картофелин, по 6 на каждого, значит, и сам съел 6 штук. Отсюда следует, что первый крестьянин оставил товарищам 18 картофелин, по 9 штук на каждого, значит, и сам съел 9 штук.

Итак, хозяйка подала на стол 27 картофелин, и на долю каждого поэтому приходилось по 9 картофелин. Но первый крестьянин всю свою долю съел. Следовательно, из восьми оставшихся картофелин приходится на долю второго 3, а на долю третьего 5 штук.

Два пастуха

Задача старинная и многим известная.

Ясно, что овец больше у первого пастуха, у Ивана. Но на сколько у него больше, чем у Петра?

Если Иван отдаст одну овцу не Петру, а кому-либо другому, то станет ли у обоих пастухов овец поровну? Нет, потому что поровну у них было бы только в том случае, если бы эту овцу получил Петр. Значит, если Иван отдаст одну овцу не Петру, а третьему лицу, то у него все-таки будет больше овец, чем у Петра, но на сколько больше? Ясно, что на одну овцу, потому что если прибавить теперь к стаду Петра одну овцу, то у обоих станет поровну. Отсюда следует, что пока Иван не отдаст никому ни одной своей овцы, то у него в стаде на две овцы больше, чем у Петра.

Теперь примемся за второго пастуха, за Петра. У него, как мы нашли, на две овцы меньше, чем у Ивана. Значит, если Петр отдаст, скажем, одну свою овцу не Ивану, а кому-либо иному, то тогда у Ивана будет на три овцы больше, чем у Петра. Но пусть эту овцу получит именно Иван, а не третье лицо. Ясно, что тогда у него будет на четыре овцы больше, чем осталось у Петра.

Но задача говорит, что у Ивана в этом случае будет ровно вдвое больше овец, чем у Петра. Стало быть, четыре и есть именно то число овец, которое останется у Петра, если он отдаст одну овцу Ивану, у которого получится восемь овец. А до предполагаемой отдачи, значит, у Ивана было 7, а у Петра 5 овец.

Недоумение крестьянок

Недоумение крестьянок разрешается очень быстро, если сообразим, что, сложив свои яблоки вместе и начав их продавать сообща, они, сами того не замечая, продавали их уже по другой цене, чем раньше.

Возьмем, например, двух последних крестьянок и рассмотрим, что они, в сущности, сделали.

Пока первая и вторая думали продавать свои яблоки отдельно, цена одного яблока у первой была полкопейки, а у второй — треть копейки. Когда же они сложились и начали продавать каждые пять яблок по 2 коп., то цена каждого яблока стала уже 2/5 коп.

Значит, первая крестьянка все свои яблоки продала не по полкопейки за штуку, а по 2/5 коп. и на каждом яблоке теряла по 1/10 коп.

$$\frac{1}{2}-\frac{2}{5}=\frac{5-4}{10}=\frac{1}{10}$$

а на всех тридцати яблоках она потеряла 3 коп.

Вторая же крестьянка, наоборот, вошедши в компанию, выигрывала на каждом яблоке по 1/15 коп.

$$\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{6-5}{15}=\frac{1}{15},$$

а на всех тридцати яблоках выиграла, значит, 2 коп.

Первая потеряла 3 коп., а вторая выиграла только 2 коп. В общем, все-таки копейка потеряна.

Путем подобных же рассуждений легко узнать, почему у первых двух крестьянок оказалась «лишняя» копейка.

Находка

Крестьяне не умели правильно складывать дроби. В самом деле, сложите все части, на которые крестьяне хотели поделить находку:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{57}{60}.$$

Значит, они все вместе хотели получить меньше, чем нашли (нашли они 60/60). Найденные деньги вместе с деньгами верхового были разделены на 60 частей; из них 57/60 отданы крестьянам, а 3/60, или 1/20, остались у верхового. Но мы знаем, что у верхового осталось 3 руб. Значит, 1/20 всех денег составляют 3 рубля; следовательно, всех денег было 3 x 20 = 60 руб. Карп получил из этих денег 1/4 часть, т. е. 15 руб.; но, если бы верховой не приложил своих денег, Карп должен был бы получить на 25 коп. меньше, т. е. 15 руб. — 25 коп. = 14 руб.75 коп.: такова 1/4 часть найденных денег. Отсюда заключаем, что найдено было 14 руб. 75 руб. x 4 = 59 руб. С деньгами верхового стало 60 руб.; значит, верховой действительно приложил 1 рубль. Приложил он рубль, а увез 3 рубля: 2 рубля выгадал себе за умный дележ.

Какие же деньги были найдены в кошельке?

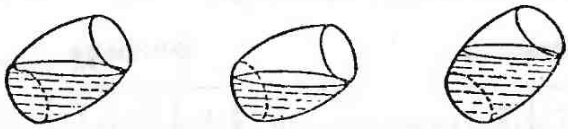
Пять бумажек по 10 руб., одна в 5, одна в 3 и одна в 1 рубль. Сидору верховой дал 20 руб.: две десятирублевки; Карпу — 15 руб.: десятирублевку и пятирублевку; Пахому — 12 руб.: десятирублевку и две рублевки (одну — найденную, другую — свою); Фоке — последнюю десятирублевку, а трехрублевку взял себе.

Дележ верблюдов

Мудрец пустился на уловку. Он прибавил к стаду на время своего верблюда, тогда их стало 18. Разделив это число, как сказано в завещании (старший брат получил $18 \times \frac{1}{2} =$ верблюдов, средний $18 \times \frac{1}{3} =$ верблюдов, младший $18 \times \frac{1}{9} =$ верблюда), мудрец взял своего верблюда обратно ($9 + 6 + 2 + 1 = 18$). Секрет, как и в предыдущей задаче, заключается в том, что части, на которые по завещанию должны были делить стадо сыновья, в сумме не составляют 1. Действительно,

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{17}{18}$$

Если вода в бочке налита ровно до половины, то наклонив бочку так, чтобы уровень воды пришелся как раз у края бочки, мы увидим, что высшая точка дна находится также на уровне воды (рис. 30, а). Это случится потому, что плоскость, проведенная через диаметрально противоположные точки верхней и нижней окружности бочки, делит ее на две равные части. Если вода налита менее чем до половины, то при таком же наклоне бочки из воды должна выступить часть дна (рис. 30, б). Наконец, если воды в бочке более половины, то при наклоне дно окажется под водой (рис. 30, в).



а б в

Рассудив именно так, работник справился с заданием.

Расстановка часовых

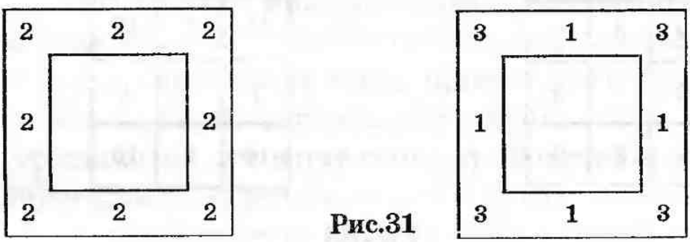


Рис.31

Обманутый хозяин

Слуга брал себе по бутылке из каждого среднего отделения и из тех же отделений, чтобы обмануть хозяина, после каждого воровства прибавлял по бутылке в угловые отделения. Так он воровал 4 раза по 4 бутылки, а всего, значит, унес 16 бутылок. Все это видно из рис. 32 . Слуга мог расставлять бутылки и другими способами. Но всегда в первом и третьем столбцах квадрата он должен был бы оставлять по 21 бутылке и потому не мог бы унести более 60 – 2 x 21 = 18 бутылок, т. е. совершить более четырех краж

1-я кража

7	7	7
7		7
7	7	7

2-я кража

8	5	8
5		5
8	5	8

3-я кража

9	3	9
3		3
9	3	9

4-я кража

10	1	10
1		1
10	1	10

Рис. 32

Сказка об Иване-цареввече

В первом случае в пещере остался 21 человек. Рассадить их с соблюдением условия, чтобы вдоль каждой стены находилось 9 человек, можно многими способами. Один из них показан на рис.33.

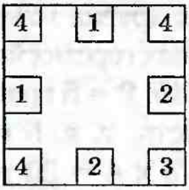


Рис. 33

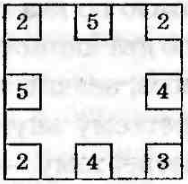


Рис. 34

Во втором случае требуется рассадить 27 человек. Одно из возможных решений представлено на р.34.

За грибами

Нетрудно видеть, что третьему внуку дед дал грибов меньше всего, потому что третий внук должен был набрать еще столько же грибов, чтобы сравняться с братьями. Для простоты скажем, что третьему внуку дед дал грибов одну горсть. Сколько же он дал таких же горстей четвертому?

Третий внук принес домой 2 горсти, потому что сам еще нашел столько же грибов, сколько дал ему дед. Четвертый внук принес домой ровно столько же грибов, сколько и третий, т. е. тоже 2 горсти; но он половину своих грибов растерял по дороге, значит, дед дал ему 4 горсти.

Первый внук принес домой 2 горсти, но из них 2 гриба он сам нашел, значит, ему дед дал 2 горсти без двух грибов. Второй внук принес домой 2 горсти, да по дороге он потерял 2 гриба; значит, дед ему дал 2 горсти да еще два гриба.

Итак, дед роздал внукам 1 горсть, да 4 горсти, да 2 горсти без двух грибов, да 2 горсти с двумя грибами, итого 9 полных горстей (в двух горстях не хватало по два гриба, зато в двух других горстях было по два лишних гриба). В 9 равных горстях было 45 грибов; значит, в каждой горсти 45: 9 = 5 грибов.

Третьему внуку дед дал 1 горсть, т. е. 5 грибов; четвертому — 4 горсти, т. е. 5 х 4 = 20 грибов; первому — 2 горсти без двух грибов, т. е. (5 х 2) – 2 = 8 грибов; второму — 2 горсти с двумя грибами, т. е. (5 х 2) + 2 = 12 грибов.

Сколько было?

Задача, очевидно, сводится к нахождению такого числа, которое делится нацело (т. е. без остатка) на 7, а при делении на 2, 3, 4, 5 и 6 дает в остатке 1.

Наименьшее число, которое делится без остатка на число 2, 3, 4, 5 и 6 (наименьшее кратное этих чисел), есть 60. Нужно, значит, найти такое число, которое делилось бы на 7 нацело и было бы вместе с тем на одну единицу больше числа, делящегося на 60. Такое число можно найти путем последовательных попыток: 60, деленное на 7, дает в остатке 4, следовательно, 2 х 60 дает в остатке единицу (2 х 4 = 8; 8 – 7 = 1). Значит,

2 х 60 = числу, кратному 7 + 1,

откуда следует, что

(7 х 60 – 2 х 60) + 1 = числу, кратному 7, т. е.
5 х 60 + 1 = числу, кратному 7,
5 х 60 + 1 = 301.

Итак, наименьшее число, решающее задачу, есть 301. То есть *наименьшее число яиц, которое могло быть в корзине у женщины, есть 301.*

Часы поставлены верно

Вопрос, очевидно, сводится к тому, чтобы знать точное время при возвращении домой. Петр рассуждал так. Я завожу свои часы и перед уходом замечаю их показание, которое, положим, равно a. Приходя к знакомому, немедленно справляюсь у него о времени, и пусть его часы показывают b. Перед уходом от знакомого опять замечаю время по его часам, которые на этот раз показывают c. Придя домой, я немедленно замечаю, что мои часы показывают d. По этим данным легко определить искомое показание часов. Разность $d - a$ покажет время моего отсутствия дома. Разность $c - b$ — время, проведенное мною у знакомого. Разность $(d-a) - (c-d)$, полученная от вычитания второго времени из первого, даст время, проведенное мною в дороге. Половина этого времени $\frac{b+d-a-c}{2}$ употреблена мною на обратную дорогу. Прибавим эту половину к c, получим это и $\frac{b+c+d-a}{2}$ будет точное показание часов при моем возвращении домой.

Восстановление записи

По условию вся вырученная сумма, очевидно, не превышает 9997 руб.28 коп. Значит, число проданных кусков не более 999728: 4936, т. е. не более 202 кусков.

Последняя цифра неизвестного числа кусков должна быть такова, чтобы она, будучи умножена на 6, давала произведение, оканчивающееся на 8; такая цифра может быть 3 или 8.

Положим, что последняя цифра неизвестного числа кусков равна 3. Стоимость трех кусков равна — 14808 коп.Вычитая это число из вырученной суммы, мы должны получить число, оканчивающееся на 920.

Если предположить, что последняя цифра равна 3, то вторая от конца цифра может быть или 2, или 7, так как только эти цифры, будучи умножены на 6, дают произведения, оканчивающиеся на 2.

Положим, что неизвестное число оканчивается на 23. Вычитая стоимость 23 кусков из всей вырученной суммы, получим число, оканчивающееся на 200. Третья цифра может быть или 2, или 7; но так как неизвестное число не превосходит 202, то наше предположение неверно.

Если бы мы предположили, что неизвестное число оканчивается на 73, то третья цифра была бы равна 4 или 9; такое предположение тоже неверно.

Итак, последняя цифра не может быть 3; остается предположить, что она равна 8. Рассуждения, подобные предыдущим, покажут нам, что вторая цифра может быть или 4, или 9; из этих двух предположений верным может быть только второе.

Задача имеет одно решение: число проданных кусков равно 98, вся вырученная сумма равна 4837 руб.28 коп.

Хитрецы

Надо начинать счет с 6-го солдата, сидящего по левую руку от хозяина. Во втором же случае — с 5-го из солдат направо от хозяина.

Спор кучера с пассажирами

В пылу спора кучер не смог представить, сколь велико количество запряжек, которые он должен сделать. Подсчитаем же мы это количество.

Обозначив лошадей цифрами 1, 2, 3, 4, 5, мы должны выяснить, сколькими способами можно преставить эти пять цифр.

Две цифры можно переставить двумя способами: (1,2) и (2,1). Перестановок из трех 1,2,3, начинающихся с цифры 1, будет также две. Но это число не зависит от того, какая фиксированная цифра из трех стоит на первом месте. Значит, всего перестановок из трех цифр будет $3 \times 2 = 6$:

123 132 213 231 312 321

Продолжая далее, мы находим, что перестановок из четырех цифр с фиксированной первой цифрой будет 6 и множество всех перестановок из 4 цифр распадается на 4 группы по 6 перестановок, начинающихся с одной и той же цифры — 1, 2, 3 или 4. Так что всех перестановок будет $4 \times 6 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. Аналогично, множество всех перестановок из 5 цифр состоит из 5 групп по 24 перестановки, начинающихся с одной цифры — 1, 2, 3, 4 или 5. Всего их будет

$$5 \times 24 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120.$$

Можно доказать, что множество перестановок из n цифр $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ равняется произведению $1 \times 2 \times 3 \ldots n$. Это число обозначается $n!$

Вернемся к нашей задаче. Итак, кучеру предстояло сделать 120 перепряжек. Если он на каждую затратит только минуту времени, то на все ему понадобится 2 часа. Кучер проспорил.

Кто на ком женат?

Если один из мужчин купил, скажем, x предметов, то по условию он заплатил за них x^2 копеек. Если его жена купила y предметов, то она заплатила за них y^2 копеек. Значит, имеем $x^2 - y^2 = 48$, или $(x-y) \times (x+y) = 48$.

Числа x, y по условию целые и положительные. Это возможно только в том случае, когда $x-y$ и $x+y$ четны и $x+y > x-y$. Разлагая 48 на сомножители, видим, что имеется только три удовлетворяющие этому условию возможности: $48 = 2 \times 24 = 4 \times 12 = 6 \times 8$, или

$$\begin{cases} x_1 - y_1 = 2 \\ x_1 + y_1 = 24, \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 - y_2 = 4, \\ x_2 + y_2 = 12, \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 - y_3 = 6, \\ x_3 + y_3 = 8. \end{cases}$$

Решая эти системы уравнений, находим

$$x_1 = 13,\ y_1 = 11,\ x_2 = 8,\ y_2 = 4,\ x_3 = 7,\ y_3 = 1.$$

Отыскивая те значения x и y, разность которых равна 9, находим, что Иван купил 13 предметов, Екатерина — 4 предмета. Точно так же Петр купил 8 предметов, Мария — 1 предмет. Таким образом, имеем следующие пары:

$$\begin{cases} \text{Иван 13} \\ \text{Анна 11} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Петр 8} \\ \text{Екатерина 4} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Алексей 7} \\ \text{Мария 1} \end{cases}$$

ЛОГИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК

АБСТРАКТНОЕ ПОНЯТИЕ — понятие, в котором отображен не конкретный предмет как таковой, а какое-либо свойство предмета или отношение, в котором он находится к другим предметам.

АБСТРАКТНОЕ ТОЖДЕСТВО — временное отвлечение, абстрагирование от различий в предметах. Оно является относительным, имеющим значение лишь в пределах определенного контекста.

АБСТРАКЦИЯ «АБСОЛЮТНОЙ ОСУЩЕСТВИМОСТИ» — применяемая в классической математике и логике более сильная абстракция, чем абстракция потенциальной (возможной) осуществимости, в соответствии с которой осуществимым считается всякий объект, который можно мыслить без противоречия.

АБСУРД — бессмыслица, нелепость. Свести к абсурду — значит доказать, что в чем-либо заключается скрытое противоречие, и тем самым опровергнуть его.

АВТОЛОГИЯ — употребление слова в его собственном значении, в противоположность переносному значению.

АВТОНИМНОЕ УПОТРЕБЛЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЯ — такое употребление выражений, когда имена используются как имена самих себя, например, «Береза — слово, состоящее из трех слогов».

АДЕКВАТНЫЙ — одинаковый, вполне соответствующий, равный, тождественный.

АКСИОМА — истинное положение, утверждение, которое не требует доказательства, в нем содержание логического сказуемого заключено в содержании логического подлежащего.

АНАЛОГИЯ — подобие, сходство предметов в каких-либо свойствах и отношениях. Умозаключение по аналогии — такое умозаключение, по которому в результате делается вывод, что исследуемый предмет, возможно, имеет признак X, поскольку все предметы из области, которой принадлежит этот предмет, имеют признак X.

АНТЕЦЕДЕНТ — первый член импликации, характеризующий причинные условия.

АНТИНОМИЯ — противоположность между двумя суждениями, взаимоисключающими друг друга, но в то же время производящими впечатление, что оба могут быть логически доказаны в качестве правильных.

АНТИТЕЗА — положение, противоположное тезису, т. е. какому-либо исходному утверждению.

АНТИФРАЗИС — такая речь, в которой слова выражают обратное тому, что думает оратор.

АНТИЦИПАЦИЯ — предвосхищение, догадка. Может использоваться как выражение предвзятого мнения.

АНТОНИМЫ — слова, имеющие противоположные значения и употребляющиеся для характеристики контрастов.

АПОГОГИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО — непрямое, косвенное доказательство, стремящееся доказать, что истинным является не тезис, а ложное выражение, противоположное ему.

АПОРЕМА — трудно разрешимая логическая проблема, затруднение.

АПОРИЯ — безвыходное положение. Термин, с помощью которого античные философы и логики обозначали противоречия в понятиях, непреодолимые логические затруднения.

АПОСТЕРИОРНОЕ ЗНАНИЕ — знание, приобретенное из опыта, путем чувственного восприятия.

АПОФАНСИС — термин, которым в логике обозначалось суждение, высказывание о присущности или неприсущности.

АППРОКСИМАЦИЯ — приближенное выражение каких-либо величин через другие, более простые.

АПРИОРНЫЙ — предшествующий опыту, не зависимый от опыта.

АРГУМЕНТ — довод доказательства, основание вывода, положение, с помощью которого обосновывается тезис.

АРГУМЕНТАЦИЯ — приведение доводов для доказательства тезиса или опровержения антитезиса.

АТОМАРНОЕ ВЫСКАЗЫВАНИЕ — исходные высказывания в логике, не разложимые на более простые составляющие.

АФРОНТ — резкий отпор в споре, дискуссии.

BARBARA — условное обозначение одного из модусов первой фигуры простого категорического силлогизма (ААА), у которого и посылки и заключение являются общеутвердительными суждениями.

BAROCO — условное обозначение одного из модусов второй фигуры простого категорического силлогизма (АОО), в котором из общеутвердительной и частноотрицательной посылок делается частноотрицательное заключение.

БЕЗОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОНЯТИЕ — понятие, которое не находится в непосредственной связи с другими понятиями.

БЕЗУСЛОВНАЯ АНАЛОГИЯ — аналогия, которая применяется тогда, когда точно и определенно установлена связь между общими признаками, имеющимися у обоих сопоставляемых предметов.

БЕЗУСЛОВНОГО ТОЖДЕСТВА ЗАКОН — одна из форм тождества, согласно которой мысли, имеющие одно и то же содержание и выраженные в одной форме, считаются тождественными.

БЕЗУСЛОВНОЕ СУЖДЕНИЕ — суждение, в котором что-либо утверждается (отрицается) вне зависимости от какого-либо условия.

БЛИЖАЙШИЙ РОД — непосредственно более широкий класс предметов, в который в качестве вида входит рассматриваемый предмет.

BOCARDO — условное обозначение одного из модусов третьей фигуры простого категорического силлогизма (OAO), в котором из частноотрицательной и общеутвердительной посылок следует частноотрицательное заключение.

БОЛЬШАЯ ПОСЫЛКА — посылка, в которую входит большой термин.

БОЛЬШОЙ ТЕРМИН — термин, который является предикатом заключения простого категорического силлогизма.

BRAMANTIP — условное обозначение одного из модусов четвертой фигуры простого категорического силлогизма (AAI), в котором из общеутвердительных посылок следует частноутвердительное заключение.

ВВЕДЕНИЯ ДИЗЪЮНКЦИИ ПРАВИЛО — правило, согласно которому к доказательству можно присоединить дизъюнкцию, если какой-либо член этой дизъюнкции уже имеется в доказательстве.

ВВЕДЕНИЯ ИМПЛИКАЦИИ ПРАВИЛО — правило, которое формулируется так: если конечная последовательность формул Г и высказывание А дает В, то в Г может быть принята импликация вида: если А, то В.

ВВЕДЕНИЯ КОНЪЮНКЦИИ ПРАВИЛО — правило, заключающееся в том, что к доказательству можно присоединить конъюнкцию, если в числе строк доказательства имеются оба ее члена.

ВВЕДЕНИЯ ОТРИЦАНИЯ ПРАВИЛО — правило, согласно которому из двух импликаций, имеющих одинаковый антецедент и противоречащие консеквенты, следует отрицание одинакового консеквента.

ВВЕДЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ПРАВИЛО — правило, по которому к доказательству можно присоединить эквивалентность, если в доказательстве имеются импликации вида: если В, то В: если В, то А.

ВЕРИФИКАЦИЯ — принцип установления осмысленности, т. е. возможности какого-либо высказывания оказаться истинным или ложным. Это логический смысл верификации. В общеметодологическом смысле это установление фактуальности, достоверности, правдоподобности.

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ЛОГИКА — логика, исследующая вероятностные суждения, базирующиеся не только на двух значениях истинности (истина и ложь), но и на значениях, располагающих между истинностью и ложностью.

ВЕРОЯТНОСТЬ — степень возможности какого-либо определенного события.

ВЗАИМНО-ОДНОЗНАЧНОЕ ОТНОШЕНИЕ — такое отношение, когда каждому значению у, входящему в формулу xRy, соответствует одно единственное значение x.

ВЗАИМНО-ОДНОЗНАЧНОЕ СООТВЕТСТВИЕ — такое соответствие между элементами двух множеств, когда каждому элементу первого множества некоторым образом поставлен в соответствие один определенный элемент второго множества.

ВЗАИМОЗАМЕНИМОСТИ ПРИНЦИП — принятое в логической семантике положение, согласно которому возможна такая замена языкового выражения другим языковым выражением в данном контексте, что при этом логический смысл контекста не меняется.

ВИДОВОЕ ОТЛИЧИЕ — признак, отличающий предмет одного вида от других видов, входящих в один и тот же род.

ВИДОВОЕ ПОНЯТИЕ — понятие, которое отображает существенные признаки класса предметов, являющихся видом какого- либо рода.

ВИРТУАЛЬНЫЙ — такой возможный объект, который нами еще не воспринимается как нечто вполне определенное, но способный при наличии некоторых условий возникнуть, проявиться.

ВРЕМЕННАЯ (ТЕМПОРАЛЬНАЯ) ЛОГИКА — одно из направлений современой модальной (неклассической) логики, применяющее логический аппарат для анализа корректности суждений, содержащих в себе модальности временной упорядоченности явлений, отношений и действий типа « раньше», «позднее», «одновременно» и т. д.

ВСЕГДА-ИСТИННЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ (ТАВТОЛОГИИ) — высказывания, которые всегда принимают только значение «истина».

ВСЕГДА-ЛОЖНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ (ЛОГИЧЕСКИЕ ПРОТИВОРЕЧИЯ) — высказывания, принимающие только значение «ложь».

ВТОРАЯ ФИГУРА ПРОСТОГО КАТЕГОРИЧЕСКОГО СИЛЛОГИЗМА — фигура, в которой средний термин M в обеих посылках является субъектом. Вторая фигура имеет следующий вид:

$$\frac{\begin{array}{c}P - M \\ S - M\end{array}}{S - P}$$

ВЫВОД — последовательность высказываний или формул, состоящая из аксиом, посылок и ранее доказанных высказываний (теорем). Последняя из формул данной последовательности, выведенная как непосредственное следствие предыдущих формул по одному из правил вывода, представляет собою доказуемую формулу.

ВЫВОДИМОСТИ ЗНАК — принятый в логике знак , обозначающий отношение выводимости последующего из предыдущего: А В — означает, что В выводится из А.

ВЫПОЛНИМАЯ ФОРМУЛА — формула, которая при своем исчислении на выходе (в последнем действии) дает хотя бы одно значение «истина».

ВЫСКАЗЫВАНИЕ — термин в логике, которым обозначается логический смысл какого-либо простого повествовательного предложения естественного языка.

ГЕНЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД — метод исследования какого-либо предмета, основанный на анализе процесса его возникновения, становления, перехода от низших ступеней к высшим.

ГЕНЕТИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО — вид доказательства, в котором используется генетический метод.

ГЕНЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ — определение, в котором указывается на происхождение предмета.

ГЕРМЕНЕВТИКА — раздел эпистемологии и методологии науки, связанный с истолкованием текстов, их пониманием, смыслом.

ГИПОСТАЗИРОВАТЬ — утверждать о существовании каких-либо объектов на том только основании, что существуют слова, обозначающие такие объекты.

ГИПОТАКСИС — подчинение или зависимость чего-либо от другого.

ГИПОТЕЗА — вероятное предположение о причине какого-либо явления, достоверность чего еще не доказана ни наукой, ни практикой.

ГИПОТЕТИКО-ДЕДУКТИВНЫЙ МЕТОД — способ научного исследования, согласно которому вначале выдвигаются несколько гипотез о причинах изучаемых явлений, а затем дедуктивным путем из гипотез выводятся следствия.

ГИСТЕРЕЗИС — отставание следствия от вызывающей его причины.

ГЛОССА — интерпретация непонятного или малоупотребимого слова.

ГЛОССОЛАЛИЯ — бессмысленные слова или словосочетания.

ГОМОГЕННЫЙ — однородный, состоящий из одних и тех же компонентов.

ГОМОМОРФИЗМ — такое отношение между двумя совокупностями объектов, когда каждому объекту (а) первой совокупности ставится в соответствие только один предмет (в) из второй совокупности.

DARAPTI — условное обозначение одного из модусов третьей фигуры простого категорического силлогизма (AAI), в котором из двух общеутвердительных посылок следует частноутвердительное заключение.

DARII — условное обозначение одного из модусов первой фигуры простого категорического силлогизма (AII), в котором из общеутвердительной и частноутвердительной посылок следует частноутвердительное заключение.

DATISI — условное обозначение одного из модусов третьей фигуры простого категорического силлогизма (AII), в котором из общеутвердительной и частноутвердительной посылок следует частноутвердительное заключение.

ДЕДУКТИВНОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО — одна из форм доказательства, когда тезис, являющийся частным суждением, подводится под общее правило.

ДЕДУКТИВНОЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ — умозаключение, которое обеспечивает при истинности посылок и соблюдении правил логического вывода истинность заключения, следующего из этих посылок.

ДЕДУКЦИЯ — в широком смысле — такая форма мышления, когда новая мысль выводится чисто логическим путем. В узком смысле, принятом в традиционной логике, это дедуктивное умозаключение. В целом в логике, дедукция — это последовательность мыслей или суждений, каждый компонент которой логически вытекает из предыдущих мыслей или суждений.

ДЕДУЦИРОВАТЬ — выводить какие-либо заключения из данных посылок по правилам логики.

ДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ПОНЯТИЙ — логическая операция, заключающаяся в том, что предметы, отображенные в понятии, делятся на виды.

ДЕЛИМОЕ ПОНЯТИЕ — понятие, объем которого подвергается делению.

ДЕМОНСТРАЦИЯ — логическое рассуждение, в процессе которого из аргументов выводится истинность или ложность тезиса.

ДЕНОМИНАЦИЯ — переименование.

ДЕНОТАТ — в самом широком смысле — вещь, предмет, который мы имеем в виду, обозначая собственным именем.

ДЕОНТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА — один из разделов современной модальной логики, применяющей логические средства и методы для анализа корректности рассуждений, включающих в себя суждения, содержащие модальности типа «обязательно», «разрешено», «запрещено» и подобные им. Деонтическая логика используется для изучения отношений долженствования, структуры норм и нормативных кодексов.

ДЕСИГНАТ — значение имени, объект, обозначаемый посредством данного имени.

ДЕСКРИПТИВНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ — описывающее предложение, которое может квалифицироваться с точки зрения истинности.

ДЕСКРИПЦИЯ — логико-лингвистический термин, который предназначен для указания на предметы в виде дополнительного имени, например: « тот, который... ».

ДЕФИНИЕНДУМ — часть определения, тот термин, значение которого требуется уточнить.

ДЕФИНИЕНС — тот термин, посредством чего уточняется значение неизвестного термина.

ДЕФИНИЦИЯ — логическая операция определения.

ДИЗЪЮНКТИВНАЯ НОРМАЛЬНАЯ ФОРМА — (ДНФ) — форма высказывания, состоящая из дизъюнкции конъюнкций, при этом каждый член конъюнкции есть элементарное высказывание или его отрицание. С помощью ДНФ можно установить, является ли то или иное выражение всегда ложным; если каждый член дизъюнкции ложный, то вся дизъюнкция будет всегда ложным выражением.

ДИЗЪЮНКЦИЯ — логический оператор, предназначенный для экспликации грамматического слова «или».

DIMARIS — условное обозначение одного из модусов четвертой фигуры простого категорического силлогизма (IAI), в котором частноутвердительное заключение следует из частноутвердительной и общеутвердительной посылок.

DISAMIS — условное обозначение одного из модусов третьей фигуры простого категорического силлогизма (IAI), в котором первая посылка — частноутвердительное суждение, вторая — общеутвердительное, а заключение имеет вид частноутвердительного суждения.

ДИСКУРСИВНЫЙ — обоснованный предыдущими суждениями.

ДИСТРИБУТИВНОСТИ ЗАКОН — закон, выражающий следующее отношение:

$$а\,(в+с) = ав + ас.$$

ДИХОТОМИЧЕСКОЕ ДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ПОНЯТИЯ — вид деления объема понятия, когда объем делится на два противоречащих друг другу видовых понятия А и не-А, полностью исчерпывающих объем делимого понятия.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО — в широком смысле логическое действие, в процессе которого устанавливается истинность какой-либо мысли. В логике под доказательством понимается последовательность формул, в которой каждая формула является либо аксиомой, либо следует из предшествующих формул по правилам вывода.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОТ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ — вид доказательства, когда доказываемое суждение выводится путем допущения какого-либо предположения.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОТ ПРОТИВНОГО — вид косвенного доказательства, в котором допускается ложность доказываемого тезиса, из чего выводятся последствия, противоречащие этому. Такие последствия служат косвенным обоснованием истинности доказываемого тезиса.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ПО СУЩЕСТВУ — доказательство, в котором исследуется содержание оснований и логическая связь между ними.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО РАЗБОРОМ СЛУЧАЕВ — доказательство, которое можно сформулировать так: если конечная последовательность формул Г и формула А дают формулу С и та же последовательность и формула В дают формулу С, то последовательности Г А или В дают С.

ДОСТАТОЧНОГО ОСНОВАНИЯ ЗАКОН — один из четырех законов формальной логики, согласно которому всякая истина должна быть обоснована другими мыслями, истинность которых доказана.

ЕДИНИЧНОЕ ВЫСКАЗЫВАНИЕ — высказывание об индивиде.

ЕДИНИЧНОЕ ПОНЯТИЕ — понятие, в котором отображаются признаки какого-то одного единственного предмета.

ЕДИНИЧНОЕ СУЖДЕНИЕ — такое суждение, в котором что-то утверждается или отрицается об отдельном предмете.

ЗНАК — материально -чувственно воспринимаемый объект, который символически отсылает нас к реальному объекту, обозначает его.

ЗНАЧЕНИЕ — характеристика именования предметов, которая характеризует то, чем данный объект является для людей. Это предмет, относительно которого формулируется понятие.

ИДЕМПОТЕНТНОСТИ ЗАКОН — закон, по которому из логики исключаются коэффициенты. Так, умножение двух высказываний А (конъюнкция) равносильно высказыванию А.

ИЗОМОРФИЗМ СИСТЕМ — отношение между объектами одинаковой, или тождественной структуры.

ИМПЕРАТИВ — безусловное требование, приказ.

ИМПЛИКАТИВНОЕ СУЖДЕНИЕ — суждение типа « если..., то... ». Оно выражает причинно-следственные отношения.

ИМПЛИКАЦИЯ — логический оператор, выражающий причинно-следственные отношения.

ИМЯ — языковое выражение, непосредственно обозначающее какой-либо предмет.

ИНВЕРСИЯ — преобразование условного суждения в новое условное суждение.

ИНДУКТИВНАЯ ЛОГИКА — раздел логики, в котором исследуются умозаключения, в которых мысль развивается от единичного к общему.

ИНДУКТИВНОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО — форма доказательства, когда тезис, являющийся общим суждением, обосновывается с помощью частных суждений.

ИНДУКТИВНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ — такое определение, которое позволяет из некоторых исходных объектов теории путем применения к ним логических операций построить новые объекты теории.

ИНДУКЦИЯ — в широком смысле — это форма мышления, посредством которой мысль наводится на какое-либо общее правило, присущее всем единичным предметам какого-либо класса.

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ — нахождение по ряду данных значений функции промежуточных ее значений.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ — систематические приписывания формулам какого-либо искусственного языка значений истинности.

ИСКЛЮЧЕНИЯ ДИЗЪЮНКЦИИ ПРАВИЛО — правило, согласно которому, если имеется дизъюнктивное суждение А или В и доказано, что из А следует С и из В следует С, то, следовательно, можно вывести С.

ИСКЛЮЧЕНИЯ МЕТОД — способ доказательства какого-либо положения путем перечисления всех частных случаев, содержащихся в этом положении, доказывая их невозможность за исключением одного, относительно которого ведется доказательство.

ИСКЛЮЧЕННОГО ТРЕТЬЕГО ЗАКОН — один из основных законов формальной логики, согласно которому из двух противоречащих высказываний в одно и то же время и в одном и том же отношении одно непременно истинно.

ИСТИННОЕ ЗНАЧЕНИЕ — основное качество высказываний, связанное с приписыванием им значений «истинно» или «ложно».

ИСЧИСЛЕНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ — раздел классической (элементарной) логики, в котором анализируются рассуждения, включающие в себя высказывания.

ИСЧИСЛЕНИЕ ПРЕДИКАТОВ — раздел логики, в котором расширяются возможности классической логики и на основе логики высказываний в структуру рассуждений вводятся отношения типа «все» и «некоторые», называемые соответственно кванторами всеобщности и существования.

КАКОЛОГИЯ — ошибочное сочетание слов, нарушение обычных правил словоупотребления.

CAMENES — условное обозначение одного из модусов четвертой фигуры простого категорического силлогизма (AEE), в котором общеотрицательное заключение следует из общеутвердительного и общеотрицательного суждений.

CAMESTRES — условное обозначение одного из модусов второй фигуры простого категорического силлогизма (AEE), в котором первая посылка общеутвердительна, вторая — общеотрицательна и заключение является общеотрицательным суждением.

КАТАХРЕЗА — выражение, составленное из слов, обозначающих понятия, находящиеся в отношении противоречия друг к другу.

КАТЕГОРИЧЕСКИЙ СИЛЛОГИЗМ — силлогизм, в котором вывод получаются из двух посылок, являющихся категорическими суждениями.

КАТЕГОРИЧЕСКОЕ СУЖДЕНИЕ — суждение, высказывающее принадлежность или непринадлежность какого-либо признака предмету.

КВАНТОР — логический оператор логики предикатов, выражающий отношения всеобщности или единичности.

КЛАССИФИКАЦИЯ — распределение предметов какого-либо рода на взаимосвязанные классы согласно наиболее существенным признакам.

КЛАССИЧЕСКАЯ ЛОГИКА — одно из направлений современной математической логики, в котором каждому высказыванию приписывается значение истинности или лжи. В отличие от традиционной логики, основывающейся на этом же принципе, классическая логика связана с применением метода формализации.

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСТИНЫ — дано Аристотелем. Согласно ему определение истины есть совпадение мысли о предмете с самим предметом.

КОММУТАТИВНОСТИ ЗАКОН — закон логики, по которому результат операции, производимой над высказываниями, не зависит от того, в каком порядке берутся эти высказывания.

КОМПЛЕКСНАЯ ЛОГИКА — одно из направлений неклассической логики, в котором результат логического вывода определяется как следствие ранее добытых знаний.

КОНКРЕТНОЕ ПОНЯТИЕ — понятие, в котором отображен определенный предмет или класс предметов.

КОННОТАЦИЯ — дополнительные черты, которые сопутствуют основному содержанию данного высказывания.

КОНСЕКВЕНТ — заключительная часть импликации, символизирующая собою следствие, выводимое из причины.

КОНСТАНТА — в логике — постоянное выражение, значение которого не меняется.

КОНТРАПОЗИЦИИ ПРОСТОЙ ЗАКОН — закон, согласно которому, если из высказывания А следует высказывание В, то из отрицания высказывания В следует отрицание высказывания А.

КОНТРАРНОЕ ОТНОШЕНИЕ — отношение между противоположными суждениями, которые вместе не могут быть истинными, но оба могут быть ложными.

КОНЪЮНКЦИЯ — логический оператор, соответствующий грамматическому союзу «и».

КРУГ В ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ — логическая ошибка в доказательстве, заключающаяся в том, что истинность какого-либо тезиса обосновывается посредством того же самого положения, которое еще должно быть доказано.

ЛОГИЧЕСКИЕ ОШИБКИ — ошибки в умозаключениях, рассуждениях, определениях понятий, доказательствах и опровержениях. Ошибки делятся на следующие группы:

1) ложное основание или основное заблуждение, когда доказываемый тезис пытаются вывести из ложных посылок;
2) предвосхищение основания, когда доказываемый тезис пытаются вывести из таких посылок, которые сами еще не доказаны;
3) порочный круг в доказательстве, когда тезис выводится из посылок, которые, в свою очередь, выводятся из тезиса;
4) подмена тезиса, выражающаяся в том, что начав доказывать один тезис, в процессе доказательства он подменяется на другой;
5) чрезмерное доказательство, выражающееся в том, что доказывается слишком много, так что из данных посылок следует не только доказываемый тезис, но и какое-нибудь ложное положение.

ЛОГИЧЕСКИЙ СИНТАКСИС — раздел логики, связанный с изучением отношений внутри искусственного языка, безотносительно к тому, что эти выражения обозначают в действительности.

ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОТИВОРЕЧИЕ — логическая ошибка, связанная с тем, что в рассуждении допускается утверждение одновременно с его отрицанием.

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДСТВИЕ — суждение, получаемое в результате вывода из посылок по логическим правилам.

ЛОГОМАХИЯ — такой спор, когда спорящие, не определив вначале с точностью предмет спора, опровергают друг друга или не соглашаются друг с другом.

МЕНЬШАЯ ПОСЫЛКА — посылка категорического силлогизма, в которую входит меньший термин.

МЕНЬШИЙ ТЕРМИН — термин, который является в заключении простого категорического силлогизма субъектом.

МЕТАБАЗИС — уловка в споре, заключающаяся в том, что оппонент уклоняется от обсуждаемого вопроса и вместо него незаметно подключает другой вопрос.

МЕТАЯЗЫК — язык, на основе которого производится исследование какого-то другого языка.

МНОГОЗНАЧНАЯ ЛОГИКА — раздел логики, в которой используются кроме классических значений «истина» и «ложь» и другие значения.

МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА — неклассическая логика, связанная с применением методов логики для анализа рассуждений, включающих в себя модусы суждений, их модальности.

МОДАЛЬНОСТЬ — характеристика суждения в зависимости от его степени возможности, необходимости, обязательности и т. п.

MODUS TOLLENDO TOLLENS — разновидность разделительно-категорического силлогизма, когда первая посылка — разделительное суждение, вторая посылка утверждает один из членов разделительного суждения.

MODUS PONENS — латинское название первой формы гипотетического силлогизма, выражающегося формулой:

Если А есть В, то С есть Д
А есть В

Значит, С есть Д

MODUS TOLLENDO PONENS — разновидность разделительно-категорического умозаключения, имеющего вид:

$$\frac{\begin{array}{l}\text{А или В, или С}\\ \text{А есть С}\end{array}}{\text{А есть В}}$$

MODUS TOLLENS — латинское название формы гипотетического силлогизма, имеющего следующую формулу:

$$\frac{\begin{array}{l}\text{Если А есть В, то С есть Д}\\ \text{С не есть Д}\end{array}}{\text{А не есть В}}$$

МОДУСЫ ПРОСТОГО КАТЕГОРИЧЕСКОГО СИЛЛОГИЗМА — разновидности силлогизма, отличающиеся друг от друга по количеству и качеству суждений.

1 фигура	2 фигура	3 фигура	4 фигура
AAA	EAE	AAI	AAI
EAE	AEE	IAI	AEE
AII	EIO	AII	IAI
EIO	AOO	EAO	EAO
		OAO	EAO
		EIO	

МОЩНОСТЬ МНОЖЕСТВА — количество элементов, содержащихся в множестве.

НАТУРАЛЬНЫЙ РЯД — множество целых положительных чисел.

НЕВЫПОЛНИМАЯ ФОРМУЛА — формула, принимающая только значение «ложь».

НЕКОРРЕКТНЫЙ — неправильный.

НЕПОЛНАЯ ИНДУКЦИЯ — вид индуктивного умозаключения, в результате которого получается какой-нибудь общий вывод о всем классе предметов на основании знания лишь некоторых предметов данного класса.

НЕПОЛНАЯ АНАЛОГИЯ — такая аналогия, когда ход умозаключения идет следующим образом: предметы, сходные с С по некоторым свойствам, должны воспроизводить явления В, но из известных нам знаний о предмете, вследствие наибольшего сходства их с С, мы имеем сравнительно наибольшее основание предполагать, что он подойдет под очерченную группу, следовательно, имеем право и ожидать встретить в нем явление В.

НЕРАЗРЕШИМАЯ ТЕОРИЯ — такая теория, для которой не существует разрешимого метода, позволяющего решить для какой-то формулы этой теории, является ли она истинной или нет.

НЕРАЗРЕШИМАЯ ФОРМУЛА — такая формула, относительно которой нельзя однозначно сказать, доказуема она или опровержима.

НЕЯВНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ — такое определение, в котором определяемое проясняется не с помощью явным образом сформулированного определяющего, а в определенном контексте.

НОМИНАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ — объяснение значения слова, имени или термина, обозначающего это понятие.

НОМИНАТ — значение имени.

ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ — понятие, в котором отображены признаки класса предметов.

ОБЩЕЗНАЧИМАЯ ФОРМУЛА — формула, которая принимает только значение «истина».

ОБЩЕУТВЕРДИТЕЛЬНОЕ СУЖДЕНИЕ — суждение, которое имеет вид: «Все S есть P».

ОБЪЕМ ПОНЯТИЯ — множество предметов, которые объединены общим признаком, свойственным данному понятию.

ОМОНИМИЯ — логическая ошибка, которая происходит вследствие того, что одно и то же по звуку слово может употребляться в одном рассуждении для обозначения разных предметов.

ОПЕРАЦИОНАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ — определение, которое содержит в себе указание на какое-то действие, операцию.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧЕРЕЗ БЛИЖАЙШИЙ РОД И ВИДОВЫЕ ОТЛИЧИЯ — логическая операция, которая заключается в том, что для определяемого понятия подыскивается ближайший род с отличительными признаками вида.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ ЧЕРЕЗ ОТНОШЕНИЕ — операция, которая заключается в том, что определяемое понятие соотносится с другим понятием.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧЕРЕЗ ПРОТИВОПОЛОЖНОСТЬ — операция, посредством которой определяемое соотносится с противоположным понятием.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧЕРЕЗ АБСТРАКЦИЮ — определение, в котором свойства множеств определяются через установление отношения равенства между изучаемыми множествами.

ОПРОВЕРЖЕНИЕ — доказательство ложности тезиса.

ОСНОВАНИЕ ДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЯ — признак, который дает возможность разделить объем родового понятия на виды.

ОСТЕНСИВНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ — такое определение, когда непосредственно указывается предмет, который обозначается словом или термином.

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОНЯТИЕ — понятие, отображающее признаки предметов, существование которых связано с существованием других предметов.

ОТРИЦАНИЕ — логическая операция, заключающаяся в том, что истинному высказыванию противопоставляется ложное высказывание.

ОТРИЦАНИЯ ОТРИЦАНИЯ ЗАКОН — в логике — принцип «снятия» двойного отрицания.

ПАРАДЕЙГМА — в логике Аристотеля термин, которым называлось умозаключение по аналогии.

ПАРАДИГМА — пример, образец.

ПАРАДОКС — рассуждение, приводящее к взаимоисключающим последствиям.

ПАРАЛОГИЗМ — логическая ошибка в умозаключении, происшедшая непредумышленно.

ПАРАФРАЗА — передача своими словами чужой мысли.

ПЕРВАЯ ФИГУРА СИЛЛОГИЗМА — такая фигура, в которой средний термин М является субъектом большей посылки и предикатом в меньшей посылке. Фигура имеет следующий вид:

$$\frac{\begin{array}{c} M - P \\ S - M \end{array}}{S - P}$$

ПЕРЕМЕННАЯ — буква или символ, на место которого может быть подставлено любое значение из выбранной области интерпретации.

ПОДЧИНЕНИЕ ПОНЯТИЙ — такое отношение между понятиями, когда объем одного понятия входит в объем другого понятия.

ПОЛИСЕМИЯ — многозначность слова.

ПОЛИСИЛЛОГИЗМ — сложный силлогизм, состоящий из нескольких простых силлогизмов.

ПОЛНАЯ ИНДУКЦИЯ — вид индуктивного умозаключения, в результате которого делается общий вывод о всем классе предметов на основании знания всех без исключения признаков этих предметов.

ПОНЯТИЕ — форма мышления, отображающая в себе существенные, закономерные признаки предмета.

ПОСЫЛКА — часть рассуждения, в которой содержится известная исследователю информация о предмете изучения.

ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНЫЕ СВЯЗКИ — логические операторы отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации и эквиваленции.

РАБУЛИСТИКА — словесные ухищрения, крючкотворство, словоблудие.

РАВЕНСТВО — отношение эквивалентности между высказываниями.

РАЗДЕЛИТЕЛЬНОЕ СУЖДЕНИЕ — суждение, в котором выражается знание того, что данному предмету присущ (или не присущ) только один какой-либо признак из числа тех признаков, которые указываются в этом суждении. Формула разделительного суждения записывается следующим образом:

S есть P1, или P2, или P3, или P4.

РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫЙ КАТЕГОРИЧЕСКИЙ СИЛЛОГИЗМ — силлогизм, в котором разделительная посылка фиксирует ряд исключающих друг друга свойств, одно из которых может принадлежать предмету; категорическая посылка отрицает все — каждое в отдельности — свойства, отображенные в разделительной посылке, кроме одного.

В заключении такого силлогизма утверждается принадлежность предмету одного свойства, которое не исключалось разделительной посылкой.

РАЗДЕЛИТЕЛЬНО-УСЛОВНОЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ — такое умозаключение, в котором одна из посылок — разделительное суждение, а другие — условные суждения:

А есть либо В, либо С.
Если А есть В, то А есть К.
Если А есть С, то А есть К.
―――――――――――――――
А есть К.

РАЗДЕЛЯЮЩЕЕ СУЖДЕНИЕ — суждение, в котором выражается результат деления какого-либо класса на подклассы.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМИНОВ В СУЖДЕНИИ — отношение между объемами терминов (субъектов и предикатов) в суждении.

РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНАЯ АНАЛОГИЯ — аналогия, в которой от сходства явлений приходят к заключению о сходстве причин.

РАССУЖДЕНИЕ — цепь умозаключений на какую-либо тему, изложенных в логически последовательной форме.

РЕАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ — определение понятия, отображающее существенные признаки предмета, имеющее своей целью отличать определяемый предмет от всех других предметов.

РЕГРЕССИВНОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО — доказательство, в котором ход рассуждений идет от следствия к основаниям. Возможны два вида регрессивного доказательства:

1. Когда доказательство восходит от доказываемой мысли к ее основаниям.
2. Когда доказательство восходит от фактов как следствий к доказывающему положению как к основанию.

РИТОРИКА — учение об ораторском искусстве, теория красноречия.

РОДОВОЕ ПОНЯТИЕ — понятие, которое выражает существенные признаки класса предметов, являющегося родом каких-либо видов.

СВЕДЕНИЕ ВСЕХ ФИГУР К ПЕРВОЙ ФИГУРЕ СИЛЛОГИЗМА — логическая операция, которая имеет целью проверку правильности силлогистического вывода, поскольку в первой фигуре силлогизма наиболее ясно видно соответствие силлогизма требованиям аксиомы силлогизма.

СЕМАНТИКА — раздел логики, в котором изучаются способы систематического приписывания значений выражениям формализованного языка. Основные понятия логической семантики — истинность, выполнимость, общезначимость, логическое следствие.

СИЛЛОГИЗМ — умозаключение, в котором из двух категорических суждений, связанных общим термином, выводится третье суждение, называемое заключением.

СИМВОЛИЧЕСКАЯ ЛОГИКА — одно из названий формальной логики, математической логики.

СИНТАКСИС ФОРМАЛИЗОВАННОГО ЯЗЫКА — система правил построения чисто формальной стороны логической системы, в которой исследуются способы преобразований языковых выражений, независимо от того, что они обозначают в действительности.

СЛОЖНЫЙ СИЛЛОГИЗМ — силлогизм, состоящий из нескольких простых силлогизмов.

СМЫСЛ — содержание знакового выражения; мысль, содержащаяся в слове.

СОБИРАТЕЛЬНОЕ ПОНЯТИЕ — понятие, в котором отображены признаки совокупности однородных предметов.

СОДЕРЖАНИЕ ПОНЯТИЯ — совокупность признаков, отображающих существенные черты какого-то предмета, отраженные в мысли о нем.

СОЕДИНИТЕЛЬНОЕ СУЖДЕНИЕ — суждение, в котором утверждается или отрицается принадлежность предмету нескольких совместных признаков.

СОКРАЩЕННЫЙ СИЛЛОГИЗМ (ЭНТИМЕМА) — силлогизм, в котором пропущена одна или несколько посылок.

СООТНОСИТЕЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ — определение, когда один объект относится к другому объекту как к эквиваленту.

СОРАЗМЕРНОСТЬ ДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЯ — характеристика, выражающая то, что при делении понятия необходимо точно перечислить все виды, входящие в объем делимого понятия.

СОФИЗМ — логическая уловка, которая умышленно из правильных посылок выводит ложное заключение.

СРЕДНИЙ ТЕРМИН СИЛЛОГИЗМА — термин, который является общим для всех посылок силлогизма.

СТРОГАЯ АНАЛОГИЯ — аналогия, основанная на знании того, что признаки сравниваемых предметов находятся в строгой зависимости.

СУЖДЕНИЕ — форма мысли, в которой что-либо утверждается или отрицается относительно предмета, его свойств, отношений или класса предметов.

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ — семантическая таблица, с помощью которой определяются истинностные функции сложных высказываний.

ТАВТОЛОГИЯ — всегда — истинное высказывание, т. е. высказывание, принимающее только истинное значение.

ТЕЗАУРУС — словарь для поиска какого-либо слова по его признакам.

ТЕЗИС — мысль или положение, которое требуется доказать в споре.

ТЕРМИН — слово или словосочетание.

ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПОНЯТИЯ — понятия, имеющие один и тот же объем, т. е. отображающие один и тот же предмет.

ТРАДИЦИОННАЯ ЛОГИКА — наука о законах и принципах выводимого знания наряду с классической и неклассической логикой, один из основных разделов логики. Традиционной логике свойственна нестрогая и неполная формализация. Основными вопросами традиционной логики являются вопросы исследования умозаключений, суждений, понятий, определений.

ТРАНЗИТИВНОСТЬ — свойство отношений, состоящее в том, что если первый член отношения сравним со вторым, а второй с третьим, то первый сравним с третьим.

ТРЕТЬЯ ФИГУРА ПРОСТОГО КАТЕГОРИЧЕСКОГО СИЛЛОГИЗМА — фигура, в которой средний термин М является субъектом в обеих посылках. Она имеет следующий вид:

$$\frac{\begin{array}{c} M - P \\ M - S \end{array}}{S - P}$$

УДАЛЕНИЯ ДИЗЪЮНКЦИИ ПРАВИЛО — правило, по которому из двух импликаций, имеющих одинаковый консеквент и дизъюнкции формул, следует формула, совпадающая с консеквентом этих импликаций.

УДАЛЕНИЯ ИМПЛИКАЦИИ ПРАВИЛО — символически имеет следующий вид:

$$A \rightarrow B; A \text{ или } A \rightarrow B, B.$$

УДАЛЕНИЯ КОНЪЮНКЦИИ ПРАВИЛО — правило, имеющее следующий вид:

$$\frac{A \wedge B}{A} \quad \text{или} \quad \frac{A \wedge B}{B}.$$

УДАЛЕНИЯ ОТРИЦАНИЯ ПРАВИЛО — правило, имеющее следующий вид:

$$\frac{\neg A}{B}.$$

УСЛОВНАЯ АНАЛОГИЯ — такая аналогия, когда определенно не установлена связь между общими признаками предметов и тем признаком, который присваивается исследуемому предмету.

УСЛОВНОЕ СУЖДЕНИЕ — суждение, в котором отображается зависимость того или иного явления от каких-либо условий.

УСЛОВНЫЙ СИЛЛОГИЗМ — силлогизм, в котором по крайней мере одна из посылок является условным суждением.

FELAPTON — условное обозначение одного из модусов третьей фигуры простого категорического силлогизма (EAO), в котором первая посылка — общеотрицательное суждение, вторая — общеутвердительное суждение и заключение имеет вид частноотрицательного суждения.

FERIO — один из модусов первой фигуры простого категорического силлогизма (EIO), в котором первая посылка — общеотрицательное суждение, вторая — частноутвердительное суждение, а заключение имеет частноотрицательный характер.

FERISON — один из модусов третьей фигуры простого категорического силлогизма (EIO), в которой из общеотрицательной и частноутвердительной посылок следует частноотрицательное заключение.

FESAPO — условное обозначение одного из модусов четвертой фигуры простого категорического силлогизма (EAO), в котором из общеотрицательной и общеутвердительной посылок следует частноотрицательное заключение.

ФИГУРА СИЛЛОГИЗМА — форма силлогизма, определяемая положением среднего термина в посылках.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ — метод исследования, связанный с использованием искусственного языка, способствующего тому, что системы логических рассуждений трансформируются в формализованные исчисления, состоящие из формул.

ФОРМАЛИЗОВАННАЯ ТЕОРИЯ — теория, изучающая объекты, представленные в терминах формализованных языков.

ФОРМАЛИЗОВАННЫЙ ЯЗЫК — искусственный язык формально-логических исчислений, язык знаков, формул, символов.

СОДЕРЖАНИЕ

ЛОГИКА В ВОПРОСАХ И ОТВЕТАХ 3
Предмет логики 4
Мышление, логика, язык 12
Структура и правила корректного рассуждения 16
Законы мышления 20
Методы логики 27
Понятие 33
Суждение 40
Определение 50
Деление понятий 60
Традиционная логика: аристотелевская силлогистика 65
Символическая логика 80
Логика высказываний 82
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ПО ЛОГИКЕ И ТЕОРИИ АРГУМЕНТАЦИИ 101
ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ 117
Задачи для разминки 118
Можете ли вы рассуждать логично? 121
Задачи-шутки 124
Задачи на логику счета 126
Старинные занимательные задачи 130
Задачи-загадки 132
Затруднительные ситуации 133
Задачи практичные и непрактичные 136

Переправы, разъезды, погони 139
Логика и финансы 141
Дележи при затруднительных
обстоятельствах 143
Сказки и старинные истории 146
ЛОГИЧЕСКИЕ ИГРЫ 167
Отгадать слово 168
Морской бой 191
Игры со словами 212
ЛОГИЧЕСКИЕ ФОКУСЫ 235
Фокусы с картами 236
Использование лицевой и обратной
сторон карт 252
Фокусы с мелкими предметами 258
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ЛОГИКЕ 285
ЛОГИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК 337

Учебное пособие

КУРБАТОВ В.И.

Логика в вопросах и ответах

Редактор: Пономарева С.
Корректоры: ЛазареваТ., Подгорный Н.
Художники: Косивцов Д., Николаев В.
Компьютерная верстка: Русинова Е.

Лицензия ЛР № 062308 от 24 февраля 1993г.
Сдано в набор 24.03.97 Подписано в печать 25.04.97
Формат 84x108/$_{32}$. Бумага офсетная
Гарнитура Literaturnaya
Тираж 10 000. Заказ № 189.

Издательство «ФЕНИКС»
344007 г. Ростов-на-Дону, пер. Соборный, 17

Отпечатано с готовых диапозитивов в ЗАО «Книга»
344019 г.Ростов-на-Дону, ул.Советская, 57

Феникс

В. И. КУРБАТОВ

ЛОГИКА

в вопросах и ответах