

Гетманова А.Д.

УЧЕБНИК ПО ЛОГИКЕ



Издательство "ВЛАДОС"
Москва, 1995

ББК 87.4

Г 44

Федеральная целевая программа книгоиздания России

Рецензент: кафедра философии Санкт-Петербургского педагогического университета им. А. И. Герцена

Рекомендовано Управлением гуманитарного образования Государственного комитета Российской Федерации по высшему образованию в качестве учебного пособия для студентов вузов.

Гетманова А.Д.

Г44 Учебник по логике. 2-е изд. — М.: «ВЛАДОС», 1995. — 303 с.

ISBN 5-87065-009-7

Второе издание книги, ориентированной на программу преподавания логики в вузах, подготовлено с исправлениями и дополнениями. Книга также может быть использована в качестве учебного пособия с школах, гимназиях, лицеях и колледжах. Для развития творческого мышления учащихся по центральным темам курса приведены задачи и упражнения. В книгу включена новая глава, раскрывающая этапы развития логики как науки и основные направления современной символической логики.

В 0301060000(4309000000—163 КБ —44—25—92
001(01)—95

ББК 87.4

ISBN 5-87065-009-7

© А. Д. Гетманова, 1995

Введение

Человек, к какой бы исторической цивилизации он ни принадлежал, нуждается в истине. И первобытные люди, и наши современники, познавая окружающий их мир, стремятся получить истину. Обладание истинным знанием одним людям приносит радость и удовлетворение, другим, наоборот, горе: сильных истина зовет на подвиг, у слабых — парализует волю, приводит их к пессимизму и растерянности. Но, несмотря ни на что, все люди стремятся к истине, получению новой информации о мире, в котором они живут. Обладание истиной продвигает всех нас вперед на нелегком пути познания.

Но добыть истинное знание, пусть даже не полное, не окончательное, всегда нелегко. Порой это связано с самопожертвованием. Известны подвиги многих выдающихся ученых, отдавших свою жизнь служению людям, добывавших истину для блага человечества. Итальянский ученый и философ Джордано Бруно, развивавший гелиоцентрическую космологию Коперника и выдвинувший концепцию о бесконечности и бесчисленном множестве миров Вселенной, был обвинен в ереси и сожжен инквизицией в Риме. Ряд ученых-физиков, изучавших радиоактивность, подверглись радиоактивному облучению. Некоторые ученые-микробиологи проводили эксперименты на себе.

Люди хотят знать не только законы природы и сущность общественных явлений, но и тайны человеческого мозга. Еще в XVII в. английский философ Ф. Бэкон говорил о том, что знание и могущество человека совпадают.

Однако тернист путь к истине. Как образно сказал К. Маркс, «в науке нет широкой столбовой дороги, и только тот может достигнуть ее сияющих вершин, кто, не страшась усталости, карабкается по ее каменистым тропам»¹.

Чтобы расширить возможности познания, человек создал микроскоп и телескоп, радио и телевидение, ЭВМ и космическую ракету, луноход и искусственные спутники планет, которые позволили ему глубже и полнее познавать свойства природных и социальных явлений.

Изобретены различные методы познания, расширяющие возможности разума человека: моделирование и математические методы, в том числе методы теории вероятностей, физический

и биологические эксперименты, методы генной инженерии и обработка информации на ЭВМ.

Чтобы эффективно пользоваться всеми этими методами и изобретениями, мышление человека должно быть безупречным, логически правильным. Законы развития есть у природы, общества и, конечно же, у самого мышления. Человек с древних времен стремился познать законы правильного мышления, т. е. логические законы. Наука логика помогает познанию этих законов.

Можно встретиться с мнением, что человек может правильно мыслить и не зная точных правил и законов логики, пользуясь ими лишь на интуитивном уровне. Ведь встречаются музыканты, которые играют на каком-либо музыкальном инструменте, не зная музыкальной (в частности, нотной) грамоты. Но такие музыканты ограничены в своем творчестве: они не могут ни исполнить произведение, записанное с помощью нот, ни записать сочиненную ими мелодию. Человек, овладевший логикой, мыслит более четко, его аргументация убедительнее, чем у того, кто логики не знает. Он гораздо реже совершает ошибки, заблуждается. А ведь заблуждение, приведшее, например, к простой ошибке в расчетах при проектировании космического корабля, приведет к аварии. Дорого обходятся людям их заблуждения!

Дейл Карнеги, знаменитый американский психолог, в книге «Как перестать беспокоиться и начать жить» пишет: «Разница между правильным и неправильным образом мыслей состоит в следующем: правильный образ мыслей основан на анализе причин и следствий, он ведет к логическому конструктивному планированию; неправильный образ мыслей часто ведет к напряжению и нервным срывам».

Логическое мышление не является врожденным, поэтому его можно и нужно развивать различными способами (методами). Систематическое изучение науки логики — один из наиболее эффективных способов развития логического абстрактного мышления.

Интересным частным (специфическим) приемом развития мышления является решение логических задач. Так, американский математик Р. Смаллиан — автор множества остроумных задач — предлагает такую: «Одного человека судили за участие в ограблении, обвинитель и защитник в ходе судебного заседания заявили следующее.

Обвинитель: Если подсудимый виновен, то у него был сообщник.

Защитник: Неверно!»

Смаллиан утверждает, что ничего хуже защитник сказать не мог. Почему? Ответив на поставленный в задаче вопрос, вы еще раз убедитесь в необходимости для повседневной жизни правильно рассуждать, в соответствии с логическими законами.

Логика как наука зародилась в связи с риторикой (учением о красноречии) в Древней Греции и Древней Индии. Там были очень популярны публичные состязания ораторов при большом стечении зрителей. Известный русский востоковед В. Васильев так рассказывает о состязании в Древней Индии. Если явится кто-нибудь и станет проповедовать совершенно неизвестные до-толе идеи, их не будут чуждаться и преследовать без всякого суда. Напротив, охотно будут признавать их, если проповедник этих идей удовлетворит всем возражениям и опровергнет старые теории. Воздвигали арену состязания, выбирали судей, при споре присутствовали цари, вельможи и народ. Определяли заранее, независимо от царской награды, каким должен был быть результат спора. Если спорили только два лица, то иногда побежденный должен был лишать себя жизни — бросаться в реку или со скалы либо сделаться рабом победителя, перейти в его веру. Если то было лицо, пользовавшееся уважением, например достигшее звания вроде государева учителя и, следовательно, обладавшее огромным состоянием, то имущество его отдавалось часто бедняку в лохмотьях, который сумел его оспорить. Однако чаще всего спор не ограничивался столкновениями отдельных лиц. В нем принимали участие целые монастыри, которые вследствие неудачи могли исчезнуть вдруг после продолжительного существования. Право красноречия и логических доказательств было до такой степени неоспоримо в Индии, что никто не смел уклониться от вызова на спор.

В наше время споры (диспуты, дискуссии) по форме проходят иначе, а по сути, своему содержанию они иногда во много раз значимей. Вспомним международный форум в Москве, проходивший в 1987 г. под девизом «За безъядерный мир. За выживание человечества», на котором шла речь не о каких-то частных вопросах, а о проблеме, волнующей как каждого в отдельности жителя нашей планеты, так и все человечество в целом: о выживании человечества, о сохранении цивилизации.

Истина и логика взаимосвязаны, поэтому значение логики невозможно переоценить. Логика помогает доказывать истинные суждения и опровергать ложные, она учит мыслить четко, лаконично, правильно. Логика нужна всем людям, работникам самых различных профессий. Преподавателям, ибо они не смогут эффективно развивать мышление учащихся, не владея логикой. Юристам, которые строят свои обвинения или защиту в соответствии с правилами логики. Врачам, ставящим диагноз на основании проявлений болезни, — логика необходима вообще всем людям как интеллектуального, так и физического труда.

Студентам логика поможет в процессе овладения ими многообразной информацией, с которой они встретятся при изучении различных наук и в практической деятельности. Потом, в ходе дальнейшего самообразования, логика поможет им отделять

главное от второстепенного, критически воспринимать различные определения и классификации разнообразных понятий, подбирать формы доказательств своих истинных суждений и опровержения ложных. Это только некоторые из многих преимуществ, которые дает человеку изучение интереснейшей и древнейшей из наук — логики, т. е. науки о законах и формах правильного мышления.

Кроме изложения основных форм правильного мышления — понятий, суждений и умозаключений — в книге даются виды доказательства и опровержения, типы многочисленных логических ошибок, встречающихся в мышлении, разновидности форм гипотез и другой логический материал. В книге в определенных пределах используется символика математической (символической) логики. В последней главе содержится материал по истории развития классической логики и основным направлениям современной математической логики: многозначным, интуиционистской, конструктивным, модальным и положительным логикам (логикам без отрицания). Эти направления современной логики имеют свое определенное и все возрастающее значение в научном познании, в том числе для целей информатики и вычислительной техники.

Глава I

ПРЕДМЕТ И ЗНАЧЕНИЕ ЛОГИКИ

Термин «логика» происходит от греческого слова *logos*, что значит «мысль», «слово», «разум», «закономерность», и используется как для обозначения совокупности правил, которым подчиняется процесс мышления, отражающий действительность, так и для обозначения науки о правилах рассуждения и тех формах, в которых оно осуществляется. Мы будем использовать термин «логика» в указанных двух смыслах. Кроме того, данный термин применяется для обозначения закономерностей объективного мира («логика вещей», «логика событий»). Этот смысл термина «логика» выходит за пределы нашей книги.

Мышление изучается не только логикой, но и рядом других наук: психологией, кибернетикой, педагогикой и т. д., при этом каждая из них изучает мышление в определенном, присущем ей аспекте. Так, психология исследует мышление со стороны его побудительных мотивов, выявляет индивидуальные особенности мышления. Кибернетику интересуют аспекты мышления, которые связаны с быстрой и эффективной обработкой информации с помощью ЭВМ, взаимосвязь мышления и языка (естественного и искусственного), методы и приемы программирования, проблемы математического обеспечения ЭВМ и ряд других. Педагогика изучает мышление со стороны осуществления процесса познания в ходе обучения и воспитания подрастающего поколения. Физиологию высшей нервной деятельности интересуют физиологические основы мышления: процессы возбуждения и торможения, происходящие в человеческом мозге как органе мышления.

С иных позиций изучает мышление логика. Она исследует мышление как средство познания объективного мира, те его формы и законы, в которых происходит отражение мира в процессе мышления. Поскольку процессы познания мира в полном объеме изучаются философией, логика является философской наукой.

Познание существует не в виде какого-то одного состояния, не как нечто статичное, а как процесс движения к объективной, полной, всесторонней истине. Процесс этот складывается из мно-

жества моментов, сторон, находящихся между собой в необходимой связи.

Материалистическая диалектика, раскрывая содержание моментов познания, устанавливает их взаимодействие и роль в ходе постижения истины. С позиций материалистической диалектики анализируется общественная природа познания, активный характер познавательной деятельности людей. А мышление рассматривается как в связи с пониманием истины (объективной, абсолютной и относительной), так и в плане изучения методов и форм научного познания (например, рассматриваются аксиоматические методы, метод формализаций, математические методы, вероятностные методы, методы моделирования и ряд других).

Чтобы полнее выяснить значение логики как науки, необходимо рассмотреть мышление как предмет изучения логики.

§ 1. МЫШЛЕНИЕ КАК ПРЕДМЕТ ИЗУЧЕНИЯ ЛОГИКИ

Познание как отражение действительности

Познание есть диалектический процесс отражения мира в сознании людей. Это движение мысли от незнания к знанию, от неполного и неточного знания к более полному и более точному.

Люди познают мир не в силу врожденной любознательности. В основе познания мира лежит необходимость его практического изменения. Материалисты, представители философского направления, которое исходит из того, что материя первична, а сознание — свойство высокоорганизованной материи (человеческого мозга) — вторично, считают, что мир и его закономерности познаваемы.

Научной теорией познания является теория отражения. Суть ее сводится к следующему. Вне нашего сознания существуют материальные вещи. В мозгу человека под воздействием этих вещей возникают образы, или «снимки», «слепки», «фотографии», «копии» предметов. Образы не могут существовать без реальных предметов (например, если нет самолета, то нет и его образа), но вещи существуют объективно, независимо от их образов (так, например, растения в джунглях или птицы существуют, даже если их никто не видел, т. е. если не существует их образов в сознании человека). Образы вещей соответствуют вещам, отображением которых они являются (например, образ слона в моем сознании и сам настоящий слон похожи). Поэтому образы имеют познавательное значение. Образ идеален, ибо он не может существовать вне сознания человека. Но образ и вещь полностью не совпадают. Что богаче? Вещь. Вот поэтому мы по два раза можем смотреть кинофильм и замечать в нем новое, можем многократно смотреть одну и ту же картину художника

и находить в ней что-то не замеченное раньше. Так как образ беднее самой вещи, то мы не можем охватить всех деталей этой вещи. Вещь и ее свойства раскрываются нами в процессе познания.

Основой познания является практика. Практика является движущей, побудительной силой познания и критерием истинности. В практической деятельности люди сталкиваются с различными свойствами предметов и явлений, часто непонятными для них. Чтобы добывать себе материальные блага, они должны изучать природу, знать ее тайны. Познание свойств предметов необходимо для того, чтобы раскрыть «тайны» природы и поставить их на службу человеку. Так, изучение строения атомного ядра позволило человечеству найти новый источник энергии. Приведем еще один пример. В джунглях Южной Америки водится крошечная лягушка. Ее длина всего 1—3 см, а вес 1 г, но она может убить своим ядом 50 ягуаров. Так как у индейцев одного из племен нет огнестрельного оружия, то они до сих пор пользуются духовыми ружьями, стреляя из них отравленными ядом стрелами. Необходимый им смертоносный яд они получают от этой лягушки. Это самый сильный яд животного происхождения, известный до настоящего времени. Данный пример показывает, что практическая потребность индейцев заставляет их познавать свойства яда этой лягушки. А практические потребности лечения некоторых заболеваний людей привели к открытию того, что в небольших дозах яд может быть использован как лечебное средство.

В настоящее время практика поставила перед человечеством глобальные проблемы: сохранение природы на нашей планете, овладение новыми источниками энергии, освоение космоса, ресурсов Мирового океана и др. Познание направлено на решение этих проблем.

Все науки в конечном счете возникли из практических потребностей людей: математика — из потребностей измерения земельных участков и вместимости сосудов; астрономия — из потребностей мореплавания; медицина — из потребностей борьбы с болезнями.

Как осуществляется процесс познания? Познание осуществляется в двух основных формах — в форме чувственного познания и в форме абстрактного мышления. Практика не выделяется в особую форму, ибо процесс познания начинается с практики (как основы познания) и заканчивается практикой (как критерием истины).

Всякое эмпирическое познание начинается с живого созерцания, с ощущений, чувственных восприятий. Предметы воздействуют на наши органы чувств и вызывают в мозгу ощущения и восприятия. Других средств приема сигналов из внешнего мира для передачи их в мозг, кроме органов чувств, у человека нет.

Формами чувственного познания являются ощущения, вос-

приятия, представления. *Ощущение* — это отражение отдельных свойств предметов или явлений материального мира, непосредственно воздействующих на органы чувств (например, отражение свойств горького, соленого, теплого, красного, круглого, гладкого и т. д.).

Каждый предмет имеет не одно, а множество свойств. В ощущениях и отражаются различные свойства предметов. Ощущения как субъективный образ объективного мира возникают в коре больших полушарий головного мозга. Чувствительность органов чувств повышается в зависимости от тренировки. Человек обычно различает 3—4 оттенка черного цвета, профессионалы — до 40 оттенков.

Ощущения есть непосредственная связь сознания с внешним миром. Ощущения возникают в результате воздействия предметов на различные органы чувств: зрение, слух, обоняние, осязание, вкус. Если человек лишен одного или нескольких органов чувств (как, например, у слепоглухонемых), то остальные органы чувств значительно обостряются и частично восполняют функции недостающих. Пьеса Гибсона «Сотворившая чудо» рассказывает о детстве и обучении американской слепоглухонемой девочки Элен Келлер. Эта пьеса очень ярко передает всю трудность общения с Элен и методику ее обучения. Девочка произнесла первое слово — вода, это считалось чудом. Она научилась говорить, хотя сама и не слышит своего голоса.

Восприятие есть целостное отражение внешнего материального предмета, непосредственно воздействующего на органы чувств (например, образ автобуса, пшеничного поля, электростанции, книги и т. д.). Восприятия слагаются из ощущений. Так, восприятие апельсина слагается из таких ощущений: шарообразный, оранжевый, сладкий, ароматный и др. Восприятия, хотя и являются чувственным образом отражения предмета, который на человека в данный момент воздействует, но во многом зависят от прошлого опыта. Полнота, целенаправленность восприятия, например, зеленого луга будет различной у ребенка, у взрослого, художника, биолога или крестьянина (первые восхитятся его красотой, биолог увидит в нем виды некоторых лекарственных или нелекарственных растений, крестьянин прикинет, сколько же с него можно скосить травы, получить сена и т. д.).

Восприятия предметов и мышление очень часто тесно переплетаются. Насколько сильно восприятия переплетаются с прежним опытом и знаниями, видно из следующей истории. Рассказывают, что один европеец, путешествуя по Центральной Африке, остановился в негритянской деревушке, жители которой не имели представления о книгах и газетах. Пока ему меняли лошадей, он раскрыл газету и начал ее читать. Вокруг него собралась толпа и внимательно следила за ним. Когда путешественник уже приготовился ехать дальше, к нему подошли местные

жители и попросили продать газету за большие деньги. На вопрос путешественника, зачем нужна им газета, они ответили, что они видели, как он долго смотрел на черные изображения на ней и, очевидно, лечил свои глаза, и они хотели бы иметь у себя это лечебное средство. Так жители этой деревни, не зная, что такое чтение, и рассуждая на основе своего прежнего опыта, восприняли газету как лечебное средство.

Представление — это чувственный образ предмета, в данный момент нами не воспринимаемого, но который ранее в той или иной форме воспринимался. Представление может быть воспроизводящим (например, у каждого есть сейчас образ своего дома, своего рабочего места, образы некоторых знакомых и родных людей, которых мы сейчас не видим). Представление может быть и творческим, в том числе фантастическим. Творческое представление у человека может возникнуть и по словесному описанию. Так, мы можем по описанию представить себе тундру или джунгли, хотя там не были ни разу, или полярное сияние, хотя не были на севере и не видели его.

По описанию внешнего облика какого-то реального человека или литературного героя мы стараемся зрительно создать его образ, представить его внешность. Приведем пример. Вспомним в этой связи сцену из кинофильма Чарли Чаплина «Граф». Мнимый граф Чарли попал в затруднительное положение. Когда перед ним положили большой кусок арбуза, он по неведению атаковал его без ножа и вилки. Как и следовало ожидать, выгрызть мякоть арбуза вскоре стало неудобно. Острые и жесткие края корки залезали даже в уши. Чтобы избежать этого, Чарли подвязал щеки салфеткой. Это действие уже смешно — ведь куда проще было разрезать или разломить кусок арбуза. Но оно повлекло за собой и вторичный комический эффект: с подвязанной салфеткой вокруг головы Чарли приобрел вид человека, страдающего от зубной боли. Так для создания комического эффекта Чаплин использует простые явления реальной жизни, представленные в неожиданном, а потому смешном освещении.

Путем чувственного отражения мы познаем явление, но не сущность, отражаем отдельные предметы во всей их наглядности. Законы мира, сущность предметов и явлений, общее в них мы познаем посредством абстрактного мышления, более сложной формы познания. Абстрактное, или рациональное, мышление отражает мир и его процессы глубже и полнее, чем чувственное познание. Переход от чувственного познания к абстрактному мышлению представляет собой скачок в процессе познания. Это — скачок от познания фактов к познанию законов.

Основными формами абстрактного мышления являются понятия, суждения и умозаключения.

Понятие — форма мышления, в которой отражаются существенные признаки одноэлементного класса или класса однородных

предметов¹. Понятия в языке выражаются словами («портфель», «трапезия») или группой слов, т. е. словосочетаниями («студент медицинского института», «производитель материальных благ», «река Нил», «ураганный ветер» и др.). *Суждение* — форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о предметах, их свойствах или отношениях. Суждение выражается в форме повествовательного предложения. Суждения могут быть простыми и сложными. Например, «Саранча опустошает поля» — простое суждение, а суждение «Наступила весна, и прилетели грачи» — сложное, состоящее из двух простых.

Умозаключение — форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, мы по определенным правилам вывода получаем заключение. Видов умозаключений много; их изучает логика. Приведем два примера:

- 1) Все металлы — вещества.
Литий — металл.

Литий — вещество.

Первые два суждения, написанные над чертой, называются посылками, третье суждение называется заключением.

- 2) Растения делятся или на однолетние, или на многолетние.

Данное растение является однолетним.

Данное растение не является многолетним.

В процессе познания мы стремимся достичь истинного знания. *Истина* есть адекватное отражение в сознании человека явлений и процессов природы, общества и мышления². Истинность знания есть соответствие его действительности. Законы науки представляют собой истину. Истину могут дать нам и формы чувственного познания — ощущения и восприятия. Понимание истины как соответствия знания вещам восходит к мыслителям древности, в частности к Аристотелю.

Как отличить истину от заблуждения? Критерием истины является практика. Под *практикой* понимают всю производственную и общественную деятельность людей в определенных исторических условиях, т. е. это материальная производственная деятельность людей в области промышленности и сельского хозяйства, политическая деятельность, научный эксперимент и т. д. Так, прежде чем пустить машину в массовое производство, ее проверяют на практике, в действии, самолеты испытывают летчики-испытатели, действие медицинских препаратов сначала проверяют на животных, потом, убедившись в их пригодности, используют для лечения людей. Прежде чем посылать в космос человека, советские ученые провели серию испытаний с животными.

Особенности абстрактного мышления

Абстрактное мышление является формой *опосредствованного и обобщенного отражения действительности*. С помощью форм чувственного познания мы непосредственно познаем вещи и их свойства (видим сейчас, что этот цветок красный, слышим, что шумит море, и т. д.). Абстрактное мышление позволяет нам из одних знаний получать другие, не обращаясь непосредственно к опыту, к показаниям органов чувств. Так, например, по симптомам болезни врач судит о характере заболевания, по данным археологических раскопок ученые судят о жизни людей прошлых веков, по математическим расчетам производится корректировка полетов ракет и т. д.

Абстрактное мышление позволяет познавать мир в обобщенных формах, одной из которых является понятие. Например, выделяя общие признаки, присущие всем учителям, мы образуем понятие «учитель», аналогично образуются и другие понятия. Обобщая полученные знания, люди посредством абстрактного мышления открывают законы природы, общества и познания, проникают в сущность явлений, закономерную связь между ними.

Мышление — высшее проявление сознания. Сознание вторично по происхождению, оно является отражением бытия. Но сознание, в том числе и абстрактное мышление, носит активный характер: познав объективные закономерности, человек использует их в своих интересах. Активность мышления проявляется в том, что человек делает теоретические обобщения, образует понятия и суждения, строит умозаключения и гипотезы. Опираясь на предыдущие знания, человек получает возможность предвидения, создания планов развития различных отраслей народного хозяйства, науки, просвещения и т. д. Активность мышления проявляется в творческой деятельности человека, в способности воображения, в научной, художественной и другой фантазии. Абстрактное мышление определяет цель, способ и характер практической деятельности человека. Маркс писал, что самый плохой архитектор отличается от самой лучшей пчелы тем, что он, прежде чем строить что-либо, создает план своей постройки в голове.

Итак, еще одной особенностью абстрактного мышления является *активное отражение мира и участие в его преобразовании*. Человек в практике, прежде всего в производственной, претворяет идеальное в материальное, овеществляет научные идеи в продуктах своего труда.

Особенностью абстрактного мышления является его неразрывная связь с языком. Мышление представляет собой отражение объективной реальности, а язык есть способ выражения, средство закрепления и передачи мыслей другим людям.

Подробнее о связи мышления и языка будет сказано в § 5.

§ 2. ПОНЯТИЕ О ЛОГИЧЕСКОЙ ФОРМЕ И ЛОГИЧЕСКОМ ЗАКОНЕ. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ И ЕЕ ЗНАЧЕНИЕ В ПОЗНАНИИ

Формальная логика — наука о законах и формах правильного мышления. В. С. Меськов пишет: «... предметом науки логики являются рассуждения, а сама она есть наука о рассуждениях. Задачей логики как науки является установление законов и правил, которым подчиняются рассуждения»³. Рассуждения облакаются в логическую форму и строятся в соответствии с логическими законами. Выясним, что понимается под логической формой и логическим законом.

Понятие логической формы

Логической формой конкретной мысли является строение этой мысли, т. е. способ связи ее составных частей. В логических формах отражается не вся полнота содержания мира, существующего вне нас, а его общие структурные связи, которые необходимо воплощаются и в структуре наших мыслей. Понятия, суждения, умозаключения имеют свои специфические формы (структуры).

Структуру мысли, т. е. ее логическую форму, можно выразить при помощи символов. Выявим структуру (логическую форму) в трех следующих суждениях: «Все караси — рыбы», «Все люди смертны», «Все бабочки — насекомые». Содержание у них разное, а форма одна и та же: «Все S есть P »; она включает S (субъект), т. е. понятие о предмете суждения, P (предикат), т. е. понятие о признаке предмета, связку («есть»), кванторное слово («все»). Иногда связка может отсутствовать или заменяться тире.

Два следующих условных суждения имеют одну и ту же форму: 1) «Если железо нагреть, то оно расширяется»; 2) «Если учащийся изучает логику, то он повышает четкость своего мышления». Форма этих суждений такая: «Если S есть P , то S есть P_1 ».

Логические законы

Соблюдение законов логики — необходимое условие достижения истины в процессе рассуждения. Основными формально-логическими законами обычно считаются: 1) закон тождества; 2) закон непротиворечия; 3) закон исключенного третьего; 4) закон достаточного основания. Они будут подробно излагаться в отдельной главе. Эти законы (принципы) выражают определенность, непротиворечивость, доказательность мышления.

Логические принципы действуют независимо от воли людей, не созданы по их воле и желанию. Они являются отражением связей и отношений вещей материального мира. Общечеловеческий характер принципов формальной логики состоит в том, что

во все исторические эпохи люди всех классов, всех наций мыслят по одним и тем же логическим принципам. Кроме формально-логических принципов правильное мышление подчиняется основным законам материалистической диалектики: закону единства и борьбы противоположностей, закону взаимного перехода количественных и качественных изменений, закону отрицания отрицания.

Истинность мысли и формальная правильность рассуждений

Понятие истинности или ложности относится лишь к конкретному содержанию того или иного суждения. Если в суждении верно отражено то, что имеет место в действительности, то оно истинно, в противном случае оно ложно. Например, суждение «Все волки — хищные животные» истинно, а суждение «Все грибы — ядовиты» ложно.

Понятие формальной правильности рассуждения относится лишь к логическим действиям и операциям мышления. Ф. Энгельс писал: «Если наши предпосылки верны и если мы правильно применяем к ним законы мышления, то результат должен соответствовать действительности...»⁴ Если в числе посылок умозаключения встречается ложная посылка, то при соблюдении правил логики мы в заключении можем получить и истину, и ложь. Чтоб это показать, возьмем такое умозаключение:

Все металлы — твердые тела.
Ртуть не является твердым телом.

Ртуть не является металлом.

В этом умозаключении заключение получилось ложным именно потому, что в качестве первой посылки взято ложное суждение. Чтобы заключение было истинным, обе посылки должны быть истинными суждениями (имеется в виду, что правила логики соблюдены). При несоблюдении правил логики (если посылки при этом истинны) мы также можем получить как истинное, так и ложное заключение. Например:

Все тигры — полосатые.
Это животное — полосатое.

Это животное — тигр.

Во втором умозаключении обе посылки — истинные суждения, но полученное заключение может быть как ложным, так и истинным потому, что было нарушено одно из правил умозаключения.

Итак, с точки зрения содержания мышление может давать истинное или ложное отражение мира, а со стороны формы оно может быть логически правильным или неправильным. Истинность есть соответствие мысли действительности, а правильность мышления — соблюдение законов и правил логики. Нельзя ото-

ждествлять (смешивать) следующие понятия: «истинность» («истина») и «правильность», а также понятия «ложность» («ложь») и «неправильность».

Материалистическая диалектика — глубокое и всестороннее учение о развитии. Законы и категории материалистической диалектики рассматриваются как отражение всеобщих связей объективного мира и как ступени развития его познания.

Современная логика — это интенсивно развивающаяся наука, которая включает в себя логику формальную и логику диалектическую. На их базе формируется логика научного познания, использующая методы обеих наук для анализа научного знания.

Как уже отмечалось, формальная логика — наука о законах и формах правильного мышления. Формальная логика в определенном смысле подобна грамматике. К. Д. Ушинский считал логику грамматикой мышления. Подобно грамматике, придающей языку стройный и четко осмысленный характер, логика обеспечивает доказательность и стройность мышления.

Основные этапы развития формальной логики⁵

Формальная логика в своем развитии прошла два основных этапа. Основанием деления на эти этапы служит различие применяемых в логике средств и методов исследования. Начало *первого этапа* связано с работами древнегреческого философа и ученого Аристотеля (384—322 гг. до н. э.), в которых впервые дано систематическое изложение логики. Логика Аристотеля и всю доматематическую логику обычно называют «традиционной» формальной логикой. Традиционная формальная логика включала и включает такие разделы, как понятие, суждение, умозаключение (в том числе и индуктивное), законы логики, доказательство и опровержение, гипотеза. Аристотель видел в логике орудие (или метод) исследования. Основным содержанием аристотелевой логики является теория дедукции. В логике Аристотеля содержатся элементы математической (символической) логики, у него имеются «начатки исчисления высказываний»⁶.

Второй этап — это появление математической (или символической) логики.

Немецкий философ Г. В. Лейбниц (1646—1716) по праву считается основоположником математической (символической) логики.

Начиная с Лейбница в логике используется в качестве метода исследования метод формализации, который традиционной логикой относился только к методам математического исследования, а Лейбниц показал, что он имеет общенаучный характер. Лейбниц пытался построить универсальный язык, с помощью которого споры между людьми можно было бы разрешать посредством вычисления. В XIX в. математическая логика получила интен-

сивное развитие в работах Д. Буля, Э. Шрёдера, П. С. Порецкого, Г. Фреге и других логиков.

Математическая (или символическая) логика изучает логические связи и отношения, лежащие в основе дедуктивного (логического) вывода. При этом в математической логике для выявления структуры вывода строятся различные логические исчисления, прежде всего исчисление высказываний и исчисление предикатов в их различных модификациях. Можно сказать, что математическая логика разрабатывает применение математических методов к анализу форм и законов доказательного рассуждения.

Другим основанием деления логики служит различие применяемых в ней принципов, на которых базируются исследования. В результате такого деления имеем классическую логику и неклассические логики. В. С. Меськов выделяет такие основополагающие принципы классической логики: «1) область исследования составляют обыденные рассуждения, рассуждения в классических науках; 2) допущение о разрешимости любой проблемы; 3) отвлечение от содержания высказываний и от связей по смыслу между ними; 4) абстракция двужначности высказываний»⁷.

Теоретическое и практическое значение логики

Можно логично рассуждать, правильно строить свои умозаключения, опровергать доводы противника и не зная правил логики, подобно тому как нередко люди выражают свои мысли на языке, не зная его грамматики. Знание логики повышает культуру мышления, способствует четкости, последовательности и доказательности рассуждения, усиливает эффективность и убедительность речи.

Особенно важно знание основ логики в процессе овладения новыми знаниями, в обучении, в ходе подготовки к занятию, при написании сочинения, выступления, доклада; знание логики помогает заметить логические ошибки в устной речи и в письменных произведениях других людей, найти более короткие и правильные пути опровержения этих ошибок, не допускать их самому.

В настоящее время особое значение приобретает задача рационального построения процесса обучения в различных учебных заведениях. Экстенсивные методы, предполагающие расширение объема вновь усваиваемой информации, уступают место интенсивным, предполагающим рациональный отбор из всего потока новой информации важнейших, определяющих компонентов. Необходимым условием внедрения новых методов обучения является развитие логической культуры педагогов и учащихся — овладение методологией и методикой научного познания, усвоение рациональных методов и приемов доказательного рассуждения, формирование творческого мышления.

Логическая культура — это не врожденное качество. Для ее развития необходимо, прежде всего, ознакомление учителей и студентов педагогических вузов и училищ с основами логической науки, которая в течение двухтысячелетнего развития накопила теоретически обоснованные и оправдавшие себя методы и приемы рационального рассуждения и аргументации. Учителя, знающие основы логики, смогут передать эти знания, умения и навыки правильного, т. е. логического, мышления своим ученикам.

Логика способствует становлению самосознания, интеллектуальному развитию личности, помогает формированию у нее научного мировоззрения. Успешное решение сложных задач обучения и воспитания молодежи в решающей степени зависит от учителя, от его интеллектуального уровня, профессионального мастерства, эрудиции и культуры. Профессия учителя требует постоянного творчества, неустанной работы мысли и совершенствования ее культуры, без чего не возможен учительский авторитет среди учащихся. Для улучшения подготовки учительских кадров рекомендуется расширить преподавание логики, изучение которой поможет поднять интеллектуальную культуру будущих учителей.

В повседневной жизни, в науке, в обучении каждому ежедневно приходится из одних истинных суждений выводить другие, опровергать ложные суждения или неправильно построенные доказательства. Сознательное следование законам логики дисциплинирует мышление, делает его более аргументированным, эффективным и продуктивным, помогает избежать ошибок, что особенно важно как для учителей, так и для других людей, а для отдельных видов деятельности, например судей, архиважно. Касаясь последнего, Агата Кристи в романе «Десять негрятят» пишет: «Купить остров, думал судья, окружить себя атмосферой таинственности вполне в характере Констанции Калмингтон. И судья кивнул головой: он был доволен собой — его логика, как всегда, безупречна...»

О значении логики для следователя Уотсон, друг Шерлока Холмса, говорит следующее: «Я не знал большого наслаждения, как следовать за Холмсом во время его профессиональных занятий и любоваться его стремительной мыслью. Порою казалось, что он решает предлагаемые ему загадки не разумом, а каким-то вдохновенным чутьем, но на самом деле все его выводы были основаны на точной и строгой логике» (*А. Конан Дойл*).

§ 3. ЛОГИКА И ЯЗЫК

Предметом изучения логики являются формы и законы правильного мышления. Мышление есть функция человеческого мозга. Труд способствовал выделению человека из среды животных,

явился фундаментом в возникновении у людей сознания (в том числе мышления) и языка. Мышление неразрывно связано с языком. Язык, по выражению К. Маркса, есть непосредственная действительность мысли. В ходе коллективной трудовой деятельности у людей возникла потребность в общении и передаче своих мыслей друг другу, без чего была невозможна сама организация коллективных трудовых процессов.

Функции естественного языка многочисленны и многогранны. Язык — средство повседневного общения людей, средство общения в научной и практической деятельности. Язык позволяет передавать и получать накопленные знания, практические умения и жизненный опыт от одного поколения к другому, осуществлять процесс обучения и воспитания подрастающего поколения. Языку свойственны и такие функции: хранить информацию, быть средством выражения эмоций, быть средством познания.

Язык является знаковой информационной системой, продуктом духовной деятельности человека. Накопленная информация передается с помощью знаков (слов) языка.

Речь может быть устной или письменной, звуковой или незвуковой (как, например, у глухонемых), речью внешней (для других) или внутренней, речью, выраженной с помощью естественного или искусственного языка. С помощью научного языка, в основе которого лежит естественный язык, сформулированы положения философии, истории, географии, археологии, геологии, медицины (использующей наряду с «живыми» национальными языками и ныне «мертвый» латинский язык) и многих других наук.

Язык — это не только средство общения, но и важнейшая составная часть культуры всякого народа.

На базе естественных языков возникли искусственные языки науки. К ним принадлежат языки математики, символической логики, химии, физики, а также алгоритмические языки программирования для ЭВМ, которые получили широкое применение в современных вычислительных машинах и системах. Языками программирования называются знаковые системы, применяемые для описания процессов решения задач на ЭВМ. В настоящее время усиливается тенденция разработки принципов «общения» человека с ЭВМ на естественном языке, чтобы можно было пользоваться компьютерами без посредников — программистов.

Знак — это материальный предмет (явление, событие), выступающий в качестве представителя некоторого другого предмета, свойства или отношения и используемый для приобретения, хранения, переработки и передачи сообщений (информации, знаний).

Знаки подразделяются на языковые и неязыковые. К неязыковым знакам относятся знаки-копии (например, фотографии, отпечатки пальцев, репродукции и др.), знаки-признаки, или знаки-показатели (например, дым — признак огня, повышенная тем-

пература тела — признак болезни), знаки-сигналы (например, звонок — знак начала или окончания занятия), знаки-символы (например, дорожные знаки) и другие виды знаков. Существует особая наука — семиотика, которая является общей теорией знаков. Разновидностями знаков являются языковые знаки. Одна из важнейших функций языковых знаков состоит в обозначении ими предметов. Для обозначения предметов служат имена.

Имя — это слово или словосочетание, обозначающее какой-либо определенный предмет. (Слова «обозначение», «именование», «название» рассматриваются как синонимы.) *Предмет* здесь понимается в весьма широком смысле: это вещи, свойства, отношения, процессы, явления и т. п. как природы, так и общественной жизни, психической деятельности людей, продуктов их воображения и результатов абстрактного мышления. Итак, имя всегда есть имя некоторого предмета. Хотя предметы изменчивы, текучи, в них сохраняется качественная определенность, которую и обозначает имя данного предмета.

Имена делятся на: 1) *простые* («книга», «снегирь», «опера») и *сложные*, или *описательные* («самый большой водопад в Канаде и США», «планета Солнечной системы»). В простом имени нет частей, имеющих самостоятельный смысл, в сложном они имеются;

2) *собственные*, т. е. имена отдельных людей, предметов, событий («П. И. Чайковский», «Обь»), и *общие* (названия класса однородных предметов), например «дом», «действующий вулкан».

Каждое имя имеет значение и смысл. Значением имени является обозначаемый им предмет⁸.

Смысл (или *концепт*) имени — это способ, каким имя обозначает предмет, т. е. информация о предмете, которая содержится в имени. Поясним это на примерах. Один и тот же предмет может иметь множество разных имен (синонимов). Так, например, знаковые выражения «4», «2 + 2», «9 - 5» являются именами одного и того же предмета: числа 4. Разные выражения, обозначающие один и тот же предмет, имеют одно и то же значение, но разный смысл (т. е. смысл выражений «4», «2 + 2» и «9 - 5» различен).

Приведем другие примеры, разъясняющие, что такое значение и смысл имени. Такие знаковые выражения, как «великий русский поэт Александр Сергеевич Пушкин (1799—1837)», «автор романа в стихах «Евгений Онегин», «автор стихотворения, обращенного к Анне Петровне Керн, «Я помню чудное мгновенье», «поэт, смертельно раненный на дуэли с Ж. Дантесом», «автор исторической работы «История Пугачева» (1834)», имеют одно и то же значение (они обозначают поэта А. С. Пушкина), но различный смысл.

Такие языковые выражения, как «самое глубокое озеро мира»,

«пресноводное озеро в Восточной Сибири на высоте около 455 метров», «озеро, имеющее свыше 300 притоков и единственный исток — реку Ангару», «озеро, глубина которого 1620 метров», имеют одно и то же значение (озеро Байкал), но различный смысл, поскольку эти языковые выражения представляют озеро Байкал с помощью различных его свойств, т. е. дают различную информацию о Байкале.

Соотношение трех понятий: «имя», «значение», «смысл» — схематически можно изобразить таким образом (рис. 1).

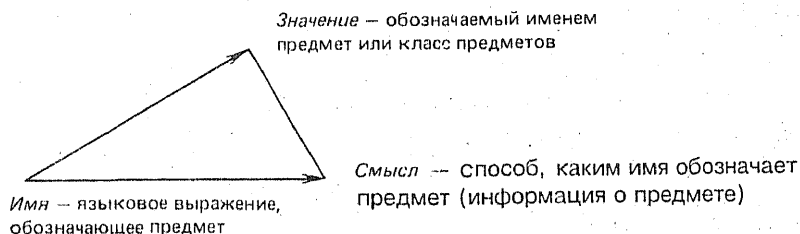


Рис. 1

Эта схема пригодна, если имя является не только собственным, т. е. приложимым к одному предмету (число 4, А. С. Пушкин, Байкал), но и общим (например, «человек», «озеро»). Тогда вместо единичного предмета значением имени будет класс однородных предметов (например, класс озер или класс собак и т. д.) и схема останется в силе при данном уточнении, при этом вместо смысла будет содержание понятия.

В логике различают выражения, которые являются именными функциями, и выражения, являющиеся пропозициональными функциями. Примерами первых являются: « $x^2 + 1$ », «отец y », «разность чисел z и 5»; примерами вторых являются: « x — поэт», « $7 + y = 10$ », « $x > y - 7$ ». Рассмотрим эти два вида функций.

Именная функция — это выражение, которое при замене переменных постоянными превращается в обозначение предмета. Возьмем именную функцию «отец y ». Подставив вместо y имя «писатель Жюль Верн», получим «отец писателя Жюль Верна» — имя предмета (в данном случае имя человека).

Именная функция — это такое выражение, которое не является непосредственно именем ни для какого предмета и нуждается в некотором восполнении для того, чтобы стать именем предмета. Так, выражение $x^2 - 1$ не обозначает никакого предмета, но если мы его «восполним», подставив, например, на место x имя числа 3 (обозначающее это число цифру), то получим выражение $3^2 - 1$, которое является уже именем для числа 8, т. е. для некоторого предмета. Аналогично выражение $x^2 + y^2$ не обозначает никакого предмета, но при подстановке на место x и y каких-

нибудь имен чисел, например «4» и «1», превращается в имя числа 17. Такие нуждающиеся в восполнении выражения, как $x^2 - 1$, $x^2 + y^2$, и называют функциями: первая — от одного, вторая — от двух аргументов.

Пропозициональной функцией называется выражение, содержащее переменную и превращающееся в истинное или ложное высказывание при подстановке вместо переменной имени предмета из определенной предметной области.

Приведем примеры пропозициональных функций: « z — город»; « x есть космонавт»; « y — четное число»; « $x + y = 10$ »; « $x^3 - 1 = 124$ ».

Пропозициональные функции делятся на одноместные, содержащие одну переменную, называемые свойствами (например, « x — композитор», « $x - 7 = 3$ », « z — гвоздика»), и содержащие две и более переменных, называемые отношениями (например, « $x > y$ »; « $x - z = 16$ »; «объем куба x равен объему куба y »).

Возьмем в качестве примера пропозициональную функцию « x — нечетное число» и, подставив вместо x число 4, получим высказывание: «4 — нечетное число», которое ложно, а подставив число 5, получим истинное высказывание: «5 — нечетное число».

Разъясним это на некоторых конкретных примерах. Необходимо указать, какие из приведенных выражений являются именными функциями и какие пропозициональными; определить их местность, т. е. число входящих в выражение переменных, и получить из них имена или предложения, выражающие суждения (истинные или ложные):

а) «разность чисел 100 и x ». Это именная одноместная функция; например, $100 - 6$ есть имя предмета, имя числа 94;

б) « $x^2 + y$ ». Это именная двухместная функция; при подстановке вместо x числа 5 и вместо y числа 7 превращается в имя предмета, имя числа 32;

в) « y — известный полководец». Это пропозициональная одноместная функция; при подстановке вместо y имени «Александр Васильевич Суворов, родившийся 24 ноября 1730 г.» получим истинное суждение: «Александр Васильевич Суворов, родившийся 24 ноября 1730 г., — известный полководец», выраженное в форме повествовательного предложения;

г) « z является композитором, написавшим оперы x и y ». Это пропозициональная трехместная функция; превращается в ложное суждение при подстановке вместо z имени «Бизе», вместо x — «Аида», а вместо y — «Травиата», т. е. суждение «Бизе является композитором, написавшим оперы «Аида» и «Травиата», выраженное в форме повествовательного предложения.

Понятие пропозициональной функции широко используется в математике. Все уравнения с одним неизвестным, которые школьники решают начиная с первого класса, представляют собой одноместные пропозициональные функции, например

$x + 2 = 7$, $10 - x = 4$. Неравенства, содержащие одну или несколько переменных, также являются пропозициональными функциями. Например, $x < 7$ или $x^2 - y > 0$.

Семантические категории

Выражения (слова и словосочетания) естественного языка, имеющие какой-либо самостоятельный смысл, можно разбить на так называемые *семантические категории*, к которым относятся: 1) предложения: повествовательные, побудительные, вопросительные; 2) выражения, играющие определенную роль в составе предложений: дескриптивные и логические термины⁹.

Суждения выражаются в форме повествовательных предложений (например, «Киев — город», «Корова — млекопитающее»). В этих суждениях субъектами соответственно являются «Киев», «корова», а предикатами — «город», «млекопитающее».

К *дескриптивным (описательным) терминам* относятся:

1. *Имена предметов* — слова или словосочетания, обозначающие единичные (материальные или идеальные) предметы («Аристотель», «первый космонавт», «7») или классы однородных предметов (например, «пароход», «книга», «стихотворение», «засуха», «гвардейский полк» и др.).

В суждении «Енисей — река Сибири» встречаются три имени предмета: «Енисей», «река», «Сибирь». Имя предмета «Енисей» выполняет роль субъекта, а имена «река» и «Сибирь» входят в предикат («река Сибири») как его две составные части.

2. *Предикаторы*¹⁰ — слова и словосочетания, обозначающие свойства предметов или отношения между предметами (например, «порядочный», «синий», «электропроводный», «есть город», «меньше», «есть число», «есть планета» и др.). Предикаторы бывают одноместные и многоместные. Одноместные предикаторы обозначают свойства (например, «галантливый», «горький», «большой»). Многоместные предикаторы обозначают (выражают) отношения. Двухместными предикаторами являются: «равен», «больше», «мать», «помнит» и др. Например, «Площадь земельного участка *A* равна площади земельного участка *B*», «Мария Васильевна — мать Сережи». Пример трехместного предикатора: «между» (например, «Город Москва расположен между городами Санкт-Петербург и Ростов-на-Дону»).

3. *Функциональные знаки*¹¹ — выражения, обозначающие предметные функции, операции (« $\text{ctg } a$ », « $+$ », « $\sqrt{\quad}$ » и др.).

Кроме того, в языке встречаются так называемые *логические термины* (логические постоянные, или логические константы).

В естественном языке имеются слова и словосочетания: «и», «или», «если... то», «эквивалентно», «равносильно», «не», «неверно, что», «всякий» («каждый», «все»), «некоторые», «кроме», «только», «тот... который», «ни... ни», «хотя... но», «если и только

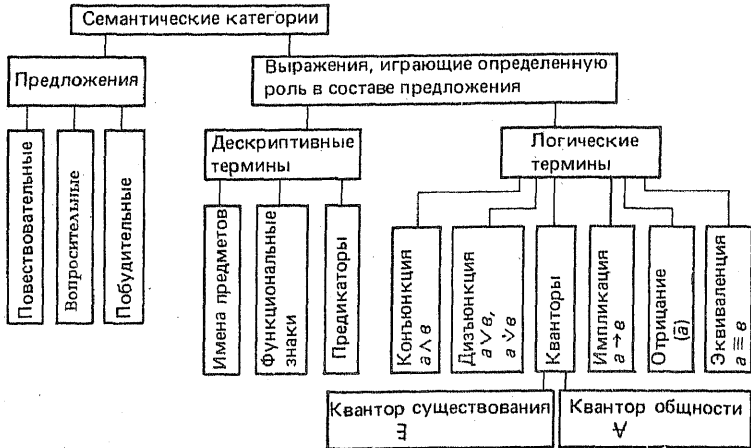


Рис. 2

если» и многие другие, выражающие логические константы (постоянные).

В символической (или математической) логике в качестве таких констант обычно используются конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация, эквиваленция, кванторы общности и существования и некоторые другие.

В символической логике логические термины (логические постоянные) выражаются следующим образом: \wedge , \vee , $\dot{\vee}$, \rightarrow , \equiv .

Конъюнкция соответствует союзу «и». Конъюнктивное высказывание обозначается $a \wedge b$, или $a \cdot b$, или $a \& b$ (например, «Закончились лекции (a), и студенты пошли домой (b)») ¹².

Дизъюнкция соответствует союзу «или». Дизъюнктивное суждение обозначается: $a \vee b$ (нестрогая дизъюнкция) и $a \dot{\vee} b$ (строгая дизъюнкция); отличие их в том, что при строгой дизъюнкции сложное суждение истинно только в том случае, когда истинно одно из составляющих суждений, но не оба, а при нестрогой дизъюнкции истинными могут быть одновременно оба суждения. «Он шахматист или футболист» обозначается как $a \vee b$. «Сейчас Петров находится дома или в институте» обозначается как $a \dot{\vee} b$.

Импликация соответствует союзу «если... то». Условное суждение обозначается: $a \rightarrow b$ или $a \supset b$ (например, «Если будет хорошая погода, то мы пойдем в лес»).

Эквиваленция соответствует словам «если и только если»,

«тогда и только тогда, когда», «эквивалентно». Эквивалентное высказывание обозначается $a \equiv b$, или $a \leftrightarrow b$, или $a \rightleftarrows b$.

Отрицание соответствует словам «не», «неверно, что». Отрицание высказывания обозначается \bar{a} , $\neg a$, $\sim a$ (например, «падает снег» (a); «неверно, что падает снег» (\bar{a})).

Квантор общности обозначается \forall и соответствует квантовым словам «все» («всякий», «каждый», «ни один»). $\forall xP(x)$ — запись в математической логике (например, в суждении «Все красные мухоморы ядовиты») кванторное слово «все».

Квантор существования обозначается \exists и соответствует словам «некоторые», «существует». $\exists xP(x)$ — запись в математической логике (например, в суждениях «Некоторые люди имеют высшее образование» или «Существуют люди, которые имеют высшее образование») кванторные слова выделены курсивом).

Выразим в форме схемы разновидности семантических категорий (рис. 2).

Примеры

1. Определить дескриптивные и логические термины в суждении: «Все организмы являются одноклеточными или многоклеточными». В этом суждении дескриптивными терминами являются: «организм», «многоклеточный организм», «одноклеточный организм», а логическими терминами: «все», «или».

2. Определить, к каким семантическим категориям относятся следующие выражения: а) листья, упавшие на землю (дескриптивный термин, имя предмета); б) листья упали на землю (суждение, выраженное в форме повествовательного предложения); в) на всякое погруженное в жидкость тело действует выталкивающая сила (суждение, выраженное в форме повествовательного предложения); г) вы пойдете сегодня в библиотеку? (вопросительное предложение, не содержащее суждения); д) брат Ивана (дескриптивный термин, имя предмета).

Покажем, каким образом, используя семантические категории, можно выявлять логическую структуру мыслей. Ниже приводятся четыре сложных суждения, структуру которых надо выразить в виде формул, используя введенные логические термины.

1. Если у меня будет свободное время (a) и я сдам экзамены по педагогике (b) и психологии (c), то я поеду отдыхать в Крым (d) или на Кавказ (e).

Формула: $(a \wedge b \wedge c) \rightarrow (d \vee e)$.

Здесь буква a обозначает суждение: «У меня будет свободное время»; буква b — суждение: «Я сдам экзамен по педагогике»; буква c — суждение: «Я сдам экзамен по психологии»; буква d — «Я поеду отдыхать в Крым»; буква e — «Я поеду отдыхать на Кавказ».

2. «Если человек с детства и юности своей не давал нервам

властвовать над собой, то они не привыкнут раздражаться и будут ему послушны» (К. Д. Ушинский).

Формула: $(\bar{a} \wedge \bar{b}) \rightarrow (\bar{c} \wedge \bar{d})$.

Здесь буква a обозначает суждение: «Человек с детства давал нервам властвовать над собой». А так как у нас имеется отрицание («не давал»), то запишем \bar{a} .

3. «И добродетель стать пороком может, когда ее неправильно приложат» (В. Шекспир).

Чтобы выявить структуру этого суждения, надо сначала четко выявить основание и следствие, а для этого данное суждение следует привести к четкой логической форме: «Если добродетель неправильно приложат (a), то она может стать пороком (b)».

Формула: $a \rightarrow b$.

4. «Если ребенок вырастил розу для того, чтобы любоваться ее красотой, если единственным вознаграждением за труд стало наслаждение красотой и творение этой красоты для счастья и радости другого человека, — он не способен на зло, подлость, цинизм, бессердечность» (В. А. Сухомлинский).

Формула: $(a \wedge (b \wedge c \wedge d)) \rightarrow (\bar{e} \wedge \bar{f} \wedge \bar{g} \wedge \bar{h})$.

Задачи к теме «Предмет и значение логики»

I. Укажите предметное (денотат) и смысловое (концепт) значения выражений: космонавт, металл, автор комедии в стихах «Горе от ума», орденоносец, писатель, участник Великой Отечественной войны.

II. Укажите, какие из приведенных выражений являются именными функциями и какие пропозициональными; определите их местность (одноместная, или двухместная, или трехместная) и получите из них имена или предложения, выражающие высказывания (суждения), — истинные или ложные.

1. Человек x рыжеволос.
2. Разность чисел 15 и z .
3. Сумма $x^3 + y^3$.
4. x — современное государство.
5. Ученый y современник ученого z .
6. Натуральное число z больше 100.
7. Река x впадает в море y .
8. x , деленное на 4 без остатка.
9. $x^2 - y^2 < 7$.
10. x и y — братья.
11. Город x расположен между городами y и z .
12. Крупные художники x и z , жившие в XVIII в.

III. Определите, к каким семантическим категориям относятся следующие выражения:

- а) собака лает;

- б) громко лающая собака;
- в) самая высокая горная вершина мира;
- г) песня, раздающаяся в ночной тишине;
- д) песня раздалась в ночной тишине;
- е) исполнительница народных песен;
- ж) некоторые фигуры плоские;
- з) автоматизированная система управления.

IV. Придумайте или найдите в литературе 2—3 сложных суждения, содержащих 5—6 простых суждений, и запишите их структуру при помощи символов.

V. Выразите в символической форме следующие сложные суждения:

1. Если встать рано на рассвете и пойти в сад или парк, то можно услышать чудесные песни птиц.

2. Если данный четырехугольник — ромб, то диагонали его взаимно перпендикулярны и делят углы пополам.

3. «Видеть несправедливость и молчать — это значит самому участвовать в ней» (*Ж.-Ж. Руссо*).

4. Если вы любите детей, полны жажды познания, имеете доброе сердце, мечтаете посвятить себя интересному творческому труду, то смело выбирайте профессию учителя.

5. «Если больному после разговора с врачом не становится легче, то это не врач» (*В. М. Бехтерев*).

6. Добро не умрет, а зло пропадет.

7. Овца руно растит, а скупой деньгу копит — не про себя.

8. Не будет и скуки, как заняты руки.

9. Если Петр проходил мимо работающих, он тотчас же брался помогать: или пройдет ряда два с косой, или навьет воз, или срубит дерево, или порубит дров.

10. «Если верный конь, поранив ногу,
Вдруг споткнулся, а потом опять,
Не вини коня, вини дорогу,
И коня не торопись менять».

(*Р. Гамзатов*).

Глава II

ПОНЯТИЕ

§ 1. ПОНЯТИЕ КАК ФОРМА МЫШЛЕНИЯ

Понятие является одной из форм абстрактного мышления. Конкретные предметы и их свойства отражаются с помощью форм чувственного познания — ощущений, восприятий, представлений. Например, в данном апельсине мы ощущаем его свойст-

ва — круглый, оранжевый, сладкий, ароматный. Совокупность этих и других свойств дает восприятие (конкретный образ единичного предмета) данного апельсина, при этом мы отражаем как его существенные свойства, так и несущественные. В понятии же отражаются лишь существенные признаки предметов.

Признаки — это то, в чем предметы сходны друг с другом или отличны друг от друга. Свойства и отношения являются признаками. Предметы могут быть тождественными по своим свойствам (например, сахар и мед сладкие), но могут и отличаться по своим свойствам (мед сладкий, а полынь горькая).

Признаки бывают *существенные* и *несущественные*. В понятии отражается совокупность существенных признаков, т. е. таких, каждый из которых, взятый отдельно, необходим, а все вместе взятые достаточны, чтобы с их помощью можно было отличить (выделить) данный предмет от всех остальных и обобщить однородные предметы в класс.

Понятие — форма мышления, в которой отражаются существенные признаки одноэлементного класса или класса однородных предметов.

Языковыми формами выражения понятий являются слова или словосочетания (группы слов). Например, «книга», «лес», «гоночная спортивная машина», «спортсмен-перворазрядник». Существуют слова-омонимы, имеющие различное значение, выражающие различные понятия, но одинаково звучащие (например, понятие «мир» как объективная реальность и «мир» как отсутствие войны; слово «коса» имеет три различных значения и т. д.). Существуют слова-синонимы, имеющие одинаковое значение, т. е. выражающие одно и то же понятие, но различно звучащие (например, око — глаз, враг — недруг, хворь — болезнь и т. д.).

Основными логическими приемами формирования понятий являются анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение.

Понятие формируется на основе обобщения существенных признаков (т. е. свойств и отношений), присущих ряду однородных предметов.

Для выделения существенных признаков необходимо абстрагироваться (отвлечься) от несущественных, которых в любом предмете очень много. Этому служит сравнение, сопоставление предметов. Для выделения ряда признаков требуется произвести анализ, т. е. мысленно расчленить целый предмет на его составные части, элементы, стороны, отдельные признаки, а затем осуществить обратную операцию — синтез (мысленное объединение) частей предмета, отдельных признаков, притом признаков существенных, в единое целое.

Мысленному анализу как приему, используемому при образовании понятий, часто предшествует анализ практический, т. е. разложение, расчленение предмета на его составные части. Мыс-

ленному синтезу предшествует практический сбор частей предмета в единое целое, с учетом правильного взаимного расположения частей при сборке.

Анализ — мысленное расчленение предметов на их составные части, мысленное выделение в них признаков.

Синтез — мысленное соединение в единое целое частей предмета или его признаков, полученных в процессе анализа.

Сравнение — мысленное установление сходства или различия предметов по существенным или несущественным признакам.

Абстрагирование — мысленное выделение одних признаков предмета и отвлечение от других. Часто задача состоит в выделении существенных признаков предметов и в отвлечении от несущественных, второстепенных.

Обобщение — мысленное объединение отдельных предметов в некотором понятии.

Перечисленные выше логические приемы используются при формировании новых понятий как в научной деятельности, так и при овладении знаниями в процессе обучения.

§ 2. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ПОНЯТИЯ

Всякое понятие имеет содержание и объем. *Содержанием понятия* называется совокупность существенных признаков одноэлементного класса или класса однородных предметов, отраженных в этом понятии. Содержанием понятия «ромб» является совокупность двух существенных признаков: «быть параллелограммом» и «иметь равные стороны».

Объемом понятия называют класс обобщаемых в нем предметов. Объективно, т. е. вне сознания человека, существуют различные предметы, например животные. Под объемом понятия «животное» подразумевается множество всех животных, которые существуют сейчас, существовали ранее и будут существовать в будущем. Класс (или множество) состоит из отдельных объектов, которые называются его *элементами*. В зависимости от их числа множества делятся на конечные и бесконечные. Например, множество планет Солнечной системы конечно, а множество натуральных чисел бесконечно. Множество (класс) A называется подмножеством (подклассом) множества (класса) B , если каждый элемент A является элементом B . Такое отношение между подмножеством A и множеством B называется отношением включения класса A в класс B и записывается так: $A \subset B$. Это отношение вида и рода (например, класс «ель» входит в класс «дереву»).

Отношение принадлежности элемента a классу A записывается так: $a \in A$ (например, a — «Байкал» и A — «озеро»).

Классы A и B являются тождественными (совпадающими), если $A \subset B$ и $B \subset A$, что записывается как $A \equiv B$.

Закон обратного отношения между объемами и содержаниями понятий

В этом законе речь идет о понятиях, находящихся в родовых отношениях. Объем одного понятия может входить в объем другого понятия и составлять при этом лишь его часть. Например, объем понятия «моторная лодка» целиком входит в объем другого, более широкого по объему понятия «лодка» (составляет часть объема понятия «лодка»). При этом содержание первого понятия оказывается шире, богаче (содержит больше признаков), чем содержание второго. На основе обобщения такого рода примеров можно сформулировать следующий закон: чем шире объем у первого из двух понятий, тем уже его (первого понятия) содержание, и наоборот. Этот закон называется законом обратного отношения между объемами и содержаниями понятий. Он указывает на то, что чем меньше информация о предметах, заключенная в понятии, тем шире класс предметов и неопределеннее его состав (например, «растение»), и наоборот, чем больше информация в понятии (например, «съедобное растение» или «съедобное злаковое растение»), тем уже и определеннее круг предметов.

§ 3. ВИДЫ ПОНЯТИЙ

Понятия можно классифицировать по объему и по содержанию. По объему понятия делятся на единичные, общие и пустые.

Объем *единичного* понятия составляет одноэлементный класс (например, «великий русский писатель Александр Николаевич Островский»; «столица России» и др.). Объем *общего* понятия включает число элементов, большее единицы (например, «автомобиль», «портфель», «государство» и др.).

Среди общих понятий особо выделяют понятия с объемом, равным *универсальному* классу, т. е. классу, в который входят все предметы, рассматриваемые в данной области знания или в пределах данных рассуждений (эти понятия называют универсальными). Например, натуральные числа — в арифметике; растения — в ботанике; конструктивные объекты — в конструктивной математике и др.

Кроме общих и единичных понятий по объему выделяют *понятия пустые* (с нулевым объемом), т. е. такие, объем которых представляет пустое множество (например, «вечный двигатель», «баба Яга», «теплород», «человек, проживший 300 лет», «снегурочка», «дед Мороз», персонажи сказок, басен и др.).

По содержанию можно выделить следующие четыре пары понятий.

Конкретные и абстрактные понятия

Конкретными называются понятия, в которых отражены одноэлементные или многоэлементные классы предметов (как ма-

териальные, так и идеальные). К их числу относятся понятия: «дом», «свидетель», «романс», «поэма Владимира Маяковского «Хорошо!», «землетрясение» и др.

Абстрактными называются те понятия, в которых мыслится не целый предмет, а какой-либо из признаков предмета, взятый отдельно от самого предмета (например, «белизна», «несправедливость», «честность»). В действительности существуют белые одежды, несправедливые войны, честные люди, но «белизна» и «несправедливость» как отдельные чувственно воспринимаемые вещи не существуют. Абстрактные понятия, кроме отдельных свойств предмета, отражают и отношения между предметами (например, «неравенство», «подобие», «тождество», «сходство» и др.).

Относительные и безотносительные понятия

Относительные — такие понятия, в которых мыслятся предметы, существование одного из которых предполагает существование другого («дети» — «родители», «ученик» — «учитель», «начальник» — «подчиненный», «северный полюс магнита» — «южный полюс магнита», «базис» — «надстройка») ¹.

Безотносительные — такие понятия, в которых мыслятся предметы, существующие самостоятельно, вне зависимости от другого предмета («дом», «человек», «доменная печь», «дерево»).

Положительные и отрицательные понятия

Положительные понятия характеризуют в предмете наличие того или иного качества или отношения. Например, грамотный человек, алчность, отстающий ученик, красивый поступок, эксплуататор и т. д. ²

Если частица «не» или «без» («бес») слилась со словом и слово без них не употребляется (например, «ненастье», «бесчинство», «беспечность», «безупречность», «ненависть», «неряха»), то понятия, выраженные такими словами, также называются положительными. В русском языке нет понятий «упречность» или «настье», и частица «не» в приведенных примерах *не выполняет функцию отрицания*, а поэтому понятия «ненастье», «неряха» и другие являются положительными, так как они характеризуют наличие у предмета определенного качества (может быть, даже и плохого — «неряха», «беспечность»).

Отрицательными называются те понятия, которые означают, что указанное качество отсутствует в предметах (например, «неграмотный человек», «некрасивый поступок», «ненормальный режим», «бескорыстная помощь»). Эти понятия в языке выражены словом или словосочетанием, содержащим отрицательную частицу «не» или «без» («бес»), присоединенную к соответствующему положительному понятию и *выполняющую функцию отрица-*

ния. Положительное (A) и отрицательное ($не-A$) являются противоречащими понятиями.

Собирательные и несобирательные понятия

Собирательными называются понятия, в которых группа однородных предметов мыслится как единое целое (например, «полк», «стадо», «стая», «созвездие»). Проверяем так. Например, об одном дереве мы не можем сказать, что это лес; один корабль не является флотом. Собирательные понятия бывают общими (например, «роща», «студенческий строительный отряд») и единичными («созвездие Большая Медведица», «Российская государственная библиотека», «экипаж космического корабля, впервые осуществивший совместный полет»).

Содержание *несобирательного* понятия можно отнести к каждому предмету данного класса, мыслимого в понятии («ручка», «река», «игрушка»). При этом будут возникать истинные суждения. Например, о каждом данном растении можно сказать, что оно является растением, и это утверждение является истинным.

В суждениях (высказываниях) общие и единичные понятия могут употребляться как в несобирательном (разделительном), так и в собирательном смысле. В суждении «Студенты этой группы успешно сдали экзамен по педагогике» понятие «студент этой группы» является общим и употребляется в разделительном (несобирательном) смысле, так как утверждение об успешной сдаче экзамена по педагогике относится к каждому студенту этой группы. В суждении «Студенты этой группы провели общее собрание» понятие «студенты этой группы» употреблено в собирательном смысле, так как студенты этой группы взяты как единый коллектив и это понятие является единичным, ибо данная совокупность студентов (именно этой группы) одна, другого такого коллектива нет.

В целях пояснения приведем следующие примеры.

Дать логическую характеристику понятиям «коллектив», «недобросовестность», «стихотворение».

«*Коллектив*» — общее, конкретное, безотносительное, положительное, собирательное.

«*Недобросовестность*» — общее, абстрактное, безотносительное, отрицательное, несобирательное.

«*Стихотворение*» — общее, конкретное, безотносительное, положительное, несобирательное.

§ 4. ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ПОНЯТИЯМИ

Предметы мира находятся друг с другом во взаимосвязи и взаимообусловленности. Поэтому и понятия, отражающие предметы мира, также находятся в определенных отношениях.

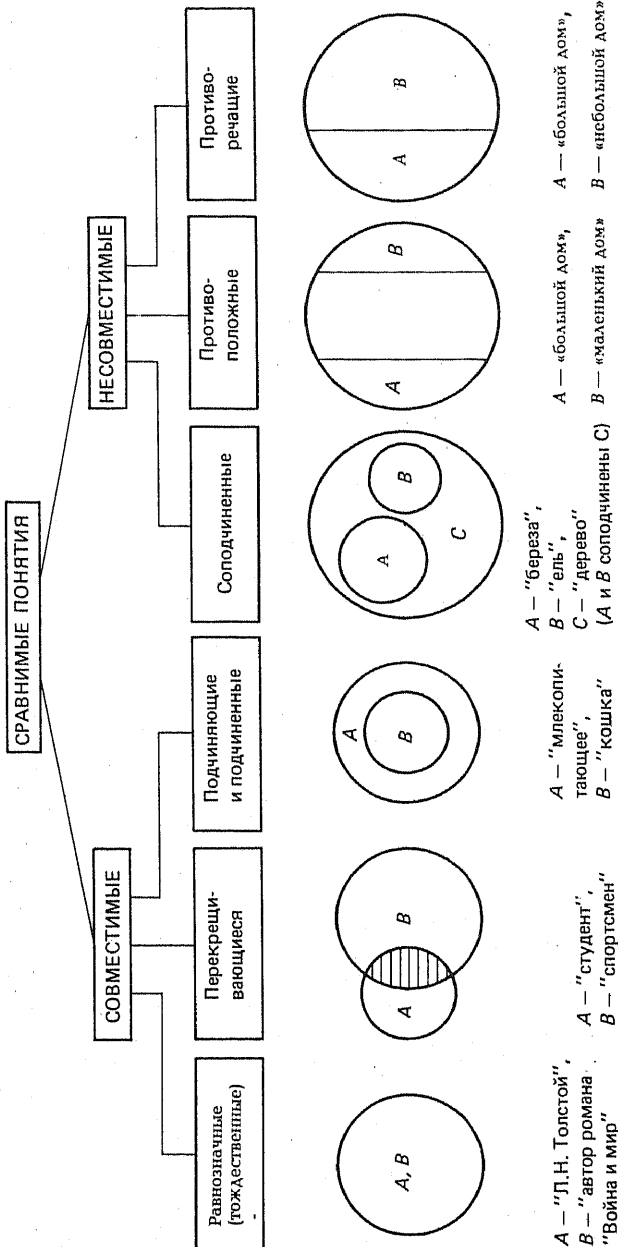


Рис. 3

Далекие друг от друга по своему содержанию понятия, не имеющие общих признаков, называются *несравнимыми* (например, «безответственность» и «нитка»; «романс» и «кирпич»), остальные понятия называются *сравнимыми*.

Сравнимые понятия делятся по объему на *совместимые* (объемы этих понятий совпадают полностью или частично) и *несовместимые* (объемы которых не совпадают ни в одном элементе).

**Типы совместимости: равнозначность (тождество),
перекрещивание, подчинение (отношение рода и вида)**

Отношения между понятиями изображают с помощью круговых схем (кругов Эйлера³), где каждый круг обозначает объем понятия (рис. 3). Если понятие единичное, то оно также изображается кругом.

Равнозначными (или *тождественными*) называются понятия, которые различаются по своему содержанию, но объемы которых совпадают, т. е. в них мыслится или одноэлементный класс, или один и тот же класс предметов, состоящий более чем из одного элемента. Примеры равнозначных понятий: 1) «река Волга»; «самая длинная река в Европе»; 2) «автор рассказа «Человек в футляре»»; «автор комедии «Вишневый сад»»; 3) «равносторонний прямоугольник»; «квадрат»; «равноугольный ромб». Объемы тождественных понятий изображаются кругами, полностью совпадающими.

Понятия, объемы которых частично совпадают, т. е. содержат общие элементы, находятся в отношении *перекрещивания*. Примерами их являются следующие пары: «колхозник» и «орденоносец»; «школьник» и «филателист»; «спортсмен» и «студент». Они изображаются пересекающимися кругами (см. рис. 3). В заштрихованной части двух кругов мыслятся студенты, являющиеся спортсменами, или (что одно и то же) спортсмены, являющиеся студентами, в левой части круга *A* мыслятся студенты, не являющиеся спортсменами. В правой части круга *B* мыслятся спортсмены, которые не являются студентами.

Отношение *подчинения* (*субординации*) характеризуется тем, что объем одного понятия целиком включается (входит) в объем другого понятия, но не исчерпывает его. Это отношение вида и рода; *A* — подчиняющее понятие («млекопитающее»), *B* — подчиненное понятие («кошка»).

**Типы несовместимости: соподчинение,
противоположность, противоречие**

Соподчинение (*координация*) — это отношение между объемами двух или нескольких понятий, исключających друг друга, но принадлежащих некоторому, более общему родовому понятию (например, «ель», «береза», «сосна» принадлежат объему понятия

«дереву»). Они изображаются отдельными неперекрещивающимися кругами внутри более обширного круга. Это виды одного и того же рода.

В отношении *противоположности (контрарности)* находятся объемы таких двух понятий, которые являются видами одного и того же рода, и притом одно из них содержит какие-то признаки, а другое эти признаки не только отрицает, но и заменяет их другими, исключаящими (т. е. противоположными признаками). Слова, выражающие противоположные понятия, являются *антонимами*. Антонимы широко используются в обучении. Примеры противоположных понятий: «храбрость» — «трусость»; «белая краска» — «черная краска». Объемы последних двух понятий разделены объемом некоторого третьего понятия, куда, например, входит «зеленая краска».

В отношении *противоречия (контрадикторности)* находятся такие два понятия, которые являются видами одного и того же рода, и при этом одно понятие указывает на некоторые признаки, а другое эти признаки отрицает, исключает, не заменяя их никакими другими признаками. Если одно понятие обозначить A (например, «высокий дом»), то другое понятие, находящееся с ним в отношении противоречия, следует обозначить $не-A$ (т. е. «невысокий дом»). Круг Эйлера, выражающий объем таких понятий, делится на две части (A и $не-A$), и между ними не существует третьего понятия. Например, бумага может быть либо белой, либо небелой; человек бывает честным или нечестным; животное — млекопитающим или немлекопитающим и т. д. Понятие A является положительным, а понятие $не-A$ — отрицательным.

Понятия A и $не-A$ также являются антонимами.



Рис. 4



Рис. 5

Примеры. Определить отношения между следующими понятиями; изобразить эти отношения кругами Эйлера (рис. 4, 5):

1. Дом, недостроенный дом, каменный дом, строение.
2. Спортсмен, рабочий, орденосец.

§ 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЙ

Определение (или дефиниция) понятия есть логическая операция, которая раскрывает содержание понятия либо устанавливает значение термина.

С помощью *определения* понятий мы в явной форме указываем на сущность отражаемых в понятии предметов, раскрываем содержание понятия и тем самым отличаем круг определяемых предметов от других предметов. Так, например, давая определение понятия «трапеция», мы отличаем его от других четырехугольников, например от прямоугольника или ромба. «Трапеция — четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие — не параллельны» (1). Приведем еще несколько определений понятий, взятых из школьных учебников, которые принадлежат к двум различным видам определений. «Вещества, растворы которых проводят электрический ток, называются электролитами» (2). «Флорой называют видовой состав растений, произрастающих на той или иной территории» (3). «Естественный отбор — процесс выживания наиболее приспособленных особей, который ведет к преимущественному повышению или понижению численности одних особей в популяции по сравнению с другими» (4).

В явном определении понятие, содержание которого надо раскрыть, называется *определяемым* понятием [*definiendum* (дефиниендум), сокращенно *Dfd*], а то понятие, посредством которого оно определяется, называется *определяющим* понятием [*definiens* (дефиниенс), сокращенно — *Dfn*]⁴.

Реальные и номинальные определения

Если определяется понятие, то определение будет *реальным*. Если определяется термин, обозначающий понятие, то определение будет *номинальным*. Из вышеприведенных определений (1) и (4) — это реальные определения, а (2) и (3) — номинальные определения.

С помощью *номинальных* определений вводятся также новые термины, краткие имена взамен более сложных описаний предметов. Например, «навыком называют такое действие, в составе которого отдельные операции стали автоматизированными в результате упражнений».

Путем *номинальных* определений вводятся и знаки, заменяющие термины. Например, «Конъюнкция обозначается знаками

Λ или $\&c$ », « C — скорость света», «Тангенс угла α обозначается как $\operatorname{tg} \alpha$ » и т. д.

В номинальном определении часто раскрывается и этимология того или иного термина. Например, «Термин «философия» происходит от греческих слов «филео» — люблю и «софия» — мудрость, что означает любовь к мудрости (или, как говорили раньше на Руси, любомудрие)».

Для номинальных определений характерно присутствие в их составе слова «называют(ся)». Номинальные определения часто встречаются в учебниках по математике для средней школы. Так, в курсе геометрии встречаются следующие номинальные определения: «Конус называется круговым, если основание его — круг» или «Круглый конус называют конусом вращения».

Определения делятся на явные и неявные. Явные определения — это такие, в которых даны Dfd и Dfn и между ними устанавливается некоторое отношение равенства, эквивалентности. Самое распространенное явное определение — определение через ближайший род и видовое отличие. В нем устанавливаются существенные признаки определяемого понятия.

Примеры. 1. «Правильный многоугольник — многоугольник, у которого все стороны конгруэнтны и все углы равны».

2. «Барометр — прибор для измерения атмосферного давления».

3. «Гротеск — один из способов сатирического изображения жизни, отличающийся резким преувеличением, сочетанием реального и фантастического».

Признак, указывающий на тот круг предметов, из числа которых нужно выделить определяемое множество предметов, называется *родовым признаком*, или *родом*. В приведенных примерах родовыми являются понятия «многоугольник», «прибор», «способ сатирического изображения жизни».

Признаки, при помощи которых выделяется определяемое множество предметов из числа предметов, соответствующих родовому понятию, называются *видовым отличием*. При определении понятия видовых признаков (отличий) может быть один или несколько.

К *явным* определениям понятий относятся и *генетические определения*. Они часто встречаются в школьных учебниках. Генетическим называется определение предмета путем указания на способ, которым образуется только данный предмет и никакой другой (это его видовое отличие). Генетическое определение является разновидностью определения через род и видовое отличие.

Приведем примеры генетических определений из области химии. 1. Кислотами называются сложные вещества, образующиеся из кислотных остатков и атомов водорода, способных замещаться атомами металлов или обмениваться на них. 2. Коррозия

металлов — это окислительно-восстановительный процесс, образующийся в результате окисления атомов металла и перехода их в ионы.

Использование определений понятий в процессе обучения

Определение через род и видовое отличие и номинальное определение широко используются в процессе обучения. Приведем ряд примеров, взятых из школьных учебников. К *определениям через ближайший род и видовое отличие* можно отнести следующие: «Высшая нервная деятельность — это совокупность множества взаимосвязанных нервных процессов, протекающих в коре головного мозга»; «Наследственность называют общее свойство всех организмов сохранять и передавать признаки строения и функций от предков к потомству». В учебниках по неорганической химии содержится много *номинальных определений* понятий, например: «Удержание углем и другими твердыми веществами на своей поверхности частиц газа или растворенного вещества называется адсорбцией». В учебниках физики меньше реальных определений через род и видовое отличие и больше номинальных, например: «Температуру, при которой вещество плавится, называют температурой плавления вещества». В учебнике физики для 7-го класса даны номинальные определения следующим понятиям: «теплопередача», «температура отвердевания (или кристаллизации)», «удельная теплота плавления», «испарение», «конденсация», «температура кипения», «удельная теплота парообразования», «сила тока», «электрическая сила» и многим другим. Имеются там и реальные определения. В учебниках географии, наоборот, преимущественное место занимают реальные определения через род и видовое отличие. Например, «Минерал — природное образование (тело), однородное по химическому составу и физическим свойствам». Много определений в учебниках математики, русского языка, истории, литературы и других. Определение понятий — один из важных и распространенных способов передачи информации в концентрированном виде.

Учитель, овладевая методикой преподавания своего предмета, должен в первую очередь организовать работу с *основными, опорными* понятиями и законами, уметь выделить главное в обучении. Повышению теоретического уровня преподавания способствует четкое выделение основных понятий. Надо не только отрабатывать признаки основных и опорных понятий, но и органично увязывать их содержание с современностью, с практикой, в противном случае может возникнуть формализм в знаниях учащихся.

Четкое определение понятия «культура» поможет устранить недостаток в знаниях учащихся, состоящий в том, что они редко относят развитие орудий труда, техники к достижениям куль-

туры, ограничивая свои представления памятниками зодчества, скульптуры, книгопечатания, прикладного искусства, т. е. недостаточно глубоко изучают достижения материальной культуры. Соответственно двум основным видам производства — материального и духовного — культуру принято делить на материальную и духовную, поэтому учителя должны более четко раскрывать содержание понятий «материальная культура» и «духовная культура» и на их базе формировать более общее понятие «культура».

В целом перед учителями стоят такие задачи: добиваться от учащихся глубокого усвоения основных понятий курса, выработки цельной системы раскрытия важнейших понятий школьных предметов, поэтапного расширения их объема и усложнения их структуры. Таков путь усвоения основных, опорных понятий, изучаемых в школьных курсах.

Правила явного определения. Ошибки, возможные в определении

1. *Определение должно быть соразмерным*, т. е. объем определяющего понятия должен быть равен объему определяемого понятия. $Dfd \equiv Dfn$. Это правило часто нарушается, в результате чего возникают логические ошибки в определении. Типы этих логических ошибок:

а) *широкое определение*, когда $Dfd < Dfn$. Такая ошибка содержится в следующих определениях: «Гравитация — это взаимодействие двух материальных тел». «Лошадь — млекопитающее и позвоночное животное». (Здесь понятие «лошадь» нельзя отличить от понятий «корова» или «коза».) Понятие «окружность» неправильно определяется так: «Это фигура, которая описывается движущимся концом отрезка, когда другой его конец закреплен, или фигура, которая образована движущимся концом циркуля». С помощью этого определения нельзя отличить понятие «окружность» от понятия «дуга», так как не указано, что окружность — это кривая замкнутая линия;

б) *узкое определение*, когда $Dfd > Dfn$. Например, «Совесь — это осознание человеком ответственности перед самим собой за свои действия и поступки» (а перед обществом?). «Производительными силами называются орудия труда, а также и сами люди с их умениями и приемами труда». (В производительные силы входят все средства производства, а не только орудия труда.);

в) *определение в одном отношении широкое, в другом — узкое*. В этих неправильных определениях $Dfd > Dfn$ и $Dfd < Dfn$ (в разных отношениях). Например, «Бочка — сосуд для хранения жидкостей». С одной стороны, это широкое определение, так как сосудом для хранения жидкостей может быть и чайник, и ведро,

и т. д.; с другой стороны, это узкое определение, так как бочка пригодна для хранения и твердых тел, а не только жидкостей. Аналогичная ошибка содержится в определении понятия «учитель»: «Учитель — человек, обучающий детей».

2. *Определение не должно содержать круга.* Круг возникает тогда, когда Dfd определяется через Dfn , а Dfn был определен через Dfd . В определении «Вращение есть движение вокруг своей оси» будет допущен круг, если до этого понятие «ось» было определено через понятие «вращение» («ось — это прямая, вокруг которой происходит вращение»).

Круг возникает и тогда, когда определяемое понятие характеризуется через него же, лишь выраженное иными словами, или когда определяемое понятие включается в определяющее понятие в качестве его части. Такие определения носят название *тавтологий*.

В. И. Ленин, выявив эту логическую ошибку у П. Струве, который дал неверное определение понятия «хозяйство», писал: «Хозяйство определяется через хозяйствование! Масляное масло...»⁵

Тавтологичны такие определения: «Халатность заключается в том, что человек халатно относится к своим обязанностям»; «Количество — это характеристика предмета с его количественной стороны».

Логически некорректным является употребление в мышлении (и в речи) тавтологий, таких, например, как масляное масло, трудоемкий труд, порученное поручение, прогрессирующий прогресс, заданная задача, изобрету изобретение, поиграем в игру, памятный сувенир, подытожим итоги и др. Иногда можно встретить выражения вида: «Закон есть закон», «Жизнь есть жизнь» и т. д., которые представляют собой прием усиления, а не сообщения в предикате какой-то информации о субъекте, так как субъект и предикат тождественны. Такие выражения не претендуют на определение соответствующего понятия: «закон», «жизнь» или др.

3. *Определение должно быть четким, ясным.* Это правило означает, что смысл и объем понятий, входящих в Dfn , должен быть ясным и определенным. Определения понятий должны быть свободными от двусмысленности; не допускается подмена их метафорами, сравнениями и т. д.

Не будут определениями следующие суждения: «Архитектура — застывшая музыка», «Лев — царь зверей», «Верблюд — корабль пустыни», «Такт — это разум сердца» (К. Гуцков), «Неблагодарность — род слабости» (И. В. Гёте).

Неявные определения

В отличие от явных определений, имеющих структуру $Dfd \equiv Dfn$, в неявных определениях просто на место Dfn подстав-

ляется контекст, или набор аксиом, или описание способа построения определяемого объекта.

Контекстуальное определение позволяет выяснить содержание незнакомого слова, выражающего понятие, через контекст, не прибегая к словарю для перевода, если текст дан на иностранном языке, или к толковому словарю, если текст дан на родном языке.

Значения неизвестных в уравнениях даны в неявном виде. Если дано уравнение первой степени, например $10 - y = 3$, или дано квадратное уравнение, например $x^2 - 7x + 12 = 0$, то, решая их и находя значение корней этих уравнений, мы даем явное определение для y ($y = 7$) и для x ($x_1 = 4$ и $x_2 = 3$).

Индуктивные определения характеризуются тем, что определяемый термин используется в выражении понятия, которое ему приписывается в качестве его смысла. Примером индуктивного определения является определение понятия «натуральное число» с использованием самого термина «натуральное число»:

1. 1 — натуральное число.
2. Если n — натуральное число, то $n + 1$ — натуральное число.
3. Никаких натуральных чисел, кроме указанных в пунктах 1 и 2, нет.

С помощью этого индуктивного определения получается натуральный ряд чисел: 1, 2, 3, 4, Таков алгоритм построения натуральных чисел.

Определение через аксиомы

В современной математике и в математической логике широко применяется так называемый аксиоматический метод. Приведем пример⁶. Пусть дана система каких-то элементов (обозначаемых x, y, z, \dots), и между ними установлено отношение, выражаемое термином «предшествует». Не определяя ни самих объектов, ни отношения «предшествует», мы высказываем для них следующие утверждения (т. е. следующие две аксиомы):

1. Никакой объект не предшествует сам себе.
2. Если x предшествует y , а y предшествует z , то x предшествует z .

Так с помощью двух аксиом определены системы объектов вида « x предшествует y ». Например, пусть объектами x, y, \dots являются люди, а отношение между x и y представляет собой « x старше y ». Тогда выполняются утверждения 1 и 2. Если объекты x, y, z — действительные числа, а отношение « x предшествует y » представляет собой « x меньше y », то утверждения 1 и 2 также выполняются. Утверждения (т. е. аксиомы) 1 и 2 *определяют* системы объектов с одним отношением.

Приемы, сходные с определением понятий

Всем понятиям определение дать невозможно (к тому же в этом нет необходимости), поэтому в науке и в процессе обучения используются другие способы введения понятий — приемы, сходные с определением: описание, характеристика, разъяснение посредством примера и др.

Описание состоит в перечислении внешних черт предмета с целью нестрогого отличия его от сходных с ним предметов. Описание дает чувственно-наглядный образ предмета, который человек может составить с помощью творческого или воспроизводящего представления. Описание включает как существенные, так и несущественные признаки.

Описания широко используются в художественной литературе (например, описание Л. Н. Толстым внешности Анны Карениной, описание Н. В. Гоголем внешнего облика Плюшкина, Собакевича и других литературных героев, описание Стефаном Цвейгом облика Оноре Бальзака, облика его отца и других людей, описание пейзажей, деревьев, птиц и т. д.), в исторической литературе (описание Куликовской битвы, описание обликов военачальников, монархов и других личностей); в специальной технической литературе приводится описание внешнего вида машин, в том числе ЭВМ, описание конструкций различных предметов (например, замков, электрохолодильников, электронагревательных приборов и др.).

При розыске преступников дается описание их внешности и в первую очередь особых примет, чтобы люди могли их опознать и сообщить об их месте нахождения.

Характеристика дает перечисление лишь некоторых внутренних, существенных свойств человека, явления, предмета, а не его внешнего вида, как это делается с помощью описания.

Иногда характеристика дается путем указания одного признака. К. Маркс называл Аристотеля «величайшим мыслителем древности», а Луначарский характеризовал Клима Самгина (из романа М. Горького) как «микроскопическую индивидуальность на больших каблукх самомнения». К. Д. Ушинский писал: «Леность — это отвращение человека от усилий».

В книге рекордов Гиннеса (1988 г.) даны такие характеристики: «Сергей Бубка (СССР). Первый прыгун с шестом, преодолевший шестиметровый рубеж»; «Сэр Эдмунд Хиллари (Новая Зеландия). Его выдающееся достижение заключается в том, что он первым покорил Эверест»; «Самая дорогая картина. «Подсолнухи», одна из серии в 7 картин Винсента ван Гога, была продана на аукционе Кристи 30 марта 1987 г. в Лондоне за 22 500 000 ф. ст.».

Характеристика литературных героев дается путем перечисления их деловых качеств, моральных, общественно-политических

взглядов, а также соответствующих действий, черт характера и темперамента, целей, которые они ставят перед собой. Характеристика этих персонажей позволяет четко, метко подметить типичные черты того или иного собирательного образа.

Такую, например, характеристику идеального человека дал Аристотель. «Идеальный человек испытывает радость от того, что делает благодеяния другим; но ему стыдно принимать благодеяния от других. Возвышенные натуры творят добро, низшие натуры принимают его»⁷.

Ж.-Ж. Руссо считал, что можно сделать человека добрее, изменив его потребности. Развивая эту мысль, К. Д. Ушинский дает также характеристики сильного и слабого существа: «Тот, чья сила превосходит его потребности, будь то насекомое, червяк, есть существо сильное; тот же, чьи потребности превосходят силу, будь это слон, лев, будь это победитель, герой, будь это бог, есть существо слабое». И далее: «...чувство доброты появляется, когда силы наши превышают требовательность стремлений»⁸.

Дейл Карнеги дает такую характеристику в сочетании со сравнениями. «Одним из самых трагических свойств человеческой натуры, насколько мне известно, является наша склонность откладывать осуществление своих чаяний на будущее. Мы все мечтаем о каком-то волшебном саде, полном роз, который виднеется где-то за горизонтом, — вместо того, чтобы наслаждаться теми розами, которые растут под нашим окном сегодня.

Почему мы такие глупцы — такие ужасающие глупцы?

«Как странно мы проводим тот маленький отрезок времени, называемый нашей жизнью, — писал Стивен Ликок. — Ребенок говорит: «Когда я стану юношей». Но что это означает? Юноша говорит: «Когда я стану взрослым». И, наконец, став взрослым, он говорит: «Когда я женюсь». Наконец, он женится, но от этого мало что меняется. Он начинает думать: «Когда я смогу уйти на пенсию». А затем, когда он достигает пенсионного возраста, он оглядывается на пройденный им жизненный путь; как бы холодный ветер дует ему в лицо, и перед ним раскрывается жестокая правда о том, как много он упустил в жизни, как все безвозвратно ушло. Мы слишком поздно понимаем, что смысл жизни заключается в самой жизни, в ритме каждого дня и часа»⁹.

Часто применяется сочетание описания и характеристики. Оно используется при изучении химии, биологии, географии, истории и других наук. Например, «Нефть — маслянистая жидкость, легче воды, темного цвета, с резким запахом. Главное свойство нефти — горючесть. При сгорании нефть дает больше теплоты, чем каменный уголь. Нефть залегает глубоко в земле». Этот прием часто используется и в художественной литературе.

Разъяснение посредством примера используется тогда, когда легче привести пример или примеры, иллюстрирующие данное

понятие, чем дать его строгое определение через род и видовое отличие.

Объяснение понятия «животный мир пустыни» происходит путем перечисления видов ее обитателей: верблюд, джейран, черепаха, ящерица, варан, кулан и др.

Понятие «полезное ископаемое» объясняется перечислением видов (примеров): нефть, каменный уголь, металлы и др. Разъяснение посредством примера используется и в средней школе, и в начальной.

Разновидностью этого приема являются *остенсивные* определения, к которым часто прибегают при обучении иностранному языку, когда называют и показывают предмет (или картинку с его изображением). Так же иногда поступают при разъяснении непонятных слов родного языка.

Другим приемом, заменяющим определение понятий, является *сравнение*. К сравнению прибегают как на уровне научного познания, так и на уровне художественного отображения действительности. В. А. Сухомлинский использовал сравнение мозга ребенка с цветком розы: «Мы, учителя, имеем дело с самым нежным, самым тонким, самым чутким, что есть в природе, — с мозгом ребенка. Когда думаешь о детском мозге, представляешь нежный цветок розы, на котором дрожит капелька росы. Какая осторожность и нежность нужны для того, чтобы сорвав цветок, не уронить каплю. Вот такая же осторожность нужна и нам каждую минуту: ведь мы прикасаемся к тончайшему и нежнейшему в природе — к мыслящей материи растущего организма»¹⁰.

В науке сравнение позволяет выявить сходства и различия сопоставляемых предметов. В учебнике по биологии приводятся такие сравнения: «Тело медузы студенистое, похожее на зонтик»; «Почки — небольшие парные органы, имеющие форму бобов»; «Цветок гороха напоминает сидящего мотылька»; «Завязи пестиков шиповника скрыты в разросшемся цветоложе, похожем на бокал». Во всех приведенных сравнениях общим признаком (основанием сравнения) является форма.

Сравнение на уровне художественного отображения действительности позволяет подметить общее, сходное в двух предметах, и в яркой форме, образно выразить это сходство. М. Горький использует такое сравнение: «Грубость — такое же уродство, как горб».

Художественные сравнения часто включают в свой состав слова: «как», «как будто», «словно» и др.

Приведем три сравнения людей с животными, которыми пользуется Агата Кристи при характеристике героев в детективном романе «Десять негритят». «Филипп... двигался легко и бесшумно, как ягуар. И вообще во всем его облике было что-то от ягуара. Красивого хищника — вот кого он напоминал». А вот

другое ее сравнение: «Судья... обвел глазами собравшихся и, вытянув шею, как разъяренная черепаха, сказал: — Я думаю, настало время нам поделиться друг с другом своими сведениями». Третий персонаж сравнивается с ящером: «Прикрытые складчатými, как у ящера, веками глаза остановились на его лице».

В. Набоков в рассказе «Весна в Фиальте» использует такие интересные сравнения: «... елки молча торговали своими голубоватыми пирогами»; «... кто-то, спасаясь, падая, хрустя, хохоча с запышкой, влез на сугроб, побежал, охнул сугроб, произвел ампутацию валенка»; «... точно женская любовь была родниковой водой, содержащей целебные соли, которой она из своего ковшика охотно поила всякого, только напомни».

Артур Конан Дойл в одном предложении использует сразу три приема, заменяющие определение (приводит описание, характеристику и ряд сравнений). «Стоит мне и теперь закрыть глаза, Мари встает передо мной: щеки смуглые, как лепестки мускатной розы; взгляд карих глаз нежен и в то же время смел; волосы черные, как смоль, будят волнение в крови и в стихии просятся; а фигурка — точно молодая березка на ветру».

Различение есть прием, позволяющий установить отличие данного предмета от сходных с ним предметов. Например, «Истерия — не болезнь, а характер: главная черта этого характера — самовнушаемость» (П. Дюбуа).

Значение определений в науке и в рассуждении

Кроме учета формально-логических требований при определении понятия надо учитывать и методологические требования к определению. Определение понятия можно сформулировать после всестороннего изучения предмета, и хотя мы никогда не достигнем этого целиком, всесторонность предостережет нас от ошибок и омертвления; необходимо изучение предмета не в статике, а в динамике, в развитии; необходим учет критерия практики и принципа конкретности истины. Исследование есть конкретный анализ конкретной ситуации. Недопустимо смешение понятий, использование расплывчатых, неясных формулировок. С учетом методологических требований строится вся научная терминология, и логика должна помочь ученым, представителям частных наук, в систематизации научных терминов.

Методологические требования к определению понятий и формально-логические правила определения, применяемые в единстве с конкретными знаниями, способствуют более четкому определению понятий, которыми оперируют в различных науках и в повседневной практике.

Уточнение понятий и терминов, правильное раскрытие их содержания и объема имеют важное значение не только в созда-

нии научной терминологии, но и при уточнении смысла слов в обыденных рассуждениях и в составлении различного рода международных договоров. Например, в «Договоре об обычных вооруженных силах в Европе», подписанном на Совещании по безопасности и сотрудничеству в Европе в Париже, в статье II четко определены следующие термины: «группа государств — участников», «район применения», «боевой танк», «боевая бронированная машина», «боевая машина с тяжелым вооружением», «артиллерия», «боевой самолет», «обычные вооружения и техника, подпадающие под действие договора» и многие другие.

Без четкого однозначного определения каждого из этих терминов просто невозможно было бы обойтись. Приведем пример: «Термин «боевая бронированная машина» означает самоходную машину, обладающую бронезащитой и проходимостью по пересеченной местности. Боевые бронированные машины включают бронетранспортеры, боевые машины пехоты и боевые машины с тяжелым вооружением»¹¹.

Роль определений понятий в науке связана с тем, что определения, выражая наши знания о предметах мира, являются существенным моментом в познании мира. В каждой науке всем основным понятиям даются определения. В правовых науках точное определение таких понятий, как «взятка», «спекуляция», «необходимая оборона», «преступление», «юридическая ответственность», и многих других имеет важное практическое значение.

Относительно роли определения понятия (дефиниции) следует помнить, что от дефиниции понятия нельзя требовать больше того, что она в состоянии дать.

§ 6. ДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЙ. КЛАССИФИКАЦИЯ

Деление — это логическая операция, посредством которой объем делимого понятия (множество) распределяется на ряд подмножеств с помощью избранного основания деления. Например, слоги делятся на ударные и безударные; органы чувств делят на органы зрения, слуха, обоняния, осязания и вкуса. Если с помощью определения понятия раскрывается его содержание, то с помощью деления понятия раскрывается его объем.

Признак, по которому производится деление объема понятия, называется *основанием деления*. Подмножества, на которые разделен объем понятия, называются *членами деления*. Делимое понятие — это родовое, а его члены деления — это виды данного рода, соподчиненные между собой, т. е. не пересекающиеся по своему объему (не имеющие общих членов). Приведем пример деления понятий: «В зависимости от источника энергии электростанции делят на ГЭС, гелиоэлектростанции, геотермальные и ветровые ТЭС (к разновидностям ТЭС относят АЭС)»¹².

Объем понятия можно делить по различным основаниям

деления в зависимости от цели деления, от практических задач. Но при каждом делении на некотором его уровне должно браться лишь одно основание. Так, например, мышцы в зависимости от места их расположения делят на мышцы головы, шеи, туловища, мышцы верхних конечностей и мышцы нижних конечностей. Мышцы делят по их форме и функции. В зависимости от формы мышцы делят на широкие, длинные, короткие, круговые. По функции различают мышцы — сгибатели, разгибатели, приводящие и отводящие мышцы, а также мышцы, вращающие внутрь и наружу.

Правила деления понятий

Чтобы деление было правильным, необходимо соблюдать следующие правила.

1. *Соразмерность деления: объем делимого понятия должен быть равен сумме объемов членов деления.* Например, высшие растения делятся на травы, кустарники и деревья. Электрический ток делится на постоянный и переменный.

Нарушение этого правила ведет к ошибкам двух видов:

а) *неполное деление*, когда перечисляются не все виды данного родового понятия. Ошибочными будут такие деления: «Энергия делится на механическую и химическую» (здесь нет, например, указания на электрическую энергию, атомную энергию). «Арифметические действия делятся на сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень» (не указано «извлечение корня»);

б) *деление с лишними членами*. Пример этого ошибочного деления: «Химические элементы делятся на металлы, неметаллы и сплавы». Здесь лишний член («сплавы»), а сумма объемов понятий «металлы» и «неметаллы» исчерпывает объем понятия «химический элемент».

2. *Деление должно проводиться только по одному основанию.* Это означает, что нельзя брать два или большее число признаков, по которым бы производилось деление.

Если будет нарушено это правило, то произойдет перекрещивание объемов понятий, которые появились в результате деления. Правильные деления: «Волны делятся на продольные и поперечные». «В промышленности получение стали осуществляется тремя способами: кислородно-конверторным, мартеновским и в электропечах». Неправильным является такое деление: «Транспорт делится на наземный, водный, воздушный, транспорт общего пользования, транспорт личного пользования», — ибо допущена ошибка «подмена основания», т. е. деление произведено не по одному основанию. Сначала в качестве основания деления берется вид среды, в которой осуществляются перевозки, а затем за основание деления берется назначение транспорта.

3. *Члены деления должны исключать друг друга*, т. е. не иметь

общих элементов, быть соподчиненными понятиями, объемы которых не пересекаются.

Это правило тесно связано с предыдущим, так как если деление осуществляется не по одному основанию, то члены деления не будут исключать друг друга. Примеры ошибочных делений: «Дроби бывают десятичными, правильными, неправильными, периодическими, непериодическими»; «Войны бывают справедливыми, несправедливыми, освободительными, захватническими, мировыми»; «Треугольники бывают прямоугольными, тупоугольными, остроугольными, равнобедренными, подобными». В этих примерах члены деления не исключают друг друга. Это следствие допущенной ошибки смешения различных оснований деления.

4. *Деление должно быть непрерывным, т. е. нельзя делать скачки в делении.* Будет допущена ошибка, если мы скажем: «Сказуемые делятся на простые, на составные глагольные и составные именные». Правильным будет сначала разделить сказуемые на простые и составные, а затем уже составные сказуемые разделить на составные глагольные и составные именные.

Будет допущена ошибка, если мы разделим удобрения на органические, азотные, фосфорные и калийные. Правильным будет сначала разделить удобрения на органические и минеральные, а затем уже минеральные удобрения разделить на азотные, фосфорные и калийные.

Виды деления: по видообразующему признаку и дихотомическое деление

При делении понятия по видообразующему признаку основанием деления является тот признак, по которому образуются видовые понятия; этот признак является видообразующим. Например, по величине углы делятся на прямые, острые, тупые. Примеры деления по видообразующему признаку: «Ядерные взрывы бывают воздушными, наземными, подводными, подземными» (в зависимости от вида среды, где произошел взрыв). «В зависимости от масштаба карты подразделяются на крупномасштабные, среднемасштабные и мелкомасштабные».

Можно привести массу примеров из школьных учебников, что свидетельствует о широком применении этой важной логической операции.

При дихотомическом (двучленном) делении объем делимого понятия делится на два противоречащих понятия: *A* и *не-A*. Примеры: «Организмы делятся на одноклеточные и многоклеточные (т. е. неодноклеточные)»; «Вещества делятся на органические и неорганические»; «Радиоактивность делится на естественную и искусственную (неестественную)»; «Общества делятся на классовые и бесклассовые».

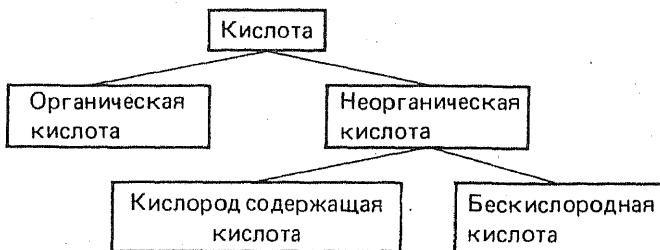


Рис. 6

Отважная талантливая американская исследовательница Дайан Фосси, 13 лет наблюдавшая за особенностями жизни горилл, буквально вписавшись в их сообщество, дает объяснение понятия «гнездо гориллы», используя дихотомическое деление понятия: «Нам удалось увидеть несколько гнезд горилл — наземных и древесных. Наземное гнездо не что иное, как обычная для наземных млекопитающих лежка, устланная заломанными ветками кустарника и травой. Зато древесное гнездо — заметное издали сооружение на высоте 3—5 метров на крупных ветвях у ствола дерева»¹³.

Иногда понятие *не-А* снова делится на два противоречащих понятия *В* и *не-В*, затем *не-В* делится на *С* и *не-С* и т. д.

Пример дихотомического деления можно видеть на рис. 6.

Дихотомическое деление удобно по следующим причинам: оно всегда соразмерно; члены деления исключают друг друга, так как каждый объект делимого множества попадает в класс *А* или *не-А*; деление проводится только по одному основанию. Поэтому дихотомическое деление очень распространено. Однако нельзя думать, что оно применимо всегда, во всех случаях.

Операция деления понятия применяется тогда, когда надо установить, из каких видов состоит родовое понятие. От деления следует отличать мысленное расчленение целого на части. Например, «Дом делится (расчленяется) на комнаты, коридоры, крышу, крыльцо». Части целого не являются видами рода, т. е. делимого понятия. Мы не можем сказать: «Комната есть дом», а можем сказать: «Комната есть часть дома».

В школьной практике, в учебниках прием расчленения целого на части широко используется. Он применяется тогда, когда надо показать, из каких частей (отделов, членов) состоит предмет. Приведем примеры из учебника по анатомии и физиологии. Понятие «скелет человека» позволяет четко проиллюстрировать прием расчленения целого на части¹⁴. В разделе, называемом

«части скелета», написано: «В скелете человека различаются отделы: *скелет головы, туловища и конечностей*». Далее идут следующие подразделения: «Скелет туловища состоит из позвоночника и грудной клетки». «Скелет конечности состоит из скелета свободной конечности и скелета пояса».

Примеры мысленного расчленения целого на части из области ботаники: «Строение цветка ржи: цветочная чешуя, тычинки, рыльце пестика, завязь»; «Строение клетки кожицы лука: ядро, цитоплазма, оболочка, вакуоли».

В математике также используется мысленное расчленение целого на части. Например, «Развертка поверхности любой прямой призмы представляет собой плоскую фигуру, составленную из боковых граней — прямоугольников и двух оснований — многоугольников».

Классификация

Классификация является разновидностью деления понятия, представляет собой вид последовательного деления и образует развернутую систему, в которой каждый ее член (вид) делится на подвиды и т. д. От обычного деления классификация отличается относительно устойчивым характером. Если классификация научна, то она сохраняется весьма длительное время. Например, постоянно уточняется и дополняется классификация элементарных частиц, содержащая теперь уже более 200 их видов.

Для классификации обязательно выполнение всех правил, сформулированных относительно операции деления понятий.

Существует классификация по видообразующему признаку и дихотомическая. Приведем примеры классификации по видообразующему признаку:

а) зеркала классифицируются на плоские и сферические; сферические зеркала классифицируются на вогнутые и выпуклые;

б) группы крови подразделяются на I, или II, или III, или IV;

в) классификация понятия «плод» такая (рис. 7).

Здесь мы видим сочетание двух видов классификации: по видообразующему признаку и дихотомической.

Очень важен выбор *основания классификации*. Разные основания дают различные классификации одного и того же понятия, например понятия «рефлекс»¹⁵.

Классификация может производиться по существенным признакам (естественная) и по несущественным признакам (вспомогательная).

При *естественной классификации*, зная, к какой группе принадлежит предмет, мы можем судить о его свойствах. Д. И. Менделеев, расположив химические элементы в зависимости от их атомного веса, вскрыл закономерности в их свойствах, создав

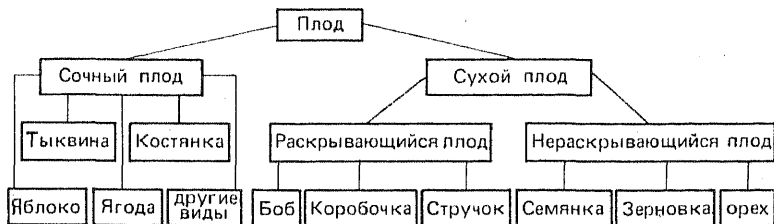


Рис. 7

Периодическую систему, позволившую предсказать свойства не открытых еще химических элементов.

Естественная классификация животных охватывает до 1,5 млн. видов, а классификация растений включает около 500 тыс. видов растений.

С точки зрения диалектики иногда нельзя установить резкие разграничительные линии, так как все развивается, изменяется и т. д. Каждая классификация относительна, приближительна, она в огрубленной форме раскрывает связи между классифицируемыми предметами. Существуют переходные формы, которые трудно отнести к той или иной определенной группе. Иногда эта переходная группа составляет самостоятельную группу (вид). Например, при классификации наук возникают такие переходные формы, как биохимия, геохимия, физическая химия, космическая медицина, астрофизика и др.

Использование естественных классификаций в средней школе

В ходе изучения любого школьного предмета учащимся приходится иметь дело с классификацией. Проанализируем некоторые из естественных классификаций, имеющих в русском языке, в котором различаются *части речи*: самостоятельные, служебные и междометия. Самостоятельные части речи — это имя существительное, имя прилагательное, имя числительное, глагол, наречие, местоимение. Служебные части речи: предлоги, союзы, частицы, модальные слова. Отдельную группу составляют междометия. Итак, перечисляется 11 видов частей речи. В учебнике по русскому языку кроме этих 11 видов предусматриваются и переходные случаи. «Границы между отдельными разрядами слов очень подвижны: при изучении отдельных частей речи будут отмечены различные переходные случаи»¹⁶. Характеризуя особенности естественной классификации, мы отмечали и наличие

переходных (промежуточных) видов классифицируемых объектов. Хорошим средством наглядного представления классификации выступают древовидные графы (или деревья). Вышеприведенная классификация понятия «плод» была дана в форме древовидного графа.

Примерами естественных классификаций, изучаемых в средней школе, могут быть следующие: классификация зон растительности, защитных окрасок животных, групп крови; геохронологическая таблица временных эр (кайнозойская, мезозойская и др.) и периодов в каждой эре; классификация природных зон (тундра, тайга, лесостепь и др.); классификация направлений в литературе конца XIX — начала XX в.; видов и жанров искусства; типов ЭВМ; классификация систем нумераций; классификация неравенств, видов плоских фигур, сферических тел (в математике); видов умозаключений, суждений, понятий (в логике) и многие другие.

Ни один школьный предмет не может обойтись без соответствующих классификаций. При этом и учителя, и учащиеся должны знать общие правила, соблюдение которых поможет избежать ошибок в конкретных классификациях.

Вспомогательная классификация — это распределение предметов по группам (классам) на основании их несущественных признаков. Она применяется для более легкого отыскания предмета (или термина). Вспомогательная классификация не дает возможности судить о свойствах предметов (например, список фамилий, расположенных по алфавиту, алфавитный каталог книг, журнальных статей). Предметные или предметно-именные указатели, а также справочники лекарственных препаратов, расположенные в алфавитном порядке, представляют примеры вспомогательных классификаций. Вспомогательная классификация использована при составлении списка наиболее употребительных названий ярких звезд, расположенных по алфавиту. Примером вспомогательной классификации служит любой предметный указатель.

§ 7. ОГРАНИЧЕНИЕ И ОБОБЩЕНИЕ ПОНЯТИЙ

Предположим, мы знаем, что некто — ученый, и хотим уточнить наши знания о нем. Уточняем: это русский ученый, выдающийся русский ученый-физиолог И. П. Павлов.

Произведенная логическая операция есть операция ограничения понятия. Приведем еще пример. Дано понятие «населенный пункт». Ограничив его, получим понятия: «город», «столица», «столица Индии».

Мы видим, что при ограничении происходит переход от понятия с большим объемом к понятию с меньшим объемом, т. е. от рода к его виду и от вида к подвиду. При этом добавляются новые признаки, позволяющие сузить объем данного понятия.

Ограничение — это логическая операция перехода от родового понятия к видовому путем добавления к содержанию данного родового понятия видообразующих признаков.

Пределом ограничения является единичное понятие; в приведенных выше примерах это были понятия: «выдающийся русский ученый-физиолог И. П. Павлов» и «столица Индии».

Обратная ограничению операция обобщения понятия состоит в переходе от видового понятия к его родовому понятию, т. е. от понятия с меньшим объемом к понятию с большим объемом. Эта операция совершается путем отбрасывания видообразующего признака (признаков). Например, обобщая понятие «сиамская домашняя кошка», получим следующие понятия: «домашняя кошка», «кошка», «млекопитающее животное», «позвоночное животное», «животное», «организм».

Обобщение — это логическая операция перехода от видового понятия к родовому путем отбрасывания от содержания данного видового понятия его видообразующего признака (признаков).

Пределом обобщения являются категории.

Категории в философии — это предельно общие, фундаментальные понятия, отражающие наиболее существенные, закономерные связи и отношения реальной действительности и познания. К ним относятся категории: материя и движение, пространство и время, сознание, отражение, истина, тождество и противоречие, содержание и форма, количество и качество, необходимость и случайность, причина и следствие и др.

В каждой науке имеются свои категории, используются категории философии, а также общенаучные категории (например, информация, симметрия и др.). В научном познании выделяют категории, которые определяют предмет конкретной науки (например, вид, организм в биологии).

Произведем обобщение и ограничение понятия «волк».

Волк

Обобщение	Ограничение
<ol style="list-style-type: none"> 1. Хищное млекопитающее семейства собачьих (Canidae) 2. Хищное млекопитающее 3. Млекопитающее 4. Позвоночное животное 5. Животное 6. Организм 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Североамериканский койот (Canis latrans) 2. Североамериканский койот, обитающий в североамериканских прериях 3. Североамериканский койот, живущий в настоящее время в североамериканских прериях

В процессе обобщения и ограничения понятий следует отличать переходы от рода к виду, от отношений целого к части (и наоборот). Так, например, неправильно обобщать понятие «центр города» до понятия «город» или ограничивать понятие «завод» до понятия «цех», так как в обоих случаях речь идет не об отношении рода и вида, а об отношении части и целого.

В средней школе логическая операция обобщения понятия применяется буквально во всех случаях, когда даются те или иные определения через род и видовое отличие. Например, «Имя существительное — это часть речи...», «Натрий — это химический элемент» или лучше (через ближайший род) «Натрий — это металл...».

Приведем примеры из русского языка. Ограничением понятия «предложение» будут следующие понятия: «простое предложение», «односоставное предложение», «односоставное предложение с главным членом сказуемым», «безличное предложение». На этом примере видна некоторая взаимосвязь операции ограничения с операцией классификации понятия «предложение».

На уроках химии учитель может произвести операцию обобщения и ограничения понятия «кислота», например, следующим способом. *Обобщение:* «сложное химическое вещество», «химическое вещество», «вещество». *Ограничение:* «неорганическая кислота», «бескислородная неорганическая кислота», «HCl».

§ 8. ОПЕРАЦИИ С КЛАССАМИ (ОБЪЕМАМИ ПОНЯТИЙ)

Операции с классами — это такие логические действия, которые приводят нас к образованию нового (в общем случае) класса.

Существуют следующие операции с классами: объединение, пересечение, вычитание, дополнение.

Объединение («сложение») классов

Объединение (или сумма) двух классов — это класс тех элементов, которые принадлежат хотя бы к одному из этих двух классов¹⁷. Объединение обозначается: $A + B$ или $A \cup B$. Объединение класса четных чисел с классом нечетных чисел дает класс целых чисел. Объединив класс поэтов и класс советских поэтов, получим класс поэтов.

При выражении операции объединения классов пользуются обычно союзом «или» в неисключающем смысле. Например, говоря, что некто — член волейбольной или гимнастической секции, мы не исключаем того, что этот человек может быть одновременно членом обеих секций.

В языке существует и такое употребление союза «или», при котором этот союз понимается в строго разделительном смысле,

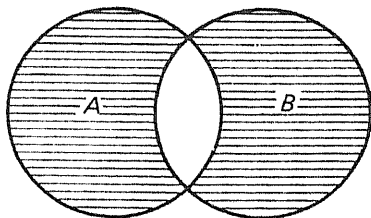
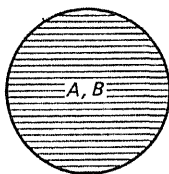


Рис. 8

например: «Данный глагол первого или второго спряжения». Соответствующая операция над классами называется *симметрической разностью* и в наиболее интересном случае иллюстрируется графически так, как это изображено на рис. 8. Класс, составляющий симметрическую разность классов A и B , на чертеже выделен штриховкой. Симметрическая разность не содержит общих членов классов A и B .

При объединении могут встретиться следующие 6 случаев (рис. 9—14).

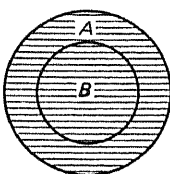
1. Тожество



$$A + B = A = B$$

Рис. 9

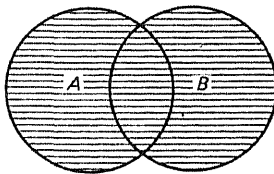
2. Подчинение



$$A + B = A$$

Рис. 10

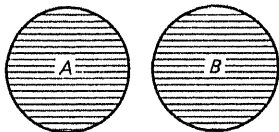
3. Перекрещивание



$$A + B$$

Рис. 11

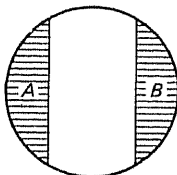
4. Соподчинение



$$A + B$$

Рис. 12

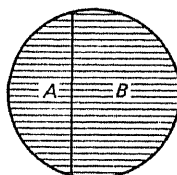
5. Противоположность



$$A + B$$

Рис. 13

6. Противоречие



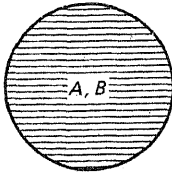
$$A + B$$

Рис. 14

Пересечение («умножение») классов

Общей частью, или пересечением, двух классов называется класс тех элементов, которые содержатся в обоих данных множествах, т. е. это множество (класс) элементов, общих обоим множествам¹⁸. Пересечение обозначается $A \cdot B$ или $A \cap B$; \emptyset — пустое множество. При пересечении могут встретиться следующие 6 случаев (рис. 15—20, где результат пересечения заштрихован).

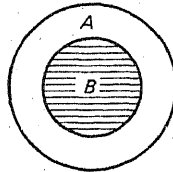
1. Тождество



$$A \cdot B = A = B$$

Рис. 15

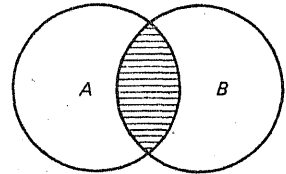
2. Подчинение



$$A \cdot B = B$$

Рис. 16

3. Перекрещивание

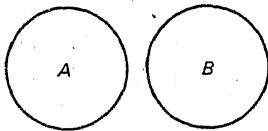


$$A \cdot B$$

Рис. 17

Например, операция пересечения классов «школьник» (A) и «футболист» (B) заключается в нахождении таких людей, которые одновременно являются и школьниками, и футболистами. Это изображено на рис. 17, где общая часть классов A и B заштрихована.

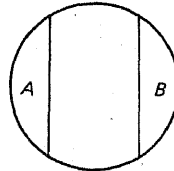
4. Соподчинение



$$A \cdot B = \emptyset$$

Рис. 18

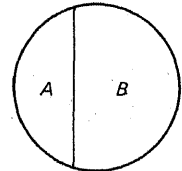
5. Противоположность



$$A \cdot B = \emptyset$$

Рис. 19

6. Противоречие



$$A \cdot B = \emptyset$$

Рис. 20

Основные законы логики классов.

Законы операций объединения и пересечения

1. Законы идемпотентности.

$$A + A = A.$$

$$A \cdot A = A.$$

В школьном курсе алгебры таких законов нет. В логике первый из этих законов означает следующее. Если мы к классу

«дом» прибавим класс «дом», то получим класс «дом», т. е. домов не станет в два раза больше и объем понятия «дом» останется прежним.

2. Законы коммутативности. Эти законы существуют в алгебре, в арифметике, в теории множеств и в логике классов.

$$A + B = B + A.$$

$$A \cdot B = B \cdot A.$$

Если мы к классу «растение» прибавим класс «животное», то получим класс «организм»; тот же самый класс получим, если мы к классу «животное» прибавим класс «растение».

3. Законы ассоциативности. Они существуют в арифметике, алгебре, теории множеств и в логике классов.

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C).$$

4. Законы дистрибутивности.

$$(A + B) \cdot C = (A \cdot C) + (B \cdot C).$$

$$(A \cdot B) + C = (A + C) \cdot (B + C).$$

5. Законы поглощения. Этих законов нет в арифметике и в школьном курсе алгебры.

$$A + (A \cdot B) = A.$$

$$A \cdot (A + B) = A.$$

Доказательство этих законов осуществляется графическим методом. Два закона поглощения для «сложения» и «умножения» классов иллюстрируются графически на рис. 21 и 22.

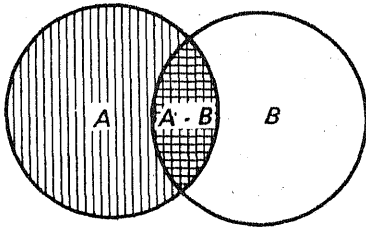


Рис. 21

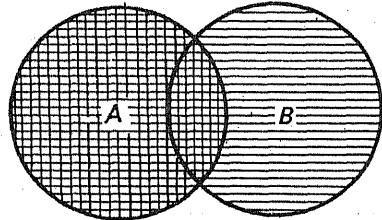


Рис. 22

Промежуточный результат изображен горизонтальной штриховкой. В первом законе поглощения он равен $A \cdot B$, а во втором — равен $A + B$. Конечный результат изображен вертикальной штриховкой; он равен классу A .

Вычитание классов

Рассмотрим два множества (класса) A и B , из которых B мо-

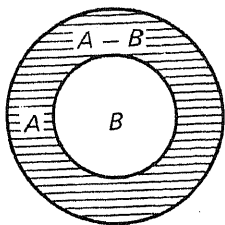
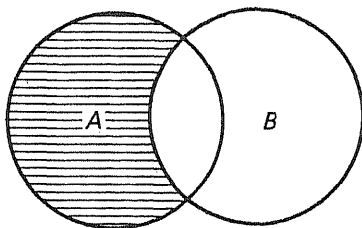


Рис. 23



$A - B$

Рис. 24

жет и не быть частью A . Разностью множества (классов) A и B называется множество тех элементов класса A , которые не являются элементами класса B . Разность обозначается $A - B$.

Могут встретиться следующие пять случаев (если классы A и B не пусты и не универсальны).

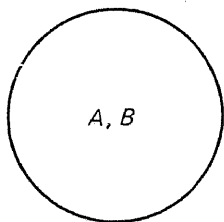
1-й случай (рис. 23). Класс A включает в себя класс B . Тогда разностью $A - B$ будет заштрихованная часть A , т. е. множество тех элементов, которые не суть B . Например, если мы из множества звуков русского языка (A) вычтем множество гласных звуков (B), то получим множество согласных звуков, изображенное на чертеже в виде заштрихованного кольца.

2-й случай (рис. 24). Разностью двух перекрещивающихся классов будет заштрихованная часть A . Например, разность множеств «рабочий» (A) и «рационализатор» (B) даст множество рабочих, которые не являются рационализаторами.

3-й случай (рис. 25). Если класс A полностью включен в класс B и класс B полностью включен в класс A , то эти классы (множества) равны (тождественны). Тогда разность $A - B$ даст пустой, или нулевой, класс, т. е. класс, в котором нет ни одного элемента. Например, если мы из класса «сосна» вычтем класс «сосна», то разность $A - B$ будет равна пустому классу.

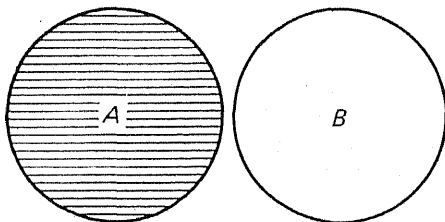
4-й случай (рис. 26). Класс A и класс B не имеют общих

Соподчинение



$A - B = \emptyset$

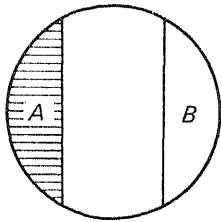
Рис. 25



$A - B = A$

Рис. 26

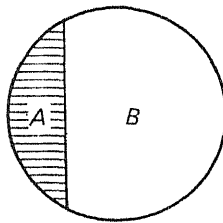
Противоположность



$$A - B = A$$

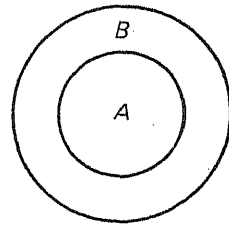
Рис. 27

Противоречие



$$A - B = A$$

Рис. 28



$$A - B = \phi$$

Рис. 29

элементов. Тогда разность $A - B = A$, так как всякий элемент класса A не является элементом класса B . Например, разность класса «стол» (A) и класса «стул» (B) равна классу «стол» (A).

В результате «вычитания» классов, соответствующих понятиям, находящимся в отношении противоположности [«низкий дом» (A), «высокий дом» (B)] или противоречия [«одушевленный предмет» (A), «неодушевленный предмет» (B)], разность $A - B$ также равна A (рис. 27, 28).

5-й случай (рис. 29). Если объем класса A меньше объема класса B , то в результате вычитания получим пустой класс, так как нет элементов класса A , которые не являлись бы элементами класса B . Например, разность класса «личное местоимение» (A) и «местоимение» (B) дает пустой класс.

Для операции вычитания классов справедливы следующие законы:

1. $A - B \leq A$.
2. $A \leq B \Leftrightarrow A - B = \emptyset$.
3. $A = (A \cdot B) + (A - B)$.
4. $B \cdot (A - B) = \emptyset$.
5. $B \leq B - (A - B)$.

В интерпретации логических алгебр посредством классов запись $A \leq B$ обозначает включение класса A в класс B ; $A \Leftrightarrow B$ обозначает эквивалентность классов (A тогда и только тогда, когда B).

Дополнение к классу A

Дополнением к классу A называется класс A' , который, будучи сложением с A , дает рассматриваемую область предметов (эту область обозначим 1), а в пересечении с классом A дает \emptyset , т. е. для которого $A + A' = 1$ и $A \cdot A' = \emptyset$. Откуда $A' = 1 - A$, поэтому операцию дополнения к классу A можно рассматривать как частный случай операции «вычитания» (из универсального класса). Если от класса целых чисел (1) отнять класс четных чисел (A), то мы получим класс нечетных чисел (т. е. A' , поскольку всякое целое число четное или нечетное и нет таких четных чисел,

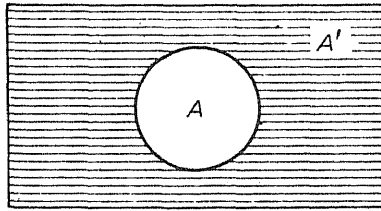


Рис. 30

которые были бы нечетными). Графически это можно изобразить так, что заштрихованная часть будет обозначать дополнение к A , т. е. A' (рис. 30).

Для операции дополнения кроме указанных выше установлены и следующие законы: $1' = \emptyset$; $\emptyset' = 1$; $(A')' = A$.

Задачи к теме «Понятие»

I. Определить содержание, объем, подклассы объема и элементы объема в следующих понятиях (кавычки опущены): планета Солнечной системы; человек, проживший 205 лет; химический элемент; вольтметр; факультет педагогического института; закон Ома; материк; русалка; «парад» планет Солнечной системы в 1982 г.

II. Дать логическую характеристику следующим понятиям: молодежный фольклорный ансамбль; Южный полюс; небрежность; газета «Труд»; качество; несовместимость; невежливость; неорганическое вещество; отсутствие должной предусмотрительности.

III. Определить отношения между следующими понятиями:

1. Оказание помощи больному, неоказание помощи больному.

2. Каменный дом, трехэтажный дом, одноэтажный дом, недостроенный дом.

3. Уважение к старшему, неуважение к старшему.

4. Героизм, трусость.

5. Педагогический институт, биологический факультет.

6. Мать, дочь, бабушка, внучка, сестра.

7. Населенный пункт, город, город на Днестре, столица, город Украины.

8. Спутник планеты, естественный спутник, спутник Земли, Юпитер, спутник Юпитера, Луна.

9. Пожар, молния, стихийное бедствие, явление природы.

10. Пожар, причина пожара, взрыв атомной бомбы, поджог.

IV. Дать характеристику (указать вид, состав, правильность) следующих определений:

1. Дентин — особое вещество, покрывающее зубы.
2. Наружное ухо — это ушная раковина.
3. Регенерация — процесс восстановления утраченных или поврежденных частей тела.
4. Жанр — устойчивая форма художественного произведения.
5. Мироззрение писателя — система его взглядов на окружающий мир.
6. Дробь, числитель которой меньше знаменателя, называется правильной.
7. Архаизмы — это слова, вышедшие из употребления вследствие замены их новыми.
8. Рука — орган и продукт труда.
9. Ботаника — наука, изучающая растения.
10. Кость — это орган, обладающий сложным строением.
11. Печень — это крупный орган массой около 1,5 кг.
12. Фразеология — раздел науки о русском языке, изучающий смысловые и структурные особенности фразеологических единиц, их типы и функционирование в речи.
13. Круглый цилиндр можно получить, вращая прямоугольник вокруг одной из его сторон, поэтому круглый цилиндр называется также цилиндром вращения.
14. Окончание — это изменяемая часть слова, с помощью которой образуется определенная грамматическая форма с конкретным грамматическим значением, выражающая грамматическое подчинение данного слова другому слову.
15. Путь крови от левого желудочка через артерии, капилляры и вены всех органов тела до правого предсердия называется большим кругом кровообращения.
16. Футуризмом называют одно из декадентских художественных течений XX века.
17. Безличными называются предложения, сказуемое которых не допускает при себе подлежащего.
18. Прямой речью называется точно воспроизведенная речь, переданная от лица того, кто ее произнес.
19. Общим делителем нескольких чисел называется число, на которое делится каждое из них.
20. Шар можно получить, вращая полукруг (или круг) вокруг его диаметра.

V. Какие способы введения понятий использованы в приведенных ниже примерах (сравнение, различение, описание, характеристика, разъяснение посредством примера)?

1. «Долг перед отечеством — святыня человека. От нас, отцов и матерей, от воспитателей, зависит, чтобы каждый наш юный гражданин дорожил этой святыней, как дорожит честный человек своим добрым именем, достоинством своей семьи» (В. А. Сухомлинский).

2. Гипофиз расположен в углублении основной кости, похожей на турецкое седло.

3. Сердце человека четырехкамерное. В состоянии относительного покоя сердце ритмично сокращается примерно 70—75 раз в минуту. Сокращение обоих предсердий длится около 0,1 секунды. Масса сердца составляет примерно 300 граммов.

4. «Воспитание без дружбы с ребенком, без духовной общности с ним можно сравнить с блужданием в потемках» (В. А. Сухомлинский).

5. Кровяная сыворотка — плазма, в которой уже нет фибриногена.

6. Природные компоненты — это горные породы и рельеф их поверхности, вода, воздух, растительность, животный мир и почва.

7. «Представьте себе непроходимый экваториальный лес. Огромные деревья стоят, как древние крепости, воздушные мосты из лиан, похожие на толстый кабель, соединяют верхушки деревьев на головокружительной высоте. Здесь растут огромные яркие грибы, цветы с резким запахом.

Небольшие растения-паразиты ослепительной красоты пристроились на ветвях огромного дерева; постепенно они захватывают сеть своих корней весь ствол и медленно душат дерево, пока оно не погибнет» («По материкам и странам». М., 1981).

8. «В 90-летнем возрасте Поль С. Брэгг был силен, подвижен, гибок и вынослив, как юноша. Он ежедневно совершал 3—5 км пробежки, много плавал, ходил в горы, играл в теннис, танцевал, совершал длительные пешеходные походы, занимался гантелями и гирями, увлекался серфингом — катанием на специальной доске в волнах океанского прибоя. Его рабочий день продолжался 12 часов, он не знал болезни и усталости, всегда был полон оптимизма, бодрости и желания помочь людям», — пишет Стив Шенкман¹⁹.

9. «Самый большой чистый самородок. «Приятный незнакомец», найденный в Мольгауле, Виктория, Австралия, в 1869 г., весил 69,92 кг чистого золота» (Книга рекордов Гиннесса, 1988).

VI. Дать характеристику (указать вид, состав, правильность) следующих делений и классификаций. Указать на ошибки, если они имеются.

1. Местоимения по значению делятся на личные, возвратные, притяжательные, указательные, вопросительные, относительные, определительные, отрицательные, неопределенные.

2. Второстепенные члены предложения делятся по своему грамматическому значению на дополнения, определения и обстоятельства.

3. Клетки бывают шаровидные, дисковидные, призматические, кубические, веретенообразные и многогранные.

4. Скелет крыла птицы состоит из одной плечевой кости, двух костей предплечья — локтевой и лучевой — и нескольких костей кисти.

5. Железы делят на железы внешней секреции и железы внутренней секреции.

6. Семенные растения делятся на голосемянные и покрытосемянные.

7. В эволюции органического мира выделяют два вида отбора: естественный и искусственный.

8. Щелочи делят на активные и малоактивные.

9. Часы делятся на наручные, настенные, настольные, башенные.

10. По назначению транспорт делится так (рис. 31).

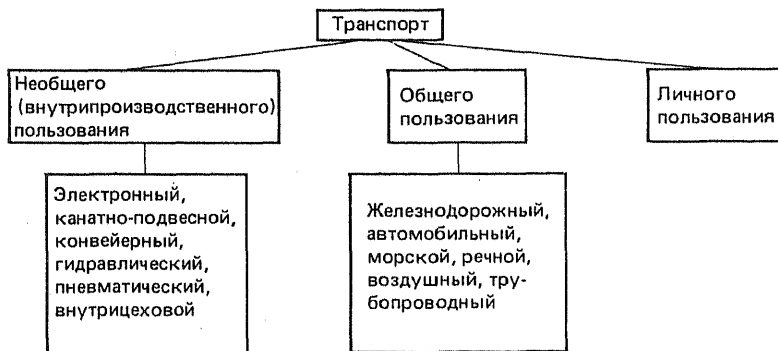


Рис. 31

11. Лучи делятся на ультрафиолетовые, видимые и инфракрасные.

12. По механическому составу почвы подразделяются на глинистые, суглинистые, супесчаные, песчаные.

13. Основными структурными элементами игры являются: игровой замысел, сюжет игры или ее содержание, игровые действия, роли, правила.

14. См. рис. 32.

15. Существует несколько видов тепловых двигателей: паровая машина, двигатель внутреннего сгорания, паровая турбина, газовая турбина, реактивный двигатель.

16. Игрушки делятся на образные, технические, игрушки-забавы, маскарадно-елочные, спортивно-моторные, музыкальные и озвученные, театральные, дидактические, строительный материал, игрушки-самоделки.

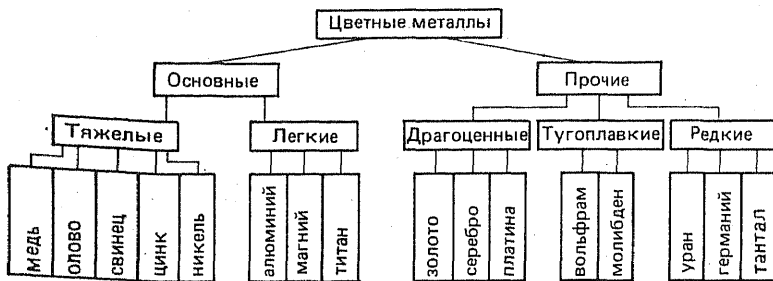


Рис. 32

VII. 1. Обобщить и ограничить следующие понятия: река; геометрическая фигура; город в Крыму; мораль; студенческий отряд; европеец.

2. Правильно ли проведены ограничения: строение — комната; строение — беседка; населенный пункт — столица — центр столицы — центр современной столицы?

VIII. 1. Произвести операции над классами A , B , C , изображенными на рис. 33 (объединение, пересечение, вычитание).

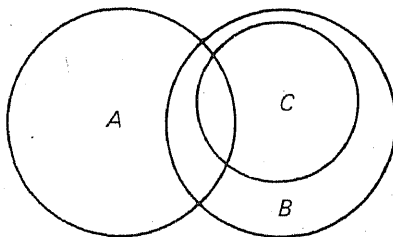


Рис. 33

2. Изобразить кругами Эйлера отношение между понятиями: колхозник, хлебороб, орденосец. Произвести операции над объемами этих понятий (объединение, пересечение, вычитание); найти дополнение к каждому из этих классов и указать его универсум.

Глава III

СУЖДЕНИЕ

§ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СУЖДЕНИЯ

Суждение — форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о существовании предметов, связях между предметом и его свойствами или об отношениях между предметами.

Примеры суждений: «Ледоколы существуют», «Советские альпинисты совершили восхождение на Эверест», «Киев больше Туль», «Все феодалы — эксплуататоры», «Некоторые деревья не являются лиственными». Если в суждении утверждается (или отрицается) наличие у предмета какого-то признака, или констатируется существование какого-то предмета, или устанавливается отношение между предметами и это соответствует действительности, то суждение истинно. Суждения «Все ужи — пресмыкающиеся», «10 больше 3», «Не существуют русалки», «Некоторые птицы не являются водоплавающими» являются истинными, так как в них адекватно (верно) отражено то, что имеет место в действительности. В противном случае суждение ложно.

Традиционная логика является двузначной, так как в этой логике суждение имеет одно из двух значений истинности: оно либо истинно, либо ложно. В трехзначных логиках суждение имеет одно из трех значений истинности, так как оно может быть либо истинным, либо ложным, либо неопределенным. Например, суждение «На Марсе есть жизнь» в настоящее время не является ни истинным, ни ложным; оно неопределенно. Многие суждения о будущих единичных событиях являются неопределенными. Об этом писал еще Аристотель (IV в. до н. э.), когда приводил пример суждения: «Завтра необходимо будет морское сражение»¹.

В простом атрибутивном суждении имеются субъект, предикат, связка и квантор. В суждениях «Некоторые электростанции являются атомными электростанциями» и «Все студенты являются учащимися высшего учебного заведения» субъектами являются соответственно понятия «электростанция» и «студент», предикатами — понятия «атомная электростанция» и «учащийся высшего учебного заведения», кванторами — «некоторые» и «все», связки выражены словом «являются». В суждении «Ледоколы существуют» субъектом является понятие «ледокол», а предикатом — понятие о существовании предмета, и он выражен словами «то, что существует».

Субъект атрибутивного суждения — это понятие о предмете суждения. Предикатом атрибутивного суждения называется понятие о признаке предмета, рассматриваемом в суждении. Субъ-

ект обозначается буквой *S* (от лат. *subjectum*), а предикат — буквой *P* (от лат. *praedicatum*). Связка может быть выражена одним словом (есть, суть, является) или группой слов, или тире, или простым согласованием слов («Собака лает», «Идет дождь»). Перед субъектом суждения иногда стоит кванторное слово: «все», или «ни один», или «некоторые» и др. Кванторное слово указывает, относится ли суждение ко всему объему понятия, выражающего субъект, или к его части. Простые суждения, о которых шла речь, называются *ассерторическими*.

Суждение и предложение

Понятия в языке выражаются одним словом или группой слов. Суждения выражаются повествовательными предложениями, которые содержат какое-то сообщение, информацию. Например, «Буря мглою небо кроет», «Многие лекарственные растения собирают летом», «Ни один дельфин не является рыбой». По цели высказывания предложения делятся на повествовательные, побудительные и вопросительные.

Вопросительные предложения не содержат в своем составе суждения, так как в них ничего не утверждается и не отрицается и они не истинны и не ложны. Например, «Как распределяем мы свое свободное время?» или «Когда состоятся соревнования по настольному теннису?». Если в предложении выражен риторический вопрос, например «Какой русский не любит быстрой езды?» (*Н. В. Гоголь*), или «Есть ли что-нибудь чудовищнее неблагодарного человека?» (*В. Шекспир*), или «Кто из вас не любит стихов А. С. Пушкина?», или «Кто не хочет счастья?», или «Какой ребенок не хочет материнской ласки?», или «Какой студент не хочет получить стипендию?», в таком предложении содержится суждение, так как налицо утверждение, уверенность, что «Все любят стихи А. С. Пушкина» или «Все хотят счастья» и т. п.²

Побудительные предложения выражают побуждение собеседника (читателя и других людей) к совершению действия (предложение может выражать совет, просьбу, обычное побуждение, приказ и т. д.). Некоторые авторы считают, что все побудительные предложения не выражают суждений. По нашему мнению, отдельные побудительные предложения не содержат суждения («Подожди меня!», «Вылей воду!»), хотя в них что-то утверждается («Берегите лес!») или отрицается («Не выливай воду!»), «Иди не на каток, а в школу!»). Но предложения, в которых сформулированы воинские команды, приказы, призывы, или лозунги, или советы, выражают суждения, но не ассерторические, а модальные³. Например: «Ни шагу назад!», «В атаку!», «Мой друг! Отчизне посвятим души прекрасные порывы» (*А. С. Пушкин*).

Дейл Карнеги в книге «Как перестать беспокоиться и начать жить» дает много интересных советов. Приведем три из них.

«Никогда не пытайтесь свести счеты с вашими врагами, потому что этим вы принесете себе гораздо больше вреда, чем им. Давайте поступать, как генерал Эйзенхауэр: никогда не думайте ни минуты о тех людях, которые вам неприятны». «Если мы хотим обрести счастье, давайте прекратим думать о благодарности или неблагодарности, а будем совершать благодеяния ради внутренней радости, которую при этом испытываем». «Помните, что благодарности — это такая черта характера, которую надо воспитывать; поэтому, если мы хотим, чтобы наши дети были благодарны, мы должны научить их этому». Эти предложения выражают суждения, но суждения модальные, включающие в себя модальные слова. Выражают суждения и такие побудительные предложения: «Не кури!», «Выполняй взятые на себя обязательства!» и др⁴. «Перед любым приемом пищи ешьте салат из сырых овощей или сырые фрукты», «Не вредите себе перееданием» — эти советы (призывы) знаменитого ученого Поля Брэгга являются суждениями.

Односоставные безличные предложения (например, «Знобит», «Подморозило»), назывные предложения (например, «Утро», «Осень») и некоторые виды повествовательных предложений (например, «Он — отличный вратарь», «Дальний Восток находится от нас далеко») являются суждениями лишь при рассмотрении их в контексте и при уточнении: «Кто — он?», «От кого — от нас?» Если этого уточнения не сделано, то неизвестно, выражает ли данное предложение истину или ложь.

В некоторых случаях не совпадают субъект суждения (*S*) с грамматическим подлежащим и предикат суждения (*P*) с грамматическим сказуемым. В примере «Студенты — учащиеся» совпадение полное. В примере «Пресса Индии уделяет большое внимание проблеме нефти» (здесь прямой линией подчеркнуты подлежащее и сказуемое, а волнистой — логические термины: субъект и предикат); как видим, совпадения нет. В суждении «Злая собака выбежала мне навстречу» также нет совпадения.

§ 2. ПРОСТОЕ СУЖДЕНИЕ

Суждения бывают простые и сложные: последние состоят из нескольких простых. Суждение «Некоторые вулканы — действующие» — простое, а суждение «Прозрачный лес один чернеет, и ель сквозь иней зеленеет, и речка подо льдом блестит» — сложное.

Виды простых суждений

1. *Суждения свойства (атрибутивные)*. В суждениях этого вида утверждается или отрицается принадлежность предмету известных свойств, состояний, видов деятельности. Примеры: «У розы приятный запах», «Певец исполняет арию из оперы «Евге-

ний Онегин», «Всякий терьер — собака», «7 не есть четное число». Схемы этого вида суждения: S есть P или S не есть P .

2. *Суждения с отношениями*. В этих суждениях говорится об отношениях между предметами. Например, «Всякий протон тяжелее электрона», «Эльбрус выше Монблана», «Н. В. Гоголь родился позднее А. С. Грибоедова», «В. Г. Белинский — современник Н. В. Гоголя», «Отцы старше своих детей» и т. д.

Формула, выражающая суждение с двухместным отношением, записывается как aRb или $R(a, b)$, где a и b — имена предметов, а R — имя отношения. В суждении с отношением может что-либо утверждаться или отрицаться не о двух, а о трех, четырех или большем числе предметов. Например, «Бологое находится между Санкт-Петербургом и Москвой». Такие суждения выражаются формулой $R(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$.

3. *Суждения существования (экзистенциальные)*. В них утверждается или отрицается существование предметов (материальных или идеальных) в действительности. Примеры этих суждений: «Существует атомный реактор в Чернобыле», «Не существует беспричинных явлений».

Категорические суждения и их виды (деление по количеству и качеству)

В традиционной логике все три указанных вида представляют простые *категорические* суждения. По качеству связки («есть» или «не есть») категорические суждения делятся на утвердительные и отрицательные. Суждения «Многие промышленные предприятия рентабельны», «Все страусы — птицы» утвердительные. Суждения «Некоторые дома не являются благоустроенными», «Ни один карась не является хищной рыбой» отрицательные. Связка «есть» в утвердительном суждении отражает наличие у предмета (предметов) некоторых свойств. Связка «не есть» отражает то, что предмету (предметам) не присуще некоторое свойство.

Некоторые логики считали, что в отрицательных суждениях нет отражения действительности. На самом деле отсутствие определенных признаков также представляет собой действительный признак, имеющий объективную значимость. В отрицательном истинном суждении наша мысль разъединяет (разделяет) то, что находится разделенным в объективном мире.

В зависимости от того, обо всем классе предметов, о части этого класса или об одном предмете идет речь в субъекте, суждения делятся на *общие, частные и единичные*. Например, «Все соболя — ценные пушные звери» и «Все здравомыслящие люди хотят долгой, счастливой и полезной жизни» (*Поль С. Брэгг*) — общие суждения; «Некоторые цветы — розы» — частное; «Везувий — действующий вулкан» — единичное.

Структура *общего* суждения: «Все S есть (не есть) P ». Единичные суждения будут трактоваться как общие, так как их субъектом является одноэлементный класс.

Среди общих суждений встречаются *выделяющие* суждения, в состав которых входит кванторное слово «только», — «Только добрый человек может быть врачом» (П. Дюбуа). Примерами выделяющих суждений являются и следующие: «Поль С. Брэгг пил только дистиллированную воду», «Человеческий организм может усваивать только органические вещества», «Смелый человек не боится правды. Ее боится только трус» (А. Конан Дойл).

Среди общих суждений имеются *исключающие* суждения, например: «Все студенты нашей группы, за исключением больных, пришли на семинар». К числу исключających суждений относятся и те, в которых выражены исключения из правил русского или иных языков, правил логики, математики и других наук.

Частные суждения имеют структуру: «Некоторые S есть (не есть) P ». Они делятся на неопределенные и определенные. Например, «Некоторые грибы — съедобны» — неопределенное частное суждение. Мы не установили, обладают ли признаком съедобности все грибы, но не установили и того, что признаком съедобности не обладают некоторые грибы. Если мы установили, что «Только некоторые S обладают признаком P », то это будет определенное частное суждение, структура которого: «Только некоторые S есть (не есть) P ». Примеры: «Только некоторые грибы съедобны»; «Только некоторые остроугольные треугольники являются равносторонними»; «Только некоторые тела легче воды». В определенных частных суждениях часто применяются кванторные слова: большинство, меньшинство, немало, не все, многие, почти все, несколько и др.

Единичные суждения имеют структуру: «Это S есть (не есть) P ». Примеры единичных суждений: «Эверест — высочайшая вершина мира», «Третьяковская галерея в Москве — крупнейший в России музей, где собраны лучшие произведения отечественного искусства».

Объединенная классификация простых категорических суждений по количеству и качеству

В каждом суждении имеется количественная и качественная характеристика. Поэтому в логике применяется объединенная классификация суждений по количеству и качеству, на основе которой выделяются следующие 4 типа суждений.

A — общеутвердительное суждение. Структура его: «Все S есть P ». Например, «Все люди — позвоночные».

I — частноутвердительное суждение. Структура его: «Некоторые S есть P ». Например, «Некоторые элементарные частицы имеют положительный заряд». Условные обозначения для утвер-

дительных суждений взяты от слова *affirmo* — утверждаю (при этом берутся две первые гласные буквы: *A* — для обозначения общеутвердительного и *I* — для обозначения частноутвердительного суждения).

E — общеотрицательное суждение. Его структура: «Ни одно *S* не есть *P*». Пример: «Ни один дельфин не является рыбой».

O — частноотрицательное суждение. Структура его: «Некоторые *S* не есть *P*». Например, «Некоторые люди не являются долгожителями». Условные обозначения для отрицательных суждений взяты от слова *negō* — отрицаю.

Распределенность терминов в категорических суждениях

В суждениях термины *S* и *P* могут быть либо распределены, либо не распределены. Термин считается распределенным, если его объем полностью включается в объем другого термина или полностью исключается из него. Термин будет нераспределенным, если его объем частично включается в объем другого термина или частично исключается из него. Проанализируем четыре вида суждений: *A*, *I*, *E*, *O* (мы рассматриваем типичные случаи).

Суждение A общеутвердительное. Его структура: «Все *S* есть *P*». Рассмотрим два случая.

1-й случай. В суждении «Все караси — рыбы» субъектом является понятие «карась», а предикатом — понятие «рыба». Квантор общности — «все». Субъект распределен, так как речь идет о всех карасях, т. е. его объем полностью включен в объем предиката. Предикат не распределен, так как в суждении речь идет лишь о той части объема предиката, которая совпадает с объемом субъекта.

Распределенность терминов в суждениях можно иллюстрировать с помощью круговых схем Эйлера. На рис. 34 изображено соотношение *S* и *P* в суждении *A*. Заштрихованная часть круга на рис. 34—39 характеризует распределенность (или нераспределенность) терминов.

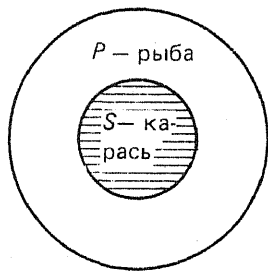


Рис. 34



Рис. 35

Если объем P больше (шире) объема S , то P не распределен.

2-й случай. В суждении «Все квадраты — равноугольные прямоугольники» термины такие: S — «квадрат», P — «равносторонний прямоугольник», квантор общности — «все». В этом суждении S распределен и P распределен, так как их объемы полностью совпадают (рис. 35).

Если S равен по объему P , то P распределен. Это бывает в определениях и в выделяющих общих суждениях⁵.

Суждение *I* частноутвердительное. Его структура: «Некоторые S есть P ». Рассмотрим два случая.

1-й случай. В суждении «Некоторые инженеры — филателисты» термины такие: S — «инженер», P — «филателист», квантор существования — «некоторые». Соотношение S и P изображено на рис. 36. Субъект не распределен, так как в нем мыслится только часть инженеров, т. е. объем субъекта лишь частично включается в объем предиката. Предикат тоже не распределен, так как он также лишь частично включен в объем субъекта (только некоторые филателисты являются инженерами).

Если понятия S и P перекрещиваются, то P не распределен.

2-й случай. В суждении «Некоторые писатели — драматурги» термины такие: S — «писатель», P — «драматург», квантор существования — «некоторые». Субъект не распределен, так как в нем мыслится только часть писателей, т. е. объем субъекта лишь частично включается в объем предиката. Предикат распределен, так как объем предиката полностью входит в объем субъекта (рис. 37). Таким образом, P распределен, если объем P меньше объема S , что бывает в частных выделяющих суждениях.

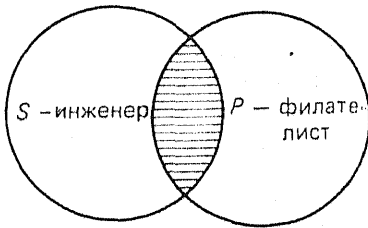


Рис. 36



Рис. 37

Суждение *E* общеотрицательное. Его структура: «Ни одно S не есть P ». Например, «Ни один лев не есть травоядное животное». В нем термины такие: S — «лев», P — «травоядное животное», квантор общности — «ни один». Здесь объем субъекта полностью исключается из объема предиката, и наоборот. Поэтому и S , и P распределены (рис. 38).

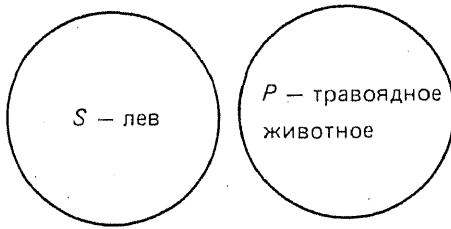


Рис. 38

Суждение O частноотрицательное. Его структура: «Некоторые S не есть P ». Например, «Некоторые учащиеся не являются спортсменами». В нем такие термины: S — «учащийся», P — «спортсмен», квантор существования — «некоторые». Субъект не распределен, так как мыслится лишь часть учащихся, а предикат распределен, ибо в нем мыслятся все спортсмены, ни один из которых не включен в ту часть учащихся, которая мыслится в субъекте (рис. 39).

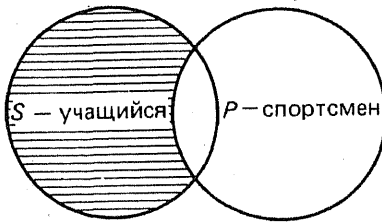


Рис. 39

Итак, S распределен в общих суждениях и не распределен в частных; P всегда распределен в отрицательных суждениях, в утвердительных же он распределен тогда, когда по объему $P \leq S$.

Распределенность терминов в категорических суждениях можно выразить в виде следующей схемы (табл. 1), где знаком (+) выражена распределенность термина, а знаком (–) его нераспределенность. В ней же дана объединенная информация о простых суждениях.

§ 3. СЛОЖНОЕ СУЖДЕНИЕ И ЕГО ВИДЫ

Сложные суждения образуются из простых суждений с помощью логических связок: конъюнкции, дизъюнкции, импликации,

Таблица 1

Суждение

Вид суждения	Обозначение	Формула суждения		Распределенность терминов суждения		Отношение S и P
		в традиционной логике	в математической логике (исчислении предикатов)	S	P	
Общеутвердительное	A	Все S суть P (S a P)	$\forall x (S(x) \rightarrow P(x))$	+	$\bar{\bar{}}$	
Частноутвердительное	I	Некоторые S суть P (S i P)	$\exists x (S(x) \wedge P(x))$	-	$\bar{\bar{}}$	
Общеотрицательное	E	Ни одно S не суть P (S e P)	$\forall x (S(x) \rightarrow \bar{P}(x))$	+	+	
Частноотрицательное	O	Некоторые S не суть P (S o P)	$\exists x (S(x) \wedge \bar{P}(x))$	-	+	

Таблица 2

a	b	$a \wedge b$	$a \vee b$	$a \dot{\vee} b$	$a \rightarrow b$	$a \equiv b$
И	И	И	И	Л	И	И
И	Л	Л	И	И	Л	Л
Л	И	Л	И	И	И	Л
Л	Л	Л	Л	Л	И	И

Таблица 3

a	\bar{a}
И	Л
Л	И

эквиваленции и отрицания. Таблицы истинности этих логических связок следующие (табл. 2, 3).

Буквы a, b, c — переменные, обозначающие суждения; буква «И» обозначает истину, а «Л» — ложь.

Таблицу истинности для конъюнкции ($a \wedge b$) можно разъяснить на следующем примере. Учителю дали короткую характеристику, состоящую из двух простых суждений: «Он является хорошим педагогом (a) и учится заочно (b)». Она будет истинна в том и только в том случае, если суждения a и b оба истинны. Это и отражено в первой строке. Если же a ложно или b ложно, либо и a , и b ложны, то вся конъюнкция обращается в ложь, т. е. учителю была дана ложная характеристика.

Суждение: «Увеличение рентабельности достигается путем повышения производительности труда (a) или путем снижения себестоимости продукции (b)» — пример нестрогой дизъюнкции. Дизъюнкция называется нестрогой, если ее члены не исключают друг друга. Такое высказывание истинно в том случае, когда истинно хотя бы одно из двух суждений (первые три строки табл. 2), и ложно, когда оба суждения ложны.

Члены строгой дизъюнкции ($a \dot{\vee} b$) исключают друг друга. Это можно разъяснить на примере: «Я поеду на юг на поезде (a) или полечу на самолете (b)». Я не могу одновременно ехать на поезде и лететь на самолете. Строгая дизъюнкция истинна тогда, когда истинно лишь одно из двух простых суждений.

Таблицу для импликации ($a \rightarrow b$) можно разъяснить на таком примере: «Если через проводник пропустить электрический ток (a), то проводник нагреется (b)»⁶. Импликация истинна всегда, кроме одного случая, когда первое суждение истинно, а второе ложно. Действительно, не может быть, чтобы по проводнику пропустили электрический ток, т. е. чтобы суждение (a) было истинным, а проводник не нагрелся, т. е. суждение (b) было ложным.

Эквиваленция в таблице ($a \equiv b$) характеризуется так: $a \equiv b$ истинно в тех и только в тех случаях, когда и a , и b либо оба истинны, либо оба ложны.

Отрицание суждения a (т. е. \bar{a}) характеризуется так: если a истинно, то его отрицание ложно, и если a ложно, то \bar{a} истинно.

Если в формулу входят три переменные, то таблица истинности для этой формулы, включающая все возможные комбинации истинности или ложности ее переменных в таблице, будет состоять из $2^3 = 8$ строк; при четырех переменных в таблице будет $2^4 = 16$ строк; при пяти переменных в таблице имеем $2^5 = 32$ строки; при n переменных — 2^n строк (табл. 4, 5).

Алгоритм распределения значений И и Л для переменных (например, для четырех переменных a, b, c, d) таков (табл. 4).

Таблица 4

a	b	c	d	a	b	c	d
И	И	И	И	Л	И	И	И
И	И	И	Л	Л	И	И	Л
И	И	Л	И	Л	И	Л	И
И	И	Л	Л	Л	И	Л	Л
И	Л	И	И	Л	Л	И	И
И	Л	И	Л	Л	Л	И	Л
И	Л	Л	И	Л	Л	Л	И
И	Л	Л	Л	Л	Л	Л	Л

Имеем $2^4 = 16$ строк.

В столбце для a сначала пишем 8 раз «И» и 8 раз «Л».

В столбце для b сначала пишем 4 раза «И» и 4 раза «Л», затем повторяем и т. д.

Выполнимая формула та, которая может принимать по крайней мере одно значение «истина». Тожественно-истинной формулой называется формула, которая при любых комбинациях значений для входящих в нее переменных принимает значение «истина» (иначе она называется законом логики, или тавтологией). Тожественно-ложная формула та, которая соответственно принимает только значение «ложь» (она иначе называется противоречием).

Приведем доказательство тождественной истинности формулы: $((a \rightarrow (b \wedge c)) \wedge (b \vee \bar{c})) \rightarrow \bar{a}$ (табл. 5).

Так как в последней колонке мы имеем только значение «истина», формула является тождественно-истинной, или законом логики (такие выражения называют тавтологиями).

Итак, конъюнкция $(a \wedge b)$ истинна тогда, когда оба простых суждения истинны. Строгая дизъюнкция $(a \vee b)$ истинна тогда, когда только одно простое суждение истинно. Нестрогая дизъюнк-

a	b	c	\bar{a}	\bar{b}	\bar{c}	$b \wedge c$	$a \rightarrow (b \wedge c)$	$(b \vee \bar{c})$	$(a \rightarrow (b \wedge c)) \wedge (b \vee \bar{c})$	$((a \rightarrow (b \wedge c)) \wedge (b \vee \bar{c})) \rightarrow \bar{a}$
И	И	И	Л	Л	Л	И	И	Л	Л	И
И	И	Л	Л	Л	И	Л	Л	И	Л	И
И	Л	И	Л	И	Л	Л	Л	И	Л	И
И	Л	Л	Л	И	И	Л	Л	И	Л	И
Л	И	И	И	Л	Л	И	И	Л	Л	И
Л	И	Л	И	Л	И	Л	И	И	И	И
Л	Л	И	И	И	Л	Л	И	И	И	И
Л	Л	Л	И	И	И	Л	И	И	И	И

кция $(a \vee b)$ истинна тогда, когда хотя бы одно простое суждение истинно. Импликация $(a \rightarrow b)$ истинна во всех случаях, кроме одного: когда a истинно, а b ложно. Эквиваленция $(a \equiv b)$ истинна тогда, когда оба суждения истинны или оба ложны. Отрицание (\bar{a}) истины дает ложь, и наоборот.

Способы отрицания суждений

Два суждения называются *отрицающими* или *противоречащими* друг другу, если одно из них истинно, а другое ложно (т. е. они не могут быть одновременно истинными или одновременно ложными) (табл. 6).

Отрицающими являются следующие пары суждений:

Таблица 6

a	\bar{a}
И	Л
Л	И

1. $A-O$. «Все S есть P » и «Некоторые S не есть P ».
2. $E-I$. «Ни одно S не есть P » и «Некоторые S есть P ».
3. «Это S есть P » и «Это S не есть P ».

Операцию отрицания в виде образования нового суждения из данного следует отличать от отрицания, входящего в состав отрицательных суждений. Существует два вида отрицания: внутреннее и внешнее. Внутреннее указывает на несоответствие предиката субъекту (связка выражена словами: «не есть», «не суть», «не является»). Например, «Некоторые люди *не имеют* высшего образования». Внешнее отрицание означает отрицание всего суждения. Например, «*Не верно*, что в Москве протекает река Нева».

Отрицание сложных суждений

Чтобы получить отрицание сложных суждений, имеющих в своем составе лишь операции конъюнкции и дизъюнкции, необходимо поменять знаки операций на противоположные (т. е. конъюнкцию на дизъюнкцию, и наоборот) и над буквами, выражающими элементарные суждения, поставить знак отрицания, а если они уже есть, то отбросить его. Имеем: 1) $\overline{a \vee b} \equiv \bar{a} \wedge \bar{b}$; 2) $\overline{a \wedge b} \equiv \bar{a} \vee \bar{b}$; 3) $\overline{a \wedge b} \equiv \bar{a} \vee \bar{b}$; 4) $\overline{a \vee b} \equiv \bar{a} \wedge \bar{b}$.

Эти формулы называются законами де Моргана. Применив их, получим: $(a \vee b) \wedge (c \vee e) \equiv (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (\bar{c} \wedge \bar{e})$.

Если в сложном суждении имеется импликация, то ее необходимо заменить на тождественную формулу без импликации (с дизъюнкцией), а именно: $(a \rightarrow b) \equiv (\bar{a} \vee b)$; затем по общему методу найти противоречащее суждение. Например, «Если у меня будет свободное время (a), то я читаю книгу (b) или посмотрю телевизор (c)». Формула этого сложного суждения: $a \rightarrow (b \vee c)$. Противоречащее суждение будет: $\overline{a \rightarrow (b \vee c)} \equiv \bar{a} \vee (b \vee c) \equiv \bar{a} \vee (b \wedge c)$. Оно читается так: «У меня будет свободное время, но я не буду читать книгу и не буду смотреть телевизор».

§ 4. ВЫРАЖЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ СВЯЗОК (ЛОГИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ) В ЕСТЕСТВЕННОМ ЯЗЫКЕ

В мышлении мы оперируем не только простыми, но и сложными суждениями, образуемыми из простых посредством логических связок (или операций) — конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции, отрицания, которые также называются логическими константами, или логическими постоянными. Проанализируем, каким образом перечисленные логические связки выражаются в естественном (русском) языке.

Конъюнкция (знак « \wedge ») выражается союзами «и», «а», «но», «да», «хотя», «который», «зато», «однако», «не только..., но и» и др. В логике высказываний знак « \wedge » соединяет простые высказывания, образуя из них сложные. В естественном языке союз «и» и другие слова, соответствующие конъюнкции, могут соединять существительные, глаголы, наречия, прилагательные и другие части речи. Например, «В корзине у деда лежали подберезовики и маслята» ($a \wedge b$), «Интересная и красиво оформленная книга лежит на столе». Последнее высказывание нельзя разбить на два простых, соединенных конъюнкцией: «Интересная книга лежит на столе» и «Красиво оформленная книга лежит на столе», — так как создается впечатление, что на столе лежат две книги, а не одна.

В логике высказываний действует закон коммутативности конъюнкции ($a \wedge b) \equiv (b \wedge a)$. В естественном русском языке такого закона нет, так как действует фактор времени. Там, где учитыва-

ется последовательность во времени, употребление союза «и» некоммутативно. Поэтому не будут эквивалентными, например, такие два высказывания: 1) «Прицепили паровоз, и поезд тронулся» и 2) «Поезд тронулся, и прицепили паровоз».

В естественном языке конъюнкция может быть выражена не только словами, но и знаками препинания: запятой, точкой с запятой, тире. Например, «Сверкнула молния, загредел гром, пошел дождь».

О выражении конъюнкции средствами естественного языка пишет С. Клини в своей книге «Математическая логика». В разделе «Анализ рассуждений» он приводит (не исчерпывающий) список выражений естественного языка, которые могут быть заменены символами « \wedge » или « $\&$ ». Формула $A \wedge B$ в естественном языке может выражаться так:

«Не только A , но и B .
 B , хотя и A .
 B , несмотря на A .

Как A , так и B .
 A вместе с B .
 A , в то время как B »⁷.

Придумать примеры всех этих структур предоставляем читателю.

В естественном (русском) языке дизъюнкция (обозначенная $a \vee b$ и $a \dot{\vee} b$) выражается союзами: «или», «либо», «то ли... то ли» и др. Например, «Вечером я пойду в кино или в библиотеку»; «Это животное принадлежит либо к позвоночным, либо к беспозвоночным»; «Доклад будет то ли по произведениям Л. Н. Толстого, то ли по произведениям Ф. М. Достоевского».

Для обоих видов дизъюнкции действует закон коммутативности: $(a \vee b) \equiv (b \vee a)$ и $(a \dot{\vee} b) \equiv (b \dot{\vee} a)$. В естественном языке эта эквивалентность сохраняется. Например, суждение «Я куплю масло или хлеб» эквивалентно суждению «Я куплю хлеб или масло».

С. Клини показывает, какими разнообразными способами могут быть выражены в естественном языке импликация ($A \supset B$) и эквиваленция ($A \sim B$)⁸. (Буквами A и B обозначены переменные высказывания.)

Приведем логические схемы и соответствующие им примеры, иллюстрирующие разнообразные способы выражения импликации $A \rightarrow B$ (где A — антецедент, B — консеквент).

1. Если A , то B .

Если поставщики вовремя доставят детали, то завод выполнит свой производственный план.

2. Коль скоро A , то B .

Коль скоро приложенные силы снимаются, то сжатая пружина возвращается к своей первоначальной форме.

3. Когда A , имеет место B .

Когда наступает плохая погода, имеет место повышение числа сердечно-сосудистых заболеваний у людей.

4. Для B достаточно A .

Для того чтобы газы расширились, достаточно их нагреть.

5. Для *A* необходимо *B*.

Для сохранения мира на Земле необходимо объединить усилия всех государств в борьбе за мир.

6. *A*, только если *B*.

Студенты этого курса не приходили на субботник, только если они были больны.

7. *B*, если *A*.

Я разрешу тебе пойти погулять, если ты выполнишь все домашние задания.

Приведем логические схемы и соответствующие им примеры разнообразных способов выражения эквиваленции.

1. *A*, если и только если *B*.

Иванов не закончит свои эксперименты к сроку, если и только если ему не помогут сотрудники.

2. Если *A*, то *B*, и наоборот.

Если студент сдал все экзамены и практику на «отлично», то он получает диплом с отличием, и наоборот.

3. *A*, если *B*, и *B*, если *A*.

Многоугольник является вписанным в круг, если его вершины лежат на окружности, и вершины многоугольника лежат на окружности, если этот многоугольник является вписанным в круг.

4. Для *A* необходимо и достаточно *B*.

Для того чтобы число без остатка делилось на 3, необходимо и достаточно, чтобы сумма цифр этого числа делилась без остатка на 3.

5. *A* равносильно *B* (иногда).

То, что площадь правильного многоугольника равна произведению полупериметра на апофему, равносильно тому, что площадь правильного многоугольника равна произведению периметра на половину апофемы.

6. *A* тогда и только тогда, когда *B*.

Фирма будет согласна принять предложение о покупке товара тогда и только тогда, когда будет снижена цена этого товара на 15%.

Из приведенных выше схем и соответствующих им высказываний с конкретным разнообразным содержанием становится ясно, насколько многогранны в естественном языке (в частности, в русском) средства выражения импликации, эквиваленции и других логических связей (логических терминов). Это можно сказать и о других естественных языках⁹.

Импликация ($a \rightarrow b$) не совсем соответствует по смыслу союзу «если... то» естественного языка, так как в ней может отсутствовать содержательная связь между суждениями *a* и *b*. В логике высказываний законом является формула: $(a \rightarrow b) \equiv (\bar{a} \vee b)$. Но в естественном языке дело обстоит иначе. Иногда союз «если, то» выражает не импликацию, а конъюнкцию. Например, «Если вчера было пасмурно, то сегодня ярко светит солнце». Это сложное суждение выражается формулой $a \wedge b$.

Кроме логических связей для выражения общих и частных суждений в логике используются квантор общности и квантор существования. Запись с квантором общности $\forall xP(x)$ обычно читается так: «Все x (из некоторой области объектов) обладают свойством P », а запись с квантором существования $\exists xP(x)$ читается так: «Существуют такие x (в данной области), которые обладают свойством P ». Например, $\exists x(x > 100)$ читается как «Существуют такие x , которые больше 100», где под x подразумеваются числа. Квантор общности выражается словами: «все», «всякий», «каждый», «ни один» и др. Квантор существования выражается словами: «некоторые», «существуют», «большинство», «меньшинство», «только некоторые», «иногда», «тот, который», «не все», «многие», «немало», «немногие», «много», «почти все» и др.

С. Клини пишет о том, что, переводя выражения обычного языка с помощью табличных пропозициональных связей, мы лишаемся некоторых оттенков смысла, но зато выигрываем в точности¹⁰.

В практике математических и иных рассуждений имеются понятия «необходимое условие» и «достаточное условие». Условие называется *необходимым*, если оно вытекает из заключения (следствия). Условие называется *достаточным*, если из него вытекает заключение (следствие). В импликации $a \rightarrow b$ переменная a является основанием. Она называется *антецедентом*. Переменная b — *следствием* (заключением). Она называется *консеквентом*.

Учащимся на уроках математики предлагаются задачи типа 1—4, требующие в каждом из следующих предложений вместо многоточия поставить слова: «необходимо» или «достаточно», либо «необходимо и достаточно»:

1. Для того чтобы сумма двух целых чисел была четным числом ... чтобы каждое слагаемое было четным.

2. Для того чтобы число делилось на 15 ... чтобы оно делилось на 5.

3. Для того чтобы произведение $(x - 3)(x + 2)(x - 5)$ было равно 0, ... чтобы $x = 3$.

4. Для того чтобы четырехугольник был прямоугольником ... чтобы все его углы были равны¹¹.

§ 5. ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СУЖДЕНИЯМИ ПО ЗНАЧЕНИЯМ ИСТИННОСТИ

Суждения, как и понятия, делятся на сравнимые (имеют общий субъект или предикат) и несравнимые. Сравнимые суждения делятся на совместимые и несовместимые.

В математической логике два высказывания p и q называются *несовместимыми*, если из истинности одного из них необходимо следует ложность другого (т. е. p и q никогда не могут оказаться одновременно истинными). «Это понятие легко распространить

на любое число высказываний: высказывания p_1, p_2, \dots, p_n называются несовместимыми, если не может оказаться, что все они являются одновременно истинными»¹².

Совместимые выражают одну и ту же мысль полностью или лишь в некоторой части. *Отношения совместимости: эквивалентность, логическое подчинение, частичное совпадение (субконтрарность)*. Совместимые эквивалентные суждения выражают одну и ту же мысль в различной форме («Юрий Гагарин — первый космонавт» и «Юрий Гагарин первым полетел в космос»). Субъект здесь один и тот же, а предикаты различные по форме, но одинаковые по смыслу. В двух эквивалентных суждениях: «Михаил Шолохов — лауреат Нобелевской премии» и «Автор романа «Тихий Дон» — лауреат Нобелевской премии» — одинаковыми являются предикаты, а различными по форме выражения, но тождественными понятиями — субъекты. Если два высказывания эквивалентны, то невозможно, чтобы одно из них было истинным, а другое ложным.

В сочинении, при заучивании материала, в устном изложении текста, при переводе с одного языка на другой — всюду учащиеся должны уметь кратко и корректно излагать свои мысли. А. П. Чехов дал такое сравнение: «Краткость — сестра таланта».

Совместимые суждения, находящиеся в отношении *логического подчинения*, имеют общий предикат; понятия, выражающие субъекты двух таких суждений, также находятся в отношении логического подчинения. Отношения между суждениями по истинности принято схематически изображать в виде «Логического квадрата» (рис. 40).



Рис. 40

Возьмем суждение «Все учащиеся нашей группы — спортсмены». Это суждение *A* общеутвердительно (подчиняющее). Суждение *I* — «Некоторые учащиеся нашей группы — спортсмены» — подчиненное.

Для суждений *A* и *I*, а также *E* и *O*, находящихся в отношении логического подчинения, истинность общего суждения определяет истинность частного, подчиненного суждения. Но ложность общего суждения оставляет частное суждение неопределенным. Истинность частного суждения оставляет общее суждение неопределенным (при нарушении этого правила может возникнуть логическая ошибка — «поспешное обобщение»). Ложность частного суждения обуславливает ложность общего суждения. Если истинно суждение «Ни одна трапеция не является сферическим телом», то будет истинным и суждение «Некоторые трапеции не являются сферическими телами». Умозаключение от общего суждения к логически подчиненному ему частному суждению всегда будет давать истинное заключение.

В отношении *частичного совпадения (субконтрарности)* находятся два таких совместных суждения *I* и *O*, которые имеют одинаковые субъекты и одинаковые предикаты, но различаются по качеству. Например, *I* — «Некоторые свидетели дают истинные показания» и *O* — «Некоторые свидетели не дают истинных показаний». Оба они одновременно могут быть истинными, но не могут быть одновременно ложными. Если одно из них ложно, то другое обязательно истинно. Но если одно из них истинно, то другое неопределенно (оно может быть либо истинным, либо ложным). Например, если истинно суждение *I* — «Некоторые книги в этой библиотеке — букинистические», то суждение *O* — «Некоторые книги в этой библиотеке не являются букинистическими» — будет неопределенным, т. е. оно может быть как истинным, так и ложным.

Отношения несовместимости: противоположность, противоречие. По логическому квадрату в отношении *противоположности (контрарности)* находятся суждения *A* и *E*. Два суждения: *A* — «Все люди трудятся добросовестно» и *E* — «Ни один человек не трудится добросовестно» — оба ложны. Но *A* и *E* не могут быть оба истинными. Если одно из противоположных суждений истинно, то другое будет ложным.

Итак, из истинности одного из противоположных суждений вытекает ложность другого, но ложность одного из них оставляет другое суждение неопределенным.

В отношении *противоречия (контрадикторности)* находятся суждения *A* и *O*, а также *E* и *I*. Два противоречащих суждения не могут быть одновременно истинными и одновременно ложными. Если в настоящее время истинно суждение *I* — «Некоторые летчики — космонавты», то ложным будет суждение «Ни один летчик не является космонавтом».

Закономерности, выражающие отношения между суждениями по истинности, имеют большое познавательное значение, так как они помогают избежать ошибок при непосредственных умозаключениях, производимых из одной посылки (одного суждения).

§ 6. ДЕЛЕНИЕ СУЖДЕНИЙ ПО МОДАЛЬНОСТИ

В логике мы до сих пор рассматривали простые суждения, которые называются *ассерторическими*, а также сложные суждения, составленные из простых. В них утверждается или отрицается наличие определенных связей между предметом и его свойствами или констатируется отношение между двумя или большим числом предметов. Например, «Школьники — учащиеся»; «Объем конуса равен $1/3$ площади основания, умноженной на высоту»; «Яблоко сладкое и красное»; «Я эту работу не выполню в срок»; «Если будет плохая погода, то мы не поедem на теплоходе» и др. Общая форма таких простых высказываний (суждений): « S есть (не есть) P ». Из простых суждений образуются сложные. Например, «Если S есть (не есть) P , то S_1 есть (не есть) P_1 ».

В этих ассерторических суждениях не установлен характер связи между субъектом и предикатом. Характер связи между субъектом и предикатом или между отдельными простыми суждениями в сложном суждении раскрывается в модальном суждении. Из вышеприведенных суждений можно образовать такие, например, модальные суждения: «*Несомненно*, что все школьники — учащиеся», «*Доказано*, что в прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы», «*Хорошо*, что яблоко сладкое и красное», «*Возможно*, что я эту работу не выполню в срок», «*Вероятно*, что если будет плохая погода, то мы не поедem на теплоходе». Мы видим, что модальные суждения не просто утверждают или отрицают некоторые связи, а дают оценку этих связей с какой-то точки зрения.

О предмете A можно просто сказать, что он имеет свойство B (это будет ассерторическое суждение). Но можно сверх того уточнить, является ли эта связь A и B необходимой или, наоборот, случайной; хорошо ли, что A есть B или это плохо; доказано, что A есть B или не доказано, а только есть предположение, и т. д. В результате таких уточнений мы получаем модальные суждения различных типов. Приведем другие примеры модальных суждений: «*Возможно*, на Марсе есть жизнь», «*Доказано*, что в прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы, т. е. $a^2 + b^2 = c^2$ »; «При красном свете фотона проезд транспорта *запрещен*» и др. В модальном суждении к ассерторическому суждению приписывается тот или иной модальный оператор (модальное понятие): возможно, доказано, необходимо, запрещено, обязательно, плохо и др.

Структура простых модальных суждений такая:

$M(S \text{ есть } P)$ или $M(S \text{ не есть } P)$,

где M обозначает модальный оператор (модальное понятие).

Но как было уже сказано, модальными могут быть и сложные суждения. Если a и b — простые суждения, то из сложных ассерторических суждений: $a \wedge b$, $a \vee b$, $a \dot{\vee} b$, $a \rightarrow b$, $a \equiv b$ — можно получить соответствующие сложные модальные суждения:

$M(a \wedge b)$; $M(a \vee b)$; $M(a \dot{\vee} b)$; $M(a \rightarrow b)$; $M(a \equiv b)$.

В каждом из этих пяти типов сложных модальных суждений модальный оператор M может быть заменен его разновидностями. Например, из сложного ассерторического суждения «Если в почву внести удобрения, то урожай повысится» можно получить такие модальные суждения: «Доказано, что если в почву внести удобрения, то урожай повысится», «Хорошо, что если в почву внести удобрения, то урожай повысится» и др.

Модальными простыми суждениями называют простые суждения, выражающие характер связи между субъектом и предикатом с помощью модальных операторов (модальных понятий).

Модальными сложными суждениями называют сложные суждения, выражающие характер связи между составляющими их простыми суждениями с помощью модальных операторов (модальных понятий).

Модальные высказывания изучаются в модальной логике, в которой имеются следующие разделы (или ветви): логика норм, логика времени, деонтическая логика, логика действия, логика принятия решения и другие логики.

В настоящее время современной модальной логикой изучены многие виды модальностей, и те из них, которые сравнительно хорошо изучены, систематизированы в таблице, предложенной А. А. Ивиным (табл. 7)¹³.

Таблица 7

Логические модальности	Онтологические модальности	Эпистемические модальности	
		знание	убеждение
Логически необходимо	Онтологически необходимо	Доказуемо (верифицируемо)	Полагает (убежден)
Логически случайно	Онтологически случайно	Неразрешимо (непроверяемо)	Сомневается
Логически невозможно	Онтологически невозможно	Опровержимо (фальсифицируемо)	Отвергает
Логически возможно	Онтологически возможно		Допускает

Деонтические модальности	Аксиологические модальности		Временные модальности	
	абсолютные	сравни- тельные	абсолютные	сравни- тельные
Обязательно Нормативно безразлично	Хорошо Аксиоло- гически без- различно	Лучше Равно- ценно	Всегда Только иногда	Раньше Одновре- менно
Запрещено	Плохо	Хуже	Никогда	Позже
Разрешено				

В каждую из групп модальностей входят три основных модальных понятия. Второе из них называется слабой характеристикой, первое и третье — соответственно сильной положительной и сильной отрицательной характеристиками. Иногда в дополнение к трем основным модальным понятиям вводится четвертое, которое может употребляться для обозначения объединения сильного положительного и нейтрального.

Логические и онтологические модальности объединяются в общий вид — алетические модальности¹⁴. Они включают такие модальные операторы или категории модальности: необходимость и случайность, возможность и невозможность. Слова «необходимо», «возможно», «случайно» в обыденном языке употребляются в самых различных смыслах.

Диалектико-материалистическая философия изучает категории «необходимость», «случайность», «возможность» и другие с их содержательной стороны. Формальная логика изучает существующие между ними формальные зависимости. Всеобщность модальных категорий состоит в их приложимости к любой области действительности.

Алетические модальности обозначаются так: « $\square A$ » — «необходимо A »; « ∇A » — «случайно A »; « $\diamond A$ » — «возможно A »; « $\sim \diamond A$ » — «невозможно A » (знак « \sim » обозначает отрицание). Иногда их обозначают так: « Lp » — «необходимо p », « Mp » — «возможно p ».

Алетические модальности (логические и онтологические) часто содержательно истолковывают так: необходимыми считают логические законы, а также законы, выявленные различными науками (естественными, математическими, общественными и техническими), и все следствия из этих законов. Невозможными считают суждения, противоречащие этим законам, отрицания этих законов или их следствий. Случайными считают суждения, не являющиеся законами или их следствиями, но и не противоречащие законам или их следствиям. Возможными считают положения, не противоречащие законам или их следствиям.

Взаимосвязь алетических модальностей

Некоторые алетические модальности в ряде систем можно определять одну через другую («=» обозначает «равно по определению», « \wedge » — конъюнкцию, « \vee » — дизъюнкцию, « \sim » — отрицание, « \leftrightarrow » — эквиваленцию, « \rightarrow » — импликацию). Например, $\Box A \stackrel{Df}{=} \sim \Diamond \sim A$.

Некоторые важные связи, характеризующие алетические модальности, выражены следующими формулами:

- (1) $\Box A \rightarrow A$ («Если необходимо, что A , то A »);
- (2) $A \rightarrow \Diamond A$ («Если A , то возможно, что A »);
- (3) $\Box A \leftrightarrow \sim \Diamond \sim A$ («Необходимо, что A , тогда и только тогда, когда невозможно, что не- A »);
- (4) $\Diamond A \leftrightarrow \sim \Box \sim A$ («Возможно, что A , тогда и только тогда, когда не необходимо, что не- A »).

Задачи к теме «Суждение»

I. Являются ли следующие формулы законами логики:

- 1) $\overline{a \rightarrow b} \equiv a \wedge \bar{b}$;
- 2) $\overline{a \vee b} \equiv a \wedge \bar{b}$;
- 3) $a \wedge \bar{b} \equiv \overline{a \vee b}$;
- 4) $((a \rightarrow (b \wedge c)) \wedge (\bar{b} \vee \bar{c})) \rightarrow \bar{a}$;
- 5) $((a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow d) \wedge (b \vee \bar{d})) \rightarrow (a \vee c)$.

II. Определить вид суждения, его термины и их распространенность в следующих суждениях:

1. Иногда люди опаздывают на работу.
2. Все распространенные предложения имеют второстепенные члены.
3. Некоторые спортсмены не являются мастерами спорта.
4. Вода, нагретая до 80°C , не кипит.
5. Цыплят по осени считают.
6. Общественное бытие определяет общественное сознание.
7. Ни один учитель нашей школы не является отличником народного просвещения.
8. «Некоторые лекарства опаснее самих болезней» (*Сенека*).
9. «Никакая причина не извиняет невежливость» (*Т. Г. Шевченко*).
10. Среда — третий день недели.
11. Некоторые люди не изучают логику.

III. Определить вид и логическую форму следующих сложных высказываний. Записать их структуру в виде формулы:

1. Покрылись зеленью сопки, освобождаются от снега вулканы, в скверы, на улицы Петропавловска-Камчатского в июне высажены деревья, кустарники, готовятся клумбы под цветы.

2. Этот приезд не является ни необходимым, ни желательным.

3. Поиски врага длились уже три часа, но результатов не было, притаившийся враг ничем себя не выдавал.

4. Если эта фигура квадрат, то диагонали в ней равны, взаимно перпендикулярны и в точке пересечения делятся пополам.

5. «Если вы желаете себе несокрушимого памятника, вложите свою душу в хорошую книгу» (Б. Буаст).

IV. Произвести отрицание следующих сложных суждений, предварительно записав в виде формулы их структуру.

1. Если мне дадут отпуск летом, то я поеду отдыхать к морю или по туристической путевке в Карпаты.

2. Неверно, что этот писатель — драматург или поэт.

V. Определить с помощью «логического квадрата» отношения между следующими простыми суждениями:

1. Неверно, что все дети послушны — Некоторые дети являются послушными.

2. Все книги — рукописные — Ни одна книга не является рукописной.

VI. Определить вид модальности в следующих суждениях:

1. С появлением средств генной инженерии можно предвидеть значительные успехи в улучшении качества и состава микробиологической продукции.

2. Вероятно, молоко было одним из первых продуктов сельского хозяйства.

3. Хлебопечение возникло на заре развития человечества, вероятно, в Египте.

4. Необходимо соблюдать правила поведения в общественных местах.

5. Разрешен проезд автомобилей при зеленом свете светофора.

6. Невозможно построить вечный двигатель.

7. «Никогда не беспокой другого тем, что ты можешь сам сделать» (Л. Н. Толстой).

8. «В специально оборудованных вольерах для содержания горилл в зоопарках *должны быть* деревья, по которым они *могли бы* лазать, а также солома, ветки или бамбук для сооружения гнезд. Пищу *следует* давать небольшими порциями на протяжении всего дня, причем в таком виде, чтобы животные *имели возможность* заниматься ее подготовкой (скажем, обдирать кожу или расщеплять стебли) или поиском, для чего *лучше* беспорядочно разбрасывать съедобные растения в вольере. Гориллам *нужно* обеспечить *возможность* пребывания на свежем воздухе» (курсив наш. — А. Г.) (Дайан Фосси).

VII. Являются ли суждениями следующие предложения:

1. «Что без тебя просторный этот свет?
Ты в нем одна. Другого счастья нет».
(В. Шекспир).
2. В каком году родился писатель А. Толстой?
3. Принеси мне книгу в среду вечером.
4. Не в свои сани не садись.
5. «Кто не проклинал станционных смотрителей, кто с ними не бранился?» (А. С. Пушкин).
6. «Каких цветов в саду весеннем нет!» (В. Шекспир).
7. «И казалось, что после конца
Никогда ничего не бывает ...
Кто же бродит опять у крыльца
И по имени нас окликает?
Кто приник к ледяному стеклу
И рукою, как веткою, машет?»
(А. Ахматова).

Глава IV

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ (ПРИНЦИПЫ) ПРАВИЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ

§ 1. ПОНЯТИЕ О ЛОГИЧЕСКОМ ЗАКОНЕ

Фундамент материалистической диалектики — наиболее глубокого и всестороннего учения о развитии — составляют основные законы: закон взаимного перехода количественных и качественных изменений, закон единства и борьбы противоположностей и закон отрицания отрицания. Эти законы являются всеобщими: они действуют в природе, обществе и мышлении. Кроме них в объективном мире действует много других законов, изучаемых конкретными науками (физикой, химией, биологией и др.); существуют и общенаучные законы (например, закон сохранения энергии).

Закон мышления — это необходимая, существенная, устойчивая, повторяющаяся связь между мыслями.

Наиболее простые и необходимые связи между мыслями выражаются в основных формально-логических законах. К ним относятся законы тождества, непротиворечия, исключенного третьего, достаточного основания.

Эти законы являются основными потому, что в логике они играют особо важную роль, являются наиболее общими, лежат в основе различных логических операций с понятиями, суждениями и используются в ходе умозаключений и доказательств. Первые три закона были выявлены и сформулированы Аристотелем. Эти законы можно выразить в виде формул математичес-

кой (символической) логики. Закон достаточного основания был сформулирован Лейбницем.

Основные законы логики являются отражением в сознании человека определенных отношений между предметами объективного мира.

Формально-логические законы не могут быть отменены или заменены другими. Они имеют общечеловеческий характер: они едины для людей всех рас, наций, классов, профессий. Эти законы сложились в результате многовековой практики человеческого познания при отражении таких обычных свойств вещей, как их устойчивость, определенность, несовместимость в одном и том же предмете одновременно наличия и отсутствия одних и тех же признаков. Законы логики — это законы правильного мышления, а не законы самих вещей и явлений мира.

Кроме четырех основных формально-логических законов, отражающих важные свойства правильного мышления — определенность, непротиворечивость, обоснованность, четкость мышления, выбор «или — или» в определенных «жестких» ситуациях, — существует много неосновных формально-логических законов, которым должно подчиняться правильное мышление в процессе оперирования его отдельными формами (понятиями, суждениями, умозаключениями).

Законы логики, как основные, так и неосновные, функционируют в мышлении в качестве принципов правильного рассуждения в ходе доказательства истинных суждений и теорий и опровержения ложных суждений.

В математической логике несколько иной подход. Там законы, выраженные в виде формул, выступают как тождественно-истинные высказывания. Это означает, что формулы, в которых выражены логические законы, истинны при любых значениях их переменных. Среди тождественно-истинных формул особо выделяются такие, которые содержат одну переменную. Схемы этих законов:

$a \equiv a$ — закон тождества.

$a \wedge \bar{a}$ — закон непротиворечия.

$a \vee a$ — закон исключенного третьего.

Связь логических критериев истинности знания с практической деятельностью человека

Не во всех науках критерий практики действует непосредственно. Следует подчеркнуть сложный, опосредованный характер отражения действительности в логических системах и их операциях, в логических формах и законах.

Соотношение критерия практики с логическим критерием истинности заключений в умозаключении позволяет констатировать, что для проверки истинности заключений в умозаключении

ях не обязательно обращаться всякий раз непосредственно к практике, а можно воспользоваться логическим (т. е. относящимся к форме рассуждения) критерием.

Определяющим критерием истины служит практика. Логический же критерий истинности — вспомогательный и производный, вытекающий из практики и сам опирающийся на нее, как на окончательный критерий истинности.

§ 2. ЗАКОНЫ ЛОГИКИ И ИХ МАТЕРИАЛИСТИЧЕСКОЕ ПОНИМАНИЕ

Закон тождества

Закон тождества является одним из законов правильного мышления, соблюдение этого закона гарантирует определенность и ясность мышления. Закон формулируется так: *«В процессе определенного рассуждения всякое понятие и суждение должны быть тождественны самим себе»*. В математической логике закон тождества выражается следующими формулами:

$a \equiv a$ (в логике высказываний) и

$A \equiv A$ (в логике классов, в которой классы отождествляются с объемами понятий).

Схема закона тождества: $\alpha \equiv \alpha$. Если в нее вместо α подставляются высказывания, то будет $a \equiv a$, а если подставляются понятия, то будет $A \equiv A$.

Тождество есть равенство, сходство предметов в каком-либо отношении. Например, все жидкости теплопроводны, упруги. Каждый предмет тождествен самому себе. В объективной реальности тождество существует в связи с различием. Нет и не может быть двух абсолютно тождественных вещей (например, двух листочков дерева, близнецов и т. д.). Одна и та же вещь вчера и сегодня и тождественна, и различна. Так, например, внешность человека изменяется с течением времени, но мы его узнаем и считаем одним и тем же человеком. Абстрактного, абсолютного тождества в действительности не существует, оно означало бы прекращение развития. Но при известных условиях (в определенных границах) мы можем отвлечься от существующих различий и фиксировать свое внимание только на тождестве предметов или их свойств.

В мышлении закон тождества выступает в качестве нормативного правила (принципа). Он означает, что в процессе рассуждения нельзя подменять одну мысль другой, одно понятие другим. Нельзя тождественные мысли выдавать за различные, а различные — за тождественные.

Например, тождественными по объему будут такие три понятия: ученый, по инициативе которого основан Московский университет; ученый, сформулировавший принцип сохранения мате-

рии и движения; ученый, ставший с 1745 г. первым русским академиком Петербургской Академии наук, так как они обозначают одного и того же человека (М. В. Ломоносова), но дают различную информацию о нем.

Нарушение закона тождества приводит к двусмысленности, что можно видеть, например, в следующих рассуждениях: «Ноздрев был в некотором отношении *исторический* человек. Ни на одном собрании, где он был, не обходилось без истории» (*Н. В. Гоголь*). «Стремись уплатить свой долг, и ты достигнешь двойной цели, ибо тем самым его исполнишь» (*Козьма Прутков*). Игра слов в этих примерах построена на употреблении омонимов.

В мышлении нарушение закона тождества проявляется тогда, когда человек выступает не по обсуждаемой теме, произвольно подменяет один предмет обсуждения другим, употребляет термины и понятия не в том смысле, в каком это принято, не предупреждая об этом. Например, идеалистом иногда считают человека, верящего в идеалы, живущего ради высокой цели, а материалистом — человека меркантильного, стремящегося к наживе, к личному обогащению и т. д. Ф. Энгельс писал о понимании материализма филистером (т. е. обывателем, мещанином): «Под материализмом филистер понимает обжорство, пьянство, похоть, плотские наслаждения и тщеславие, корыстолюбие, скупость, алчность, погоню за барышом и биржевые плутни, короче — все те грязные пороки, которым он сам предастся втайне»¹. В философии же, как известно, материализм — это направление, которое первичным считает материю, а вторичным — сознание.

Иногда в ходе дискуссий спор по существу подменяют спором о словах. Иногда люди говорят о разных вещах, думая, что они имеют в виду одного и того же человека либо одну и ту же вещь или событие. Логические ошибки часто совершают при употреблении омонимов, т. е. слов, имеющих два значения («следствие», «материя», «содержание» и др.). Например, «Ученики *прослушали* разъяснения учителя», «Из-за рассеянности шахматист не раз на турнирах терял *очки*». Иногда ошибка возникает при использовании личных местоимений «она», «оно», «они», «мы» и т. д., когда приходится уточнять: «Кто — он?» или «Кто — она?». В результате отождествления различных понятий возникает логическая ошибка, называемая *подменой понятия*.

При нарушении закона тождества возникает и другая ошибка, называемая *подменой тезиса*. В ходе доказательства или опровержения выдвинутый тезис часто умышленно или неосознанно подменяется другим. В научных и иных дискуссиях это проявляется в приписывании оппоненту того, чего он не говорил. Такие приемы ведения дискуссий недопустимы.

Прием подмены тезиса: вместо одного вопроса стремятся

искусно подsunуть другой, чтобы отвлечь в нужный момент внимание читателя, наговорив кучу к делу не относящихся вещей, приписать противнику то, чего он не говорил, и т. д.

Отождествление (или идентификация) широко используется в следственной практике, например при опознании предметов, людей, сличении почерков, документов, подписей, отпечатков пальцев.

Закон тождества используется в науке, искусстве, в программах для работы ЭВМ, в школьном преподавании, в повседневной жизни.

Такие понятия, как «один», «два», «три» и т. д., связаны с умением различать и отождествлять вещи, а это умение и исторически, и логически предшествует умению их считать. Закон тождества « a есть a » (a тождественно a) испокон веков относился людьми к логике.

В действительности абсолютного тождества в изменяющихся предметах нет. Но для того, чтобы отобразить движение в мысли, мы должны прибегнуть к идеализации и упрощению действительности.

В науках существуют различные виды и модификации тождества. Так, например, в математике это равенство, эквивалентность (равномощность, равночисленность) множеств, конгруэнтность, тождественное преобразование, тождественная подстановка и т. д.; в теории алгоритмов — одинаковость букв, устанавливаемая путем абстракции отождествления, равенство алфавитов ($A=B$), равенство конкретных слов и т. д.

Равенства обладают свойствами рефлексивности ($a=a$), симметричности (если $a=b$, то $b=a$) и транзитивности (если $a=b$ и $b=c$, то $a=c$). К равенствам применимо правило замены равного равным.

Различие также имеет свои виды и модификации: неравенство, неэквивалентность (неравномощность) множеств и т. д.; в теории алгоритмов — различие букв, неравенство конкретных слов (например, пустого и непустого слова) и др.

Закон непротиворечия

Диалектика исходит из реального онтологического существования диалектических противоречий во всех предметах действительности. Но ставя задачу отобразить их, мы должны в силу законов отражения учитывать диалектическую необходимость огрубления при изображении движения мыслью.

Поэтому если предмет A обладает определенным свойством, то в суждениях об A люди должны утверждать это свойство, а не отрицать его. Если же человек, утверждая что-либо, отрицает то же самое или утверждает нечто несовместимое с первым, налицо логическое противоречие. Формально-логические противоре-

чия — это противоречия путаного, неправильного рассуждения. Такие противоречия затрудняют познание мира.

Нельзя смешивать формально-логические противоречия с диалектическими. Закон единства и борьбы противоположностей действует всюду, поэтому диалектические противоречия свойственны природе, обществу и мышлению. Борьба противоположностей — движущая сила развития природы, общества и мышления.

Древнегреческий философ и ученый Аристотель считал «самым достоверным из всех начал» следующее: «...невозможно, чтобы одно и то же в одно и то же время было и не было присуще одному и тому же в одном и том же отношении»². Тем самым Аристотель дал логическую формулировку закона непротиворечия: «Невозможно что-либо вместе утверждать и отрицать»³. Эта формулировка указывает на необходимость не допускать в своем мышлении и речи формально-противоречивые высказывания, в противном случае мышление будет неправильным.

Мысль противоречива, если мы об одном и том же предмете в одно и то же время и в одном и том же отношении нечто и утверждаем, и отрицаем. Например, «Кама — приток Волги» и «Кама не является притоком Волги». Или: «Лев Толстой — автор романа „Воскресение“» и «Лев Толстой не является автором романа „Воскресение“».

Противоречия не будет, если мы говорим о разных предметах или об одном и том же предмете, взятом в разное время или в разном отношении. Противоречия не будет, если мы скажем: «Осенью дождь полезен для грибов» и «Осенью дождь не полезен для уборки урожая» или «Саша Голубев — перворазрядник (по настольному теннису)» и «Саша Голубев не является перворазрядником (по бегу)», так как предметы мысли в этих суждениях берутся в разных отношениях. Суждения «Саша Голубев не является перворазрядником по бегу» и «Саша Голубев является перворазрядником по бегу» не будут противоречивыми, если они относятся к различному времени, и будут противоречивыми, если они относятся к одному и тому же времени.

Не могут быть одновременно истинными следующие четыре типа простых суждений:

1. «Данное S есть P » и «Данное S не есть P ».
2. «Ни одно S не есть P » и «Все S есть P ».
3. «Все S есть P » и «Некоторые S не есть P ».
4. «Ни одно S не есть P » и «Некоторые S есть P ».

При этом вторая пара суждений такова, что оба суждения могут быть ложными, например: «Ни один студент не является спортсменом» и «Все студенты являются спортсменами».

Формально-логическое противоречие чаще всего определяется как конъюнкция суждения и его отрицания (a и $\neg a$). Но логическое противоречие может быть выражено и без отрицания; оно

имеет место между несовместимыми утвердительными суждениями⁴. Таково именно логическое противоречие между суждениями, выдвинутыми, с одной стороны, эмпириокритиками⁵, с другой стороны, научными утверждениями естествоиспытателей. В отношении эмпириокритиков В. И. Ленин замечает: «...для эклектиков все и вся «совместимо»!...»⁶

Формально-логическое противоречие возникает тогда, когда пытаются считать истинными два или несколько утвердительных суждений, не совместимых между собой. Не менее распространенной является форма логического противоречия, когда одновременно утверждается и отрицается одно и то же суждение, т. е. допускается конъюнкция a и $не-a$. Таким образом, в традиционной формальной логике противоречием считается утверждение двух противоположных (как контрарных, так и контрадикторных) суждений об одном и том же предмете, взятом в одно и то же время и в одном и том же отношении. В исчислении высказываний классической двузначной логики закон непротиворечия записывается в виде формулы так: $a \wedge \bar{a}$.

Закон непротиворечия читается так: «*Два противоположных суждения не могут быть истинными в одно и то же время и в одном и том же отношении*». К противоположным суждениям относятся: 1) противные (контрарные) суждения A и E , которые оба могут быть ложными, поэтому не являются отрицающими друг друга и их нельзя обозначить как a и \bar{a} ; 2) противоречащие (контрадикторные) суждения A и O , E и I , а также единичные суждения «Это S есть P » и «Это S не есть P », которые являются отрицающими, так как если одно из них истинно, то другое обязательно ложно, поэтому их обозначают a и \bar{a} .

Формула закона непротиворечия в двузначной классической логике $a \wedge \bar{a}$ отражает лишь часть содержательного аристотелевского закона непротиворечия, так как она относится только к противоречащим суждениям (a и $не-a$) и не распространяется на противные (контрарные) суждения. Поэтому формула $a \wedge \bar{a}$ неадекватно, не полностью представляет содержательный закон непротиворечия. Следуя традиции, мы сохраняем за формулой $a \wedge \bar{a}$ название «закон непротиворечия», хотя оно значительно шире, чем формула.

Если в мышлении (и речи) человека обнаружено формально-логическое противоречие, то такое мышление считается неправильным, а суждение, из которого вытекает противоречие, отрицается и считается ложным. Поэтому в полемике при опровержении мнения оппонента широко используется метод «приведения к абсурду».

Диалектические противоречия процесса познания иногда выражаются в форме формально-логических противоречий, например: опровержение гипотезы путем опровержения (фальсификации) следствий, противоречащих опытным фактам или ранее

известным законам; выступления докладчика и оппонента; обвинителя и защитника; взгляды людей, придерживающихся конкурирующих гипотез; рассуждения врача (или врачей при консилиуме), получившего клинические анализы, не совместимые с ранее поставленным диагнозом болезни, и многие другие. Во всех этих и подобных им ситуациях фиксируется несовместимость суждения *a* и *не-а*, например несовместимость какого-либо суждения *a* из прежней теории и суждения *не-а*, выражающего мысль о новом полученном опытным факте, т. е. фиксируется мысль, что суждения *a* и *не-а* не могут быть оба истинными, а поэтому их конъюнкция ложна.

Итак, здесь первичным (содержанием) выступает диалектическое противоречие, объективно возникающее в процессе познания и служащее его движущей силой; вторичным же является способ фиксации (выражения) диалектического противоречия в виде конъюнкции двух суждений *a* и *не-а*, т. е. в форме формально-логического противоречия.

Здесь налицо ситуация, по своему типу аналогичная случаю «антиномии-проблемы», когда возникшее диалектическое противоречие в познании до момента его разрешения выражается в форме «*a* и *не-а*», т. е. принимает облик, оболочку, внешнюю форму формально-логического противоречия, по существу же остается диалектическим, требующим своего разрешения в ходе исследования возникшей проблемы. В результате диалектического синтеза тезиса и антитезиса получается новое знание, отличающееся и от того, и от другого, а также не являющееся их конъюнкцией. Итак, в мышлении диалектическое противоречие до его разрешения иногда принимает форму (структуру) формально-логического противоречия, а обнаружение последнего свидетельствует о том, что необходимы дальнейший анализ и исследование возникшей в познании ситуации. Разрешение обнаруженного диалектического противоречия способствует прогрессу познания.

Классическим случаем антиномии-проблемы является знаменитая формулировка познавательной задачи в I томе «Капитала» К. Маркса: «...капитал не может возникнуть из обращения и так же не может возникнуть вне обращения. Он должен возникнуть в обращении и в то же время не в обращении»⁷. Разрешив эту задачу, Маркс раскрывает тайну возникновения прибавочной стоимости: посредствующим звеном на пути к этому раскрытию было установление того, что капитал возникает в производстве, но при непосредственном соучастии обращения⁸.

Закон исключенного третьего

Для двузначной логики онтологическим аналогом этого закона является то, что в предмете указанный признак либо присутствует, либо нет.

В книге «Метафизика» Аристотель сформулировал закон исключенного третьего так: «Равным образом не может быть ничего промежуточного между двумя членами противоречия, а относительно чего-то одного необходимо что бы то ни было одно либо утверждать, либо отрицать»⁹.

В двузначной традиционной логике закон исключенного третьего формулируется так: «Из двух противоречащих суждений одно истинно, другое ложно, а третьего не дано». Противоречащими (контрадикторными) называются такие два суждения, в одном из которых что-либо утверждается о предмете, а в другом то же самое об этом же предмете отрицается, поэтому они не могут быть оба истинными или оба ложными; одно из них истинно, а другое обязательно ложно. Такие суждения называются отрицающими друг друга. Если одно из противоречащих суждений обозначить переменной a , то другое следует обозначить \bar{a} .

Отрицающими являются следующие пары суждений:

1. «Это S есть P » и «Это S не есть P » (единичные суждения).
2. «Все S есть P » и «Некоторые S не есть P » (суждения A и O).
3. «Ни одно S не есть P » и «Некоторые S есть P » (суждения E и I).

В отношении противоречащих (контрадикторных) суждений (A и O , E и I) действует как закон исключенного третьего, так и закон непротиворечия — в этом одно из сходств данных законов.

Различие в областях определения (применения) этих законов в том, что в отношении противных (контрарных) суждений A и E (например, «Все грибы — съедобны» и «Ни один гриб не является съедобным»), которые не могут быть оба истинными, но могут быть оба ложными, действует лишь закон непротиворечия и не действует закон исключенного третьего. Поэтому сфера действия содержательного закона непротиворечия (контрарные и контрадикторные суждения) шире, чем сфера действия содержательного закона исключенного третьего (лишь контрадикторные суждения, т. е. суждения типа a и \bar{a}). Действительно, истинно одно из двух суждений: «Все дома в данной деревне электрифицированы» или «Некоторые дома в данной деревне не являются электрифицированными»; третьего не дано.

Закон исключенного третьего и в содержательном, и в формализованном виде охватывает один и тот же круг суждений — противоречащие, т. е. отрицающие друг друга суждения.

Содержательные аристотелевские законы непротиворечия и исключенного третьего не выводимы один из другого, так как области определения суждений, к которым они применимы, различны.

В силу того что в формализованных законах непротиворечия и исключенного третьего, т. е. в формулах $a \wedge \bar{a}$ и $a \vee \bar{a}$, области

определения пропозициональных переменных (т. е. переменных, обозначающих суждение и его отрицание: a и \bar{a}) оказываются одними и теми же (берутся лишь противоречащие суждения), на основании закона де Моргана, т. е. формулы $a \wedge b \equiv \bar{\bar{a}} \vee \bar{b}$, закона снятия двойного отрицания, т. е. $\bar{\bar{a}} \equiv a$, и закона коммутативности дизъюнкции, т. е. формулы $(a \vee b) \equiv (b \vee a)$, в двузначной классической логике путем элементарных эквивалентных преобразований из закона непротиворечия можно вывести закон исключенного третьего (и наоборот) $a \wedge \bar{a} \equiv \bar{a} \vee \bar{\bar{a}} \equiv \bar{a} \vee a \equiv a \vee \bar{a}$.

В мышлении закон исключенного третьего предполагает четкий выбор одной из двух взаимоисключающих альтернатив.

Специфика действия закона исключенного третьего при наличии «неопределенности» в познании

Как уже отмечалось, объективной предпосылкой действия в мышлении законов непротиворечия и исключенного третьего является наличие в природе, обществе и самом мышлении относительно устойчивых состояний предметов (относительного покоя), постоянства и определенности свойств и отношений между предметами.

Но в природе и обществе происходят изменения, переходы предметов и их свойств в свою противоположность, поэтому нередко переходные состояния, промежуточные ситуации. Неопределенность в самом познании [и в одной из его форм (ступеней) — абстрактном мышлении] возникает, во-первых, в результате отражения «переходных» состояний самих предметов действительности и, во-вторых, в результате неполноты, неточности (на каком-то этапе познания), не вполне адекватного отражения объекта познания в ходе его изучения.

Проанализируем некоторые «переходные» ситуации, встречающиеся в природе, обществе и познании. В природе нестабильность перемещения воздушных потоков, несущих циклоны и антициклоны, вызывает частые изменения погоды, а неуправляемые стихийные явления природы — землетрясения, наводнения, извержения вулканов, засухи или ливневые дожди — становятся причинами бедствий. Точно предсказать погоду или землетрясение, наводнение и многие другие природные явления пока еще не всегда удается, и эта «неопределенность» нашего познания нередко приводит к тому, что люди не могут своевременно подготовиться к этим нежелательным природным явлениям.

По традиции, идущей от Аристотеля, часть логиков считает, что в ситуациях, относящихся к будущему времени, закон исключенного третьего неприменим, поскольку высказывания: «Завтра необходимо будет морское сражение» и «Завтра необходимо не будет морского сражения» сегодня не истинны и не ложны, но оба неопределенны¹⁶. Действительно, мы не можем сказать, ка-

кое из двух противоречащих суждений: «Через месяц в Ташкенте случится землетрясение» и «Через месяц в Ташкенте землетрясения не случится» — будет истинно, а какое ложно. В то же время солнечное затмение человек может предсказать за сотни лет вперед с точностью до секунды, поэтому в этой жесткой ситуации закон исключенного третьего действует неограниченно, так как мы можем точно указать, какое из двух противоречащих суждений будет истинно: «27 декабря 1998 г. в Москве будет солнечное затмение» и «27 декабря 1998 г. в Москве солнечного затмения не будет», — хотя оба эти суждения относятся к будущему времени. Поэтому возможность применения закона исключенного третьего к будущим единичным событиям надлежит каждый раз рассматривать конкретно.

В обществе, как и в природе, наряду с определенностью, стабильностью имеются неопределенные ситуации, переходные периоды и состояния. Существуют непредсказуемые, случайные события, например авиационные катастрофы, железнодорожные и автомобильные аварии и т. д. Предсказать какую-то единичную катастрофу, как правило, невозможно, поэтому применить в этой ситуации закон исключенного третьего не удастся. Можно возразить, что закон исключенного третьего говорит лишь о том, что одно из двух противоречащих суждений истинно, а другое ложно, и третьего не дано, а какое суждение окажется истинным — это задача конкретного анализа. Но человек не может провести этот конкретный анализ для будущих событий и точно сказать, приземлится ли этот самолет или нет, вернется ли на свою базу самолет, идущий на боевое задание, или не вернется. Ни одно из этих суждений не имеет определенного истинностного значения.

Поэтому относительно будущих единичных (конкретных) событий утверждать истинность одного из двух противоречащих суждений можно лишь с определенной степенью вероятности (правдоподобия). Практически люди именно так и поступают, более или менее надеясь на успех и, следовательно, оценивая степень правдоподобия, степень истинности того или иного суждения.

Неопределенные ситуации часто обнаруживаются в познании, и не только потому, что такие ситуации имеют место в природе и обществе или процесс познания не завершен, но и потому, что необходимо ввести третье значение истинности — «неопределенно» — в сами процессы исследования, познания, обучения. Так, например, в социологических анкетах, распространяемых с целью изучения общественного мнения, заранее планируется неопределенность ответа, поэтому, во-первых, должна быть предусмотрена графа с ответом: «Не знаю», а во-вторых, должен учитываться случай, когда человек вообще не ответит на тот или иной вопрос. При обработке данных социологических обследований на

ЭВМ программа для нее должна предусматривать не только случаи определенных ответов: «да» или «нет», но и случаи неопределенных ответов. В процессе программированного обучения с помощью обучающих машин, в частности устройств типа «Экзаменатор», ответы на поставленные вопросы распределяются по трем группам: 1) «истинный ответ (или решение)»; 2) «ложный ответ (или решение)»; 3) «не знаю». Итак, в ходе проверки знаний учащихся или студентов с помощью машины заранее с определенной целью вводится третье значение истинности — «неопределенно» — и закон исключенного третьего не действует.

В научном и обыденном мышлении людям часто приходится анализировать понятия, обладающие свойством гибкости, подвижности, не имеющие «жесткого» фиксированного объема (например, понятие «молодой человек», «старик», «модное платье» и многие другие).

В математике, логике, кибернетике и других науках используются понятия с «жестким», фиксированным объемом, применяются алгоритмы, четко предписывающие последовательность операций с этими понятиями. Но в процессе отражения объективной реальности нам приходится в мышлении оперировать и гибкими понятиями, встречаться с так называемыми расплывчатыми алгоритмами, иметь дело с методами, позволяющими решать задачи, сама постановка которых включает в себя неопределенность. В теории «расплывчатых» множеств, оперирующей такими понятиями, закон исключенного третьего и закон непротиворечия не применяются.

В приведенных выше примерах охарактеризованы ситуации, в которых закон исключенного третьего или неприменим совсем, или применим ограниченно: в определенной области или на определенном этапе познания. Проанализируем такие ситуации, в которых закон исключенного третьего применим частично.

В процессе голосования разрешается голосовать за принятие резолюции по системе трехзначной логики: «за», «против», «воздержался», и здесь закон исключенного третьего не действует. Однако подсчет голосов происходит по системе двузначной логики: либо резолюция принята, либо нет, третьего не дано.

К. Маркс писал: «Jus (право. — *Ред.*) знает только: или — или»¹¹. Действительно, в юридической практике надо доказать суждение, что данный факт (преступление) имел место, или его опровергнуть, и третьего не дано. В случаях кассации вышестоящий суд принимает решение опять-таки по закону исключенного третьего: «или виновен — или не виновен, третьего не дано». Но пока не закончено следствие и суждение, скажем, «Сомов виновен в поджоге» еще не доказано и не опровергнуто, оно будет не истинным и не ложным, а неопределенным.

Логические законы следует применять конкретно, в зависимости от свойств тех предметных областей, которые ими отобража-

ются, что полностью относится и к закону непротиворечия, и к закону исключенного третьего.

В познании нередко возникают неопределенные ситуации, которые отражают переходные состояния, имеющиеся как в материальных явлениях, так и в самом процессе познания (например, состояние клинической смерти; ситуации, когда гипотеза еще не подтверждена и не опровергнута; когда мы не знаем, какова степень подтверждения долгосрочного прогноза погоды; рассуждения о будущих единичных событиях и т. д.). В такого рода ситуациях мы не можем мыслить только по законам классической двузначной логики, а прибегаем к трехзначной логике, в которой суждения принимают три значения истинности: истина, ложь и неопределенность. В ряде этих многозначных логик закон непротиворечия не является тождественно-истинной формулой.

Итак, закон исключенного третьего применяется там, где познание имеет дело с жесткой ситуацией: или — или, истина — ложь; там же, где отражается неопределенность в объективных процессах или неопределенность в самом процессе познания, закон исключенного третьего часто не может быть применен. Следовательно, нужен конкретный анализ конкретной ситуации с учетом особенностей предметной области.

Закон достаточного основания

Этот закон формулируется так: *«Всякая истинная мысль должна быть достаточно обоснованной»*. Речь идет об обосновании именно и только истинных мыслей; ложные же мысли доказать нельзя. Есть хорошая латинская поговорка: «Ошибаться свойственно всякому человеку, но настаивать на ошибке свойственно только глупцу».

Формулы этого закона нет, ибо он имеет только содержательный характер. Иногда в книгах для выражения этого закона дается формула $a \rightarrow b$, однако это неправильно, ибо $a \rightarrow b$ не является тождественно-истинной формулой.

В двузначной символической логике имеются парадоксы материальной импликации, связанные с тем, что в ней формула $a \rightarrow b$ истинна и в случае, если a и b оба ложны, и в случае, если a ложно, а b истинно. Так как между логической материальной импликацией, выражаемой в логике формулой $a \rightarrow b$, и содержательным союзом «если... то» нет полного соответствия, закон достаточного основания не может быть выражен формулой $a \rightarrow b$.

В качестве аргументов для подтверждения истинной мысли могут быть использованы истинные суждения, цифровой материал, статистические данные, законы науки, аксиомы, теоремы.

Логическое основание и логическое следствие не всегда совпадают с реальными причиной и следствием. Так, например, дождь является реальной причиной того, что крыши домов мок-

рые. Логические основание и следствие будут как раз обратными, так как, выглянув в окно и увидев мокрые крыши домов (логическое основание), мы полагаем, что «Шел дождь». Поразительны выводы литературного героя Конан Дойла Шерлока Холмса, который по следствию восстанавливал причину путем построения умозаключения с высокой степенью достоверности от логического основания, т. е. реального следствия, к логическому основанию, т. е. к реальной причине события. Врачи при постановке диагноза заболевания также идут от реального следствия к реальной причине, поэтому их выводы должны особенно тщательно проверяться и аргументироваться.

Особую доказательную силу имеют аргументы в научных исследованиях, в процессе обучения, когда нельзя принимать на веру недоказанные утверждения.

Принципы доказательства, приемы и методы обоснования истинных мыслей и опровержения ложных будут освещены более подробно в главе VI.

§ 3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОРМАЛЬНО-ЛОГИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ В ОБУЧЕНИИ

Формально-логические законы действуют во всяком мышлении, но в обучении особенно необходимо их сознательное использование, поскольку обучение направлено на формирование правильного мышления у учащихся. При таком использовании законы формальной логики выступают как нормативные правила мышления. Закон *тождества* как нормативное правило мышления запрещает подменять в процессе рассуждения какое-либо понятие (или суждение) другим понятием (или суждением), запрещает употреблять термины в различных смыслах, требует четкости, ясности и однозначности понятий. В работе преподавателя это проявляется в необходимости четкого определения вводимых понятий. В процессе обучения учащиеся встречаются с синонимами (око — глаз, болезнь — хворь) и омонимами (поле, класс, группа и др.). Употребление омонимов особенно опасно, если они имеют близкое значение. В преподавании отсутствие омонимии — необходимое требование, ибо каждый термин или каждый знак (символ) должен определяться однозначно. В математике ошибки иногда проистекают из того, что один и тот же термин употребляется в разных смыслах. Так, например, раньше запись $[AB]$ обозначала как отрезок с концами A и B , так и его длину; теперь этот отрезок обозначается через $[AB]$, а его длина — через $|AB|$, при этом запись $|AB|=3$ см читается как «длина отрезка AB равна 3 см». Слово «цифра» использовалось для обозначения соответствующего однозначного числа, что приводило к путанице при изложении материала.

Ясность и однозначность употребления понятий и символов

в математике требуют особого математического языка, краткого и точного, с правилами, которые в отличие от правил обычной грамматики не терпят никаких исключений. «С этой точки зрения, составление уравнений имеет сходство с переводом, переводом с обычного языка на язык математических символов»¹².

Анализируя новую задачу, учащиеся должны ввести подходящие обозначения. Д. Пойа считает, что хорошая система обозначений должна удовлетворять следующим требованиям: быть однозначной, содержательной, легко запоминающейся. Нельзя одним и тем же знаком обозначать разные объекты (в одной и той же задаче), но можно использовать различные символы для одного и того же объекта (например, конъюнкцию суждений можно обозначать как $a \& b$, или $a \wedge b$, или $a \cdot b$). Учитель должен показать учащимся, что язык математических символов помогает ему в решении задач.

Закон тождества требует изложения материала, как устного, так и письменного, ясным и простым языком. Учебник должен помочь учащемуся выделить принципиальное, отделить главное от второстепенного, не впадая в многословие, что сделать гораздо сложнее, чем на лекции или на уроке. Изложение в учебнике должно быть кратким, наглядным, логически четким, но не сухим.

Не менее важно использование закона тождества при изучении родного или иностранного языка, литературы, истории и др. Закон тождества, как и в математике, требует однозначного употребления понятий, недопустимости логической ошибки «подмена понятия». К сожалению, люди путают некоторые понятия вследствие того, что не могут четко определить их содержание (например, «приватизация», «индексация» и др.).

При изучении литературы учителя используют закон тождества для обучения работе над сочинениями. Нарушение закона тождества проявляется в отступлении от обсуждаемой темы, в подмене одного предмета обсуждения другим. При написании сочинений требуется умение определять границы темы, отбирать соответствующий материал, развернуто и доказательно раскрывать основную мысль сочинения. Недостатки в сочинениях проявляются в нарушении композиции (отсутствии вступления, выводов по теме, многословии, нарушении логики повествования). Законы логики (в том числе закон тождества) требуют ясности, сжатости изложения, умения полностью охватить тему сочинения, последовательности в изложении, правильного построения системы аргументации. Однако часть учащихся сужает тему, не умеет делать обобщений и выводов, находить подходящее слово из родного языка. Некоторые учащиеся отвечают на вопросы и передают содержание прочитанного «книжными» фразами, не могут кратко передать основную мысль «своими» словами (это относится и к переводу с иностранного языка на родной).

В ходе обучения в школе закон тождества используется и при

проведении операции деления, а также для усвоения и построения различных классификаций, когда осуществляется требование постоянства признака, являющегося основанием деления или классификации. Нарушение этого требования приводит к логической ошибке, выражающейся в том, что члены деления не исключают друг друга.

На основании закона тождества осуществляется *идентификация*, широко применяющаяся юристами-криминалистами, историками (в ходе изучения археологических раскопок), филологами, биологами, химиками, геологами, географами и т. д. При изучении соответствующих наук преподаватели используют нужный материал, подтверждающий идентификацию (отождествление) различных объектов в ходе их изучения. Правильное отождествление дает нам знание об общих признаках предметов.

Закон тождества выражает отношение логической однозначности, а закон *непротиворечия* — отношение логической несовместимости. Использование законов тождества и непротиворечия в школе тесно связано с операцией сравнения, в процессе которой устанавливаются сходства и различия рассматриваемых предметов. К. Д. Ушинский в своей педагогической деятельности отводил сравнению одно из ведущих мест. При сравнении мы встречаемся с двумя формами несовместимости: a и a (первая, более простая); a и b , где b распадается на $не-a + c$ (вторая, более сложная). Закон непротиворечия охватывает обе эти формы несовместимости. Форма a и a , примененная к суждениям, выражает отношения между суждениями A и O , E и I (см. «логический квадрат»). Форма a и b выражает отношения между суждениями A и E .

Закон непротиворечия используется в школе при осуществлении дихотомического деления понятий, когда мы понятие A делим на B и $не-B$ (например, растения делятся на съедобные и несъедобные). При этом B и $не-B$ являются несовместимыми понятиями, находящимися в отношении противоречия (т. е. противоречащими понятиями). К несовместимым понятиям относятся и противоположные понятия (белая бумага — черная бумага; наказание — награда, надежда — отчаяние). Закон непротиворечия, подобно закону тождества, распространяется не только на суждения, но и на понятия, а в логике классов — на классы, где он выражается формулой $A \cdot \bar{A}$ [буквой A обозначается класс (множество)]. Когда мы имеем дело с операцией дополнения к классу A , обозначаемой A' , для которой действует закон $A \cdot A' = \emptyset$ (пересечение класса A с его дополнением пусто), то это лишь иная форма выражения закона непротиворечия применительно именно к понятиям, а не к суждениям.

Закон непротиворечия, примененный к понятиям, проявляется в использовании в письменной и устной речи слов-антонимов, противоположных по своему основному значению и обознача-

ющих противоположность тех или иных предметов, качеств, действий, состояний, явлений, желаний, результатов и т. д. (например, великан — карлик, продление — сокращение, гармония — дисгармония, симметрия — асимметрия, легкий труд — нелегкий труд и т. д.).

В зависимости от выражаемого типа противоположности антонимы делятся на следующие классы: 1. *Антонимы, выражающие качественную противоположность*. «Полную, истинную антонимию выражают крайние симметричные члены такого противопоставления, средние же указывают на возрастание (или убывание) степени качества: легкий (простой, пустяковый), нетрудный, средней трудности, нелегкий, трудный (сложный)». 2. *Антонимы, выражающие дополнителность*. Это сравнительно небольшой класс антонимов, которые представляют собой два противоположных члена, дополняющих друг друга до выражения той или иной сущности, так что отрицание одного из них дает значение другого: не + холостой = женатый (слепой — зрячий, конечный — бесконечный). 3. *Антонимы, выражающие противоположную направленность действий, признаков и свойств* (разбирать — собирать, увеличивать — уменьшать, зажигать — гасить, тушить и др.)¹³.

По способу образования слов антонимы можно подразделить с помощью дихотомического деления (т. е. на *A* и *не-A*) таким образом (рис. 41).

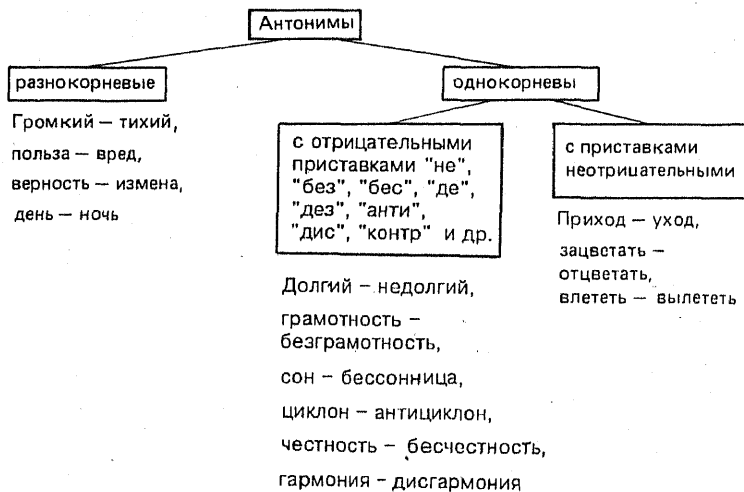


Рис. 41

Антонимы могут выражаться с помощью формально различных средств, поэтому одному слову может противопоставляться два или даже несколько слов. Например, в словаре М. Р. Львова имеются два антонима для слова «друг» — «враг», «недруг»; для слова «серьезный» антонимами являются слова «несерьезный», «легкомысленный»; для слова «благородный» — слова «низкий» (например, «благородный поступок» — «низкий поступок»), «неблагородный» («благородный человек» — «неблагородный человек»), «низменный» («благородные побуждения» — «низменные побуждения») ¹⁴.

Из приведенных примеров видно, что несовместимые понятия, находящиеся в отношении противоречия или в отношении противоположности, могут выражаться словами-антонимами, имеющими разную структуру: 1) *A—B* (доброта — злоба; герой — трус); 2) *A — не-A* (грамотность — неграмотность; виновность — невиновность).

Закон непротиворечия распространяется на понятия обоих видов и соответственно на антонимы указанных двух видов.

Задача учителя русского языка, литературы и других предметов состоит в том, чтобы во избежание нарушения закона непротиворечия тщательно следить за использованием антонимов в письменной и устной речи. Следует отличать смысловые оттенки двух антонимов к одному и тому же слову (например, действие — бездействие, действие — противодействие; выгодно — невыгодно, выгодно — убыточно).

На уроках литературы учащиеся знакомятся с отдельными проявлениями противоречивости в мышлении литературных героев, учатся анализировать допущенные противоречия в своих сочинениях, в ответах своих одноклассников.

Если человек нечто утверждает, а затем то же самое отрицает, т. е. допускает противоречие, то он допускает логическую ошибку.

В романе Тургенева «Рудин» есть такой диалог Рудина и Пигасова:

«— Прекрасно! — промолвил Рудин. — Стало быть, по-вашему, убеждений нет?

— Нет и не существует.

— Это ваше убеждение?

— Да.

— Как же вы говорите, что их нет? Вот вам уже одно, на первый случай.

Все в комнате улыбнулись и переглянулись».

В работе по развитию речи учителя используют различные методы, формы и средства обучения. В 5-м классе учащимся было дано задание подобрать дома открытку или репродукцию небольшого размера с изображением уголка природы, найти точные и яркие слова, словосочетания для описания этого пред-

мета или явления. На уроке учащиеся смотрели через эспидаскоп открытки и слушали описание того, что на них изображено. В одной из работ ученик написал: «Вся поляна наполнилась янтарным блеском. От берез и елей на землю падали унылые тени...» (на экране — соответствующее изображение открытки). Сразу поднимается множество рук, так как учащиеся замечают отсутствие яркого света на открытке. Оказалось, что ученик не знает значения слова «янтарный». Сообща находят синонимы: желтый, золотистый, золотисто-желтый. Смотрят на картину и видят, что такого освещения на ней нет. И уже сам ученик, автор сочинения, замечает, что «янтарный блеск» и «унылые тени» несовместимы.

В школьном преподавании отдельных предметов, и в первую очередь математики, часто используется метод «приведения к абсурду» (*reductio ad absurdum*). Применение этого метода в математике основано на законе непротиворечия: если из допущения a вытекает противоречие, т. е. $(b \wedge \bar{b})$, то a должно быть отвергнуто, как ошибочное. Однако Д. Пойа приводит ряд аргументов, свидетельствующих о недостатках метода «приведения к абсурду» и метода косвенного доказательства, так как мы все время вынуждены концентрировать свое внимание не на истинной теореме, которую следует запомнить, а на ложном допущении, которое следует забыть. Словесная форма изложения, подчеркивает Д. Пойа, может стать утомительной и даже невыносимой, так как неоднократно повторяются слова «гипотетически», «предположительно», «якобы»¹⁵. Однако было бы неблагоприятно совсем отказаться от «*reductio ad absurdum*» в математике, хотя лучше там, где возможно, заменить этот прием и метод косвенного доказательства прямым доказательством.

Закон непротиворечия используется в ходе проведения диспутов в школе. Выдвинутое суждение одного учащегося и противоречащее ему суждение другого (например, A и O) не могут быть одновременно и в одном и том же отношении истинными, одно из них обязательно ложно. В ходе дискуссии ложность одного суждения и должна быть доказана. Диспуты, в частности, применяются в процессе формирования читательских интересов школьников, наряду с обзорами новинок литературы, обсуждениями, конференциями и другими способами повышения уровня читательской культуры учащихся. Диспуты используются при обсуждении этических, эстетических и других проблем. Предметом дискуссии становится вопрос, который в литературе и в жизни разными людьми разрешается по-разному. Изучаемая проблема допускает несколько толкований (например, нравственные проблемы), и в ходе дискуссии путем сравнения, анализа, обсуждения различных точек зрения учащиеся приходят к правильному выводу. Такие дискуссии можно проводить на уроках литературы, истории. В ходе дискуссии учащиеся ставят остро волнующие

их вопросы, приводят отрицательные факты и явления, заслуживающие общественного порицания (в частности, пьянство, воровство, взяточничество, вымогательство, должностные злоупотребления и т. д.).

В процессе обучения используется и закон *исключенного третьего*, причем в многообразных ситуациях; мы же отметим лишь некоторые, наиболее важные. Закон исключенного третьего требует выбора одной из двух взаимоисключающих альтернатив.

Аналогично закону непротиворечия и закону тождества закон исключенного третьего применим не только к суждениям, но и к понятиям, а также к классам, выражающим объем понятия (формула $A \vee \bar{A}$ для классов). В соответствии с этой формулой используется дихотомическое деление понятия на два взаимоисключающих и взаимодополняющих (до универсума) класса. Дихотомия используется во всех науках и соответственно в преподавании любой науки. Например, предложения бывают простыми или сложными (непростыми); внимание бывает произвольным или непроизвольным; числовой ряд конечным или бесконечным и т. д., и кроме этих A или \bar{A} третьего не дано.

Дополнение к классу A , т. е. A' , строится в соответствии с законом исключенного третьего и подчиняется формуле $A + A' = 1$. На уроках математики эта формула и построение дополнения к классу A находит широкое применение.

На уроках по гуманитарным предметам учащиеся могут найти рассуждения литературных или исторических героев, построенные в соответствии с законом исключенного третьего. Вот пример: «Ломбард лихорадочно думал, выложить все начистоту или нет» (*Агата Кристи*).

В процессе обучения важную роль играет закон *достаточного основания*. Это выражается в требовании доказательности в изложении учителя и в ответах учащихся, оптимального отбора информации. В связи с тем, что в книге имеется отдельная глава «Логические основы аргументации», мы отсылаем читателя к ней (гл. VI).

Задачи к теме «Основные законы (принципы) правильного мышления»

I. Какие формально-логические законы распространяются на следующие пары суждений?

1. Все свидетели дают истинные показания.
Ни один свидетель не дает истинные показания.
2. «Статистика знает все» (*И. Ильф, Е. Петров*). Статистика знает не все.
3. Все кенгуру — сумчатые млекопитающие. Некоторые кенгуру не являются сумчатыми млекопитающими.
4. Ни одна балалайка не является клавишным инструментом. Некоторые балалайки — клавишные инструменты.

5. «Арагонская хота» Глинки — увертюра-фантазия на испанские темы. «Арагонская хота» Глинки не является увертюрой-фантазией на испанские темы.
6. Нет человека, который не любил бы природу, не любившая бы на ясное, голубое небо. Некоторые люди не любят природу, не любят на ясное, голубое небо.

II. Тождественны ли следующие понятия?

1. Гипшопотам. Носорог. Бегемот.
2. Крокодил. Аллигатор.
3. Композитор. Человек, сочинивший музыку.
4. Левитан. Художник, написавший картины «Март» и «Весна — большая вода». Художник, написавший картину «Грачи прилетели».
5. Упрямство. Порок слабого ума.
6. Французский физик Пьер Кюри (1859—1906). Ученый, совместно с женой М. Склодовской-Кюри открывший в 1898 г. полоний и радий. Лауреат Нобелевской премии (1903 г., совместно со Склодовской-Кюри).

III. Нарушен ли формально-логический закон в рекламе торговца в следующей басне?

«Один торговец занимался продажей копий и щитов и, нахваливая свои щиты, кричал: «Вот самые крепкие щиты, ничто не сможет пробить их!» Тут же, расхваливая свои копы, он говорил: «Эти копы пробивают что угодно». Один из прохожих, услышав его слова, спросил: «А что будет, если попытаться проткнуть твой щит твоим же копьём?»¹⁶

IV. Какая логическая ошибка допущена в рассуждении Цандера?

«С. П. Королев принес Цандеру путевку в санаторий в г. Кисловодск и предложил ему взять у врача разрешение на продление отпуска. Вечером С. П. Королев спросил у Цандера:

- Врач продлил вам отпуск?
- Да. Я говорю: «Продлите мне отпуск на неделю».
- А что такое? Зачем продлевать? — спрашивает врач.
- Устал.
- Что у вас за работа? На морозе или в горячем цеху? Что это вы так устали?
- Да нет, не на морозе. Я занимаюсь полетами на другие планеты.
- А-а, тогда понятно. Может, вам дать месяц?

Соратники Цандера и Королев полегли со смеху. Только один человек не понимал, что здесь смешного, — это Цандер»¹⁷.

V. На действие каких формально-логических законов опирается Дж. Х. Чейз в романе «Небезопасно быть свободным» в следующих примерах?

1. «Тревожные мысли не оставляли ее, пока она одевалась, и,

уходя из номера, она решила еще раз осмотреть его комнату в надежде обнаружить хоть что-нибудь, что либо успокоило бы ее, либо подтвердило подозрения».

2. «Если ты сообщишь отцу, то он, конечно, сразу же позвонит в полицию. Если же ты ничего не скажешь, есть шанс, что никто никогда ни о чем не узнает. Поэтому я прошу тебя молчать».

3. «Флойд привык к ее постоянному вниманию. Его желания были и ее желаниями. Его потребности были ее потребностями. Но сегодня ночью он как будто для нее не существовал».

4. «— Она кого-нибудь спрашивала?»

— Нет. Она прошла по холлу и поднялась по лестнице, как будто бы знала, куда ей нужно идти.

— Она не ехала на лифте?

— Нет.

— Тогда, скорее всего, номер, куда она направлялась, находится на первом или на втором этаже. Ведь, чтобы подняться на третий этаж, ей пришлось бы воспользоваться лифтом».

5. «Надо снять отпечатки пальцев и проверить, совпадают ли они с отпечатками, которые мы нашли на другой бусине».

6. «— Тот отпечаток, который мы нашли на бусине в гостинице «Плаза», не соответствует отпечаткам пальцев Керра».

7. «— Очень интересно, комиссар. Мне удалось найти отпечаток на лампе, совпадающий с тем, который оставлен на бусине. Это вне сомнения».

VI. Льюис Кэрролл в своих сказках об Алисе неоднократно показывал действие законов формальной логики. Какие законы нашли отражение в приведенных ниже отрывках?

1. «— Если бы кое-кто не совался в чужие дела, — хрипло проворчала Герцогиня, — земля бы вертелась быстрее!»

— Ничего *хорошего* из этого бы не вышло, — сказала Алиса, радуясь случаю показать свои знания. — Только представьте себе, что бы случилось с днем и ночью. Ведь земля совершает оборот за двадцать четыре часа...

— Оборот? — повторила Герцогиня задумчиво. И, повернувшись к кухарке, прибавила:

— Возьми-ка ее в оборот! Для начала оттяпай ей голову!»

2. «— Заговорить с ней или нет? — подумала Алиса».

3. «Алиса постаралась представить себе, как выглядит пламя свечи после того, как свеча потухнет. Насколько ей помнилось, такого она никогда не видела».

4. Алиса сказала: «Какой сегодня день странный! А вчера все шло как обычно! Может, это я изменилась за ночь? Дайте-ка вспомнить: сегодня утром, когда я встала, я это была или не я? Кажется, уже не совсем я! Но если это так, то кто же я в таком случае? Это так *сложно*...»

VII. Всеми миру известен город Габрово в Болгарии, жители которого щедро одарены чувством юмора. Нарушение каких законов отражено в следующих габровских анекдотах?

1. «Какая температура в комнате? — спросил муж у жены. «Пятнадцать градусов», — ответила его жена. «А на улице?» — «Двадцать». — «Тогда открой окно, — распорядился муж, — пусть войдут еще пять градусов».

2. Габровский анекдот под названием «Реклама»:

«— Значит, это самая новая ткань?

— Только вчера получил, прямо с фабрики!

— А она не линяющая?

— Да что вы! Больше месяца висела на витрине, и ничего ей не сделалось!»

VIII. Какие законы формальной логики отражены в этом отрывке?

«Чертог вдовы Грицауевой сиял. Во главе свадебного стола сидел марьяжный король — сын турецко-подданного. Он был элегантен и пьян. Гости шумели.

Молодая была уже не молода. Ей было не меньше тридцати пяти лет» (И. Ильф, Е. Петров).

Глава V УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ

§ 1. ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ ОБ УМОЗАКЛЮЧЕНИИ

Формами мышления являются понятия, суждения и умозаключения. Опосредованно, с помощью многообразных видов умозаключений, мы можем получать новые знания. Построить умозаключение можно при наличии одного или нескольких истинных суждений (называемых посылками), поставленных во взаимную связь. Возьмем пример умозаключения:

Все углероды горючие.

Алмаз — углерод.

Алмаз горючий.

Структура всякого умозаключения включает посылки, заключение и логическую связь между посылками и заключением. Логический переход от посылок к заключению называется выводом. В приведенном примере два первых суждения, стоящих над чертой, являются посылками; суждение: «Алмаз горючий» является заключением. Для того чтобы проверить истинность заключения «Алмаз горючий», вовсе не нужно обращаться к непосредственному опыту, т. е. сжигать алмаз. Заключение о горючести алмаза

с полной достоверностью можно получить с помощью умозаключения, опираясь на истинность посылок и соблюдение правил вывода.

Умозаключение — форма мышления, в которой из одного или нескольких суждений на основании определенных правил вывода получается новое суждение, с необходимостью или определенной степенью вероятности следующее из них.

Процесс получения заключений из посылок по правилам дедуктивных умозаключений называется выведением следствий.

Понятие логического следования

Выведение следствий из данных посылок — широко распространенная логическая операция. Как известно, условиями истинности заключения являются истинность посылок и логическая правильность вывода. Иногда, в ходе доказательства от противного, в рассуждении допускаются заведомо ложные посылки (так называемый антитезис при косвенном доказательстве) или принимаются посылки недоказанные, однако в дальнейшем эти посылки обязательно подлежат исключению.

Человек, не изучавший логику, делает эти выводы, не применяя сознательно фигур и правил умозаключения. Формальная логика знакомит с правилами различных видов умозаключений. Математическая логика дает формальный аппарат, с помощью которого в определенных частях логики можно выводить следствия из данных посылок. Используя этот аппарат, мы можем, имея некоторые данные, получить из них новые сведения, непосредственно не очевидные, но заключенные в этой информации, можем выводить логические следствия, вытекающие из данной информации.

Логическое следствие из данных посылок есть высказывание, которое не может быть ложным, когда эти посылки истинны.

Иными словами, некоторое выражение B есть логическое следствие из формулы A (где A и B — обозначения для различных по форме высказываний), если, заменив те конкретные элементарные высказывания, которые входят в A и B , переменными, мы получим тождественно-истинное выражение $(A \rightarrow B)$, или закон логики.

Возьмем такой пример. Нам даны три посылки: 1) «Если Иван — брат Марьи или Иван — сын Марьи, то Иван и Марья — родственники»; 2) «Иван и Марья — родственники»; 3) «Иван — не сын Марьи». Можно ли из них вывести логическое следствие, что «Иван — брат Марьи»? Многим сначала кажется, что такое логическое заключение из данных трех посылок будет истинным. Чтобы проверить это, следует составить формулу этого умозаключения. Обозначим суждение «Иван — брат Марьи» буквой (переменной) a , суждение «Иван — сын Ма-

рья» — буквой b и суждение «Иван и Марья — родственники» — буквой c .

Запишем нашу задачу символами (над чертой записаны три данные посылки, под чертой — предполагаемое заключение):

$$\frac{(a \dot{\vee} b) \rightarrow c, c, \bar{b}}{a}$$

Объединив три посылки в конъюнкцию « \wedge » и присоединив к ним посредством знака « \rightarrow » предполагаемое заключение a , получим формулу:

$$(((a \dot{\vee} b) \rightarrow c) \wedge c \wedge \bar{b}) \rightarrow a.$$

Нам нужно проверить, является ли данная формула, в которой a, b, c трактуются теперь как переменные, законом логики.

Составим для этой формулы таблицу (табл. 8).

Таблица 8

a	b	c	\bar{b}	$a \dot{\vee} b$	$(a \dot{\vee} b) \rightarrow c$	$((a \dot{\vee} b) \rightarrow c) \wedge c \wedge \bar{b}$	$((a \dot{\vee} b) \rightarrow c) \wedge c \wedge \bar{b} \rightarrow a$
И	И	И	Л	Л	И	Л	И
И	И	Л	Л	Л	И	Л	И
И	Л	И	И	И	И	И	И
И	Л	Л	И	И	Л	Л	И
Л	И	И	Л	И	И	Л	И
Л	И	Л	Л	И	Л	Л	И
Л	Л	И	И	Л	И	И	Л
Л	Л	Л	И	Л	И	Л	И

В последней колонке формула в одном случае принимает значение «ложь», значит, она не является законом логики. Следовательно, из данных трех посылок не следует с необходимостью заключения, что «Иван — брат Марьи». Иван может быть племянником Марьи, или отцом Марьи, или дядей Марьи, или каким-либо другим ее родственником.

Этот пример показывает, что эффективность средств математической логики видна тогда, когда средствами традиционной формальной логики трудно установить, вытекает ли какое-либо следствие из данных посылок или нет, особенно в случае, когда мы имеем дело с большим числом посылок (но не имеем еще дела с формулами, содержащими кванторы).

Умозаключения делятся на *дедуктивные*, *индуктивные* и *умозаключения по аналогии*.

В определении дедукции в логике выявляются два подхода. 1. В традиционной (не в математической) логике дедукцией называют умозаключение от знания большей степени общности к новому знанию меньшей степени общности. Впервые теория дедук-

ции в этом плане была обстоятельно разработана Аристотелем. 2. В современной математической логике дедукцией называют умозаключение, дающее достоверное (истинное) суждение. Четкая фиксация существенного различия классического и современного понимания дедукции особенно важна для решения методологических вопросов. Для различения двух смыслов дедукции можно классическое понимание обозначить термином «дедукция₁» (сокращенно D_1), а современное — «дедукция₂» (D_2). Правильно построенному дедуктивному умозаключению присущ необходимый характер логического следования заключения из данных посылок.

§ 2. ДЕДУКТИВНЫЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ

Дедуктивные умозаключения — те умозаключения, у которых между посылками и заключением имеется отношение логического следования.

Определение дедуктивного умозаключения, данного в традиционной логике (т. е. D_1), — частный случай из этого определения через логическое следование.

Например,

Все рыбы дышат жабрами.

Все окуни — рыбы.

Все окуни дышат жабрами.

Здесь первая посылка «Все рыбы дышат жабрами» является общеутвердительным суждением и выражает большую степень обобщения по сравнению с заключением, также являющимся общеутвердительным суждением «Все окуни дышат жабрами». Мы строим умозаключение от признака, принадлежащего роду («рыба»), к его принадлежности к виду — «окунь», т. е. от общего класса к его частному случаю, к подклассу. Частный случай при этом не надо путать с частным суждением вида «Некоторые S есть P » или «Некоторые S не есть P ».

Понятие правила вывода

Умозаключение дает истинное заключение, если исходные посылки истинны и соблюдены правила вывода. Правила вывода или правила преобразования суждений позволяют переходить от посылок (суждений) определенного вида к заключениям также определенного вида. Например, если в качестве посылок даны два суждения, представимые в виде формулы « $a \vee b$ » и формулы « a », то можно перейти к суждению вида « b ». Это можно путем преобразований по правилу $(a \vee b), \bar{a} \vdash b$ в виде формулы записать так: $((a \vee b) \wedge \bar{a}) \rightarrow b$. Данная формула является законом логики.

Логически правильно можно рассуждать о вопросах, относящихся к любым предметам. Логические ошибки также могут быть обнаружены в рассуждениях любого предметного содержания. Из этого не следует, разумеется, что в любых условиях и к любой предметной области должен быть применим один и тот же аппарат формально-логических правил. Сам этот аппарат должен развиваться вместе с развитием науки и практической деятельности людей. Одна из характерных черт логики состоит в том, что логика позволяет, получив некоторую информацию, знания об обстоятельствах дела, извлечь из них — точнее говоря, выявить — содержащиеся в их совокупности новые знания. Так, наблюдая движение Луны и Солнца и делая логические выводы из этих наблюдений (включая и индуктивные обобщения), люди еще в античной древности умели логически выводить из них достаточно точные предсказания о наступлении солнечных и лунных затмений.

Другая характерная черта логики, органически связанная с предыдущей, состоит в том, что всякий логический вывод из посылок предполагает некоторую формализацию, т. е. может быть осуществлен по каким-нибудь общим правилам, относящимся к способам выражения знаний и способам переработки этих выражений: способам образования и преобразования выражений. В зависимости от средств, которыми мы располагаем, таких способов формализации может быть много, начиная с того, что одно и то же знание мы можем выразить на разных языках. Но какой-нибудь из языков (под «языком» не обязательно понимать звуковую речь) нам необходимо употребить. Без языка, без материального способа выражения мысли невозможно и само мышление.

Формализация способов вывода состоит прежде всего в том, что каждый шаг вывода совершается только в соответствии с каким-нибудь из заранее перечисленных правил вывода, относящихся только к способам оперирования с формальными выражениями мысли с помощью материальных знаков. Среди последних имеются специфически логические, так называемые логические константы (постоянные). В математической логике — это конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация, эквиваленция, кванторы общности и существования и др.

Различают *правила прямого вывода* и *правила непрямого (косвенного) вывода*. Правила прямого вывода позволяют из имеющихся истинных посылок получить истинное заключение. Правила непрямого (косвенного) вывода позволяют заключать о правомерности некоторых выводов из правомерности других выводов (эти правила будут проанализированы в § 10 настоящей главы).

Типы дедуктивных умозаключений (выводов) такие: выводы, зависящие от субъектно-предикатной структуры суждений; выво-

ды, основанные на логических связях между суждениями (выводы логики высказываний).

Эти типы выводов и предстоит нам рассмотреть.

Рассмотрим выводы, основанные на субъектно-предикатной структуре суждений.

К формам, типичным в практике рассуждений, относятся следующие выводы из категорических суждений: 1) выводы посредством преобразования суждений; 2) категорический силлогизм, сокращенный силлогизм (энтимема), сложные (полисиллогизмы) и сложносокращенные силлогизмы (сориты и эпихейрема).

§ 3. ВЫВОДЫ ИЗ КАТЕГОРИЧЕСКИХ СУЖДЕНИЙ ПОСРЕДСТВОМ ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Непосредственными умозаключениями называются дедуктивные умозаключения, делаемые из одной посылки. К ним в традиционной логике относятся следующие: превращение, обращение, противопоставление предикату и умозаключения по «логическому квадрату».

Превращение

Превращение — вид непосредственного умозаключения, при котором изменяется качество посылки без изменения ее количества, при этом предикат заключения является отрицанием предиката посылки.

Как уже отмечалось, по качеству связки («есть» или «не есть») категорические суждения делятся на утвердительные и отрицательные.

Схема превращения:

S есть P .

S не есть $не-P$.

При этом частноутвердительное суждение превращается в частно-отрицательное и наоборот, а общеутвердительное суждение превращается в общеотрицательное и наоборот.

Можно выделить два частных способа:

а) путем двойного отрицания, которое ставится перед связкой и перед предикатом:

S есть P . \rightarrow S не есть $не-P$.

Подлежащие — главные члены предложения. \rightarrow Ни одно подлежащее не является не главным членом предложения;

б) отрицание можно переносить из предиката в связку.

S есть $не-P$. \rightarrow S не есть P .

Все галогены являются неметаллами. → Ни один галоген не является металлом.

Превращению подлежат все четыре вида суждения: *A, E, I, O*.

1. $A \rightarrow E$.

Структура: Все *S* есть *P*. → Ни одно *S* не есть *не-P*.

Все волки — хищные животные. → Ни один волк не является нехищным животным.

2. $E \rightarrow A$.

Ни одно *S* не есть *P*. → Все *S* есть *не-P*.

Ни один многогранник не является плоской фигурой. → Все многогранники являются неплоскими фигурами.

3. $I \rightarrow O$.

Некоторые *S* есть *P*. → Некоторые *S* не есть *не-P*.

Некоторые грибы съедобны. → Некоторые грибы не являются несъедобными.

4. $O \rightarrow I$.

Некоторые *S* не есть *P*. → Некоторые *S* есть *не-P*.

Некоторые члены предложения не являются главными. → Некоторые члены предложения являются неглавными.

Обращение

Обращением называется такое непосредственное умозаключение, в котором в заключении (в новом суждении) субъектом является предикат, а предикатом — субъект исходного суждения, т. е. происходит перемена мест субъекта и предиката при сохранении качества суждения.

Схема обращения:

S есть *P*.

P есть *S*.

Приведем четыре примера:

1. Все дельфины — млекопитающие. → Некоторые млекопитающие являются дельфинами.

2. Все развернутые углы — углы, стороны которого составляют одну прямую. → Все углы, стороны которого составляют одну прямую, являются развернутыми углами.

3. Некоторые школьники являются филателистами. → Некоторые филателисты являются школьниками.

4. Некоторые музыканты — скрипачи. → Все скрипачи являются музыкантами.

Обращение бывает двух видов: *простое*, или *чистое* (примеры 2 и 3), и обращение с ограничением (примеры 1 и 4).

Обращение будет чистое, или простое, тогда, когда и *S*, и *P* исходного суждения либо оба распределены, либо оба не распределены. Обращение с ограничением бывает тогда, когда

в исходном суждении субъект распределен, а предикат не распределен, или наоборот, S не распределен, а P распределен.

Примеры

1. Суждение A общеутвердительное.

а) «Все параллельные прямые в геометрии Евклида суть прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие общих точек» (определение).

После обращения данное суждение переходит в такое: «Все прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие общих точек, суть параллельные прямые в геометрии Евклида». Это чистое, или простое, обращение;

б) суждение A «Все ели — деревья» обращается с ограничением: «Некоторые деревья есть ели».

2. Суждение E общеотрицательное.

Так как в нем всегда и S и P распределены, то его обращение чистое, или простое.

«Ни одна трапеция не является равносторонней фигурой». «Ни одна равносторонняя фигура не является трапецией».

3. Суждение I частноутвердительное.

Два случая обращения:

а) обращение чистое, если S и P не распределены. Например, суждение «Некоторые растения являются ядовитыми» при обращении дает следующее суждение: «Некоторые ядовитые организмы являются растениями»;

б) когда объем P меньше объема S , т. е. P распределен, а S не распределен, как, например, в суждении «Некоторые музыканты — композиторы», то при обращении имеем суждение: «Все композиторы являются музыкантами».

4. Суждение O частноотрицательное.

Применяя операцию обращения, мы не получим необходимые выводы. Так, например, из истинного частноотрицательного суждения «Некоторые животные не являются собаками» путем обращения нельзя получить истинного суждения.

Противопоставление предикату

Это такое непосредственное умозаключение, при котором (в заключении) предикатом является субъект, субъектом — понятие, противоречащее предикату исходного суждения, и связка меняется на противоположную.

Его схема:

S есть P .

не- P не есть S .

Иными словами, мы делаем таким образом: 1) вместо P бе-

рем *не-Р*; 2) меняем местами *S* и *не-Р*; 3) связку меняем на противоположную.

Например, дано суждение: «Все львы — хищные животные». В результате противопоставления предикату получим суждение: «Ни одно нехищное животное не является львом».

Противопоставление предикату можно рассматривать как результат двух последовательных непосредственных умозаключений — сначала превращения, затем обращения превращенного суждения.

Противопоставление предикату для различных видов суждений осуществляется так:

1. *A*. Все *S* есть *P*. → Ни одно *не-Р* не есть *S*.
Все металлы электропроводны. → Ни один не электропроводник не является металлом.
2. *E*. Ни одно *S* не есть *P*. → Некоторые *не-Р* есть *S*.
Ни один красный мухомор не является съедобным грибом. → Некоторые несъедобные грибы есть красные мухоморы.
3. *O*. Некоторые *S* не есть *P*. → Некоторые *не-Р* есть *S*.
Некоторые преступления не являются умышленными. → Некоторые неумышленные деяния являются преступлениями.
4. *I*. Из частноутвердительного суждения необходимые выводы не следуют.

Задача

Сделать превращение, обращение и противопоставление предиката для следующего суждения: «Все грибы — растения».

Это суждение вида *A*.

Превращение — «Ни один гриб не является не растением».

Обращение (с ограничением) — «Некоторые растения являются грибами».

Противопоставление предикату — «Ни одно не растение не есть гриб».

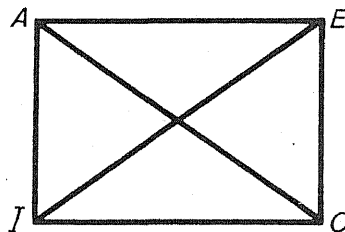


Рис. 42

Все виды непосредственных умозаключений дают нам новое знание, особенно умозаключение, называемое противопоставлением предикату.

К непосредственным умозаключениям относятся и умозаключения по «логическому квадрату» (рис. 42).

В качестве примеров приведем такие суждения:

A — «Все свидетели дают истинные показания».

E — «Ни один свидетель не дает истинные показания».

I — «Некоторые свидетели дают истинные показания».

O — «Некоторые свидетели не дают истинные показания».

Из истинности общего суждения следует истинность частного подчиненного ему суждения (т. е. из истинности *A* следует истинность *I*, из истинности *E* следует истинность *O*). Относительно противоречащих суждений *A* — *O* и *E* — *I* можно умозаключать так: если одно из них истинно, то другое обязательно ложно. Они подчиняются закону исключенного третьего.

§ 4. ПРОСТОЙ КАТЕГОРИЧЕСКИЙ СИЛЛОГИЗМ¹

Категорический силлогизм — это вид дедуктивного умозаключения, в котором из двух истинных категорических суждений, где *S* и *P* связаны средним термином, при соблюдении правил необходимо следует заключение.

Силлогизм происходит от греческого *syllogismos* (сосчитывание, выведение следствия).

В составе категорического силлогизма имеются две посылки и заключение.

Все металлы (*M*) электропроводны (*P*) — большая посылка.

Медь (*S*) есть металл (*M*) — меньшая посылка.

Медь (*S*) электропроводна (*P*) — заключение.

Понятия, входящие в состав силлогизма, называются терминами силлогизма. В приведенном примере терминами являются: *P* («электропроводник») — больший термин, это предикат заключения; *S* («медь») — меньший термин, это субъект заключения; *M* («металл») — средний термин, служащий в посылках для связывания *S* и *P* и отсутствующий в заключении (рис. 43).

Посылка, содержащая предикат заключения (т. е. больший термин), называется большей посылкой. Посылка, содержащая субъект заключения (т. е. меньший термин), называется меньшей посылкой.

В основе вывода по категорическому силлогизму лежит аксиома силлогизма. «Все, что утверждается (отрицается) о роде (или классе), необходимо утверждается (отрицается) о виде (или о члене данного класса), принадлежащем к данному роду». Иными

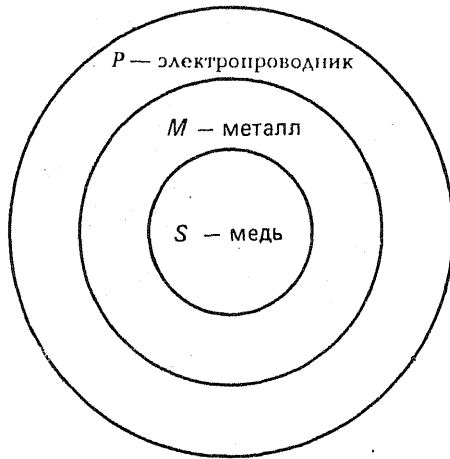


Рис. 43

словами: то, что мы утверждаем о металле как роде, мы утверждаем и о его виде — меди, а именно утверждаем его признак «быть электропроводником».

Фигуры категорического силлогизма

Фигурами категорического силлогизма называются формы силлогизма, различаемые по положению среднего термина M в посылках. Различаются четыре фигуры (рис. 44).

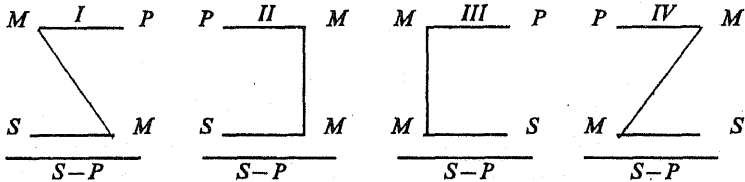


Рис. 44

Примеры:

1. Все злаки (M) — растения (P).
Рожь (S) — злак (M).

Рожь (S) — растение (P).

3. Все углероды (M) — простые тела (P).
Все углероды (M) — электропроводны (S).

Некоторые электропроводники (S) — простые тела (P).

2. Все ужи (P) — пресмыкающиеся (M).
Это животное (S) не является пресмыкающимся (M).

Это животное (S) не является ужом (P).

4. Все киты (P) — млекопитающие (M).
Ни одно млекопитающее (M) не есть рыба (S).

Ни одна рыба (S) не есть кит (P).

Особые правила фигур

- I фигура. Бóльшая посылка должна быть общей, меньшая — утвердительной.
- II фигура. Бóльшая посылка общая и одна из посылок, а также заключение отрицательные.
- III фигура. Меньшая посылка должна быть утвердительной, а заключение — частное.
- IV фигура. Общеутвердительных заключений не дает.

Модусы категорического силлогизма

Модусами фигур категорического силлогизма называются разновидности силлогизма, отличающиеся друг от друга качественной и количественной характеристикой входящих в них посылок и заключения.

Всего правильных модусов в четырех фигурах 19.

I фигура имеет следующие правильные модусы (буквы обозначают последовательно количество и качество большей посылки, меньшей и заключения): *AAA, EAE, AII, EIO*. Пример 1 иллюстрирует модус *AAA*.

II фигура имеет правильные модусы: *AEE, AOO, EAE, EIO*. Умозаключение 2 построено по модусу *AEE*.

III фигура имеет правильные модусы: *AAI, EAO, IAI, OAO, AII, EIO*. Модус *AAI* представлен примером 3.

IV фигура имеет правильные модусы: *AAI, AEE, IAI, EAO, EIO*. Модус *AEE* представлен примером 4.

Правила категорического силлогизма

Категорические силлогизмы в мышлении встречаются весьма часто. Для того чтобы получить истинное заключение, необходимо брать истинные посылки и соблюдать перечисленные ниже правила категорического силлогизма (так же как и особые правила фигур категорического силлогизма, перечисленные ранее).

I. Правила терминов

1. В каждом силлогизме должно быть только три термина (*S, P, M*). Ошибка называется «учетверение терминов». Ошибочное умозаключение:

Движение вечно.

Хождение в институт — движение.

Хождение в институт вечно.

Здесь «движение» трактуется в разном смысле — в философском и обыденном.

2. Средний термин должен быть распределен по крайней мере в одной из посылок.

Некоторые растения (*M*) ядовиты (*P*).

Белые грибы (*S*) — растения (*M*).

Белые грибы (*S*) — ядовиты (*P*).

Здесь средний термин «растение» не распределен ни в одной из посылок, поэтому заключение ложное.

3. Термин распределен в заключении, если и только если он распределен в посылке. Иначе в терминах заключения говорилось бы больше, чем в терминах посылки.

Во всех городах за полярным кругом бывают белые ночи.

Санкт-Петербург не находится за полярным кругом.

В Санкт-Петербурге не бывает белых ночей.

Заключение ложное, так как нарушено данное правило. Предикат вывода в заключении распределен, а в посылке он не распределен, следовательно, произошло расширение большего термина.

II. Правила посылок

4. Из двух отрицательных посылок нельзя сделать никакого заключения.

Например:

Дельфины не рыбы.

Шуки не дельфины.

?

5. Если одна из посылок отрицательная, то и заключение должно быть отрицательным.

Все моржи — ластоногие.

Это животное не является ластоногим.

Это животное не является моржом.

6. Из двух частных посылок нельзя сделать заключение.

Некоторые животные — пресмыкающиеся.

Некоторые живые организмы — животные.

?

7. Если одна из посылок частная, то заключение должно быть частным.

Все спекулянты подлежат наказанию.

Некоторые люди — спекулянты.

Некоторые люди подлежат наказанию.

Наиболее распространенные ошибки при умозаключении по категорическому силлогизму такие:

1. Заключение делается по I фигуре с меньшей отрицательной посылкой. Приведем два примера.

Все классные комнаты нуждаются в проветривании.

Эта комната — не классная.

Эта комната не нуждается в проветривании.

Все студенты сдают экзамены.

Смирнов не является студентом.

Смирнов не сдает экзамены.

Заключение не следует с необходимостью из посылок, так как вторая посылка должна быть утвердительной.

2. Заключение делается по II фигуре с двумя утвердительными посылками.

Все зебры полосатые.

Это животное полосатое.

Это животное — зебра.

Заключение не следует с необходимостью из этих посылок, так как одна из посылок и заключение должны быть отрицательными суждениями.

§ 5. СОКРАЩЕННЫЙ КАТЕГОРИЧЕСКИЙ СИЛЛОГИЗМ (ЭНТИМЕМА)

Энтимемой, или сокращенным категорическим силлогизмом, называется силлогизм, в котором пропущена одна из посылок или заключение.

Термин «энтимема» в переводе с греческого языка означает «в уме», «в мыслях». Примером энтимемы является такое умозаключение: «Все кашалоты — киты, следовательно, все кашалоты — млекопитающие». В этой энтимеме пропущена большая посылка.

Восстановив энтимему до полного категорического силлогизма, имеем:

Все киты — млекопитающие.

Все кашалоты — киты.

Все кашалоты — млекопитающие.

Приведем пример энтимемы, в которой пропущена меньшая посылка: «Все металлы теплопроводны, следовательно, и алюминий теплопроводен». Восстановим энтимему:

Все металлы теплопроводны.

Алюминий — металл.

Алюминий теплопроводен.

Приведем энтимему, в которой пропущено заключение: «Все рыбы дышат жабрами, а окунь — рыба».

При восстановлении энтимемы надо, во-первых, определить, какое суждение является посылкой, а какое — заключением.

Посылка обычно стоит после союзов «так как», «потому что», «ибо» и т. п., а заключение стоит после слов «следовательно», «поэтому», «потому» и т. д.

Студентам дается энтимема: «Этот физический процесс не является испарением, так как не происходит перехода вещества из жидкости в пар». Они восстанавливают эту энтимему, т. е. формулируют полный категорический силлогизм. Суждение, стоящее после слов «так как», является посылкой. В энтимеме пропущена большая посылка, которую студенты формулируют на основе знаний о физических процессах.

Испарение есть процесс перехода вещества из жидкости в пар.

Этот физический процесс не есть процесс перехода вещества из жидкости в пар.

Этот физический процесс не есть испарение.

Данный категорический силлогизм построен по II фигуре; особые правила ее соблюдены, так как одна из посылок и заключение отрицательные; большая посылка общая, представляющая собой определение понятия «испарение».

Энтимемами пользуются чаще, чем полными категорическими силлогизмами.

§ 6. СЛОЖНЫЕ И СЛОЖНОСОКРАЩЕННЫЕ СИЛЛОГИЗМЫ (ПОЛИСИЛЛОГИЗМЫ, СОРИТЫ, ЭПИХЕЙРЕМА)

Полисиллогизмом (сложным силлогизмом) называются два или несколько простых категорических силлогизмов, связанных друг с другом таким образом, что заключение одного из них

становится посылкой другого. Различают прогрессивные и регрессивные полисиллогизмы.

В прогрессивном полисиллогизме заключение предшествующего силлогизма становится большей посылкой последующего силлогизма. Приведем пример прогрессивного полисиллогизма, представляющего собой цепь из трех силлогизмов и имеющего такую схему:

Схема:

<p>Все, что укрепляет здоровье (А), полезно (В).</p> <p>Спорт (С) укрепляет здоровье (А). Значит, спорт (С) полезен (В).</p> <p>Легкая атлетика (D) есть спорт (С). Значит, легкая атлетика (D) полезна (В).</p> <p>Бег (E) есть вид легкой атлетики (D).</p> <hr/> <p>Бег (E) полезен (В).</p>	<p>Все А есть В.</p> <p>Все С есть А. Значит, все С есть В.</p> <p>Все D есть С.</p> <p>{ Все D есть В. Все E есть D.</p> <hr/> <p>Все E есть В.</p>
---	--

Возьмем полисиллогизм, состоящий из двух силлогизмов, и справа запишем его схему.

	Схема 1	Схема 2
Все металлы (А) теплопроводны (В).	Все А есть В.	$a \rightarrow b$
Щелочноземельные металлы (С) — металлы (А).	Все С есть А.	$c \rightarrow a$
Щелочноземельные металлы (С) теплопроводны (В).	Все С есть В.	$c \rightarrow b$
Кальций (D) — щелочноземельный металл (С).	Все D есть С.	$d \rightarrow c$
<hr/>	<hr/>	<hr/>
Кальций (D) теплопроводен (В).	Все D есть В.	$d \rightarrow b$

Разъясним получение схемы 2.

Если общие категорические суждения заменить совпадающими с ними по смыслу условными суждениями, то второй полисиллогизм примет следующий вид:

- Если предмет есть металлы, то он теплопроводен.
 - Если предмет есть щелочноземельный металл, то он, конечно, металл.
 - Если предмет есть щелочноземельный металл, то он теплопроводен.
 - Если предмет есть кальций, то он щелочноземельный металл.
-

Значит, если предмет есть кальций, то он теплопроводен.

Выразив суждение «Предмет есть металл» буквой *a*, суждение «Предмет теплопроводен» — буквой *b*, суждение «Предмет есть щелочноземельный металл» — буквой *c*, суждение «Предмет есть кальций» — буквой *d*, мы получим схему 2.

В виде правила вывода схему 2 данного прогрессивного полисиллогизма можно записать так:

$$a \rightarrow b, c \rightarrow a, c \rightarrow b, d \rightarrow c \mid - d \rightarrow b,$$

где « $\mid -$ » — знак вывода.

Это правило вывода путем преобразований можно перевести в формулу алгебры логики:

$$((a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow a) \wedge (c \rightarrow b) \wedge (d \rightarrow c)) \rightarrow (d \rightarrow b).$$

Эта формула тождественно-истинна, если все посылки полисиллогизма являются общими суждениями.

Регрессивный полисиллогизм — это такой сложный силлогизм, в котором заключение предшествующего силлогизма становится меньшей посылкой последующего силлогизма.

1. Все организмы (*B*) суть тела (*C*).
 Все растения (*A*) суть организмы (*B*).

2. Все тела (*C*) имеют вес (*D*).
 Все растения (*A*) суть тела (*C*).

Все растения (*A*) имеют вес (*D*).

Все растения (*A*) суть тела (*C*).

Запишем эти два силлогизма схематически:

1. Все <i>B</i> суть <i>C</i> . Все <i>A</i> суть <i>B</i> .	2. Все <i>C</i> суть <i>D</i> . Все <i>A</i> суть <i>C</i> .
Все <i>A</i> суть <i>C</i> .	Все <i>A</i> суть <i>D</i> .

Соединив их вместе и не повторяя дважды суждение «Все *A* суть *C*», мы получим схемы регрессивного полисиллогизма для общеутвердительных посылок:

Все <i>B</i> суть <i>C</i> . Все <i>A</i> суть <i>B</i> . Все <i>C</i> суть <i>D</i> . Все <i>A</i> суть <i>C</i> .	$b \rightarrow c$ $a \rightarrow b$ $c \rightarrow d$ $a \rightarrow c$
Все <i>A</i> суть <i>D</i> .	$a \rightarrow d$

В виде правила вывода последнюю схему можно записать так:

$$b \rightarrow c, a \rightarrow b, c \rightarrow d, a \rightarrow c \mid - a \rightarrow d.$$

Это правило вывода путем преобразования можно перевести в формулу алгебры логики:

$$((b \rightarrow c) \wedge (a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow d) \wedge (a \rightarrow c)) \rightarrow (a \rightarrow d).$$

Сорит (с общими посылками)

Прогрессивный и регрессивный полисиллогизмы в мышлении чаще всего применяются в сокращенной форме — в виде соритов.

Существуют два вида соритов: прогрессивный и регрессивный.

Прогрессивный сорит получается из прогрессивного полисиллогизма путем выбрасывания заключений предшествующих силлогизмов и больших посылок последующих.

Все, что укрепляет здоровье (*A*), полезно (*B*).

Спорт (*C*) укрепляет здоровье (*A*).

Легкая атлетика (*D*) — спорт (*C*).

Бег (*E*) — вид легкой атлетики (*D*).

Бег (*E*) полезен (*B*).

Схемы прогрессивного сорита:

Все <i>A</i> суть <i>B</i> .	$a \rightarrow b$
Все <i>C</i> суть <i>A</i> .	$c \rightarrow a$
Все <i>D</i> суть <i>C</i> .	$d \rightarrow c$
Все <i>E</i> суть <i>D</i> .	$e \rightarrow d$

Все <i>E</i> суть <i>B</i> .	$e \rightarrow b$
------------------------------	-------------------

Прогрессивный сорит начинается с посылки, содержащей предикат заключения, и заканчивается посылкой, содержащей субъект заключения.

В виде правила вывода последнюю схему можно записать так:

$$a \rightarrow b, c \rightarrow a, d \rightarrow c, e \rightarrow d \mid - e \rightarrow b.$$

Это правило вывода путем преобразований можно перевести в формулу алгебры логики:

$$((a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow a) \wedge (d \rightarrow c) \wedge (e \rightarrow d)) \rightarrow (e \rightarrow b).$$

Регрессивный сорит получается из регрессивного полисиллогизма путем выбрасывания заключений предшествующих силлогизмов и меньших посылок последующих. В первом категорическом силлогизме меняем местами посылки.

Все растения (*A*) суть организмы (*B*).

Все организмы (*B*) суть тела (*C*).

Все тела (*C*) имеют вес (*D*).

Всякое растение (*A*) имеет вес (*D*).

Схема регрессивного сорита:

Все <i>A</i> суть <i>B</i> .	$a \rightarrow b$
Все <i>B</i> суть <i>C</i> .	$b \rightarrow c$
Все <i>C</i> суть <i>D</i> .	$c \rightarrow d$

Все <i>A</i> суть <i>D</i> .	$a \rightarrow d$
------------------------------	-------------------

Регрессивный сорит начинается с посылки, содержащей субъект заключения, и кончается посылкой, содержащей предикат заключения.

В виде правила вывода последнюю схему можно записать так:

$$a \rightarrow b, b \rightarrow c, c \rightarrow d \mid - a \rightarrow d.$$

Это правило вывода путем преобразований можно перевести в формулу алгебры логики:

$$((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c) \wedge (c \rightarrow d)) \rightarrow (a \rightarrow d).$$

Это формула алгебры логики (или исчисления высказываний), соответствующая регрессивному сориту, состоящему из трех общеутвердительных посылок.

Формализация эпихейрем с общими посылками

Эпихейремой в традиционной логике называется такой сложносокращенный силлогизм, обе посылки которого представляют собой сокращенные простые категорические силлогизмы (энтимемы).

Схема эпихейремы, содержащей лишь общие и утвердительные высказывания, обычно записывается следующим образом:

Все A суть C , так как A суть B .

Все D суть A , так как D суть E .

Все D суть C .

Пример эпихейремы:

Благородный труд (A) заслуживает уважения (C), так как благородный труд (A) способствует прогрессу общества (B).

Труд учителя (D) есть благородный труд (A), так как труд учителя (D) заключается в обучении и воспитании подрастающего поколения (E).

Труд учителя (D) заслуживает уважения (C).

Первая и вторая посылки эпихейремы представляют собой энтимемы, т. е. сокращенные категорические силлогизмы, у которых одна из посылок опущена. Выразим полностью первую и вторую посылки эпихейремы.

1. Все B суть C .
Все A суть B .

2. Все E суть A .
Все D суть E .

Все A суть C .

Все D суть A .

Возьмем заключения первого и второго силлогизмов и сделаем их большей и меньшей посылками нового, третьего силлогизма.

3. Все A суть C .
 Все D суть A .

Все D суть C .

Восстановим полностью эпихейрему.

1. Все, что способствует прогрессу общества (B), заслуживает уважения (C).
 Благородный труд (A) способствует прогрессу общества (B).

Благородный труд (A) заслуживает уважения (C).

2. Обучение и воспитание подрастающего поколения (E) есть благородный труд (A).
 Труд учителя (D) заключается в обучении и воспитании подрастающего поколения (E).

Труд учителя (D) есть благородный труд (A).

Заключения первого и второго силлогизмов делаются посылками третьего силлогизма.

3. Благородный труд (A) заслуживает уважения (C).
 Труд учителя (D) есть благородный труд (A).

Труд учителя (D) заслуживает уважения (C).

Приведем еще один пример эпихейремы.

- Все рыбы (A) — позвоночные животные (C), так как рыбы (A) имеют скелет (B).
 Все акулы (D) — рыбы (A), так как акулы (D) дышат жабрами (E).

Все акулы (D) — позвоночные животные (C).

В виде правила вывода восстановленную эпихейрему можно записать так:

$$\begin{array}{l} b \rightarrow c, a \rightarrow b \quad | \quad a \rightarrow c \\ e \rightarrow a, d \rightarrow e \quad | \quad d \rightarrow a \end{array}$$

$$d \rightarrow c$$

Это правило путем преобразований можно перевести в формулу:

$$((b \rightarrow c) \wedge (a \rightarrow b) \wedge (e \rightarrow a) \wedge (d \rightarrow e)) \rightarrow (d \rightarrow c).$$

В целях большей наглядности переставим посылки и запишем эту формулу так:

$$((d \rightarrow e) \wedge (e \rightarrow a) \wedge (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \rightarrow (d \rightarrow c).$$

Можно доказать, что эта формула является законом логики. Так же как и энтимемы, сложносокращенные силлогизмы значительно упрощают наши рассуждения.

Выводы, основанные на логических связях между суждениями (выводы логики высказываний)

Если в логике предикатов простые суждения расчленялись на субъект и предикат, то в логике высказываний суждения не расчленяются, а рассматриваются как простые суждения, из которых с помощью логических связок (логических постоянных) образуются сложные суждения.

Правила прямых выводов логики высказываний позволяют из данных истинных посылок выводить истинное заключение. На основе правил прямых выводов построены чисто условные и условно-категорические, разделительные и разделительно-категорические, а также условно-разделительные (лемматические) умозаключения.

§ 7. УСЛОВНЫЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ

Чисто условным умозаключением называется такое опосредствованное умозаключение, в котором обе посылки являются условными суждениями. Условным называется суждение, имеющее структуру: «Если a , то b ». Структура его такая:

Если a , то b	Схема:
Если b , то c	$a \rightarrow b, b \rightarrow c$
Если a , то c	$a \rightarrow c$

Согласно определению логического следствия, сформулированному в рамках исчисления высказываний, если $a \rightarrow c$ есть логическое следствие из данных посылок, то, соединив посылки знаком конъюнкции и присоединив к ним посредством знака импликации заключение, мы должны получить формулу, которая является законом логики. Формула будет такова:

$$((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \rightarrow (a \rightarrow c).$$

Доказательство тождественной истинности этой формулы можно провести табличным методом. Этот вид умозаключения часто используется в школе, в частности на уроках математики, физики и др. Приведем пример.

Если по проводнику пропустить электрический ток, то вокруг проводника образуется магнитное поле.

Если вокруг проводника образуется магнитное поле, то железные опилки располагаются в этом магнитном поле вдоль силовых линий.

Если по проводнику пропустить электрический ток, то железные опилки располагаются в его магнитном поле вдоль силовых линий.

В чисто условном умозаключении существуют его разновидности (модусы). К ним относится, например, такой:

Если a , то b	Схема:
Если не- a , то b	$a \rightarrow b$
b	$\bar{a} \rightarrow b$
	b

Формула: $((a \rightarrow b) \wedge (\bar{a} \rightarrow b)) \rightarrow b$.

Формула является законом логики. В этом умозаключении суждение b истинно независимо от того, утверждается или отрицается a .

Примером такого умозаключения является следующее рассуждение:

Если будет хорошая погода, уберем урожай.
Если не будет хорошей погоды, уберем урожай.

Уберем урожай.

Приведем пример из художественной литературы. Один из героев Агаты Кристи, оказавшийся на острове, рассуждает: «Генерал Макартур пребывал в мрачной задумчивости. Черт побери, до чего все странно! Совсем не то, на что он рассчитывал... Будь хоть малейшая возможность, он бы под любым предлогом уехал... Ни минуты здесь не остался бы... Но моторка ушла. Так что хочешь не хочешь, а придется остаться».

Условно-категорические умозаключения

Условно-категорическое умозаключение — это такое дедуктивное умозаключение, в котором одна из посылок — условное суждение, а другая — простое категорическое суждение.

Оно имеет два правильных модуса, дающих заключение, с необходимостью следующее из посылок.

I. Утверждающий модус (modus ponens).

Структура его: Если a , то b . Схема: $a \rightarrow b$.

a	a
b	b

Формула (1): $((a \rightarrow b) \wedge a) \rightarrow b$ — является законом логики.

Можно строить достоверные умозаключения от утверждения основания к утверждению следствия.

Приведем два примера.

Если ты хочешь наслаждаться искусством, то ты должен
быть художественно образованным человеком.
Ты хочешь наслаждаться искусством.

Ты должен быть художественно образованным человеком.

Для построения другого примера воспользуемся интересным высказыванием великого русского педагога К. Д. Ушинского: «Если человек избавлен от физического труда и не приучен к умственному, зверство овладевает им»². Используя это высказывание, построим условно-категорическое умозаключение.

Если человек избавлен от физического труда и не
приучен к умственному, то им овладевает зверство.
Этот человек избавлен от физического труда и не
приучен к умственному.

Этим человеком овладевает зверство.

Любое использование правил в русском языке, математике, физике, химии и других школьных дисциплинах основано на утверждающем модусе, дающем достоверное заключение, поэтому в практике мышления он находит самое широкое применение.

Если этот металл натрий, то он легче воды.
Данный металл — натрий.

Данный металл легче воды.

II. Отрицающий модус (modus tollens).

Структура: Если a , то b	Схема: $a \rightarrow b$
$\neg b$	\bar{b}
<hr/>	<hr/>
$\neg a$	\bar{a}

Формула (2): $((a \rightarrow b) \wedge \bar{b}) \rightarrow \bar{a}$ — также является законом логики (это можно доказать с помощью таблицы).

Можно строить достоверные умозаключения от отрицания следствия к отрицанию основания.

Приведем два примера.

Если река выходит из берегов, то вода заливает
прилегающие территории.
Вода реки не залила прилегающие территории.

Река не вышла из берегов.

Для построения второго условно-категорического умозаключе-

Если человек имеет повышенную температуру, то он болен.
Этот человек не имеет повышенной температуры.

Вероятно, этот человек не болен.

Люди иногда допускают логические ошибки при построении умозаключений. Они могут умозаключать так:

Если тело подвергнуть трению, то оно нагреется.
Тело не подвергли трению.

Тело не нагрелось.

Но заключение здесь только вероятное, а не достоверное, ибо тело могло нагреться по какой-либо другой причине (от солнца, в печи и т. д.).

Заметим, что приведения такого рода примеров вполне достаточно для того, чтобы показать, что формы умозаключений, выражаемые формулами (3) и (4), неправильны. Но никакое количество примеров применения форм, соответствующих формулам (1) и (2), не в состоянии — если мы оперируем только примерами — обосновать их логическую правильность. Для такого обоснования требуется уже некоторая логическая теория. Такая теория, фактически отсутствующая в традиционной логике, содержится в алгебре логики. Если формула, в которой конъюнкция посылок и предполагаемое заключение соединены знаком импликации, не является тождественно-истинной, т. е. не выражает закона логики, то в умозаключении заключение не является достоверным. В таблице истинности (табл. 9) видно, что столбцы, соответствующие формулам (1) (*modus ponens*) и (2) (*modus tollens*), состоят из одних знаков «И» («истинно»); следовательно, формулы (1) и (2) выражают законы логики, а это означает, что *modus ponens* и *modus tollens* представляют собой логически правильные формы умозаключений.

Таблица 9

<i>a</i>	<i>b</i>	\bar{a}	<i>b</i>	<i>a</i> → <i>b</i>	$(a \rightarrow b) \wedge a$	$((a \rightarrow b) \wedge \wedge a) \rightarrow b$	$(a \rightarrow b) \wedge \bar{b}$	$((a \rightarrow b) \wedge \wedge \bar{b}) \rightarrow \bar{a}$
И	И	Л	Л	И	И	И	Л	И
И	Л	Л	И	Л	Л	И	Л	И
Л	И	И	Л	И	Л	И	Л	И
Л	Л	И	И	И	Л	И	И	И

Таблицу для неправильных модусов предоставляем построить читателю. В ней наряду со знаками «И» мы увидим и знаки «Л» («ложь»), а это значит, что выражения $((a \rightarrow b) \wedge b) \rightarrow a$ и $((a \rightarrow b) \wedge \wedge \bar{a}) \rightarrow \bar{b}$ не являются тождественно-истинными высказываниями, т. е. законами логики.

Если умозаключение строится от утверждения следствия к утверждению основания, то вследствие множественности причин, из которых может вытекать одно и то же следствие, можно прийти к ложному заключению. Например, выясняя причину заболевания человека, надо перебрать все возможные причины: простудился, переутомился, был в контакте с бациллоносителем и т. д.

§ 8. РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ

Разделительным называется умозаключение, в котором одна или несколько посылок — разделительные (дизъюнктивные) суждения. Существуют чисто разделительные и разделительно-категорические умозаключения.

В *чисто разделительном* умозаключении обе (или все) посылки являются разделительными суждениями.

В традиционной логике принята следующая его структура:

S есть A , или B , или C .

A есть или A_1 , или A_2 .

S есть или A_1 , или A_2 , или B , или C .

В первом разделительном суждении каждое из трех простых суждений: S есть A , S есть B , S есть C — называется альтернативой. Из суждения « S есть A » образуются еще две альтернативы, которые составляют два члена новой дизъюнкции.

Например:

Всякая философская система есть или идеализм, или материализм.

Идеалистическая система является или объективным, или субъективным идеализмом.

Всякая философская система есть или объективный идеализм, или субъективный идеализм, или материализм.

В *разделительно-категорическом* умозаключении одна посылка — разделительное суждение, другая — простое категорическое суждение. Этот вид умозаключения содержит два модуса.

I модус — утверждающе-отрицающий (*modus ponendo tollens*).

Данный глагол может стоять или в настоящем, или в прошедшем, или в будущем времени.

Данный глагол стоит в настоящем времени.

Данный глагол не стоит ни в будущем, ни в прошедшем времени.

Заменяя конкретные высказывания в посылках и заключении переменными, получим запись этого модуса (с двумя членами дизъюнкции) в терминах символической логики в виде правила вывода:

$$\frac{a \dot{\vee} b, a}{b} \text{ или } \frac{a \dot{\vee} b, b}{\bar{a}}$$

В этом модусе союз «или» употребляется в смысле строгой дизъюнкции. Формулы, соответствующие этому модусу, имеют вид:

$$1) ((a \dot{\vee} b) \wedge a) \rightarrow b; 2) ((a \dot{\vee} b) \wedge b) \rightarrow \bar{a}.$$

Обе эти формулы выражают законы логики.

Если в этом модусе союз «или» взят в смысле нестрогой дизъюнкции, то формулы (3) и (4), соответствующие этому модусу, не будут выражать закон логики.

$$3) ((a \vee b) \wedge a) \rightarrow b; 4) ((a \vee b) \wedge b) \rightarrow \bar{a}.$$

Доказательство формул (1) и (3) дано в табл. 10.

Таблица 10

a	b	\bar{b}	$a \vee b$	$(a \vee b) \wedge a$	$((a \vee b) \wedge a) \rightarrow b$	$a \dot{\vee} b$	$(a \dot{\vee} b) \wedge a$	$((a \dot{\vee} b) \wedge a) \rightarrow b$
И	И	Л	И	И	Л	Л	Л	И
И	Л	И	И	И	И	И	И	И
Л	И	Л	И	Л	И	И	Л	И
Л	Л	И	Л	Л	И	Л	Л	И

Ошибки происходят из-за смешения в этом модусе соединительно-разделительного и строго разделительного смысла союза «или». Нельзя, например, рассуждать таким образом:

Учащиеся в контрольной работе по математике допускают или вычислительные ошибки, или ошибки в эквивалентных преобразованиях, или ошибки в применении изученных алгебраических правил.

Учащийся Сидоров допустил в контрольной работе вычислительные ошибки.

Сидоров не допустил в работе ни ошибок в эквивалентных преобразованиях, ни ошибок в применении изученных алгебраических правил.

Заключение не является истинным суждением, так как Сидоров мог допустить все три вида ошибок.

II модус — отрицающе-утверждающий (modus tollendo ponens). Приведем пример.

Минеральные удобрения бывают или азотными, или фосфорными, или калийными.

Данное минеральное удобрение не является ни азотным, ни фосфорным.

Данное минеральное удобрение является калийным.

Приведем второй пример. Для этого воспользуемся рассказом «Пестрая лента» А. Конан Дойла. Шерлок Холмс рассказал Уотсону: «Вначале я пришел к совершенно неправильным выводам, мой дорогой Уотсон, — и это доказывает, как опасно опираться на неточные данные. Присутствие цыган, слово «банда»³, сказанное несчастной девушкой, — всего этого было достаточно, чтобы навести меня на ложный след. Но когда мне стало ясно, что в комнату невозможно проникнуть ни через дверь, ни через окно, что не оттуда грозит опасность обитателю этой комнаты, я сразу понял свою ошибку, и это может послужить мне оправданием. Как я уже говорил вам, внимание мое сразу привлекли вентилятор и шнур от звонка, висящий над кроватью. Когда обнаружилось, что звонок фальшивый, а кровать прикреплена к полу, у меня сразу зародилось подозрение, что шнур служит лишь мостом, соединяющим вентилятор с кроватью. Мне сразу пришла мысль о змее, а зная, как доктор любит окружать себя всевозможными индийскими тварями, я понял, что, пожалуй, попал на верный след. Именно такому хитрому, жестокому злодею, прожившему много лет на Востоке, могло прийти в голову употребить яд, который нельзя обнаружить химическим путем».

Отрицательно-утверждающий модус (для случая двучленной разделительной посылки) в виде правила вывода в алгебре логики может быть записан следующим образом:

$$\frac{a \vee b, \bar{a}}{b}; \frac{a \vee b, \bar{b}}{a}; \frac{a \dot{\vee} b, \bar{a}}{b}; \frac{a \dot{\vee} b, \bar{b}}{a}.$$

Логический союз «или» здесь может употребляться в двух смыслах: как строгая дизъюнкция ($\dot{\vee}$) и как нестрогая дизъюнкция (\vee), т. е. характер дизъюнкции на необходимость заключения по этому модусу не влияет.

Выводы по этому модусу выражаются четырьмя формулами, которые являются законами логики:

- 1) $((a \vee b) \wedge \bar{a}) \rightarrow b$; 3) $((a \dot{\vee} b) \wedge \bar{a}) \rightarrow b$;
2) $((a \vee b) \wedge \bar{b}) \rightarrow a$; 4) $((a \dot{\vee} b) \wedge \bar{b}) \rightarrow a$.

Можно привести относительно новую разновидность структуры разделительно-категорического умозаключения, построенного по отрицательно-утверждающему модусу. Например, в рассказе Агаты Кристи «Двойная улыбка» мистер Пуаро расследует

похищение ряда драгоценностей из коллекции Хардмана (жемчужины, рубины, изумрудное ожерелье). Подозрение могло касаться четверых. Вот их диалог, в котором сформулировано умозаключение:

«— Понимаю, — произнес задумчиво Пуаро. — И вы безоговорочно ему доверяете?»

— У меня не было причин для недоверия.

— Мистер Хардман, кого вы сами подозреваете из этой четверки?»

— О, мсье Пуаро, что за вопрос! Ведь я вам уже сказал, что это мои друзья. Я ни одного из них не подозреваю или, если вам угодно, — всех в одинаковой мере.

— Не могу с вами согласиться. Я уверен, что вы кого-то из них подозреваете. Это не графиня Росакова. Это не мистер Паркер. Кто же тогда: леди Ранкорн или мистер Джонстон?»

Обязательным условием при выводах по разделительно-категорическому умозаключению является соблюдение правила о том, что в разделительной посылке должны быть предусмотрены все возможные альтернативы, т. е. деление должно быть полным. Это правило для отрицающе-утверждающего модуса обязательно.

Пожар мог произойти или в результате небрежного обращения с огнем, или в результате поджога, или по причине неисправной электропроводки.

Данный пожар не произошел ни в результате небрежного обращения с огнем, ни по причине неисправной электропроводки.

Данный пожар произошел в результате поджога.

Заключение не достоверное, а вероятное, так как в первой разделительной посылке перечислены не все возможные причины возникновения пожара (например, в результате взрыва или в результате загорания от молнии и т. д.).

§ 9. УСЛОВНО-РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫЕ (ЛЕММАТИЧЕСКИЕ) УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ

Условно-разделительное умозаключение — это такое умозаключение, в котором одна посылка состоит из двух или более условных суждений, а другая является *разделительным суждением*. В зависимости от числа членов в разделительной посылке это умозаключение может быть дилеммой (если разделительная посылка содержит два члена), трилеммой (если разделительная посылка содержит три члена) и вообще полилеммой (число разделительных членов больше двух).

Формализация дилеммы

Дилеммы бывают двух видов: конструктивные и деструктивные; обе формы дилеммы в свою очередь могут быть простыми и сложными.

Простая конструктивная дилемма

Это умозаключение состоит из двух посылок. В первой посылке утверждается, что из двух различных оснований вытекает одно и то же следствие. Во второй посылке, которая является дизъюнктивным суждением, утверждается, что одно или другое из этих оснований истинно. В заключении утверждается следствие.

В традиционной формальной логике простую конструктивную дилемму обычно представляют в виде следующей схемы:

Если A есть B , то C есть D ; если E есть F , то C есть D .
 A есть B или E есть F .

C есть D .

Приведем пример простой конструктивной дилеммы.

В романе В. Шукшина «Я пришел дать вам волю» написано так: «Давай думать, как быть. Две дороги домой: Кумой или Волгой. Обои закрыты. Там и тут надо пробиваться силой. Добром нас никакой дурак не пропустит. А раз такое дело, давай решим: где легче».

Простая конструктивная дилемма представлена в такой форме:

Если плыть Кумой (a), то надо пробиваться силой (b);
если плыть Волгой (c), то надо пробиваться силой (b).
Можно плыть Кумой (a) или Волгой (c).

Надо пробиваться силой (b).

Выразим суждение « A есть B » переменной a , суждение « C есть D » — переменной b , суждение « E есть F » — переменной c : Тогда схема простой конструктивной дилеммы выразится в виде следующего правила вывода:

$$\frac{a \rightarrow b, c \rightarrow b, a \vee c}{b}$$

В данном случае формула указанного вида будет такова:

$$((a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow b) \wedge (a \vee c)) \rightarrow b.$$

Доказательство тождественной истинности этой формулы можно провести табличным методом.

Приведем еще один пример простой конструктивной дилеммы:

Если я пойду через речку по мосту, меня могут заметить враги;
если я пойду через речку вброд, меня тоже могут заметить враги.
Я могу идти через речку по мосту или вброд.

Меня могут заметить враги.

Сложная конструктивная дилемма

Это умозаключение строится из двух посылок. В первой посылке имеются два основания, из которых вытекают соответственно два следствия; во второй посылке, которая представляет собой дизъюнктивное суждение, утверждается истинность одного или другого основания; в заключении утверждается истинность одного или другого следствия. Сложная конструктивная дилемма отличается от простой конструктивной дилеммы только тем, что оба следствия ее условной посылки различны, а не одинаковы.

Этот вид дилеммы значительно чаще встречается в мышлении людей, в сознании литературных героев, исторических деятелей, поэтому мы приведем пример из художественной литературы.

Т. Тэсс в рассказе «Поединок в море» описывает такую ситуацию. Танкер «Ростов» взял около десяти тысяч тонн автомобильного бензина и уже готовился в Туапсе к отплытию... Сейчас танкер должен сняться с якоря... Якорь уже вышел из воды... На лапе якоря висит авиабомба, пролежавшая на дне моря двадцать лет. Капитан танкера «Ростов» Александр Котляров думал не только о своем судне, а и о других танкерах, тоже залитых бензином и нефтью, стоящих неподалеку от причалов. «Сколько времени пройдет, пока из Севастополя в Туапсе придут минеры? Бомба может взорваться каждую минуту. Двадцать лет она пролежала под водой, а сейчас может взорваться от любой случайности».

Перед капитаном встала очень сложная дилемма:

Если я оставлю танкер в порту до прибытия минеров, то бомба может взорваться и повредить много судов; если я уведу танкер в море, то в случае взрыва пострадает только один танкер.

Я могу оставить танкер в порту до прибытия минеров или увести в море.

Могут пострадать много судов в порту, или в случае взрыва пострадает только один танкер.

Капитан принимает такое решение: «Немедленно, не дожидаясь прибытия из Севастополя минеров, уйти из порта в море. Уйти, чтобы обезопасить другие суда, отплыть на такое расстоя-

ние, чтобы в случае взрыва опасность грозила только одному его танкеру. Уйти в море и там утопить бомбу». Танкер ушел из порта, и со второй попытки бомбу удалось утопить в море, а танкер не пострадал.

Так как дилемма означает сложный выбор из двух альтернатив одной, причем обе они нежелательны для субъекта (такая ситуация характеризуется выражением «из двух зол выбрать наименьшее»), то в древности о дилемме говорили: «Посадить на рога дилеммы». В нашей речи встречается выражение: «Передо мной стоит дилемма» (т. е. сложный выбор).

Схема сложной конструктивной дилеммы:

$$\frac{a \rightarrow b, c \rightarrow d, a \vee c}{b \vee d}$$

Формула:

$$((a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow d) \wedge (a \vee c)) \rightarrow (b \vee d).$$

Данная формула выражает закон логики, что можно доказать табличным способом.

Простая деструктивная дилемма

В этом умозаключении первая (условная) посылка указывает на то, что из одного и того же основания вытекают два различных следствия; вторая посылка представляет собой дизъюнкцию отрицаний обоих этих следствий; в заключении отрицается основание.

Пример:

Если человек болен сыпным тифом, то на 4—6-й день болезни у него будет высокая температура и появится сыпь.

У больного нет высокой температуры или нет сыпи.

Этот человек не болен сыпным тифом.

Схема этой дилеммы:

$$\frac{a \rightarrow (b \wedge c); b \vee \bar{c}}{\bar{a}}$$

Этой схеме соответствует формула

$$((a \rightarrow (b \wedge c)) \wedge (b \vee \bar{c})) \rightarrow \bar{a}.$$

Простая деструктивная дилемма может быть построена и по другой схеме:

$$\frac{a \rightarrow b, a \rightarrow c, b \vee \bar{c}}{\bar{a}}$$

Этой схеме соответствует формула

$$((a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c) \wedge (\bar{b} \vee \bar{c})) \rightarrow \bar{a}.$$

Сложная деструктивная дилемма

Дилемма такого вида содержит одну посылку, состоящую из двух условных суждений с разными основаниями и разными следствиями; вторая посылка есть дизъюнкция отрицаний обоих следствий; заключение является дизъюнкцией отрицаний обоих оснований. В форме, обычной для традиционной логики, сложную деструктивную дилемму можно представить в виде следующей схемы:

Если A есть B , то C есть D ; если E есть F , то K есть M .

C не есть D или K не есть M .

A не есть B или E не есть F .

Примером рассуждения по форме сложной деструктивной дилеммы может быть следующий вывод:

Если Петров честен, то, не выполнив задания сегодня, он признается в этом, а если Петров добросовестен, то он выполнит задание к следующему разу.

Но Петров не признался в том, что он сегодня не выполнил задание, или не сделал его к следующему разу.

Петров не честен или не добросовестен⁴.

Схема сложной деструктивной дилеммы такая:

$$\frac{a \rightarrow b, c \rightarrow d, \bar{b} \vee \bar{d}}{\bar{a} \vee \bar{c}}$$

Этой схеме соответствует формула

$$((a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow d) \wedge (\bar{b} \vee \bar{d})) \rightarrow (\bar{a} \vee \bar{c}),$$

которая является законом логики.

В предыдущих схемах, соответствующих четырем видам дилеммы, во второй (разделительной) посылке союз «или» взят в соединительно-разделительном смысле, т. е. взята нестрогая дизъюнкция (\vee). Будут ли формулы алгебры логики, соответствующие дилеммам (четыре вида), тождественно-истинными, если союз «или» употребляется в строго разделительном смысле, т. е. если взята строгая дизъюнкция ($\dot{\vee}$)? Являются ли законами логики следующие формулы:

- 1) $(a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow b) \wedge (a \dot{\vee} c) \rightarrow b,$
- 2) $(a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c) \wedge (\bar{b} \dot{\vee} \bar{c}) \rightarrow \bar{a},$

$$3) (a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow d) \wedge (a \vee c) \rightarrow (b \vee d),$$

$$4) (a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow d) \wedge (b \vee d) \rightarrow (a \vee c)?$$

(Так как конъюнкция связывает «теснее», чем импликация, то скобки можно опустить.)

Автором этой книги показано⁵, что независимо от того, какая дизъюнкция (строгая или нестрогая) входит в соответствующие формулы, простым дилеммам (конструктивной и деструктивной) соответствуют законы логики. Сложным дилеммам (и конструктивной, и деструктивной) соответствуют законы логики лишь в том случае, если союз «или» рассматривается как нестрогая дизъюнкция. Но в ходе рассуждения, построенного в форме сложной дилеммы, человек употребляет именно строгую дизъюнкцию, ибо перед ним две взаимоисключающие возможности (причем обе они нежелательны). Это несоответствие возникло из-за отсутствия полного совпадения смысла союза «если... то» и смысла материальной импликации (в двузначной логике).

Некоторые логики под дилеммой понимают такое умозаключение:

Если A есть B , то C есть D ; если E есть F , то G есть H .
Но C не есть D и G не есть H .

Следовательно, A не есть B и E не есть F .

Пример:

Если бы я был богат, то я бы купил автомобиль.
Если бы я был бесчестен, то я украл бы таковой.
Но я его не купил и не украл.

Я не богат и не бесчестен.

Но здесь вторая посылка и заключение являются конъюнктивными, а не дизъюнктивными суждениями (как это должно быть по правилам построения дилеммы), поэтому приведенное выше умозаключение не является дилеммой, так как в нем нет разделительной посылки, характерной для дилеммы. Это умозаключение есть простая сумма двух условно-категорических умозаключений, построенных по правилу *modus tollens*, который дает истинное заключение. Формула *modus tollens* такая: $((a \rightarrow b) \wedge b) \rightarrow a$.

1. Если бы я был богат, то я бы купил автомобиль.
Я не купил автомобиль.

Я не богат.

2. Если бы я был бесчестен, то я украл бы автомобиль.
Я не украду автомобиль.

Я не бесчестен.

Итак, перед нами условно-конъюнктивное, а не условно-дизъюнктивное (лемматическое) умозаключение.

Трилемма

Трилеммы, так же как и дилеммы, могут быть конструктивными и деструктивными; каждая из этих форм в свою очередь может быть простой или сложной. *Простая конструктивная трилемма* состоит из двух посылок и заключения. В первой посылке констатируется то, что из трех различных оснований вытекает одно и то же следствие; вторая посылка представляет собой дизъюнкцию этих трех оснований; в заключении утверждается следствие.

Если у больного грипп, то рекомендуется обратиться к врачу; если у больного острое респираторное заболевание, то рекомендуется обратиться к врачу; если у больного ангина, то рекомендуется обратиться к врачу.
У данного больного или грипп, или острое респираторное заболевание, или ангина.

Данному больному рекомендуется обратиться к врачу.

В сложной конструктивной трилемме первая посылка состоит из трех различных оснований и трех различных вытекающих из них следствий, т. е. содержит три условных суждения. Вторая посылка является дизъюнктивным суждением, в котором утверждается (по крайней мере) одно из трех оснований. В заключении утверждается (по крайней мере) одно из трех следствий.

Приведем пример сложной конструктивной трилеммы. В некоторых сказках говорится о надписях на перекрестках трех дорог, которые содержат, например, такого рода трилемму:

Кто поедет прямо, будет в холоде и голоде; кто поедет направо, тот сам останется цел, а конь будет убит; кто поедет налево, тот сам будет убит, а конь останется цел.

Человек может поехать либо прямо, либо направо, либо налево.

Он или будет в холоде и голоде, или сам останется цел, а конь будет убит, или сам будет убит, а конь останется цел.

Приведем еще пример трилеммы.

В своих воспоминаниях о Великой Отечественной войне Л. И. Баркович пишет об истории Ладожской дороги. Ладожская дорога, Дорога жизни, была фронтом. Направляясь в Ленин-

град по Ладожскому озеру, Иван Игнатьевич Баркович, будучи шофером грузовой машины, взял с собой сына Леонида, так как вторую машину — полторку вести некому. В автоколонне сын двигался за машиной отца. Дорога была опасна. Враг держал ее под огнем, лед расходился, образуя просветы. Вдруг машина отца остановилась — оказалось, кончился бензин.

Леонид Баркович рассуждает:

«У моей машины горючее тоже было на исходе. Переливать половину оставшегося бензина в бак отцовского «газика» было глупо — горючее могло кончиться раньше, чем мы добрались бы до берега.

Поехать вперед, сообщить, что тут стоит машина? Но помощь может прийти поздно...

Взять на буксир его машину — лед мог не выдержать».

Леонид принял решение: «Давай трос! На буксире у меня пойдешь!» Добрались благополучно.

Деструктивные трилеммы, так же как и деструктивные дилеммы, бывают простые и сложные. Структура их аналогична структуре дилеммы, только предусматриваются не две, а три возможные альтернативы.

Приведем пример простой деструктивной трилеммы.

Если в ближайшее время погода ухудшится, то у него будут болеть суставы, повысится артериальное давление и будет ломить поясница.

Известно, что у него или не болят суставы, или не повысилось артериальное давление, или не ломит поясница.

В ближайшее время погода не ухудшится.

В математике структура трилеммы используется тогда, когда возникают три возможных варианта решения задачи, доказательства теоремы и предстоит выбор одного из них.

Сокращенные условные, разделительные и условно-разделительные умозаключения

Категорический силлогизм в мышлении часто употребляется в сокращенной форме — в форме энтимемы. Сокращенными могут быть не только простые категорические силлогизмы, но и условные, и разделительные, и условно-разделительные умозаключения, в которых может быть пропущена либо одна из посылок, либо заключение. Рассмотрим типы таких сокращенных умозаключений.

1. В умозаключении заключение в явном виде может не формулироваться. «Если данное тело — металл, то оно при нагревании расширяется. Данное тело — металл». Заключение «Данное тело при нагревании расширяется» не формулируется

в явном виде, а просто подразумевается в этом условно-категорическом умозаключении.

В приводимом ниже разделительно-категорическом умозаключении также пропущено заключение. «Многоугольники делятся на правильные и неправильные. Данный многоугольник неправильный». Заключение «Данный многоугольник не является правильным» опущено; оно легко может быть восстановлено.

В дилеммах и трилеммах заключение также может явно не формулироваться, а подразумеваться. Например, в приведенной ниже сложной деструктивной дилемме заключение явно не присутствует:

«Если соблюдать правила хранения зерна, то не произойдет его samozагорания, а если организовать хорошую охрану зернохранилища, то не произойдет умышленного поджога. Данный пожар произошел либо от samozагорания зерна, либо от умышленного поджога». Заключение — «В данном зернохранилище либо не соблюдаются правила хранения зерна, либо не налажена охрана» — подразумевается, а не высказывается в явной форме.

2. В умозаключении пропущена одна из посылок. В умозаключениях может быть пропущена первая посылка; она может подразумеваться, если выражает известное положение, теорему, закон и т. д.

В условно-категорическом умозаключении «Сумма цифр данного числа делится на 3, следовательно, данное число делится на 3» опущена первая посылка, формулирующая известную математическую закономерность: «Если сумма цифр данного числа делится на 3, то все число делится на 3».

В приводимом ниже разделительно-категорическом умозаключении также пропущена первая посылка: «Существительное в русском языке может быть женского, мужского или среднего рода», а все умозаключение сокращенно формулируется так: «Данное существительное русского языка не является существительным ни женского рода, ни среднего рода. Следовательно, данное существительное мужского рода».

В приведенном ниже примере сложной конструктивной дилеммы: «Если я пойду через болото, то могу попасть в трясину, а если я пойду в обход, то не успею вовремя доставить донесение. Следовательно, я могу попасть в трясину или не успею вовремя доставить донесение» — вторая посылка не формулируется, а лишь подразумевается: «Я могу идти через болото или в обход».

Можно было бы привести и другие примеры сокращенных умозаключений: чисто условных, условно-категорических, чисто разделительных, разделительно-категорических, условно-разделительных (дилемм, трилемм) с пропущенной первой или второй посылкой, — но предоставляем это самостоятельно сделать читателю.

Итак, рассмотренные нами прямые выводы, такие, как чисто условные, чисто разделительные, условно-категорические, разделительно-категорические и условно-разделительные (лемматические) умозаключения, сформулированные полностью и сокращённые (т. е. в которых пропущена либо одна из посылок, либо заключение), широко используются в процессе научного и обыденного мышления, в процессе обучения в школе и в вузе. Поэтому знание правил построения этих видов умозаключений предостережёт от логических ошибок в мышлении, поможет доказать, аргументированнее строить свои рассуждения и сделать более эффективным обучение учащихся и студентов.

Прямые выводы кроме рассмотренных выше форм включают и такие виды:

1. Простая контрапозиция.

Правило простой контрапозиции имеет следующий вид:

$$\frac{a \rightarrow b}{\bar{b} \rightarrow \bar{a}}$$

Это правило читается так: «Если a имплицирует b , то отрицание b имплицирует отрицание a ». Здесь a и b — переменные, обозначающие произвольные высказывания, или пропозициональные переменные.

Пример:

1. Если данный треугольник равносторонний, то он равноугольный.

Если данный треугольник не равноугольный, то он не равносторонний.

2. Если это вещество фосфор, то оно непосредственно с водородом не соединяется.

Если вещество непосредственно с водородом соединяется, то это вещество не является фосфором.

Заметим, что в логике высказываний $\bar{\bar{a}} \equiv a$.

Формула $(a \rightarrow b) \equiv (\bar{b} \rightarrow \bar{a})$ называется законом простой контрапозиции.

2. Сложная контрапозиция.

$$\frac{(a \wedge b) \rightarrow c}{(a \wedge \bar{c}) \rightarrow \bar{b}} \text{ — правило сложной контрапозиции.}$$

Пример рассуждения по правилу сложной контрапозиции:

Если у меня будут деньги и я буду здорова, то я поеду домой на каникулы.

Если у меня были деньги и я не поехала на каникулы домой, то, следовательно, я не была здорова.

3. Правило импортации (конъюнктивного объединения условий).
П. С. Новиков называет его правилом соединения посылок:

$$\frac{a \rightarrow (b \rightarrow c)}{(a \wedge b) \rightarrow c}$$

Это правило читается так: «Если a имплицирует, что b имплицирует c , то a и b имплицируют c ».

В. А. Сухомлинский писал: «Если учитель стал другом ребенка, если эта дружба озарена благородным увлечением, порывом к чему-то светлому, разумному, в сердце ребенка никогда не появится зло». На основании правила соединения посылок (правила конъюнктивного объединения условий) мы можем это высказывание В. А. Сухомлинского записать иначе, но оно будет эквивалентно прежнему его высказыванию. Заключение: «Если учитель стал другом ребенка и эта дружба озарена благородным увлечением, порывом к чему-то светлому, разумному, то в сердце ребенка никогда не появится зло».

4. Правило экспортации (разъединения условий):

$$\frac{(a \wedge b) \rightarrow c}{a \rightarrow (b \rightarrow c)}$$

Это правило читается так: «Если a и b имплицируют c , то a имплицирует, что b имплицирует c . Правило это обратное предыдущему. Поэтому в качестве иллюстрации можно взять те же мысли В. А. Сухомлинского, только сначала прочитать наше полученное заключение, из которого можно прийти к высказыванию самого В. А. Сухомлинского.

§ 10. НЕПРЯМЫЕ (КОСВЕННЫЕ) ВЫВОДЫ

К ним относятся: рассуждение по правилу введения импликации; сведение «к абсурду»; рассуждение «от противного» (противоречащего).

1. Рассуждение по правилу введения импликации.

Правило вывода сформулировано так:

$$\frac{\Gamma, a \mid\!-\! b}{\Gamma \mid\!-\! a \rightarrow b}$$

Данное правило читается так: «Если из посылок гамма (Γ) и посылки a выводится заключение b , то из одних посылок Γ выводится, что a имплицирует b ». Это правило вывода имеет и другое название: «Теорема о дедукции». Здесь « Γ » может быть и пустым множеством посылок.

Приведем пример рассуждения студента, поясняющий приведенное правило. Пусть Γ содержит следующие посылки: 1) «Я

сдал экзамен по педагогике на «отлично»; 2) «Я сдал экзамен по логике на «отлично»; 3) «Я сдал экзамен по математике на «отлично». Посылка a означает: «Я успешно выполнил всю порученную мне работу на факультете». Заключение b означает: «Я получу повышенную стипендию». То, что записано над чертой, будет содержательно прочитано так: «Если я сдал экзамены по педагогике, логике и математике на «отлично» и успешно выполнил всю порученную мне работу на факультете, то из этого последует заключение: «Я получу повышенную стипендию». То, что записано под чертой, содержательно можно прочитать так: «Я сдал экзамены по педагогике, логике и математике на «отлично». Отсюда следует заключение: «Если я успешно выполню всю порученную мне работу на факультете, то я получу повышенную стипендию».

2. Правило сведения к абсурду. Это правило иначе называется правилом введения отрицания.

$$\frac{\Gamma, a \mid\!-\! b; a \mid\!-\! \bar{b}}{\Gamma \mid\!-\! \bar{a}}$$

Правило читается так: «Если из посылок Γ и посылки a выводится противоречие, т. е. b и \bar{b} , то из одних Γ выводится \bar{a} ». Метод сведения к абсурду широко применяется в мышлении, как научном, так и в полемическом и в обыденном.

В классической двузначной логике метод сведения к абсурду выражается в виде формулы: $\frac{a}{\text{дф}} \mid\!-\! \bar{a} \rightarrow F$, где F — противоречие или ложь. Эта формула говорит о том, что суждение a надо отрицать (считать ложным), если из a вытекает противоречие.

Определение отрицания посредством сведения к абсурду, противоречию широко используется не только в классической, но и в неклассических логиках: в многозначных, конструктивных и интуиционистской.

3. Правило непрямого вывода — рассуждение «от противного» (противоречащего). Доказательство «от противного» применяется тогда, когда нет аргументов для прямого доказательства. Методом «от противного» нередко доказываются математические теоремы.

Суть рассуждения «от противного» подробно будет показана в теме «Доказательство», в разделе «Косвенное доказательство».

Итак, мы рассмотрели правила прямых и непрямых (косвенных) выводов и убедились, что они широко применяются в мышлении. При этом было показано, как та или иная форма прямого или косвенного вывода наполняется конкретным содержанием, взятым из областей педагогики, математики, физики, этики и других областей науки и обыденного мышления, а также из опыта преподавания в средней школе.

§ 11. ИНДУКТИВНЫЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ И ИХ ВИДЫ

Логическая природа индукции

Дедуктивные умозаключения позволяют выводить из истинных посылок при соблюдении соответствующих правил истинные заключения. Индуктивные умозаключения обычно дают нам не достоверные, а лишь правдоподобные заключения.

В определении индукции в логике выявляются два подхода. 1. В традиционной (не в математической) логике *индукцией* называется умозаключение от знания меньшей степени общности к новому знанию большей степени общности (т. е. от отдельных частных случаев мы переходим к общему суждению). 2. В современной математической логике индукцией называют умозаключение, дающее вероятное суждение.

Общее в природе и обществе не существует самостоятельно, до и вне отдельного, а отдельное не существует без общего; общее существует в отдельном, через отдельное, т. е. проявляется в конкретных предметах. Поэтому общее, существенное, повторяющееся и закономерное в предметах познается через изучение отдельного, и одним из средств познания общего выступает индукция. В зависимости от избранного основания выделяют индукцию полную и неполную. По другому основанию выделяют математическую индукцию.

Полной индукцией называется такое умозаключение, в котором общее заключение о всех элементах класса предметов делается на основании рассмотрения каждого элемента этого класса.

Заключение может быть сделано из единичных суждений, как это видно из приведенного ниже умозаключения. Явление, о котором пойдет речь, образно называют «парадом» планет. Один раз в 179 лет все планеты располагаются вместе по одну сторону от Солнца в секторе с углом примерно в 95 градусов. В последний раз это явление наблюдалось в 1982 г.

Земля в 1982 г. была расположена вместе с другими планетами по одну сторону от Солнца в секторе с углом приблизительно в 95 градусов.

Марс в 1982 г. был расположен вместе с другими планетами по одну сторону от Солнца в секторе с углом приблизительно 95 градусов.

.....
.....
.....

Меркурий в 1982 г. был расположен вместе с другими планетами по одну сторону от Солнца в секторе с углом приблизительно 95 градусов.

Земля, Марс, Венера, Нептун, Плутон, Сатурн, Уран, Юпитер, Меркурий — планеты Солнечной системы.

Все планеты Солнечной системы в 1982 г. были расположены вместе по одну сторону от Солнца в секторе с углом приблизительно 95 градусов.

Заключение по полной индукции может быть сделано не только из единичных, но и из общих суждений.

К полной индукции относится доказательство по случаям. Много примеров доказательства по случаям предоставляет математика, в том числе ее школьный курс. Пример доказательства разбором случаев дает теорема: «Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений» ($V = a \cdot b \cdot c$). При доказательстве этой теоремы рассматриваются особо следующие три случая: 1) измерения выражаются целыми числами; 2) измерения выражаются дробными числами; 3) измерения выражаются иррациональными числами.

Полная индукция дает достоверное заключение, поэтому она часто применяется в математических и в других строгих доказательствах. Чтобы использовать полную индукцию, надо выполнить следующие условия:

1. Точно знать число предметов или явлений, подлежащих рассмотрению.

2. Убедиться, что признак принадлежит каждому элементу этого класса.

Математическая индукция

Один из важнейших методов доказательства в математике основан на аксиоме (принципе) математической индукции. Пусть 1) свойство A имеет место при $n = 1$; 2) из предположения о том, что свойством A обладает какое-либо натуральное число n , следует, что этим свойством A обладает и число $n + 1$. Тогда делаем заключение, что свойством A обладает любое натуральное число.

Математическая индукция используется при выведении ряда формул арифметической и геометрической прогрессии, формул бинома Ньютона и др.

§ 12. ВИДЫ НЕПОЛНОЙ ИНДУКЦИИ

Неполная индукция применяется в тех случаях, когда мы, во-первых, не можем рассмотреть все элементы интересующего нас класса явлений; во-вторых, если число объектов либо бесконечно, либо конечно, но достаточно велико; в-третьих, рассмотрение уничтожает объект (например, «Все деревья имеют корни»). Тогда мы рассматриваем не все случаи изучаемого явления, а заключение делаем для всех. Например, при нагревании мы наблюдаем расширение азота, кислорода, водорода и делаем заключение, что все газы при нагревании расширяются. Один из видов неполной индукции — научная индукция — имеет очень большое значение, так как позволяет формулировать общие суждения.

По способам обоснования заключения неполная индукция делится на три вида.

I вид. Индукция через простое перечисление (популярная индукция)

На основании повторяемости одного и того же признака у ряда однородных предметов и отсутствия противоречащего случая делается общее заключение, что все предметы этого рода обладают этим признаком. Так, например, на основе популярной индукции раньше считали, что все лебеди белые, до тех пор пока не встретили в Австралии черных лебедей. Такая индукция дает заключение вероятное, а не достоверное. Характерной и очень распространенной ошибкой является «поспешное обобщение». Например, столкнувшись несколько раз с ошибками в свидетельских показаниях, говорят: «Все свидетели ошибаются», или ученику заявляют: «Ты ничего не знаешь по данному вопросу» и т. п.

На основе популярной индукции народ вывел немало полезных примет: ласточки низко летают — быть дождю; если красный закат солнца, то завтра будет ветреный день, и др.

II вид. Индукция через анализ и отбор фактов

В популярной индукции наблюдаемые объекты выбираются случайно, без всякой системы. В индукции через анализ и отбор фактов стремятся исключить случайность обобщений, так как изучаются планомерно отобранные, наиболее типичные предметы — разнообразные по времени, способу получения и существования и другим условиям. Так вычисляют среднюю урожайность поля, судят о всхожести семян, о качестве больших партий товаров, составе найденных полезных ископаемых. Например, при изучении качества партии рыбных консервов банки берутся из разных холодильников, выпущенные в разные сроки, различными заводами, из различных сортов рыбы.

С древности на основании многолетних наблюдений люди заметили, что серебро очищает питьевую воду. Соли серебра добавляли в составы, которыми лечили от ожогов. Постепенно люди пришли к выводу, что серебро обладает целебными свойствами, и этот вывод был получен на основе индукции через отбор. Впоследствии научные исследования показали, что серебро активирует кислород, уничтожающий бактерии, следовательно, первоначальный вывод оказался правильным.

Понятие вероятности

Различаются два вида понятия «вероятность» — объективная и субъективная вероятность. *Объективная вероятность* — поня-

тие, характеризующее количественную меру возможности появления некоторого события при определенных условиях. Этот вид вероятности дает характеристику объективным свойствам и отношениям массовых явлений случайного характера. Объективная вероятность выражается с помощью математической теории вероятностей. Например, вероятность выпадения «орла» при бросании монеты равна $\frac{1}{2}$, а вероятность выпадения той или иной грани при бросании куба равна $\frac{1}{6}$. Понятие математической вероятности можно плодотворно применять лишь к массовым явлениям, т. е. происходящим много раз. К таким событиям относится появление ребенка определенного пола, появление определенной буквы в большом тексте, выпадение дождя, появление дефектного изделия в отдельных видах массовой продукции и т. д.

Субъективная вероятность позволяет анализировать особенности субъективной, познавательной деятельности людей в условиях неопределенности. Например, человек утверждает: «Весьма вероятно, что в ближайшие годы значительно большее распространение в промышленном производстве получат автоматические манипуляторы (промышленные роботы)». Здесь вероятность выступает как мера субъективной уверенности. Последняя определяется, во-первых, имеющейся (или отсутствующей) у человека информацией; во-вторых, психологическими особенностями человека, которые играют важную роль при оценке человеком степени вероятности наступления того или иного события. В речи для характеристики явлений мы используем различные слова: «очень вероятно», «маловероятно», «невероятно», «неправдоподобно» и др.

Условия повышения степени вероятности выводов посредством индукции через анализ и отбор фактов таковы:

1) количество исследованных экземпляров данного класса должно быть достаточно большим. Например, репрезентативным считается опрос мнения определенного процента от количества людей, составляющих данную группу; в каждом исследуемом случае этот процент, это количество отобранных элементов класса будет иным;

2) элементы класса должны быть отобраны планомерно и быть более разнообразными;

3) изучаемый признак, по которому классифицируются объекты, должен быть типичным для всех его элементов;

4) изучаемый признак должен быть существенным для предметов рассматриваемого класса.

Приведем примеры из социологических исследований, проводимых, в частности, и среди молодежи.

Все множество социальных объектов, изучаемое в пределах, очерченных программой социологического исследования и тер-

риториально-временными границами, образует генеральную совокупность. Возможно сплошное обследование, но оно является примером полной индукции (например, всесоюзные переписи, проводившиеся ЦСУ при Совете Министров СССР в 1959 г. и 1979 г., или, например, изучение всех объектов в пределах данного региона, города, учреждения, школы и т. д.). Здесь же мы рассматриваем неполную индукцию. Примером ее является эмпирическое социологическое исследование, которое проводится на некоторой части генеральной совокупности. Часть социальных объектов генеральной совокупности, выступающих в качестве объектов наблюдения, называется выборочной совокупностью. Модель (т. е. выборочная совокупность) по размеру, разумеется, меньше, чем моделируемая (генеральная) совокупность. Чтобы лучше изучить все целое, надо более четко и правильно выбрать для изучения его часть, тогда будет меньше ошибок в заключениях о целом.

Существуют различные виды выборки: стихийная, квотная, вероятностная и др. При этом должны учитываться следующие требования: полнота, точность, адекватность, удобство работы, отсутствие дублирования единиц наблюдения. Основой могут служить алфавитные списки сотрудников учреждения, школы. Так, например, при изучении удовлетворенности трудом или при изучении социальной активности молодежи данного предприятия основой выборки служит список молодежи этого предприятия.

Под объемом выборки понимается общее число единиц наблюдения, включенных в выборочную совокупность. Выборка должна быть достаточно большой; она зависит от степени однородности генеральной совокупности и от необходимой степени точности выборочных результатов. Выборка, достаточная для изучения одного признака, может оказаться недостаточной для другого.

При выборке часто совершается ошибка, называемая «выбор себе подобных», которую нередко совершают интервьюеры — студенты, молодежь, берущие интервью чаще у тех, с кем им легче общаться, в результате этого часто завышается доля лиц с высшим образованием и молодых по возрасту.

При соответствующем виде выборки и выполнении условий ее осуществления повышается степень вероятности заключений посредством индукции через анализ и отбор фактов.

III вид. Научная индукция

Научной индукцией называется такое умозаключение, в котором на основании познания необходимых признаков или необходимой связи части предметов класса делается общее заключение обо всех предметах этого класса. Научная индукция, так же как полная индукция и математическая индукция, дает достовер-

ное заключение. Достоверность (а не вероятность) заключений научной индукции, хотя она охватывает и не все предметы изучаемого класса, а лишь их часть (и притом небольшую), объясняется тем, что учитывается важнейшая из необходимых связей — причинная. С помощью научной индукции делается заключение: «Всем людям для их жизнедеятельности необходима влага». В частности, Ю. С. Николаев и Е. И. Ниллов в книге «Голодание ради здоровья» пишут, что человек без пищи (при полном голодании) может прожить 30—40 дней, а воду он должен пить ежедневно: без воды человек не может жить, ибо процесс обезвоживания организма человека ведет к нарушению внутриклеточного обмена веществ, что приводит к гибели человека. Голодание же, проводимое под наблюдением врачей, наоборот, способствует при многих заболеваниях (например, хроническом нефрите, гипертонической болезни, стенокардии, атеросклерозе, нейродермите, бронхиальной астме, психозе, общем ожирении и многих других болезнях) выздоровлению при одноразовом или повторном длительном голодании. Этот вывод тоже был получен путем научной индукции.

Причиной излечения этих болезней при длительном голодании является изумительная саморегуляция организма во время полного лечебного голода, когда осуществляется общепатологическая перестройка организма больного человека. Обычное перекармливание, которое ежедневно задает огромную, совершенно ненужную работу желудку и сердцу, — главная причина многих болезней, усталости, ранней дряхлости и преждевременной смерти.

Применение научной индукции позволило сформулировать научные законы, например физические законы Архимеда, Кеплера, Ома и др. Так, закон Архимеда есть проявление свойства всякой жидкости оказывать давление снизу вверх на погруженное в нее тело.

Научная индукция опирается не столько на большое число исследованных фактов, сколько на всесторонность их анализа и установление причинной зависимости, выделение необходимых признаков или необходимых связей предметов и явлений. Поэтому научная индукция и дает достоверное заключение.

Философ С. А. Лебедев в результате изучения категории «индукция» в истории философии и логики показал, что в процессе развития категории индукции произошло ее разделение на метод и вывод. Так рассматривали индукцию в Древней Греции Аристотель, в XIX в. — английский философ и экономист Дж. Ст. Милль и английский логик, экономист и статистик Ст. Джевонс. Индукция как метод научного познания — сложная содержательная операция, включающая в себя наблюдение, анализ, отбор материала, эксперимент и другие средства. Индукция как вывод относится к классу индуктивных умозаключений. Позднее индукция как вывод разделилась на формальную индук-

цию и материальную индукцию. Оба вида индукции обозначают любой вывод, посылки которого имеют менее общий характер, чем заключение. Отличие их в том, что первая не учитывает специфики содержания посылок (обыденное, философское, конкретно-научное и др.), а вторая учитывает, что имеет существенное значение.

Далее материальная индукция разделилась на научную и ненаучную. Научная индукция в посылках опирается только на существенные связи и отношения, благодаря чему достоверность ее заключений носит необходимый характер (хотя она и является неполной индукцией). В современной логике термин «индукция» часто употребляют как синоним понятий «недемонстративный вывод», «вероятностный аргумент». Таковы системы индуктивной логики Р. Карнапа, Я. Хинтички и других логиков. Но отождествление понятий «индукция», «индуктивный вывод» с понятиями «вероятностный вывод», «недемонстративный аргумент» ведет к терминологическому отождествлению разных понятий, так как гносеологическая проблематика индукции шире, чем проблематика вероятностных выводов.

Необходима четкая фиксация существенного различия классического и современного понимания индукции, что важно для решения таких вопросов методологии, как индукция и проблема открытия научных законов, индукция и ее роль в жизни и др. Для различения двух смыслов индукции предполагают классическое понимание обозначить термином «индукция₁» (сокращенно I_1), а современное — «индукция₂» (I_2)⁶.

§ 13. ИНДУКТИВНЫЕ МЕТОДЫ УСТАНОВЛЕНИЯ ПРИЧИННЫХ СВЯЗЕЙ

Понятие причины и следствия

Причина — явление или совокупность явлений, которые непосредственно обуславливают, порождают другое явление (следствие).

Причинная связь является всеобщей, так как все явления, даже случайные, имеют свою причину. Случайные явления подчиняются статистическим закономерностям.

Причинная связь является необходимой, ибо при наличии причины действие (следствие) обязательно наступит. Например, хорошая подготовка и музыкальные способности являются причиной того, что этот человек станет хорошим музыкантом. Но причину нельзя смешивать с условиями. Ребенку можно создать все условия: купить инструмент и ноты, пригласить учителя, купить книги по музыке и т. д., но если нет способностей, то не выйдет из ребенка хорошего музыканта. Условия способствуют

или, наоборот, мешают действию причины, но условия и причина не тождественны.

Методы установления причинной связи

Причинная связь между явлениями определяется посредством ряда методов, описание и классификация которых восходит к Ф. Бэкону и которые были развиты Дж. Ст. Миллем.

Метод сходства. Допустим, требуется выяснить причину какого-то явления *a*. Исходя из определения причины как явления или совокупности явлений, которые предшествуют другому явлению и вызывают его, в данном случае явление *a*, будем анализировать предшествующие *a* явления (табл. 11). В первом случае появления *a* ему предшествовали обстоятельства *ABC*, во втором случае — *ADE*, в третьем случае — *AKM*. Что могло быть причиной *a*? Так как во всех трех случаях общим обстоятельством было *A*, а все остальные обстоятельства были различны, то делается вывод, что, вероятно, *A* является причиной или частью причины явления *a*.

Таблица 11

Случай появления события <i>a</i>	Предшествующие обстоятельства	Наблюдаемое явление
1	<i>ABC</i>	<i>a</i>
2	<i>ADE</i>	<i>a</i>
3	<i>AKM</i>	<i>a</i>

Вероятно, *A* есть причина *a*.

Примером применения метода единственного сходства является выяснение причины заболевания трех человек энцефалитом. В первом случае заболеванию энцефалитом одного человека предшествовали события: *A* — укус иксодового клеща; *B* — начало летнего периода; *C* — пребывание в лесу на Урале. Во втором случае заболеванию человека предшествовали такие события: *A* — укус иксодового клеща; *D* — весенний период; *E* — пребывание в лесистом районе Восточной Сибири. В третьем случае заболеванию человека предшествовали обстоятельства: *A* — укус иксодового клеща; *K* — конец летнего периода; *M* — пребывание в березовом лесу Алтая. Общими во всех трех случаях заболевания энцефалитом трех людей был укус иксодового клеща, что и явилось возможной причиной их заболевания.

Если наблюдаемые случаи какого-либо явления имеют общим лишь одно обстоятельство, то, очевидно, оно и есть причина данного явления.

Метод этот связан с наблюдением.

Метод различия применяется тогда, когда рассматриваются

два случая, различающиеся тем, что в первом случае явление a наступает, а во втором оно не наступает. При исследовании предшествующих обстоятельств установлено, что они как в первом, так и во втором случае сходны во всех пунктах, кроме одного, который в первом случае присутствовал, а во втором отсутствовал (табл. 12).

Таблица 12

Случай	Предшествующие обстоятельства	Наблюдаемое явление
1	$ABCD$	a
2	BCD	—

Вероятно, A есть причина a .

Метод различия в большей степени связан с экспериментом, чем с наблюдением, так как нам приходится произвольно отделять то или другое обстоятельство от других обстоятельств. Например, в аэропорту, чтобы выяснить, нет ли у пассажиров крупных металлических предметов, им предлагают пройти через устройство, снабженное электромагнитом и подсоединенным к нему электрическим звонком. Когда один из туристов группы проходил через данное устройство, зазвенел звонок. Ему предложили вынуть из карманов все металлические предметы. После удаления им связки ключей и металлических денег, когда он повторно прошел через данное устройство, звонок не зазвенел. Следовательно, причиной звонка было наличие именно данных металлических предметов у этого пассажира. Все остальные предшествующие обстоятельства были теми же самыми.

Если случаи, при которых явление наступает или не наступает, различаются только в одном предшествующем обстоятельстве, а все другие обстоятельства тождественны, то это одно обстоятельство и есть причина данного явления.

Другой пример. Если человек съел клубнику и после этого у него появилась аллергическая реакция, в то время как все другие пищевые продукты оставались прежними, и если в последующие дни, когда он не ел клубнику, у него не было аллергических реакций, то врач сделает вывод, что съеденная клубника вызвала у данного больного аллергию.

Метод сопутствующих изменений. Если при изменении предшествующего обстоятельства A изменяется и изучаемое нами явление a , а все остальные предшествующие обстоятельства, например B, C, D, E , остаются неизменными, то A является причиной a .

Например, если мы увеличим скорость движения в 2 раза, то за то же самое время пройденный путь увеличится тоже в 2 раза.

Следовательно, увеличение скорости и есть причина увеличения пройденного пути за тот же промежуток времени.

$S = v \cdot t$ — формула равномерного движения, устанавливающая, что при изменении v или t (скорости движения или времени движения) прямо пропорционально изменяется и путь (величина S).

Трение есть причина нагревания тела; увеличение длины металлического стержня свидетельствует о его нагревании. Эти и другие примеры иллюстрируют применение метода сопутствующих изменений. При этом мы не можем отделить трение от нагревания, поэтому не могли бы использовать метод различия для установления причины нагревания тела.

Если изменение одного обстоятельства всегда вызывает изменение другого, то первое обстоятельство есть причина второго.

Метод остатков. Пусть изучаемое явление K распадается на несколько однородных частей: a, b, c, d . Установлено, что ему предшествуют обстоятельства: A, B, C . При этом известно, что A является причиной a , B — причиной b , C — причиной c . Должно быть сходное с A, B, C обстоятельство D , которое является причиной остающегося необъясненным явления d .

Примером, иллюстрирующим этот метод, является открытие планеты Нептун. Наблюдая за величинами отклонения планеты Уран от вычисленной для нее орбиты, ученые пришли к выводу, что отклонения на величины a, b, c , вызванные наличием влияния планет A, B, C , не исчерпывают реального отклонения от расчетной орбиты. Оставалась еще величина d . На основании этого был сделан вывод, что должна существовать неизвестная планета D , которая и вызывает это отклонение. У. Лавуазье рассчитал положение этой неизвестной планеты, а в 1846 г. И. Галле, построив телескоп, нашел ее на небесной сфере. Так была открыта планета Нептун.

Если известно, что причиной исследуемого явления не служат необходимые для него обстоятельства, кроме одного, то это одно обстоятельство и есть, вероятно, причина данного явления.

Рассмотренные методы установления причинных связей чаще всего применяются не изолированно, а в сочетании, дополняя друг друга.

§ 14. ДЕДУКЦИЯ И ИНДУКЦИЯ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Как в любом процессе мышления (научного или обыденного), так и в процессе обучения дедукция и индукция взаимосвязаны. «Индукция и дедукция связаны между собой столь же необходимым образом, как синтез и анализ. Вместо того чтобы односторонне превозносить одну из них до небес за счет другой, надо стараться применять каждую на своем месте, а этого можно добиться лишь в том случае, если не упускать из виду их связь между собой, их взаимное дополнение друг друга»⁷.

В индукции мы идем от посылок, выражающих знания меньшей степени общности, к новому суждению большей степени общности, от отдельных конкретных явлений к обобщению. В дедукции ход рассуждения противоположный, т. е. от обобщений, выводов мы идем к отдельным конкретным фактам или суждениям меньшей степени общности.

В процессе обучения индуктивный и дедуктивный методы используются в единстве. Индуктивный метод используется тогда, когда изучается новый материал, трудный для учащихся, и когда в результате беседы они смогут сделать сами определенное заключение, обобщение, сформулировать правило, теорему или некоторую закономерность. Индуктивный метод в большей мере активизирует учащихся, однако требует от учителя творческого подхода и гибкости в преподавании. При этом затрачивается больше времени на подведение учащихся к самостоятельному заключению.

Дедуктивный метод состоит в том, что учитель сам формулирует общее суждение, выражающее какое-то правило, закон, теорему и т. д., а затем применяет его, иллюстрирует частными примерами, случаями, фактами, событиями и т. д. Соединение дедукции и индукции в процессе обучения дает два пути объяснения материала: «Индуктивно-дедуктивный путь объяснения материала, когда последнее начинается с индукции и переходит затем в дедукцию (возможно, при значительном перевесе индукции), и путь дедуктивно-индуктивный, когда сообщение учащимся нового осуществляется самим учителем в виде готового, сформулированного им правила или положения с последующими комментариями»⁸.

К. Д. Ушинский высоко ценил применение индукции при изучении грамматики. На специально подобранных примерах он развивал у детей умение подмечать закономерности языка и делать самостоятельные обобщения, формулировать правила, что имело огромное значение для развития мышления младших школьников. Дедукцию Ушинский ценил не меньше индукции и большую роль в обучении языку отводил последующим упражнениям, направленным на подыскание самими учащимися примеров на только что сформулированное правило. Известный советский методист А. В. Текучев, обобщив данные экспериментальной проверки применения этих двух способов изучения материала, сделал вывод о том, что в работе над темой «Однородные члены предложения» (общее понятие, союзы при однородных членах, обобщающие слова) с одинаковым успехом могут быть использованы оба пути; изучение же правил постановки знаков препинания при однородных членах предпочтительнее проводить дедуктивно-индуктивным способом⁹. Эти же приемы используются не только на уроках родного языка, но и на уроках математики, истории, физики и др. Соответствующая методика препода-

вания школьного предмета рекомендует учителям более конкретное использование этих методов в работе над отдельными темами учебной программы.

В математике имеется много приверженцев как индуктивного, так и дедуктивного метода. Например, Л. Д. Кудрявцев полагает, что «на первых этапах обучения надо отдавать предпочтение индуктивному методу, постепенно подготавливая и используя дедуктивный подход»¹⁰, ибо индуктивные методы изложения материала, при которых происходит последовательное обобщение понятий, способствуют более активному усвоению материала. Далее он отмечает: «В последние годы наблюдается стремление заменять по возможности индуктивный подход дедуктивным, целесообразность этого часто представляется сомнительной»¹¹.

Однако как при индуктивном, так и при дедуктивном методе при изложении новых понятий или новых общих теорий необходимо отводить значительное время на конкретные иллюстрации, на разбор примеров, анализ частных ситуаций. От самого учителя зависит оптимальный выбор методов, позволяющий на высоком уровне самостоятельности организовать познавательную деятельность учащихся.

В математике используются различные виды индукции: полная, неполная и математическая. Применение математической индукции покажем на следующем примере. Надо определить сумму n первых нечетных чисел:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1)^{12}.$$

Обозначив эту сумму через $S(n)$, положим $n = 1, 2, 3, 4, 5$; тогда будем иметь:

$$\begin{aligned} S(1) &= 1, \\ S(2) &= 1 + 3 = 4, \\ S(3) &= 1 + 3 + 5 = 9, \\ S(4) &= 1 + 3 + 5 + 7 = 16, \\ S(5) &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25. \end{aligned}$$

Мы наблюдаем интересную закономерность: при $n = 1, 2, 3, 4, 5$ сумма n последовательных нечетных чисел равна n^2 . Но заключение по аналогии, что это имеет место при любом n , сделать нельзя, ибо оно может оказаться ошибочным. Применим метод математической индукции, т. е. предположим, что для какого-то числа n наша формула верна, и попытаемся доказать, что тогда она верна и для следующего числа $n + 1$. Итак, мы полагаем, что $S(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$. Вычислим $S(n + 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) + (2n + 1)$. Но по предположению сумма n первых слагаемых равна n^2 , следовательно,

$$S(n + 1) = n^2 + (2n + 1) = (n + 1)^2.$$

Итак, предположив, что $S(n) = n^2$, мы доказали, что $S(n+1) = (n+1)^2$. Но мы выше проверили, что эта формула верна для $n=1, 2, 3, 4, 5$, следовательно, она будет верна и для $n=6$, и для $n=7$ и т. д. Формула считается доказанной для любого числа слагаемых.

Этим же методом доказывается, что сумма n первых натуральных чисел, обозначенная $S_1(n)$, равна $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$, т. е.

$$S_1(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad ^{13}$$

В математическом мышлении присутствуют не только логические рассуждения, но и математическая интуиция, фантазия и чувство гармонии, позволяющие предвидеть ход решения задачи или доказательства теоремы. Однако в математике, пишет Л. Д. Кудрявцев, «интуитивные соображения и правдоподобные рассуждения отдаются на суд холодного рассудка для их изучения, доказательства или опровержения». Истинность суждения там доказывается «не проверкой его на ряде примеров, не проведением ряда экспериментов, что не имеет для математики доказательной силы, а чисто логическим путем, по законам формальной логики»¹⁴. В ходе обучения математике предполагается, что «использование знаний, математического аппарата, интуиции, чувства гармонии, фантазии, умения думать, логики, эксперимента происходит не последовательно по этапам — все это взаимодействует между собой в течение всего процесса...»¹⁵. В результате этого взаимодействия у учащихся вузов и средних учебных заведений формируется, воспитывается математическая культура. Итак, единство дедукции и индукции в обучении и в научном творчестве своеобразно и ярко проявляется в математике — науке, значительно отличающейся от естественных и от общественных наук как по методам доказательства, так и по методике передачи знаний учащимся.

Выше мы приводили типы и примеры сокращенных умозаключений (категорического силлогизма, условных, разделительных и др.).

В ходе обучения математике учащиеся приобретают способность к свертыванию процесса математического рассуждения при решении задач знакомого типа — об этом писали еще известные русские методисты С. И. Шохо-Троцкий (в 1916 г.) и Ф. А. Эрн (в 1915 г.). Они отмечали, что «при многократном решении однотипных задач учащимися отдельные этапы мыслительного процесса сокращаются и перестают осознаваться, но когда нужно, учащийся может вернуться к полному развернутому рассуждению»¹⁶. Методисты-математики П. А. Шеварев и Н. А. Менчинская в начале 40-х годов также установили соответственно на

алгебраическом и арифметическом материале, что «наряду с развернутыми умозаключениями в умственной деятельности школьников при решении задач занимают определенное место и свернутые умозаключения, когда ученик не осознает правила общего положения, в соответствии с которыми он фактически действует... не выполняет всей той цепи соображений и умозаключений, которые образуют полную, развернутую систему решения»¹⁷. Сокращение процесса рассуждения возникает благодаря упражнениям, причем способные к математике учащиеся переходят к свернутым рассуждениям быстро, средние — медленнее, у неспособных же не замечалось сколько-нибудь заметного свертывания даже в результате многих упражнений. В. А. Крутецкий высказывает такую гипотезу: «Вообще никогда и нигде, вероятно, человек не мыслит до конца развернутыми структурами»¹⁸. Однако способные ученики мыслят свернутыми структурами, сокращенными умозаключениями при решении не только однотипных, но и новых задач; при этом по просьбе экспериментатора эти учащиеся восстанавливали свернутые структуры до полной (с их точки зрения) структуры. «Свернутые» мыслительные структуры способствуют более быстрой переработке информации, ускорению процесса решения задач, упрощают выполнение сложных операций.

Изучая компоненты структуры математических способностей школьников, В. А. Крутецкий проанализировал высказывания ряда ученых-математиков и преподавателей математики средних школ по этому вопросу. Приблизительно 38% опрошенных товарищей обратили внимание на свертывание процесса рассуждения у способных учащихся. Приведем эти высказывания. «Процесс рассуждения у способных учащихся сокращен и никогда не развернут до полной логической структуры. Это очень экономно, и в этом его значение»; «Я часто наблюдал, как мыслят способные ученики, — для учителя и класса это развернутый и последовательный во всех звеньях процесс, а для себя — это отрывочный, беглый, сокращенный, прямо стенограмма мысли»¹⁹.

Перечисляя качества ума этих учащихся, почти все опрошенные учителя математики и математики-ученые (98%) отмечали *способность к обобщению*. «Способный ученик быстро обобщает не только математический материал, но и метод рассуждения, доказательства»; некоторые из опрошенных указывали на способность и даже своеобразную «страсть» к обобщению, способность «видеть общее в разных явлениях», «способность прийти от частного к общему»²⁰.

Если проанализировать знания, умения и навыки учащихся, относящиеся к использованию дедукции и индукции в процессе обучения по дисциплинам нематематического профиля, то наряду с положительными моментами можно выделить и ряд недостатков. Прежде всего недостаточно развито умение использо-

вать дедуктивный ход рассуждений: дав верное определение, учащийся не всегда справляется с анализом конкретного произведения под углом зрения этого определения, у некоторых учащихся отсутствуют выводы по теме сочинения, в сознании учащихся иногда имеет место разрыв между фактологическими и теоретическими знаниями и т. д.

Отмеченные положительные моменты и недостатки в знаниях учащихся свидетельствуют о важном значении умелого сочетания индукции и дедукции в ходе изложения, закрепления и проверки усвоения школьного материала. Общих рецептов по поводу того, как, в какой мере использовать дедуктивный или индуктивный метод в обучении, дать нельзя. В связи с этим можно отметить высказывание Л. Д. Кудрявцева о методических принципах преподавания математики: «К сожалению, не существует точных рецептов, как надо преподавать различные разделы математики. Методика преподавания математики не наука, а искусство. Правда, это вовсе не означает, что методике преподавания математики не надо учить. Всякому искусству можно и должно учить: учатся и художники, и музыканты, и артисты, и писатели»²¹.

На основе разбора ошибок, допускаемых в педагогическом процессе, можно еще раз сделать вывод о творческом характере применения различных методов обучения и воспитания, о недопустимости шаблонного подхода в процессе обучения.

§ 15. УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ ПО АНАЛОГИИ И ЕГО ВИДЫ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АНАЛОГИЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Термин «аналогия» означает сходство двух предметов²² (или двух групп предметов) в каких-либо свойствах или отношениях. Умозаключение по аналогии — один из самых древних видов умозаключения, присущий человеческому мышлению с самых ранних ступеней развития.

Аналогия — умозаключение о принадлежности предмету определенного признака (т. е. свойства или отношения) на основе сходства в признаках с другим предметом. В форме такого умозаключения осуществляется приписывание предмету свойства или перенос отношений.

Посредством аналогии осуществляется перенос информации с одного предмета (модели) на другой (прототип). Посылки относятся к модели, заключение — к прототипу. В аналогии между Землей (модель) и Марсом (прототип), зная, что на Земле существует жизнь, делаем вывод о том, что и на Марсе, вероятно, есть жизнь.

В зависимости от характера информации, переносимой с одного предмета на другой (с модели на прототип), аналогия делится на два вида: аналогия свойств и аналогия отношений.

В *анalogии свойств* рассматриваются два единичных предмета

(или два множества однородных предметов, два класса), а переносимыми признаками являются свойства этих предметов.

Схема аналогии свойств в традиционной логике такова:

Предмет *A* обладает свойствами *a, b, c, d, e, f*.

Предмет *B* обладает свойствами *a, b, c, d*.

Вероятно, предмет *B* обладает свойствами *e, f*.

Примером аналогии свойств может служить аналогия симптомов протекания той или иной болезни у двух разных людей (два единичных предмета) или у двух групп людей (например, взрослых и детей). Исходя из сходства признаков болезни (симптомов), врач ставит диагноз.

Аналогия свойств двух предметов иногда дает не только правдоподобное, но даже достоверное заключение. Например, обнаружено, что геологическая структура Южно-Африканского плоскогорья имеет много общего с геологической структурой Восточно-Сибирской платформы. В алмазных жилах Южной Африки находили голубоватый минерал. Случайно обнаружили такой же голубоватый минерал в устье одной из рек Якутии. Сделали по аналогии заключение, что, вероятно, и в Якутии есть месторождение алмазов. Это заключение подтвердилось. Теперь в Якутии осуществляется промышленная добыча алмазов²³.

В аналогии отношений информация, переносимая с модели на прототип, характеризует отношения между двумя предметами. Пусть имеется отношение (aRb) и отношение (mR_1n). Сходными, аналогичными выступают отношения R и R_1 , но a не аналогично m , а b не аналогично n . Примером является предложенная Резерфордом планетарная модель строения атома, которую он построил на основании аналогии отношения между Солнцем и планетами, с одной стороны, и ядром атома и электронами, которые удерживаются на своих орбитах силами притяжения ядра, — с другой. Здесь R — взаимодействие противоположно направленных сил — сил притяжения и отталкивания — между планетами и Солнцем, а R_1 — взаимодействие противоположно направленных сил — сил притяжения и отталкивания — между ядром атома и электронами.

Кроме деления на два вида — аналогия свойств и аналогия отношений — по характеру выводного знания (по степени достоверности заключения) умозаключения по аналогии можно разделить на три вида: 1) строгая аналогия, дающая достоверное заключение; 2) нестрогая аналогия, дающая вероятное заключение; 3) ложная (вульгарная) аналогия, дающая ложное заключение.

Строгая аналогия

Характерным признаком, отличающим строгую аналогию от

нестрогой и ложной, является наличие необходимой связи общих признаков с переносимым признаком.

Схема строгой аналогии такова:

Предмет *A* обладает признаками *a, b, c, d, e*.

Предмет *B* обладает признаками *a, b, c, d*.

Из совокупности признаков *a, b, c, d* необходимо следует *e*.

Предмет *B* обязательно обладает признаком *e*.

Если из совокупности признаков $M = \{a, b, c, d\}$ закономерно, необходимо следует признак *e*, то эту зависимость можно записать так:

$$(a \wedge b \wedge c \wedge d) \vdash e.$$

(Здесь « \vdash » — знак вывода.) Структура строгой аналогии подобна структуре правила *modus ponens* условно-категорического умозаключения и поэтому дает достоверный, а не правдоподобный вывод.

Строгая аналогия применяется в научных исследованиях, в математических доказательствах. Так, например, формулировка признаков подобия треугольников основана на строгой аналогии. «Если три угла одного треугольника равны трем углам другого треугольника, то эти треугольники подобны» (подобие — вид аналогии).

На свойствах умозаключения по строгой аналогии основан метод моделирования. Научные аналогии позволяют использовать имеющийся к настоящему времени опыт, при этом кроме формально-логических принципов проведения аналогий необходимо учитывать и методологическое требование конкретности истины, рассмотрения явления в конкретно-исторической обстановке.

При овладении управляемой термоядерной реакцией и создании термоядерной энергии люди получат практически неограниченные топливные ресурсы. В природе высокотемпературная плазма в естественном виде существует в атмосфере звезд. «Для управляемого термоядерного синтеза необходимо необычное в земных условиях солнечное вещество — водородная плазма с температурой около ста миллионов градусов. На Солнце она удерживается гравитационным полем, а на Земле ее можно держать в повиновении магнитным полем. Но ведь по воздействию на частицы плазмы магнитное поле совершенно не похоже на гравитационное...»²⁴

Ученые нашей страны предложили способ решения этой проблемы. Созданная ими теория равновесия и устойчивости плазмы уже используется при проектировании термоядерных установок.

Нестрогая аналогия

В отличие от строгой аналогии нестрогая аналогия дает не достоверное, а лишь вероятное заключение. Если ложное суждение обозначить через 0, а истину — через 1, то степень вероятности заключений по нестрогой аналогии лежит в интервале от 1 до 0, т. е. $1 > P(a) > 0$, где $P(a)$ — обозначение вероятности заключения по нестрогой аналогии.

Примерами нестрогой аналогии являются, в частности, следующие: испытание модели корабля в бассейне и заключение о том, что настоящий корабль будет обладать теми же характеристиками, испытание прочности моста на модели, затем построение настоящего моста. При строгом выполнении всех правил построения и испытания модели этот способ умозаключения может приближаться к строгой аналогии и давать достоверное заключение, однако чаще заключение бывает вероятным. Разница в масштабах, между моделью и прототипом (самим сооружением) иногда бывает не только количественной, но и качественной. Так же не всегда можно учесть различие между лабораторными условиями испытания модели и естественными условиями работы самого сооружения, в результате чего возникают ошибки.

Для повышения степени вероятности заключений по нестрогой аналогии следует выполнить ряд условий:

- 1) число общих признаков должно быть возможно большим;
- 2) сходные признаки должны быть существенными. Аналогия на основе сходства, несущественных признаков типична для ненаучного и детского мышления. Например, дети могут съесть ядовитые ягоды на основе их внешнего сходства со съедобными;
- 3) общие признаки должны быть по возможности более разнородными;
- 4) необходимо учитывать количество и существенность пунктов различия. Если предметы различаются в существенных признаках, то заключение по аналогии может оказаться ложным;
- 5) переносимый признак должен быть того же типа, что и сходные признаки.

Ложная аналогия

При нарушении указанных выше правил аналогия может дать ложное заключение, т. е. стать ложной. Вероятность заключения по ложной аналогии равна 0 ($P(a) = 0$). Ложные аналогии иногда делаются умышленно, с целью ввести противника в заблуждение, и тогда они являются софистическим приемом, в других случаях они делаются случайно, в результате незнания правил построения аналогий или отсутствия фактических знаний относительно предметов A и B и их свойств, на основании которых осуществляется аналогия.

Подобную ошибку совершали в XIX в. сторонники вульгарного материализма Л. Бюхнер, К. Фохт и Я. Молешотт, кото-

рые, проводя аналогию между печенью и мозгом, утверждали, что мозг выделяет мысль так же, как печень выделяет желчь.

Обобщим сказанное о строгой, нестрогой и ложной аналогиях. Если $P(a)=1$, т. е. заключение получается достоверным, то это будет строгая аналогия. Если $1 > P(a) > 0$, т. е. заключение будет вероятным, то это будет нестрогая аналогия. Если $P(a)=0$, т. е. заключение — ложное суждение, то это будет ложная аналогия.

Итак, рассмотрены три вида аналогии в зависимости от характера выводного знания, т. е. по степени достоверности заключения: получено истинное заключение, определенная степень вероятности заключения или ложное заключение. Вероятностные заключения тем ценнее, чем их вероятность ближе к 1 (истине).

Мы полагаем, что это деление на три вида в зависимости от степени достоверности заключения можно проследить и на индуктивных умозаключениях, а позднее, в теме «Гипотеза», — и на гипотезах.

В теме «Гипотеза» мы увидим, что существуют гипотезы, превращающиеся в научную теорию, вероятность такой гипотезы равна 1; степень вероятности других гипотез $1 > P(a) > 0$; вероятность ложных гипотез, которые являются ложными суждениями или ложными теоретическими построениями, равна 0 (т. е. $P(a)=0$).

Использование аналогий в процессе обучения

Аналогии используются на уроках по всем школьным дисциплинам. Мы приведем лишь некоторые примеры использования аналогий на уроках истории, физики, астрономии, биологии, математики.

На уроках истории учащиеся встретятся с применением исторических параллелей и аналогий. В науке встречается много аналогий: одни из них дают истинные заключения, другие — ложные; последние аналогии построены с нарушением логических правил. Примером ложной аналогии является аналогия Г. Спенсера, который в классовом обществе выделял различные административные органы и считал их функции аналогичными тем, которые возникают при разделении функций между органами живого тела.

Ложные аналогии нередко встречаются в мышлении. Например, некоторые считают, что если разбить зеркало, то будет несчастье; если перед охотой проткнуть чучело зверя, то охота будет удачной и т. д.

На уроках физики используются в основном строгие аналогии, дающие истинное заключение. Известно, что единство природы обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явле-

ний. В физике такие аналогичные явления весьма часты. В качестве примера можно привести корпускулярно-волновые свойства света и аналогичные свойства электронов. Другой пример. Закон Кулона, определяющий силу электростатического взаимодействия двух неподвижных друг относительно друга точечных зарядов q_1 и q_2 , расстояние между которыми r , выражается формулой

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

Этот закон формулируется так: «Сила электростатического взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами прямо пропорциональна произведению их величин и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними». Коэффициент k зависит от выбора единиц и свойств среды, в которой осуществляется это взаимодействие зарядов.

Аналогичной формулой выражается закон всемирного тяготения Ньютона:

$$F = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Между двумя телами, массы которых m_1 и m_2 , находящимися друг от друга на расстоянии r , действуют равные силы взаимного притяжения, величина которых пропорциональна произведению масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними; γ — коэффициент пропорциональности, или гравитационная постоянная.

Здесь мы видим строгую аналогию, в которой переносимыми признаками являются *не свойства, а отношения* между разными объектами (электрическими зарядами и массами вещества), выраженными аналогичной структурой формул.

На уроках физики учитель демонстрирует применение и нестрогих аналогий. Примеры нестрогих аналогий в физике многочисленны. Часто наблюдается обращение к старым идеям при создании новой техники. В настоящее время, например, снова начинают применяться парусные суда и дирижабли. Однако использование старых идей происходит на новом уровне, а потому здесь может иметь место лишь весьма отдаленная аналогия. За последние 20 лет спутники связи вытеснили подводные средства, но планируется прокладка нового подводного кабеля для связи между Европой и Америкой; он будет построен на световодах. В новейших часах опять появился циферблат со стрелкой (а не с цифровой индикацией), но это не та стрелка, к которой мы привыкли, а лишь ее электронный аналог: бегущие стрелки — это меняющееся изображение.

Использование аналогий в процессе обучения осуществляется

и на уроках астрономии. Вот как описывает открытия Г. Галилея Д. Пойа: «С помощью своего только что изобретенного телескопа он открыл спутников Юпитера. Он заметил, что эти спутники, обращающиеся вокруг планеты Юпитер, аналогичны Луне, обращающейся вокруг Земли, а также аналогичны планетам, обращающимся вокруг Солнца. Он открыл также фазы Венеры и заметил их сходство с фазами Луны»²⁵.

В математике использование аналогий имеет свои особенности. В качестве способа доказательства может использоваться только строгая аналогия. Функции нестрогой аналогии более многообразны. Особенно часто она применяется при решении однотипных задач. Арифметические, алгебраические и геометрические задачи подразделяются на свои типы, виды и подвиды, решение этих задач или подчиняется определенному алгоритму, или происходит по аналогии с другими уже решенными задачами (таковы задачи на бассейны, движение, составление уравнений, геометрические задачи с применением тригонометрии или без нее и т. д.).

Аналогия в математике используется тогда, когда, пытаясь решить предложенную задачу, мы ищем другую, более простую. Например, при решении задачи из стереометрии мы находим подобную задачу в планиметрии; в частности, решая задачу о диагонали прямоугольного параллелепипеда, мы обращаемся к задаче о диагонали прямоугольника.

Между элементами двух систем, S и S' , может существовать однозначное соответствие (называемое изоморфизмом). Если за S принять стороны прямоугольника, а за S' — грани прямоугольного параллелепипеда, то изоморфизм (аналогия) между ними будет в том, что отношения между сторонами прямоугольника сходны с отношениями между гранями параллелепипеда: каждая сторона прямоугольника параллельна и равна одной из других его сторон и перпендикулярна остальным, а каждая грань прямоугольного параллелепипеда параллельна и равна одной из его граней и перпендикулярна остальным.

Можно строить аналогии и между другими фигурами на плоскости и в пространстве: треугольником и пирамидой, параллелограммом и призмой. В преподавании математики аналогия используется и в такой функции. Дается теорема: «Четыре диагонали параллелепипеда имеют общую точку, являющуюся серединой каждой из них». Ставится вопрос: «Существует ли более простая аналогичная теорема?» Такой же вопрос ставится и в отношении следующих теорем: «Сумма любых двух плоских углов трехгранного угла больше, чем третий плоский угол» и «Если две прямые в пространстве пересекаются тремя параллельными плоскостями, то соответствующие отрезки пропорциональны»²⁶. Учащимся даются задания на подбор не только аналогичных теорем, но и аналогичных понятий: «Рассмотрите тетраэдр как тело, аналогичное треугольнику. Перечислите понятия простран-

ственной геометрии, аналогичные следующим понятиям плоской геометрии: параллелограмм, прямоугольник, квадрат, биссектриса угла»²⁷.

В геометрии имеется аналогия между кругом и шаром. Существуют две аналогичные теоремы: «Из всех плоских фигур равной площади наименьший периметр имеет круг» и «Из всех тел равного объема наименьшую поверхность имеет шар». Д. Пойа пишет: «...сама природа расположена в пользу шара. Дождевые капли, мыльные пузыри, Солнце, Луна, наша Земля, планеты шарообразны или почти шарообразны»²⁸.

Д. Пойа приводит забавную аналогию и из области биологии: когда в холодную ночь кот готовится ко сну, он поджимает лапы, свертывается и таким образом делает свое тело насколько возможно шарообразным, очевидно, для того, чтобы сохранить тепло, сделать минимальным его выделение через поверхность своего тела. «Кот, — продолжает Д. Пойа, — не имеющий ни малейшего намерения уменьшить свой объем, пытается уменьшить свою поверхность. Он решает задачу о теле с данным объемом и наименьшей поверхностью, делая себя возможно более шарообразным»²⁹.

Эту аналогию можно использовать как на уроках математики, так и на уроках биологии. Можно также привести аналогии отношения, на основе которых строятся заключения в бионике. Бионика занимается изучением объектов и процессов живой природы с целью использования полученных знаний в новейшей технике. Приведем три примера. Летучая мышь при полете испускает ультразвуковые колебания, затем улавливает их отражение от предметов, безошибочно ориентируясь в темноте: обходит ненужные ей предметы, чтобы не натолкнуться на них в полете, находит нужные, например насекомых или место, где она хочет сесть, и т. д. Человек, используя этот принцип, создал радиолокаторы, обнаруживающие и определяющие местоположение объектов в любых метеорологических условиях. Построены машины-снегоходы, принцип передвижения которых заимствован у пингвинов. Используя аналогию восприятия медузой инфразвука с частотой 8—13 колебаний в секунду (что позволяет медузе заранее распознавать приближение бури по штормовым инфразвукам), ученые создали электронный аппарат, предсказывающий за 15 часов наступление шторма. Приведенные в этом разделе примеры, а также примеры, которые учитель подберет по своей школьной дисциплине, помогут раскрыть перед учащимися эвристические функции умозаключений по аналогии.

Задачи к теме «Умозаключение»

I. Даны три посылки: а) если целое число оканчивается на 0 или на 5, то оно делится на 5; б) данное число делится на 5; в) данное

число не оканчивается на 0. Вытекает ли из этих посылок логическое следствие, что число оканчивается на 5?

II. Построить непосредственные умозаключения — превращение, обращение и противопоставление предикату суждений: а) «Все распространенные предложения имеют второстепенные члены»; б) «Некоторые подлежащие выражаются местоимениями в именительном падеже»; в) «Ни одна медуза не является одноклеточной»; г) «Некоторые летчики — космонавты».

III. Доказать тремя способами: по особым правилам фигур, по модусам, по правилам категорического силлогизма, — являются ли приведенные ниже категорические силлогизмы правильными, а заключение — истинным суждением.

1. Все волки хищные.
Это животное хищное.

Это животное волк.

3. Всякая кража карается законом.

Угон автомобиля есть кража.

Угон автомобиля карается законом.

2. Все кинозалы нуждаются в проветривании.

Это помещение не является кинозалом.

Это помещение не нуждается в проветривании.

4. Все металлы — твердые тела.

Ртуть — металл.

Ртуть — твердое тело.

IV. Восстановить следующие энтимемы до полного категорического силлогизма.

1. Все представители отряда хоботных — млекопитающие, так как хоботные вскармливают детенышей молоком.

2. Должностные лица обязаны в установленные сроки рассматривать предложения и заявления граждан, давать на них ответы и принимать необходимые меры, а В. С. Петров — должностное лицо.

3. Все хвойные деревья нуждаются во влаге, поэтому и ель нуждается во влаге.

V. Определить вид умозаключения, построить схему, написать формулу и доказать, что она тождественно-истинна.

1. Существительное есть самостоятельная часть речи.

Собственное имя есть существительное.

Название города есть собственное имя.

Название столицы есть название города.

«Рим» — название столицы.

«Рим» есть самостоятельная часть речи.

2. Углеводороды есть органические соединения.

Метан — углеводород.

Метан — органическое соединение.

Органические соединения изучает органическая химия.

Метан — органическое соединение.

Метан изучает органическая химия.

3. Все тюльпаны — цветы.

Все цветы — растения.

Все растения используют для питания углекислый газ атмосферы и выделяют в нее кислород.

Все растения, использующие для питания углекислый газ атмосферы и выделяющие в нее кислород, содержат хлорофилл.

Все тюльпаны содержат хлорофилл.

4. Все, что требует мужества и героизма, есть подвиг.

Первый полет человека в космос требовал мужества и героизма.

Первый полет человека в космос есть подвиг.

Подвиги бессмертны.

Первый полет человека в космос есть подвиг.

Первый полет человека в космос бессмертен.

VI. Восстановить эпихейремы, приведенные ниже.

1. Все млекопитающие — организмы, так как все млекопитающие дышат кислородом.

Все обезьяны — млекопитающие, так как они кормят детенышей молоком.

Все обезьяны — организмы.

2. Честное и объективное отношение человека к себе заслуживает уважения, так как оно высоко нравственно.

Самокритика выражает честное и объективное отношение человека к себе, так как самокритика есть правдивое признание человеком своей ошибки.

Самокритика заслуживает уважения.

3. Все растения — организмы, так как все растения питаются.

Все кустарники — растения, так как они обладают свойством фотосинтеза.

Все кустарники — организмы.

4. Всякое преступление карается законом, поскольку оно общественно опасно.
Грабёж есть преступление, так как грабёж — это открытое хищение личного имущества граждан.
-

Грабёж карается законом.

5. Закаливание организма приносит пользу, так как закаливание организма есть профилактика болезней.
Утренняя гимнастика есть закаливание организма, так как утренняя гимнастика укрепляет здоровье.
-

Утренняя гимнастика приносит пользу.

VII. Определить вид умозаключения, написать формулу, доказать, является ли она законом логики.

1. Если животное млекопитающее, то оно относится к типу хордовых.
Это животное не является млекопитающим.
-

Это животное не относится к типу хордовых.

2. Если на металле появились следы ржавчины, то началась коррозия.
Коррозия не началась.
-

На металле не появились следы ржавчины.

3. Если должностное лицо получает взятку, то оно совершает преступление.
Данное должностное лицо не получает взятку.
-

Данное должностное лицо не совершает преступление.

4. Если эта машина — двигатель внутреннего сгорания, то она является тепловым двигателем.
Если эта машина является тепловым двигателем, то в ней топливо сжигается внутри цилиндра.
-

Если эта машина — двигатель внутреннего сгорания, то в ней топливо сжигается внутри цилиндра.

5. Если жизнь тебя обманет, не печалься, не сердись (*А. С. Пушкин.*)
Жизнь тебя обманула.
-

Ты не печалься, не сердись.

VIII. Постройте условно-категорическое умозаключение, первой посылкой которого является следующее высказывание И. В. Гё-

те: «Если хочешь, чтобы твои наставления влияли действительно благотворно на твоих учеников, предостерегай их от бесполезных знаний и ложных правил»³⁰.

IX. Придумайте умозаключение, построенное по формуле

$$((a \rightarrow b) \wedge b) \rightarrow \bar{a}.$$

X. Постройте условно-категорические умозаключения на основе следующих русских пословиц:

Кто в кони пошел, тот и воду вези.

Кто ест скоро, тот и работает споро.

Кто другому яму роет, тот сам в нее попадет.

Кто грамоте горазд, тому не пропасть.

Куй железо, пока горячо.

Куда конь с копытом, туда и рак с клешней.

Ласковый теленок двух маток сосет.

Лбом стены не прошибешь.

XI. Постройте условно-категорические умозаключения на основе следующего сложного суждения: «Попробуй-ка научить сострадать, если человек с детства не страдал, если боится даже самой малой боли, пустякового неудобства и если его всю жизнь предохраняли от сострадания» (С. Алексеев).

Первая условная посылка этого умозаключения такая:

«Если человек с детства не страдал, боится даже самой малой боли, пустякового неудобства, его всю жизнь предохраняли от сострадания, то попробуй-ка научить этого человека сострадать». Формула этой посылки: $(\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge d) \rightarrow e$.

Сформулируйте вторую посылку и заключение.

XII. Приведем пример рассуждений Шерлока Холмса из рассказа «Пестрая лента»:

«В ее остановившихся глазах был испуг, словно у затравленного зверя. Ей было не больше тридцати лет, но в волосах уже блестела седина.

Шерлок Холмс окинул ее своим быстрым всепонимающим взглядом.

— Вам нечего бояться, — сказал он, ласково погладив ее по руке. — Я уверен, что нам удастся отстранить от вас все неприятности... Вы приехали утренним поездом.

— Разве вы меня знаете?

— Нет, но я заметил в вашей левой перчатке обратный билет. Вы рано встали, а потом, направляясь на станцию, долго тряслись в двуколке по скверной дороге.

Дама сильно вздрогнула и в замешательстве взглянула на Холмса.

— Здесь нет никакого чуда, сударыня, — сказал он, улыбаясь. — Левый рукав вашего жилета по крайней мере в семи местах обрызган грязью. Пятна совершенно свежие. Так обрызгаться можно только в двуколке, сидя слева от кучера.

— Все так и было, — сказала она.

Постройте два условно-категорических умозаключения, соответствующих структуре $((a \rightarrow b) \wedge a) \rightarrow b$, взяв за основу приведенные рассуждения Ш. Холмса.

XIII. Определите вид умозаключения, напишите формулу, докажете, является ли она законом логики.

1. Фосфор бывает белый и красный.
Этот фосфор не красный.

Этот фосфор является белым.

2. В зависимости от масштаба карты подразделяются на крупномасштабные, среднемасштабные, мелкомасштабные.
Эта карта не является ни крупномасштабной, ни среднемасштабной.

Данная карта — мелкомасштабная.

3. Зональные природные комплексы Восточно-Европейской равнины делятся на тундру, лесостепь, тайгу, смешанные леса, степь, полупустыню.
Данная природная зона — тайга.

Данная природная зона не является ни тундрой, ни лесостепью, ни смешанным лесом, ни степью, ни полупустыней, ни пустыней.

XIV. В «Словаре античности» в статье «Шерсть» написано: «Шерсть. Служила в античности основным текстильным сырьем. Большую часть шерсти давали овцы, хотя использовалась также козья и верблюжья шерсть... Шерсть получали путем стрижки пинцетными ножницами, реже — выщипыванием»³¹. Постройте два разделительно-категорических умозаключения, используя этот материал: а) на основании видов шерсти; б) на основании способов получения шерсти.

XV. Правильно ли построены следующие два разделительно-категорических умозаключения? Если они построены неправильно, то укажите, какая допущена ошибка.

1. Ученик в переводе предложения ошибся или из-за незнания грамматики языка, или из-за отсутствия знаний о многозначности смысла переводимых слов.
Этот ученик ошибся в переводе предложения из-за незнания грамматики языка.

Этот ученик не ошибся в переводе из-за отсутствия знаний о многозначности смысла переводимых слов.

2. Следствие по делу было проведено недостаточно квалифицированно, или из-за неопытности молодого следователя, или из-за отсутствия необходимых документов, или из-за смерти одного из потерпевших.
Следствие по делу проведено недостаточно квалифицированно не из-за неопытности молодого следователя и не из-за смерти одного из потерпевших.

Следствие по делу было проведено недостаточно квалифицированно из-за отсутствия необходимых документов.

XVI. Определите вид дилеммы или трилеммы, напишите формулу.

1. Если я пойду лесом, то могу попасть в плен, а если я пойду полем, то могу подорваться на mine.

Но я могу идти или лесом, или полем.

Я могу попасть в плен или подорваться на mine.

2. Размышление человека, потерпевшего во время шторма кораблекрушение вблизи скалистых берегов:

Если я поплыву к берегу, то я утону; если я поплыву к берегу, то меня разобьет о прибрежные скалы; если я поплыву к берегу, то меня съедят акулы.

Я не утону, или меня не разобьет о прибрежные скалы, или меня не съедят акулы.

Я не поплыву к берегу.

3. Если у больного острое респираторное заболевание, то больному рекомендуется поставить банки.

Если у больного воспаление легких, то больному рекомендуется поставить банки.

В данном случае у больного или острое респираторное заболевание, или воспаление легких.

Больному рекомендуется поставить банки.

4. Если количество холестерина в плазме крови превышает норму, то он откладывается на стенках сосудов, сосуды теряют эластичность, повышается давление.

В данном случае или холестерин не откладывается в стенках сосудов, или сосуды не теряют эластичность, или давление нормально.

Количество холестерина в плазме крови не превышает нормы.

5. Если Саша добросовестен, то он выполнит свое домашнее задание; если он хороший друг, то он поможет сделать домашнее задание больному товарищу.

В данном случае он не выполнил домашнее задание или не помог своему больному товарищу.

Он недобросовестен или плохой друг.

6. Если я поеду из театра в метро, то мне надо будет долго идти до дома; если я поеду из театра на троллейбусе, то мне придется идти по темной улице.

Но я поеду из театра вечером или в метро, или на троллейбусе.

Мне придется идти по темной улице или надо будет долго идти до дома.

7. Если я поползу по мосту, то меня захватит часовой, а если я пойду по тонкому льду, то могу утонуть.

Я поползу по мосту или пойду по тонкому льду.

Меня захватит часовой или я утону.

8. Если у больного гипертоническая болезнь, то у него повышается артериальное давление, появляется головная боль и ухудшается зрение.

О данном больном известно, что у него или не повысилось артериальное давление, или не появилась головная боль, или не ухудшилось зрение.

Данный больной не болен гипертонической болезнью.

9. У волчицы Акбары³² из логова Базарбай похитил четырех волчат, продал их, а деньги пропил. Рассуждение Бостона во время погони за волчицей Акбарой, утаившей его двухлетнего сына:

Если я выстрелю, то могу попасть в сына, а если я сейчас не выстрелю, то волчица утащит ребенка в свое логово.

Я могу сейчас выстрелить или не стрелять.

Я могу попасть в сына, или волчица утащит ребенка в свое логово.

Вот описание этой погони, данное Чингизом Айтматовым:

«— Стреляй! Стреляй быстрее! — кричала Гулломкан, забыв, что Бостон не может стрелять, пока волчица несет на себе малыша».

(Бостон дважды выстрелил в воздух, чтобы устроить волчицу, но Акбара не испугалась.)

«Акбара продолжала удаляться в сторону каменных завалов, а уж там ей ничего не стоило запутать следы и скрыться из виду. Бостон пришел в отчаяние: как спасти ребенка? Что делать? За что такое чудовищное наказание свалилось на них? За какие грехи?»

— Брось мальчика, Акбара! Брось, прошу тебя, оставь нам нашего сына! — задыхаясь и хрипя, как запаленная лошадь, молил он на бегу похитительницу.

И в третий раз выстрелил Бостон в воздух, и снова пуля просвистела над головой зверя. Каменные завалы все приближались. В обойме теперь было всего два патрона. Понимая, что еще минута — и он упустит последний шанс, Бостон решился выстрелить по волчице... Бостон перезарядил ружье, дослал в патронник последний патрон, снова прицелился и даже не услышал собственного выстрела, а только увидел, как волчица подпрыгнула и завалилась на бок...

И вот, наконец, похолодев, точно на дворе стояла стужа, он подбежал к волчице. И согнулся в три погребели, закачался, корчась в немом крике. Акбара была еще жива, а рядом с ней лежал бездыханный, с простреленной грудью малыш.

А мир, утративший звуки, безмолвствовал. Он исчез, его не стало, на его месте остался только бушующий огненный мрак. Не веря своим глазам, Бостон склонился над телом сына, залитым алой кровью, медленно поднял его с земли и, прижимая к груди, попытался назад, удивляясь почему-то синим глазам издыхающей волчицы. Потом повернулся и, онемев от горя, пошел навстречу бегущим к нему женщинам...

Он брел как слепой, прижимая к груди убитого им малыша. За ним, вопя и причитая, брела Гулломкан, ее поддерживала под руку голосящая соседка».

XVII. Сформулируйте две дилеммы, стоявшие перед Марией Кюри, используя приведенный текст из книги ее дочери Евы Кюри.

«Быстрое продвижение немцев ставит перед Мари вопрос совести: ехать ли ей в Бретань к дочерям или остаться в Париже? А в случае угрозы столице со стороны захватчиков должна ли она уходить вместе с отступающими санитарными службами?»

Мари спокойно взвешивает все за и против и принимает решение: что бы ни случилось, она останется в Париже. Ее удерживает в Париже не только предпринятое ею благое начинание. Она думает о лаборатории, о точных приборах, хранящихся на улице Кювье, о новых кабинетах на улице Пьера Кюри. «Если я буду там, — убеждает она себя, — немцы не осмелятся, пожалуй, разграбить их. Если же я уеду, все пропадет».

Она рассуждает так, несколько лицемеря, чтобы найти логическое оправдание инстинкту, который руководит ею. Упрямой, стойкой Мари не по душе бегство. Трусить — значит играть на руку врагу. Ни за что на свете не доставила бы она удовольствия победительке войти в брошенную лабораторию Кюри. Она вверяет своему шурина Жаку дочерей, подготовив их к разлуке»³³.

XVIII. Сформулируйте дилемму на основе сюжета рассказа А. Конан Дойла «Женитьба бригадира».

«В конце концов объяснение стало неизбежным, и случилось это именно в тот вечер. Мари, несмотря на ее милое негодование, удалили в спальню, а я остался лицом к лицу со стариками, которые засыпали меня вопросами относительно моих намерений и видов на будущее.

— Одно из двух, — сказали они с крестьянской прямоотой, — или вы даёте слово, что обручитесь с Мари, или вы ее никогда больше не увидите.

Я говорил о солдатском долге, о своих надеждах, о будущем, но они стояли на своем. Я ссылался на свою карьеру, а они эгоистично не хотели думать ни о чем, кроме своей дочери. Я оказался поистине в трудном положении. С одной стороны, я не мог отказаться от моей Мари, а с другой — к чему жениться молодому гусару? Наконец, когда меня уже совсем загнали в угол, я умолил их оставить все как было, хотя бы до завтра».

XIX. Найдите в художественной литературе дилеммы и трилеммы военного и мирного времени. Опишите ситуацию, в которой происходит действие, затем четко сформулируйте дилемму, проанализируйте, какую из альтернатив принял человек и каким оказался результат его решения.

Глава VI

ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ АРГУМЕНТАЦИИ

§ 1. ПОНЯТИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

Познание отдельных предметов, их свойств происходит посредством форм чувственного познания (ощущений и восприятий). Мы видим, что этот дом еще не достроен, ощущаем вкус горького лекарства и т. д. Эти истины не подлежат особому доказательству, они очевидны. Однако во многих случаях, например на лекции, в сочинении, в научной работе, в докладе, в ходе полемики, в судебных заседаниях, на защите диссертации и во

многих других, нам приходится доказывать, обосновывать высказанные нами суждения. Доказательность — важное качество правильного мышления.

Доказательство и аргументация тесно связаны, но не тождественны.

Аргументация — способ рассуждения, включающий доказательство и опровержение, в процессе которого создается убеждение в истинности тезиса и ложности антитезиса как у самого доказывающего, так и оппонентов; обосновывается целесообразность принятия тезиса с целью выработки активной жизненной позиции и реализации определенных программ действий, вытекающих из доказываемого положения¹. Понятие «аргументация» богаче по содержанию, чем понятие «доказательство»: целью доказательства является установление истинности тезиса; а целью аргументации еще и обоснование целесообразности принятия этого тезиса, показ его важного значения в данной жизненной ситуации и т. д. В теории аргументации «аргумент» также понимается шире, чем в теории доказательства, ибо первый включает не только аргументы, подтверждающие истинность тезиса, но и аргументы, обосновывающие целесообразность его принятия, демонстрирующие его преимущества по сравнению с другими подобными утверждениями (предложениями). Аргументы в процессе аргументации гораздо разнообразнее, чем в процессе доказательства.

Форма аргументации и форма доказательства также не совпадают полностью. Форма аргументации, так же как и форма доказательства, включает в себя различные виды умозаключений (дедуктивные, индуктивные, по аналогии) или их цепь, но, кроме того, сочетая доказательство и опровержение, предусматривает обоснование. Форма аргументации чаще всего носит характер диалога, ибо аргументатор не только доказывает свой тезис, но и опровергает антитезис оппонента, убеждая его или являющуюся свидетелем дискуссии аудиторию в правильности своего тезиса, стремится сделать их своими единомышленниками.

Диалог как наиболее аргументированная форма ведения беседы пришел к нам из древности (так, Древняя Греция — родина диалогов Платона, техники спора в форме вопросов и ответов Сократа и т. д.). Но диалог — это внешняя форма аргументации: оппонент (что особенно наглядно проявляется в письменной форме аргументации) может только мыслиться. Внутренняя форма аргументации представляет цепь доказательств и опровержений аргументатора в процессе доказательства им тезиса и в осуществлении убеждения². В процессе аргументации выработка убеждений у собеседника или аудитории часто связана с их переубеждением. Поэтому в аргументации велика роль риторики в ее традиционном понимании как искусства красноречия. В этом смысле до сих пор представляет интерес «Риторика» Аристотеля,

в которой наука о красноречии рассматривается как теория и практика убеждения в процессе доказательства истинности тезиса. «Слово есть великий властелин, который, обладая весьма малым и совершенно незаметным телом, совершает чудеснейшие дела. Ибо оно может и страх изгнать, и печаль уничтожить, и радость вселить, и сострадание пробудить», — писал древнегреческий ученый Горгий об искусстве аргументации³. Не было периода в истории, когда бы люди не аргументировали. Без аргументации высказываний невозможно интеллектуальное общение, ибо она — необходимый инструмент человеческого познания истины.

Теория доказательства и опровержения является в современных условиях средством формирования научно обоснованных убеждений. В науке ученым приходится доказывать самые различные суждения, например суждения о том, что существовало до нашей эры, к какому периоду относятся предметы, обнаруженные при археологических раскопках, об атмосфере планет Солнечной системы, о звездах и галактиках Вселенной, о теоремах математики, о направлении развития ЭВМ, об осуществлении долгосрочных прогнозов погоды, о тайнах Мирового океана и космоса. Все эти суждения должны быть научно обоснованы.

Доказательство — это совокупность логических приемов обоснования истинности тезиса.

Доказательство связано с убеждением, но не тождественно ему: доказательство должно основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны, например, на религиозной вере, на предрассудках, на неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, на видимости доказательности, основанной на различного рода софизмах. Поэтому убедить — еще не значит доказать.

Структура доказательства: тезис, аргументы, демонстрация. *Тезис* — это суждение, истинность которого надо доказать. *Аргументы* — это те истинные суждения, которыми пользуются при доказательстве тезиса. *Формой доказательства*, или *демонстрацией*, называется способ логической связи между тезисом и аргументами.

Приведем пример доказательства. Поль С. Брэгг так обосновывает тезис, сформулированный в начале высказывания: «Купить здоровье нельзя, его можно только заработать своими собственными постоянными усилиями: только упорная и настойчивая работа над собой позволит каждому сделать себя энергичным долгожителем, наслаждающимся бесконечным здоровьем. Я сам заработал здоровье своей жизнью. Я здоров 365 дней в году, у меня не бывает никаких болей, усталости, дряхлости тела. И вы можете добиться таких же результатов!»⁴

Различают несколько видов аргументов.

1. **Удостоверенные единичные факты.** К такого рода аргумен-

там относится так называемый фактический материал, т. е. статистические данные о населении, территории государства, количестве вооружения, свидетельские показания, подпись лица на документе, научные данные, научные факты. Роль фактов в обосновании выдвинутых положений, в том числе научных, очень велика.

В «Письме к молодежи» И. П. Павлов призывал молодых ученых к изучению и накоплению фактов: «Изучайте, сопоставляйте, накапливайте факты.

Как ни совершенно крыло птицы, оно никогда не смогло бы поднять ее ввысь, не опираясь на воздух.

Факты — воздух ученого. Без них вы никогда не сможете взлететь. Без них ваши «теории» — пустые потуги.

Но изучая, экспериментируя, наблюдая, старайтесь не оставаться у поверхности фактов. Не превращайтесь в архивариусов фактов. Пытайтесь проникнуть в тайну их возникновения. Настойчиво ищите законы, ими управляющие»⁵. Ценой десятков тысяч проведенных опытов, сбора научных фактов И. В. Мичурин создает свою стройную научную систему выведения новых сортов растений. Сначала он увлекся работами по акклиматизации южных и западноевропейских плодовых культур в условиях средней полосы России. Путем гибридизации И. В. Мичурин сумел создать свыше 300 сортов плодовых и ягодных культур. Это яркий пример того, как подлинный ученый собирает и обрабатывает огромный научный фактический материал.

В статье «Статистика и социология» В. И. Ленин писал о доказательной роли фактов следующее: «Точные факты, бесспорные факты... вот что особенно необходимо, если хотеть серьезно разобраться в сложном и трудном вопросе... Факты, если взять их в их *целом*, в их *связи*, не только «упрямая», но и безусловно доказательная вещь... Необходимо брать не отдельные факты, а *всю совокупность* относящихся к рассматриваемому вопросу фактов, *без единого* исключения, ибо иначе неизбежно возникнет подозрение, и вполне законное подозрение, в том, что факты выбраны или подобраны произвольно, что вместо объективной связи и взаимозависимости исторических явлений в их *целом* преподносится «субъективная» стряпня для оправдания, может быть, грязного дела. Это ведь бывает... чаще, чем кажется»⁶.

2. Определения как аргументы доказательства. Определения понятий формулируются в каждой науке. Правила и виды определений были рассмотрены в теме «Понятия»; там же были даны многочисленные примеры определений из различных наук: математики, химии, биологии, географии и др.

3. Аксиомы и постулаты. В математике, механике, теоретической физике, математической логике и других науках кроме определений вводят аксиомы. Аксиомы — это суждения, которые принимаются в качестве аргументов без доказательства.

4. Ранее доказанные законы науки и теоремы как аргументы доказательства. В качестве аргументов доказательства могут выступать ранее доказанные законы физики, химии, биологии и других наук, теоремы математики (как классической, так и конструктивной). Законы материалистической диалектики также могут служить аргументами в процессе доказательства. Юридические законы являются аргументами в ходе судебного доказательства.

В ходе доказательства какого-либо тезиса может использоваться не один, а несколько из перечисленных видов аргументов.

§ 2. ПРЯМОЕ И НЕПРЯМОЕ (КОСВЕННОЕ) ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Доказательства по форме делятся на прямые и не прямые (косвенные). Прямое доказательство идет от рассмотрения аргументов к доказательству тезиса, т. е. истинность тезиса непосредственно обосновывается аргументами. Схема этого доказательства такова: из данных аргументов (*a, b, c...*) необходимо следует доказываемый тезис *q*. По этому типу проводятся доказательства в судебной практике, в науке, в полемике, в сочинениях школьников, при изложении материала учителем и т. д.

Широко используется прямое доказательство в статистических отчетах, в различного рода документах, в постановлениях, в художественной и другой литературе. Приведем пример прямого доказательства, использованного И. Буниным в стихотворении «В степи».

А к нам идет угрюмая зима:
Засохла степь, лес гложет и желтеет,
Осенний ветер, тучи нагоняя,
Открыл в кустах звериные лазы,
Листвой засыпал доли и овраги,
И по ночам в их черной темноте,
Под шум деревьев, свечками мерцают,
Таинственно блуждая, волчья очи...
Да, край родной не радует теперь!

Прямым является и такое доказательство. «Была жуткая ночь: выл ветер, дождь барабанил в окна. И вдруг среди грохота бури раздался вопль ужаса» (*А. Конан Дойл*).

На уроке истории при прямом доказательстве тезиса «Народ — творец истории» учитель, во-первых, показывает, что народ является создателем материальных благ, во-вторых, обосновывает огромную роль народных масс в политике, в-третьих, раскрывает его большую роль в создании духовной культуры.

На уроках химии прямое доказательство горючести сахара может быть представлено в форме категорического силлогизма:

Все углеводы горючи.
Сахар — углевод.

Сахар горюч.

В современном журнале мод «Бурда» с помощью прямого доказательства тезис «Зависть — корень всех зол» обосновывается следующими аргументами: «Зависть не только отравляет людям повседневную жизнь, но может привести и к более серьезным последствиям, поэтому наряду с ревностью, злобой и ненавистью, несомненно, относится к самым плохим чертам характера.

Подкрavшись незаметно, зависть ранит больно и глубоко. Человек завидует благополучию других, мучается от сознания того, что кому-то более повезло».

Непрямое (косвенное) доказательство — это доказательство, в котором истинность выдвинутого тезиса обосновывается путем доказательства ложности антитезиса. Если тезис обозначить буквой a , то его отрицание (\bar{a}) будет антитезисом, т. е. противоречащим тезису суждением.

Апагогическое косвенное доказательство (или доказательство «от противного») осуществляется путем установления ложности противоречащего тезису суждения. Этот метод часто используется в математике.

Пусть a — тезис (или теорема), который надо доказать. Предполагаем от противного, что a ложно, т. е. истинно \bar{a} (или \bar{a}). Из допущения \bar{a} выводим следствия, которые противоречат действительности или ранее известным теоремам. Имеем $a \vee \bar{a}$, при этом \bar{a} ложно, значит, истинно его отрицание, т. е. $\bar{\bar{a}}$, которое по закону двузначной классической логики ($\bar{\bar{a}} \rightarrow a$) дает a . Значит, истинно a , что и требовалось доказать.

Следует заметить, что в конструктивной логике формула $\bar{a} \rightarrow a$ не является выводимой, поэтому ею в доказательствах в конструктивной математике и конструктивной логике пользоваться нельзя; закон исключенного третьего также «отвергается» (не является выводимой формулой), поэтому косвенные доказательства там не применяются.

Примеров доказательства «от противного» очень много в школьном курсе математики. Так, например, методом «от противного» доказывается теорема: «Если две прямые перпендикулярны к одной и той же плоскости, то они параллельны». Доказательство этой теоремы начинается словами: «Предположим противное, т. е. что прямые AB и CD не параллельны». Тогда они пересекаются и образуют треугольник с двумя внутренними прямыми углами, поэтому сумма всех трех внутренних углов треугольника больше 180° . Но это противоречит ранее доказанной теореме о том, что сумма внутренних углов любого треугольника равна 180° .

Следовательно, наше предположение, что AB и CD не параллельны, ложно, из чего (по закону исключенного третьего)

вытекает доказанность теоремы о параллельности прямых AB и CD .

Разделительное доказательство (методом исключения). Анти-тезис является одним из членов разделительного суждения, в котором должны быть обязательно перечислены все возможные альтернативы, например:

Преступление могли совершить только либо A , либо B , либо C .

Доказано, что не совершали преступление ни A , ни B .

Преступление совершил C .

Истинность тезиса устанавливается путем последовательного доказательства ложности всех членов разделительного суждения, кроме одного.

Здесь применяется структура отрицающе-утверждающего модуса разделительно-категорического силлогизма. Заключение будет истинным, если в разделительном суждении предусмотрены все возможные случаи (альтернативы), т. е. если оно является закрытым (полным) дизъюнктивным суждением.

$$\frac{a \vee b \vee c \vee d; \bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}}{d} \quad (1)$$

Как ранее отмечалось, в этом модусе союз «или» может употребляться как строгая дизъюнкция ($\dot{\vee}$) и как нестрогая дизъюнкция (\vee), поэтому ему соответствуют две логические схемы (1 и 2).

$$\frac{a \dot{\vee} b \dot{\vee} c \dot{\vee} d; \bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}}{d} \quad (2)$$

§ 3. ПОНЯТИЕ ОПРОВЕРЖЕНИЯ

Опровержение — логическая операция установления ложности или необоснованности ранее выдвинутого тезиса.

Опровержение должно показать, что: 1) неправильно построено само доказательство (аргументы или демонстрация); 2) выдвинутый тезис ложен или не доказан.

Суждение, которое надо опровергнуть, называется *тезисом опровержения*. Суждения, с помощью которых опровергается тезис, называются *аргументами опровержения*.

Существуют три способа опровержения: 1) опровержение тезиса (прямое и косвенное); 2) критика аргументов; 3) выявление несостоятельности демонстрации.

1. Опровержение тезиса (прямое и косвенное)

Опровержение тезиса осуществляется с помощью следующих трех способов (первый — прямой способ, второй и третий — косвенные способы).

1. Опровержение фактами — самый верный и успешный способ опровержения. Ранее подробно говорилось о роли подбора фактов, о методике оперирования ими; все это должно учитываться и в процессе опровержения фактами, противоречащими тезису. Должны быть приведены действительные события, явления, статистические данные, результаты эксперимента, свидетельские показания, научные данные, которые противоречат тезису, т. е. опровергаемому суждению. Например, чтобы опровергнуть тезис «На Венере возможна органическая жизнь», достаточно привести такие данные: температура на поверхности Венеры 470—480 градусов Цельсия, а давление 95—97 атмосфер. Эти данные свидетельствуют о том, что жизнь на Венере в известных нам формах невозможна.

2. Установление ложности (или противоречивости) следствий, вытекающих из тезиса. Доказывается, что из данного тезиса вытекают следствия, противоречащие истине. Этот прием называется «сведение к абсурду» (*reductio ad absurdum*).

Как уже отмечалось, в классической двузначной логике метод сведения к абсурду выражается в виде формулы $\bar{a} \stackrel{df}{=} a \rightarrow F$, где F — противоречие или ложь.

В более общей форме принцип сведения (приведения) к абсурду выражается такой формулой: $(a \rightarrow b) \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow \bar{a})$.

3. Опровержение тезиса через доказательство антитезиса. По отношению к опровергаемому тезису (суждению a) выдвигается противоречащее ему суждение (т. е. \bar{a}), и суждение \bar{a} (антитезис) доказывается. Если антитезис истинен, то тезис ложен, третьего не дано.

Например, надо опровергнуть широко распространенный тезис «Все собаки лают» (суждение A , общеутвердительное). Для суждения A противоречащим будет суждение O — частноотрицательное: «Некоторые собаки не лают». Для доказательства последнего достаточно привести несколько примеров или хотя бы один пример: «Собаки у пигмеев никогда не лают». Итак, доказано суждение O . В силу закона исключенного третьего если O истинно, то A ложно. Следовательно, тезис опровергнут.

II. Критика аргументов

Подвергаются критике аргументы, которые были выдвинуты оппонентом в обоснование его тезиса. Доказывается ложность или несостоятельность этих аргументов.

Ложность аргументов не означает ложности тезиса: тезис может оставаться истинным.

$$\frac{a \rightarrow b, \bar{a}}{\text{Вероятно, } \bar{b}}$$

Нельзя достоверно умозаключать от отрицания основания

к отрицанию следствия. Но достаточно бывает показать, что тезис не доказан. Иногда бывает, что тезис истинен, но человек не может подобрать для его доказательства истинные аргументы. Случается и так, что человек не виновен, но не имеет достаточных аргументов для доказательства этого.

III. Выявление несостоятельности демонстрации

Этот способ опровержения состоит в том, что показываются ошибки в форме доказательства. Наиболее распространенной ошибкой является подбор таких аргументов, из которых истинность опровергаемого тезиса не вытекает. Доказательство может быть построено неправильно, если нарушено какое-либо правило дедуктивного умозаключения.

Обнаружив ошибки в ходе демонстрации, мы опровергаем ее ход, но не опровергаем сам тезис. Доказательство же истинности тезиса обязан дать тот, кто его выдвинул.

Часто все перечисленные способы опровержения тезиса, аргументов, хода доказательства применяются не изолированно, а в сочетании друг с другом.

§ 4. ПРАВИЛА ДОКАЗАТЕЛЬНОГО РАССУЖДЕНИЯ. ЛОГИЧЕСКИЕ ОШИБКИ, ВСТРЕЧАЮЩИЕСЯ В ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ И ОПРОВЕРЖЕНИИ

Если будет нарушено хотя бы одно из перечисленных ниже правил, то могут произойти ошибки, относящиеся к доказываемому тезису, аргументам или к самой форме доказательства.

I. Правила, относящиеся к тезису

1. *Тезис должен быть логически определенным, ясным и точным.*

Иногда люди в своем выступлении, письменном заявлении, научной статье, докладе, лекции не могут четко, ясно, однозначно сформулировать тезис. На собрании некоторые выступающие не могут четко сформулировать 2—3 тезиса, а затем весомо, аргументированно изложить их перед слушателями. И слушатели недоумевают: зачем он выступал в прениях и что хотел доказать?

2. *Тезис должен оставаться тождественным, т. е. одним и тем же на протяжении всего доказательства или опровержения.*

Ошибки, совершаемые относительно доказываемого тезиса

1. *«Подмена тезиса».* Согласно правилам доказательного рассуждения, тезис должен быть ясно сформулирован и оставаться одним и тем же на протяжении всего доказательства или опровержения. При нарушении его возникает ошибка, называ-

емая «подмена тезиса». Суть ее в том, что один тезис умышленно или неумышленно подменяют другим и этот новый тезис начинают доказывать или опровергать. Это часто случается во время спора, дискуссии, когда тезис оппонента сначала упрощают или расширяют его содержание, а затем начинают критиковать. Тогда тот, кого критикуют, заявляет, что оппонент приписывает ему то, чего он не говорил. Ситуация эта весьма распространена, она встречается и при защите диссертаций, и при обсуждении опубликованных научных работ, и на различного рода собраниях и заседаниях, и при редактировании научных или литературных статей. Здесь происходит нарушение закона тождества, так как нетождественные тезисы пытаются отождествлять, что и приводит к логической ошибке.

2. «Довод к человеку». Ошибка состоит в подмене доказательства самого тезиса ссылками на личные качества того, кто выдвинул этот тезис. Например, вместо того чтобы доказывать ценность и новизну диссертационной работы, говорят, что диссертант — заслуженный человек, что он много потрудился над диссертацией и т. д. Разговор классного руководителя, например, с учителем русского языка об оценке, поставленной ученику, иногда сводится не к доказательству, что этот ученик заслужил эту оценку своими знаниями, а к ссылкам на личные качества ученика: он хороший общественник, много болел в этой четверти, по другим всем предметам он успеваает и т. д.

В научных работах иногда вместо конкретного анализа материала, изучения современных научных данных и результатов практики в подтверждение приводят цитаты из высказываний крупных ученых, видных деятелей и этим ограничиваются, полагая, что одной ссылкой на авторитет достаточно. При этом цитаты могут вырваться из контекста и иногда произвольно трактоваться. «Довод к человеку» часто представляет собой просто софистический прием, а не ошибку, допущенную непреднамеренно.

Разновидностью «довода к человеку» является ошибка, называемая «довод к публике», состоящая в попытке повлиять на чувства людей, чтобы те поверили в истинность выдвинутого тезиса, хотя его и нельзя доказать.

3. «Переход в другой род». Имеются две разновидности этой ошибки: а) «кто слишком много доказывает, тот ничего не доказывает»; б) «кто слишком мало доказывает, тот ничего не доказывает».

В первом случае ошибка возникает тогда, когда вместо одного истинного тезиса пытаются доказать другой, более сильный тезис, и при этом второй тезис может оказаться ложным. Если из a следует b , но из b не следует a , то тезис a является более сильным, чем тезис b . Например, если вместо того чтобы доказывать, что этот человек не начинал первым драку, начнут доказы-

вать, что он не участвовал в драке, то ничего не смогут доказать, если этот человек действительно дрался и кто-нибудь это видел.

Ошибка «кто слишком мало доказывает, тот ничего не доказывает» возникает тогда, когда вместо тезиса *a* мы докажем более слабый тезис *b*. Например, если, пытаясь доказать, что это животное — зебра, мы доказываем, что оно полосатое, то ничего не докажем, так как тигр — тоже полосатое животное.

II. Правила по отношению к аргументам

1. Аргументы, приводимые для доказательства тезиса, должны быть истинными.

2. Аргументы должны быть достаточным основанием для доказательства тезиса.

3. Аргументы должны быть суждениями, истинность которых доказана самостоятельно, независимо от тезиса.

Ошибки в основаниях (аргументах) доказательства

1. *Ложность оснований («Основное заблуждение»)*. В качестве аргументов берутся не истинные, а ложные суждения, которые выдают или пытаются выдать за истинные. Ошибка может быть непреднамеренной. Например, геоцентрическая система Птолемея была построена на основании ложного допущения, согласно которому Солнце вращается вокруг Земли. Ошибка может быть и преднамеренной (софизмом), совершенной с целью запутать, ввести в заблуждение других людей (например, дача ложных показаний свидетелями или обвиняемыми в ходе судебного следования, неправильное опознание вещей или людей и т. п.).

2. *«Предвосхищение оснований»*. Эта ошибка совершается тогда, когда тезис опирается на недоказанные аргументы, последние же не доказывают тезис, а только предвосхищают его.

3. *«Порочный круг»*. Ошибка состоит в том, что тезис обосновывается аргументами, а аргументы обосновываются этим же тезисом. Это разновидность ошибки «применение недоказанного аргумента». Примером может служить ошибка в рассуждениях Д. Уэстона, одного из деятелей английского рабочего движения. Указывая на эту ошибку, Маркс пишет: «Итак, мы начинаем с заявления, что стоимость товаров определяется стоимостью труда, а кончаем заявлением, что стоимость труда определяется стоимостью товаров. Таким образом, мы поистине вращаемся в порочном кругу и не приходим ни к какому выводу»⁷.

III. Правила к форме обоснования тезиса (демонстрации) и ошибки в форме доказательства

Тезис должен быть заключением, логически следующим из аргументов по общим правилам умозаключений или полученным в соответствии с правилами косвенного доказательства.

Ошибки в форме доказательства

1. *Мнимое следование.* Если тезис не следует из приводимых в его подтверждение аргументов, то возникает ошибка, называемая «не следует». Иногда вместо правильного доказательства аргументы соединяют с тезисом посредством слов: «следовательно», «итак», «таким образом», «в итоге имеем» и т. п., — полагая, что они установили логическую связь между аргументами и тезисом. Эту логическую ошибку часто неосознанно допускают люди, не знакомые с правилами логики, полагающиеся на свой здравый смысл и интуицию. В результате возникает словесная видимость доказательства.

В качестве примера логической ошибки мнимого следования Б. А. Воронцов-Вельяминов в своем учебнике «Астрономия» указал на широко распространенное мнение, что шарообразность Земли якобы доказывается следующими аргументами: 1) при приближении корабля к берегу сначала из-за горизонта показываются верхушки мачт, а потом уже корпус корабля; 2) кругосветные путешествия и др. Но из этих аргументов следует не то, что Земля имеет форму шара (точнее, геоида), а только то, что Земля имеет кривизну поверхности, замкнутость формы. Для доказательства шарообразной формы Земли Б. А. Воронцов-Вельяминов предлагает другие аргументы: 1) в любом месте Земли горизонт представляется окружностью, и дальность горизонта всюду одинакова; 2) во время лунного затмения тень Земли, падающая на Луну, всегда имеет округлые очертания, что может быть только в том случае, если Земля шарообразна.

2. *От сказанного с условием к сказанному безусловно.* Аргумент, истинный только с учетом определенного времени, отношения, меры, нельзя приводить в качестве безусловного, верного во всех случаях. Так, если кофе полезен в небольших дозах (например, для поднятия артериального давления), то в больших дозах он вреден. Аналогично мышьяк ядовит, но в небольших дозах его добавляют в некоторые лекарства. Лекарства врачи должны подбирать для больных индивидуально. Педагогика требует индивидуального подхода к учащимся; этика определяет нормы поведения людей, и в различных условиях они могут несколько варьироваться (например, правдивость — положительная черта человека, разглашение военной тайны — преступление).

Нарушение правил умозаключений (дедуктивных, индуктивных, по аналогии)

1. *Ошибки в дедуктивных умозаключениях.* Например, в условно-категорическом умозаключении нельзя вывести заключение от утверждения следствия к утверждению основания. Так, из посылок: «Если число оканчивается на 0, то оно делится на 5»

и «Это число делится на 5» — не следует заключение: «Это число оканчивается на 0». Ошибки в дедуктивных умозаключениях были подробно освещены ранее, в частности, например, в простом категорическом силлогизме заключение делается по II фигуре с двумя утвердительными посылками.

2. *Ошибки в индуктивных умозаключениях.* Одна из таких ошибок — «поспешное обобщение», например утверждение, что «все свидетели дают необъективные показания». Другой ошибкой является «после этого — значит, по причине этого» (например, пропажа вещи обнаружена после прихода в дом этого человека, значит, он ее унес). На этой логической ошибке основаны все суеверия.

3. *Ошибка в умозаключениях по аналогии.* Ошибки по аналогии можно проиллюстрировать примерами ложных аналогий, рассмотренных нами ранее (так называемые вульгарные аналогии), в том числе аналогии алхимиков. Главная цель алхимии — нахождение так называемого «философского камня» для превращения неблагородных металлов в золото и серебро, получения эликсира долголетия, универсального растворителя и т. п. Вместе с этим следует отметить и некоторую положительную роль алхимии.

Примером отчасти могут служить ритуальные танцы, которые устраивают африканские пигмеи накануне охоты на слона. Ритуал этот основан на мистических представлениях этого народа, и в нем, несомненно, присутствует представление об аналогии, хотя последнее и не исчерпывает существа этого обряда.

«Охота на слонов требует особых приготовлений. Нужно умиловить злых духов, получить моральную поддержку всех обитателей деревни... Накануне охоты в деревне разыгрывают настоящий спектакль, в котором охотники, сделав чучело слона и поставив его на поляне, показывают своим сородичам, как они будут охотиться. «Артисты» сначала осторожно двигаются, внимательно прислушиваясь и вглядываясь вперед. Знаками они поддерживают связь друг с другом... Тут вступают в игру барабаны. Они громко бьют, предупреждая, что охотники наши след...

Внезапно всех как будто пронизывает электрическим током; я вздрагиваю и почти перестаю крутить ручку киноаппарата. Барабаны громыхают: «Бум!» Предводитель резко выпрямляется, машет рукой товарищам и со страхом и ликованием взор устремляет в чучело слона, которое в этот момент всем присутствующим кажется настоящим, живым гигантом... Охотники замирают и несколько секунд, показавшихся мне бесконечно долгими, смотрят на слона. Затем охотники отходят на семь или восемь шагов и начинают взволнованно обсуждать план атаки... Предводитель должен первым поразить слона копьем. Он подкрадывается к слону сзади, но вдруг его глаза расширяются от страха, как будто слон стал поворачиваться, и он стремглав бросается к лесу... Три раза предводитель подкрадывается к слону и три раза убегает прочь... Затем охотники, изобразив преследование раненого слона, бросаются на него, яростно обрушивают копыя в чучело и опрокидывают его... Охотники исполняют вокруг поверженного чучела свой победный танец... Через 5 минут под аккомпанемент барабанов пляшут уже все зрители — энергично и весело» (Страны и материка. М., 1981, с. 79—82).

Непреднамеренная ошибка, допущенная человеком в мышлении, называется *паралогизмом*. Преднамеренная ошибка (как уже не раз отмечалось), совершаемая с целью запутать противника и выдать ложное суждение за истинное, называется *софизмом*. Философские софизмы В. И. Ленин сравнивал с математическими софизмами. Он писал, что они похожи, «как две капли воды, на те рассуждения, которые математики называют математическими софизмами и в которых — строго логичным, на первый взгляд, путем — доказывається, что дважды два пять, что часть больше целого и т. д.»⁸.

Математические софизмы собраны в целом ряде книг⁹. Так, Ф. Ф. Нагибин формулирует следующие математические софизмы: 1) « $5=6$ »; 2) « $2 \cdot 2=5$ »; 3) « $2=3$ »; 4) «Все числа равны между собой»; 5) «Любое число равно половине его»; 6) «Отрицательное число равно положительному»; 7) «Любое число равно нулю»; 8) «Из точки на прямую можно опустить два перпендикуляра»; 9) «Прямой угол равен тупому»; 10) «Всякая окружность имеет два центра»; 11) «Длины всех окружностей равны» и многие другие. Например, $2 \cdot 2=5$. Требуется найти ошибку в следующих рассуждениях. Имеем числовое тождество: $4:4=5:5$. Вынесем за скобки в каждой части этого тождества общий множитель. Получим $4(1:1)=5(1:1)$. Числа в скобках равны. Поэтому $4=5$, или $2 \cdot 2=5$.

$5=1$. Желая доказать, что $5=1$, будем рассуждать так. Из чисел 5 и 1 по отдельности вычтем одно и то же число 3. Получим числа 2 и -2 . При возведении в квадрат этих чисел получаются равные числа 4 и 4. Значит, должны быть равны и исходные числа 5 и 1. Где ошибка?¹⁰

Понятие о логических парадоксах

Парадокс — это рассуждение, доказывающее как истинность, так и ложность некоторого суждения, иными словами, доказывающее как это суждение, так и его отрицание. Парадоксы были известны еще в древности. Примерами парадоксов являются: «куча», «лысый», «каталог всех нормальных каталогов», «мэр города», «генерал и брадобрей» и др.

Парадокс «куча». Разница между кучей и не кучей — не в одной песчинке. Пусть у нас есть куча (например, песка). Начинаем от нее брать каждый раз по одной песчинке, и куча остается кучей. Продолжаем этот процесс. Если 100 песчинок — куча, то 99 — тоже куча и т. д. 10 песчинок — куча, 9 — куча, ..., 3 песчинки — куча, 2 песчинки — куча, 1 песчинка — куча. Итак, суть парадокса в том, что постепенные количественные изменения (убавление на 1 песчинку) не приводят к качественным изменениям.

Парадокс «лысый» аналогичен парадоксу «куча», т. е. разница между лысым и не лысым не в одной волосинке.

Парадоксы теории множеств

В письме Готтлобу Фреге от 16 июня 1902 г. Бертран Рассел сообщил о том, что он обнаружил парадокс множества всех нормальных множеств (нормальным множеством называется множество, не содержащее себя в качестве элемента).

Примерами таких парадоксов являются «каталог всех нормальных каталогов», «мэр города», «генерал и брадобрей» и др.

Парадокс «мэр города» состоит в следующем: каждый мэр города живет или в своем городе, или вне его. Был издан приказ о выделении одного специального города, где бы жили только эти мэры, не живущие в своем городе. Где должен жить мэр этого специального города? Если он хочет жить в своем городе, то он не может этого сделать, так как там могут жить только мэры, не живущие в своем городе; если же он не хочет жить в своем городе, то, как и все мэры, не живущие в своих городах, он должен жить в отведенном городе, т. е. в своем. Итак, он не может жить ни в своем городе, ни вне его.

Парадокс «генерал и брадобрей» состоит в следующем: каждый солдат может сам себя брить или бриться у другого солдата. Генерал издал приказ о выделении одного специального солдата-брадобрея, у которого брились бы только те солдаты, которые себя не бреют. У кого должен бриться этот специально выделенный солдат-брадобрей? Если он хочет сам себя брить, то он не может этого сделать, так как он может брить только тех солдат, которые себя не бреют; если же он не будет себя брить, то, как и все солдаты, не бреющие себя, он должен бриться только у одного специального солдата-брадобрея, т. е. у себя. Итак, он не может ни брить себя, ни не брить себя.

Этот парадокс аналогичен парадоксу «мэр города».

Рассмотрим парадокс Рассела о нормальных множествах в виде *парадокса о «каталоге всех нормальных каталогов»*.

Парадокс этот получается так: каталоги подразделяются на два рода: 1) такие, которые в числе перечисленных каталогов не упоминают себя (нормальные), и 2) такие, которые сами входят в число перечисляемых каталогов (ненормальные).

Библиотекарь дается задание составить каталог всех нормальных и только нормальных каталогов. Должен ли он при составлении своего каталога упомянуть и составленный им? Если он упомянет его, то составленный им каталог окажется ненормальным, т. е. он не имел права упоминать его. Если же библиотекарь не упомянет его, то один из нормальных каталогов — тот, который он составил, — окажется не упомянутым, хотя он

должен был упомянуть все нормальные каталоги. И так, он не может ни упомянуть, ни не упомянуть составляемый им каталог.

Как же тут быть? На этом же примере видно, как могут быть разрешены соответствующие парадоксы. В самом деле, естественно заметить, что понятие «нормальный каталог» не имеет фиксированного объема, пока не установлено, какие каталоги следует рассматривать: в какой, например, библиотеке и в какое время они находятся. Если будет дано задание составить каталог всех нормальных каталогов на 10 мая 1985 г., то объем понятия «каталог всех нормальных каталогов» будет фиксирован и при составлении своего каталога библиотекарь не должен будет упоминать его же. Но если перед ним поставят снова аналогичное задание после того, как его прежний каталог уже будет составлен, то ему придется учесть и этот каталог. Так будет разрешен парадокс.

Таким образом, в логику входит категория времени, категория изменения: приходится рассматривать изменяющиеся объемы понятий. А рассмотрение объема в процессе его изменения — это уже аспект диалектической логики. Трактовка парадоксов математической логики и теории множеств, связанных с нарушением требований диалектической логики, принадлежит профессору С. А. Яновской.

Имеются и другие способы избежать противоречий такого рода.

§ 6. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО И ДИСКУССИЯ

Роль доказательства в научном познании и дискуссиях сводится к подбору достаточных оснований (аргументов) и к показу того, что из них с логической необходимостью следует тезис доказательства.

Правила ведения дискуссии можно показать на примере проведения диспута. Диспут позволяет рассматривать, анализировать проблемные ситуации, развивает способность аргументированно отстаивать свои знания, свои убеждения.

Диспуты могут быть спланированы заранее или возникнуть экспромтом (в походе, после просмотра кинофильма и т. д.). В первом случае заранее можно прочитать литературу, подготовиться, преимущество второго — в эмоциональном отношении его участников к обсуждаемому предмету. Очень важно выбрать тему диспута, она должна звучать остро и проблематично. Например, можно избрать такие темы: «Твои идеалы»; «Самостоятельно пополнять свои знания, ориентироваться в стремительном потоке научной и политической информации — как воспитываешь ты у себя это умение?»; «Вопрос самому себе: «Что сегодня полезного дал я людям?»; «Только ли ты один имеешь право распоряжаться собой?» и др.

В ходе диспута надо поставить 3—4 вопроса, но таких, чтобы на них нельзя было дать однозначных ответов. Вот, например, какие вопросы предлагаются к теме диспута «Твои принципы — отстаиваешь ли ты их?»:

1. Быть принципиальным — что это значит?
2. Что, по-твоему, больше помогает в жизни: осторожное благоразумие или беспощадная прямота?
3. Принципиальность, такт, чуткость — как это соотносить?

Диспуты требуют значительной подготовки. В процессе подготовки мнения учащихся выявляются путем анкетирования, их ответы изучаются и обобщаются. Учащиеся заранее изучают рекомендованную учителем литературу.

При подготовке сами учащиеся составляют «Правила диспута», например такие:

— Прежде чем спорить, продумай главное, что ты хочешь доказать.

— Если ты пришел на диспут, обязательно выступи и докажи свою точку зрения.

— Говори просто и ясно, логично и последовательно.

— Говори только то, что тебя волнует, в чем убежден, не утверждай того, в чем не разобрался сам.

— Спорить по-честному: не искажай мыслей того, с чьим мнением ты не согласен.

— Не повторяй того, что до тебя уже было сказано.

— Не размахивай руками, не повышай тона, лучшее доказательство — точные факты, железная логика.

— Уважай того, кто с тобой спорит: постарайся ничем не обидеть, не оскорбить товарища, покажи, что ты не только силен в споре, но и воспитан.

Эти правила лучше изложить в ярком красочном плакате, который извещал бы о предстоящем диспуте и вывешивался за 1—2 дня до него.

Во время диспута руководитель не должен перебивать выступающих. Заключительное слово не может сводиться ни к морализированию, ни к попыткам рассудить спорящих; следует подчеркнуть коллективные находки и те выводы, к которым пришли самостоятельно, а также поставить вопросы для дальнейшего обсуждения.

Искусство ведения спора называют эристикой (от греческого — спор), так же называется и раздел логики, изучающий приемы спора. Существуют различные виды диалога: спор, полемика, дискуссия, диспут, беседа, дебаты, свара, прения и др.

Для того чтобы дискуссия, спор были плодотворными, т. е. могли достигнуть своей цели, требуется соблюдение определенных условий. Например, А. Л. Никифоров рекомендует помнить о соблюдении следующих условий при ведении спора¹¹. Прежде всего должен существовать предмет спора — некоторая пробле-

ма, тема, к которой относятся утверждения участников дискуссии. Если такой темы нет, спор оказывается беспредметным, он вырождается в бессодержательный разговор. Должна существовать реальная противоположность спорящих сторон, т. е. стороны должны придерживаться противоположных убеждений относительно предмета спора. Если нет реального расхождения позиций, то спор вырождается в разговор о словах, т. е. оппоненты говорят об одном и том же, но используя при этом разные слова, что и создает видимость расхождения. Необходима также некоторая общая основа спора, т. е. какие-то принципы, положения, убеждения, которые признаются обеими сторонами. Если нет ни одного положения, с которым согласились бы обе стороны, то спор оказывается невозможным. Требуется некоторое знание о предмете спора: бессмысленно вступать в спор о том, о чем ты не имеешь ни малейшего представления. К условиям плодотворного спора относится также способность быть внимательным к своему противнику, умение выслушивать и желание понимать его рассуждения, готовность признать свою ошибку и правоту собеседника. Только при соблюдении перечисленных условий дискуссия или спор могут привести к обнаружению истины или выявлению ложности, к согласию или к победе истинного мнения.

Спор — это не только столкновение противоположных мнений, но и борьба характеров. Приемы, используемые в споре, разделяются на допустимые и недопустимые (т. е. лояльные и нелояльные). Когда противники стремятся установить истину или достигнуть общего согласия, они используют только лояльные приемы. Если же кто-то из оппонентов прибегает к нелояльным приемам, то это свидетельствует о том, что его интересует только победа, добытая любыми средствами. С таким человеком не следует вступать в спор. Однако знание нелояльных приемов спора необходимо: оно помогает людям разоблачать их применение в конкретном споре. Иногда их используют бессознательно или в запальчивости, в таких случаях указание на использование нелояльных приемов служит дополнительным аргументом, свидетельствующим о слабости позиции оппонента.

А. Л. Никифоров выделяет следующие лояльные (допустимые) приемы спора, которые просты и многочисленны. Важно с самого начала захватить инициативу: предложить свою формулировку предмета спора, план обсуждения, направлять ход полемики в нужном для вас направлении. В споре важно *не обороняться, а наступать*. Предвидя возможные аргументы оппонента, следует высказать их самому и тут же ответить на них. Важное преимущество в споре получает тот, кому удастся *возложить бремя доказывания* или опровержения на оппонента. И если он плохо владеет приемами доказательства, то может запутаться в своих рассуждениях и будет вынужден признать себя побежден-

ным. Рекомендуется *концентрировать внимание* и действия на наиболее слабом звене в аргументации оппонента, а не стремиться к опровержению всех ее элементов. К лояльным приемам относится также использование *эффекта внезапности*: например, наиболее важные аргументы можно приберечь до конца дискуссии. Выказав их в конце, когда оппонент уже исчерпал свои аргументы, можно привести его в замешательство и одержать победу. К лояльным приемам относится и стремление взять *последнее слово* в дискуссии: подводя итоги спора, можно представить его результаты в выгодном для вас свете.

Некорректные, нелояльные приемы используются в тех случаях, когда нет уверенности в истинности защищаемой позиции или даже осознается ее ложность, но тем не менее есть желание одержать победу в споре. Для этого приходится ложь выдавать за истину, недостоверное — за проверенное и заслуживающее доверия.

Большая часть нелояльных приемов связана с сознательным нарушением правил доказательства¹². Сюда относится *подмена тезиса*: вместо того чтобы доказывать или опровергать одно положение, доказывают или опровергают другое положение, лишь по видимости сходное с первым. В процессе спора часто стараются тезис противника сформулировать как можно более широко, а свой — максимально сузить. Более общее положение труднее доказать, чем положение меньшей степени общности (см. гл. VI, § 4).

Значительная часть нелояльных приемов и уловок в споре связана с *использованием недопустимых аргументов*. Аргументы, используемые в дискуссии, в споре, могут быть разделены на два вида: аргументы *ad rem* (к делу, по существу дела) и аргументы *ad hominem* (к человеку). Аргументы первого вида имеют отношение к обсуждаемому вопросу и направлены на обоснование истинности доказываемого положения. В качестве таких аргументов могут использоваться суждения об удостоверенных единичных фактах; определения понятий, принятых в науке; ранее доказанные законы науки и теоремы. Если аргументы данного вида удовлетворяют требованиям логики, то опирающееся на них доказательство будет корректным (см. подробнее об этих видах аргументов в данной книге, гл. VI, § 1).

Аргументы второго вида не относятся к существу дела, направлены не на обоснование истинности выдвинутого положения, а используются лишь для того, чтобы одержать победу в споре. Они затрагивают личность оппонента, его убеждения, апеллируют к мнениям аудитории и т. п. С точки зрения логики все аргументы *ad hominem* некорректны и не могут быть использованы в дискуссии, участники которой стремятся к выяснению и обоснованию истины. Наиболее распространенными разновидностями аргументов *ad hominem* многие логики считают следующие.

1. *Аргумент к личности* — ссылка на личные особенности оппонента, его убеждения, вкусы, внешность, достоинства и недостатки. Использование этого аргумента ведет к тому, что предмет спора остается в стороне и предметом обсуждения оказывается личность оппонента, причем обычно в негативном освещении. Разновидностью этого приема является «навешивание ярлыков» на оппонента, его утверждения, на его позицию. Встречается аргумент к личности и с противоположной направленностью, т. е. ссылающийся не на недостатки, а, напротив, на достоинства человека. Такой аргумент часто используется в юридической практике защитниками обвиняемых (см. об ошибках «Довод к человеку» и «Довод к публике» в данной книге, гл. VI, § 4).

2. *Аргумент к авторитету* — ссылка на высказывания или мнения великих ученых, общественных деятелей, писателей и т. п. в поддержку своего тезиса. Такая ссылка может показаться вполне допустимой, однако она не корректна. Так, ученый, ставший выдающимся в какой-то области, может не быть столь же авторитетен во всех других областях и ошибаться. Поэтому ссылка на то, что какой-то великий человек придерживается такого-то мнения, ничего не говорит об истинности этого мнения.

Аргумент к авторитету имеет множество разнообразных форм: ссылаются на авторитет общественного мнения, авторитет аудитории, авторитет оппонента и даже на собственный авторитет. Иногда изобретают вымышленные авторитеты или приписывают реальным авторитетам такие суждения, которых они никогда не высказывали.

3. *Аргумент к публике* — ссылка на мнения, настроения, чувства слушателей. Человек, пользующийся таким авторитетом, обращается уже не к своему оппоненту, а к присутствующим или даже случайным слушателям, стремясь привлечь их на свою сторону и с их помощью оказать психологическое давление на противника. Одна из наиболее эффективных разновидностей аргумента к публике — ссылка на материальные интересы присутствующих. Если одному из оппонентов удастся показать, что отстаиваемый его противником тезис затрагивает материальное положение, доходы и т. п. присутствующих, то их сочувствие будет, несомненно, на стороне первого.

4. *Аргумент к тщеславию* — расточение неумеренных похвал оппоненту в надежде сделать его мягче и покладистой. Выражения: «Я верю в глубокую эрудицию оппонента», «Оппонент — человек выдающихся достоинств» и т. п. — можно считать завуалированными аргументами к тщеславию.

5. *Аргумент к силе* («к палке») — угроза неприятными последствиями, в частности угроза применения или прямое применение каких-либо средств принуждения. У всякого человека, наделенного властью, физической силой или вооруженного, всегда велико искушение прибегнуть к угрозам в споре с интеллектуаль-

но превосходящим его противником. Однако следует помнить о том, что согласие, вырванное под угрозой насилия, ничего не стоит и ни к чему не обязывает согласившегося.

6. *Аргумент к жалости* — возбуждение в другой стороне жалости и сочувствия. Этот аргумент бессознательно используется многими людьми, которые усвоили себе манеру постоянно жаловаться на тяготы жизни, трудности, болезни, неудачи и т. п., в надежде пробудить в слушателях сочувствие и желание уступить, помочь в чем-то.

7. *Аргумент к невежеству* — использование таких фактов и положений, о которых оппонент ничего не знает, ссылка на сочинения, которых, как заведомо известно, он не читал. Люди часто боятся признаться в том, что они чего-то не знают, считая, что этим они якобы роняют свое достоинство. В споре с такими людьми аргумент к невежеству действует безотказно. Однако если не бояться признать, что чего-то не знаешь, и попросить противника рассказать подробнее о том, на что он ссылается, может выясниться, что его ссылка не имеет никакого отношения к предмету спора.

Все перечисленные аргументы являются некорректными и не должны использоваться в строго логичном и этически корректном споре. Заметив аргумент подобного рода, следует указать оппоненту на то, что он прибегает к некорректным способам ведения спора, следовательно, не уверен в прочности своих позиций. Добросовестный человек при этом должен будет признать, что ошибся. С недобросовестным человеком лучше вообще не вступать в спор.

В ходе полемики, дискуссии, спора надо осторожно пользоваться языковыми средствами. В. А. Сухомлинский писал о большой силе слова, о необходимости пользоваться им тактично, ибо необдуманно сказанное слово может причинить много вреда: «Знай, что твое неразумное, холодное, равнодушное слово может обидеть, уязвить, огорчить, вызвать смятение, потрясти, ошеломить». О бестактности некоторых людей, проявляющейся в их речи, писал французский писатель, мастер афористической публицистики Ж. Лабрюйер: «Для иных людей говорить — значит обижать: они колючи, едки, их речь — смесь желчи с полынной настойкой; насмешки, издевательства, оскорбления текут из уст, как слюна». И наоборот, о роли положительных эмоций, вызванных добрыми словами, известный просветитель XVIII в. Т. Пэн сказал так: «Если одно-два приветливых слова могут сделать человека счастливым, надо быть негодяем, чтобы отказать ему в этом».

Задачи к теме «Доказательство»

I. Найти тезис, аргументы, указать способ доказательства.

1. «Славное место эта долина! Со всех сторон горы, непри-

ступные, красноватые скалы, обвешанные зеленым плющом и увенчанные купами чинар, желтые обрывы, исчерченные промоинами, а там высоко-высоко золотая бахрома снегов, а внизу Арагва, обнявшись с другой безымянной речкой, шумно вырывающейся из черного полного мглою ущелья, тянется серебряной нитью и сверкает, как змея своей чешуею» (М. Ю. Лермонтов).

2. «Страсти вводят нас в заблуждение, так как они сосредотачивают все наше внимание на одной стороне рассматриваемого предмета и не дают нам возможности исследовать его всесторонне» (К. Гельвеций).

3. «Смерть для человека — ничто, так как, когда мы существуем, смерть еще не присутствует, а когда смерть присутствует, тогда мы не существуем» (Эпикур).

4. «Воздержанность и труд — вот два истинных врача человека: труд обостряет его аппетит, а воздержанность мешает злоупотреблять им» (Ж.-Ж. Руссо).

5. «Назойлив только глупец: умный человек сразу чувствует, приятно его общество или наскучило, и уходит за секунду до того, как станет ясно, что он — лишний» (Ж. Лабрюйер).

II. В приводимых ниже отрывках найти тезисы и соответствующие аргументы, подтверждающие эти тезисы.

1. *«Без личного труда человек не может идти вперед; не может оставаться на одном месте, но должен идти назад. Тело, сердце и ум человека требуют труда, и это требование так настоятельно, что если, почему бы то ни было, у человека не окажется своего личного труда в жизни, тогда он теряет настоящую дорогу и перед ним открываются две другие, обе одинаково губельные: дорога неутолимого недовольства жизнью, мрачной апатии и бездонной скуки или дорога добровольного, незаметного самоуничтожения, по которой человек быстро спускается до детских прихотей или скотских наслаждений. На той и на другой дороге смерть овладевает человеком заживо потому, что труд — личный, свободный труд — и есть жизнь»*¹³.

2. «Сделавшись императором, Клавдий немедленно приказал казнить Кассия Херею и еще нескольких человек, причастных к убийству Калигулы, однако отменил все его жестокие постановления и тем самым заслужил всеобщее признание»¹⁴.

3. «Римские плебеи имели все основания быть довольными Клавдием, который помимо организации раздач и зрелищ проявил заботу о благоустройстве столицы: провел новые водопроводы, реконструировал порт в Остии и обеспечил регулярный подвоз хлеба в Рим»¹⁵.

III. Найти логическую и математическую ошибку в следующем рассуждении (решении задачи).

«Доказать», что $2 \times 2 = 5$.

Берется равенство: $16 - 36 = 25 - 45$. Затем к обеим частям равенства прибавляется по равной величине $20^{1/4}$, получается: $16 - 36 + 20^{1/4} = 25 - 45 + 20^{1/4}$. Затем делаются следующие преобразования:

$$4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9/2 + (9/2)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 9/2 + (9/2)^2, (4 - 9/2)^2 = (5 - 9/2)^2.$$

Отсюда делается заключение: $4 - 9/2 = 5 - 9/2$, $4 = 5$, $2 \times 2 = 5$. В чем кроется ошибка?¹⁶

IV. В чем кроются логические ошибки, допущенные в следующих софизмах?

1. Все, что ты не потерял, ты имеешь.
Ты не потерял рогов.

Ты имеешь рога.

2. В древности был известен софизм «Эватл». Древнегреческий софист Протагор давал уроки Эватлу. Они договорились, что после первого выигранного Эватлом судебного процесса ученик платит своему учителю за обучение. Но Эватл не провел ни одного судебного процесса, поэтому не платил учителю за обучение. Протагор сказал, что подаст на Эватла в суд и Эватл ему заплатит: если судьи присудят уплатить, то он обязан будет уплатить по решению суда, а если судьи не присудят уплатить, то Эватл оплатит за свое учение по их договору, так как он выиграл этот первый процесс.

На это Эватл ответил, что он не уплатит ни в том, ни в другом случае, ибо если судьи присудят уплатить, то, значит, он проиграл свой первый процесс и не обязан платить по их договору, а если судьи не присудят платить, то он не заплатит по решению суда.

В чем состоит нарушение законов логики, допущенное в этом софизме?

V. В период перед поступлением в вузы преподаватель математики повесил такое объявление: «Даю уроки математики для поступающих в вузы. Платят за обучение только те, кто прошел в институт по конкурсу». Какие могут встретиться варианты, связанные с оплатой согласно этому объявлению?

Глава VII ГИПОТЕЗА

§ 1. ГИПОТЕЗА КАК ФОРМА РАЗВИТИЯ ЗНАНИЙ

В науке, обыденном мышлении мы идем от незнания к знанию, от неполного знания к более полному; нам приходится выдвигать и затем обосновывать различные предположения для объяснения явлений и их связи с другими явлениями. Мы выдвигаем гипотезы, которые могут перейти при их подтверждении в научные теории или в отдельные истинные суждения, или, наоборот, будут опровергнуты и окажутся ложными суждениями.

Гипотеза — это научно обоснованное предположение о причинах или взаимосвязях каких-либо явлений или событий природы, общества и мышления.

Научно обоснованные предположения (гипотезы) надо отличать от плодов беспочвенной фантазии в науке. В письме, обращенном к научной молодежи, И. П. Павлов предостерегал от выдвижения пустых гипотез. Он писал: «Никогда не пытайтесь прикрыть недостатки своих знаний хотя бы и самыми смелыми догадками и гипотезами. Как бы ни тешил ваш взор своими переливами этот мыльный пузырь — он неизбежно лопнет и ничего, кроме конфуза, у вас не останется»¹.

Существуют неверные гипотезы, например существовавшая до Коперника гипотеза неподвижности Земли. Новая гелиоцентрическая система была изложена Николаем Коперником (1473—1543) в основном сочинении — в книге «О вращениях небесных сфер»; эта книга через 73 года после появления была внесена Ватиканом в Индекс запрещенных изданий, где она числилась до 1822 г. Рассматривая аргументы сторонников господствующей в то время геоцентрической системы, Н. Коперник писал, в частности, следующее: «Итак, обнаруживается, что в процессе доказательства, которое называется *μέθοδος* (методом), они или пропустили что-нибудь необходимое, или допустили что-то чуждое и никак не относящееся к делу. Этого не могло бы случиться, если бы они следовали истинным началам. Действительно, если бы принятые ими гипотезы не были ложными, то, вне всякого сомнения, полученные из них следствия оправдались бы»².

Гипотеза является формой развития и естественных, и общественных, и технических наук; с точки зрения логической структуры она не сводится к какой-то одной форме мышления: понятию, суждению или умозаключению, — а включает в свой состав все эти формы.

Виды гипотез

В зависимости от степени общности научные гипотезы можно разделить на общие, частные и единичные.

Общая гипотеза — это научно обоснованное предположение о причинах, законах и взаимосвязях природных и общественных явлений, а также закономерностях психической деятельности человека. Общие гипотезы выдвигаются с целью объяснения всего класса описываемых явлений, выведения закономерного характера их взаимосвязей во всякое время и в любом месте. Примером общей гипотезы является гипотеза Демокрита об атомистическом строении вещества, которая впоследствии превратилась в научную теорию; другой пример — гипотезы об органическом или неорганическом происхождении нефти и др. В случае подтверждения общая гипотеза становится научной теорией.

Частная гипотеза — это научно обоснованное предположение о причинах, происхождении и о взаимосвязях части объектов, выделенных из класса рассматриваемых объектов природы, общественной жизни или психической деятельности человека.

Частные гипотезы создаются для выяснения причин возникновения закономерностей у некоторого подмножества элементов данного множества.

Вот, например, три современные частные гипотезы: «Серьезной философской и общебиологической проблемой является вопрос о происхождении вирусов. Палеонтологи, занимающиеся происхождением растений и животных, имеют в своем распоряжении ископаемые остатки, по которым они могут в общих чертах проследить основные этапы, основные звенья эволюции. Что касается вирусов, то даже и мечтать о таких объектах исследования не приходится. Пока остается только разрабатывать гипотезы. В соответствии с одной из них вирусы берут начало от нормальных компонентов клеток, которые вышли из-под контроля механизмов регуляции. В соответствии с другой гипотезой вирусы — это потомки бактерий, перешедших на внутриклеточный паразитический способ жизни. В процессе эволюции бактерии-предки потеряли способность к самостоятельному обмену веществ, лишились клеточной оболочки. Более естественной выглядит гипотеза о происхождении вирусов от первичных доклеточных форм жизни. Однако ни одно из предположений еще не нашло достоверного подтверждения»³. Опасность вирусов состоит в том, что «по оценке многих специалистов, в настоящее время вирусы снижают мировой урожай на 70—80%»⁴.

Существует также несколько частных гипотез о причинах возникновения злокачественных опухолей, в том числе и гипотеза об онкогенных РНК, содержащих вирусы.

Среди множества проблем, связанных с подготовкой длитель-

ных космических полетов, наиболее серьезной и наименее решенной, как отмечают ученые, является проблема сосуществования человека с вирусами в замкнутом пространстве кораблей. Поэтому очень важным аспектом биологических работ являются исследования в области вирусологии; и превращение гипотез в научно обоснованные теории будет иметь большое научное и практическое значение.

Гипотезы в области вирусологии мы называем частными, а не общими потому, что они выдвигаются для выяснения закономерностей отдельных, только некоторых из организмов — вирусов, а иногда даже не всех вирусов, а их отдельных разновидностей.

Единичная гипотеза — научно обоснованное предположение о причинах, происхождении и взаимосвязях единичных фактов, конкретных событий или явлений. Врач строит единичные гипотезы в ходе лечения конкретного больного, подбирая для него индивидуально медикаменты и их дозировку.

Приведем несколько единичных гипотез, выдвигавшихся по поводу картины Рафаэля (1483—1520) «Портрет женщины под покрывалом (Донна Велата)», написанной около 1515—1516 гг. Неизвестно, кто послужил моделью этого знаменитого портрета. Еще в XVI в. родилась легенда, согласно которой «Женщина под покрывалом» — возлюбленная художника, прекрасная булочница Форнаррина. Назывались и другие имена: Лукреция Делла Ровере, внучка папы Юлия II; племянница кардинала Бибиены — Мария, ее прочили Рафаэлю в жены. В «Донне Велате» видели аллегория земной любви, парную к любви небесной. Судя по великолепному одеянию, Рафаэлю позировала знатная особа. Покрывало (*il velo*), спускавшееся с головы на грудь, — знак замужнего положения дамы, а правая рука, прижатая к груди, — жест, выражающий супружескую верность. Неоднократно отмечалось сходство «Донны Велаты» с «Сикстинской мадонной», «Мадонной Делла Седиа», «Фригийской Сивиллой»⁵.

В ходе доказательства общей, частной или единичной гипотезы люди строят *рабочие гипотезы*, т. е. предположения, выдвигаемые чаще всего в начале исследования явления и не ставящие еще задачу выяснения его причин или закономерностей. Рабочая гипотеза позволяет исследователю построить определенную систему (группировку) результатов наблюдения и дать согласующееся с ними предварительное описание изучаемого явления. Работа академика И. П. Павлова ярко характеризует способы и цели построения рабочей гипотезы. Один из его учеников и сотрудников академик П. К. Анохин вспоминает стиль работы И. П. Павлова:

«Поражало в нем то, что он не мог ни минуты работать без законченной рабочей гипотезы. Как альпинист, потерявший одну точку опоры, сейчас же заменяет ее другой, так и Павлов при разрушении одной рабочей гипотезы старался сразу же на ее

развалинах создать новую, более соответствующую последним фактам... Но рабочая гипотеза была для него только этапом, через который он проходил, поднимаясь на более высокий уровень исследования, и поэтому он никогда не превращал ее в догму. Иногда, напряженно думая, он с такой быстротой менял... гипотезы, что трудно было поспеть за ним».⁶

В судебном расследовании выдвигаемые гипотезы называются *версиями*. Версии бывают общие, объясняющие все преступление в целом, частные, объясняющие некоторые обстоятельства или моменты преступления, и единичные, объясняющие отдельные, индивидуальные факты: кто исполнитель, кто организатор преступления, если было несколько участников, и т. д. Например, до сих пор выдвигаются различные версии убийства американского президента Джона Кеннеди. Общей версией является та, которая объясняет данное преступление в целом; частных версий может быть несколько: убил ли президента одиночка-маньяк или это был заговор против Д. Кеннеди, каковы причины убийства, как готовилось это преступление; единичные версии: из какого оружия убит президент, кто именно стрелял, из какого помещения раздался выстрел и т. д.⁷

§ 2. ПОСТРОЕНИЕ ГИПОТЕЗЫ И ЭТАПЫ ЕЕ РАЗВИТИЯ

Гипотезы строятся тогда, когда возникает потребность объяснить ряд новых фактов, которые не укладываются в рамки известных ранее научных теорий или других их объяснений. Вначале производится анализ каждого отдельного факта, затем анализ их совокупности. Как уже было отмечено в главе «Логические основы теории аргументации» (гл. VI), факты необходимо рассматривать лишь в их совокупности. Чтобы подкрепить выдвигаемую гипотезу, проводят дополнительные научные эксперименты или эксперименты в ходе следственной практики.

Следующей задачей является синтез фактов и формулировка гипотезы. Гипотеза не должна противоречить ранее открытым и подтвержденным практикой научным законам и теориям. Могут быть выдвинуты *конкурирующие гипотезы*, по-разному объясняющие одно и то же явление, как это было, например, показано в случае объяснения происхождения вирусов; конкурирующими являются гипотезы об органическом и неорганическом происхождении нефти и др. При построении гипотезы надо учитывать и требование, чтобы гипотеза объясняла наибольшее количество фактов, которые подвергались анализу, а также была по возможности простой по форме их обоснования.

В процессе построения и подтверждения гипотеза проходит несколько этапов (разные авторы приводят 2, 3, 4 или 5 этапов). Эти этапы мы проиллюстрируем ходом построения одной из гипотез о Тунгусском метеорите.

1-й этап. Выделение группы фактов, которые не укладываются в прежние теории или гипотезы и должны быть объяснены новой гипотезой.

В случае падения Тунгусского метеорита это были следующие факты: «Тайга в долине Подкаменной Тунгуски стояла в солнечном сиянии. Внезапно с неба упал в тайгу огромный шар. Люди, ехавшие в тот день, 30 июня 1908 года, по Транссибирской железной дороге, рассказывают об огненном столбе, который, как фонтан, взметнулся с поверхности Земли. Край огненного столба светились голубым светом и достигали нижних слоев стратосферы. Взрыв сопровождался землетрясением, которое охватило всю Центральную Сибирь. Сейсмические волны были отмечены многими геофизическими станциями мира. Расчеты, сделанные уже теперь, показывают, что взрыв на Тунгуске был равносильен взрыву 20-мегатонной водородной бомбы. Воздушная волна, вызванная им, дважды обогнула весь земной шар... Обращает на себя внимание отсутствие в районе катастрофы какого-либо кратера и остатков метеоритной материи»⁸.

2-й этап. Формулировка гипотезы (или гипотез), т. е. предположений, которые объясняют данные факты.

Существуют не одна, а по крайней мере полдюжины гипотез относительно падения Тунгусского метеорита. Приведем некоторые из них. Одна гипотеза предполагает, что в атмосферу попал целый рой блуждающих метеоритов, которые упали в виде огненного дождя. Другая гипотеза утверждает, что это было ядро кометы, состоявшее из льда и застывших газов. Проходя через плотные слои атмосферы Земли, оно нагрелось, газ, образовавшийся при ударе о Землю космического льда, взметнулся вверх огненным фонтаном и стал причиной огромного пожара в тайге.

В 1973 г. была опубликована еще одна гипотеза толкования катастрофы 1908 г., выдвинутая двумя американскими астрофизиками: Землю по прямой пронизало космическое тело, так называемая черная дыра (сгусток материи, стянутый гравитацией в ничтожный объем и имеющий практически бесконечно высокую плотность). Хотя «черная дыра» имеет огромный вес, составляющий заметную часть земной массы, примерно миллион миллиардов тонн, ее поперечник едва ли больше, чем диаметр одного атома, поэтому, как утверждают авторы данной гипотезы, Земля и смогла пережить это столкновение.

3-й этап. Выведение из данной гипотезы всех вытекающих из нее следствий.

Из гипотезы о «черной дыре» вытекают такие следствия: не будет гигантского кратера; на пути этого космического тела (фантастического сгустка материи) в воздушной оболочке Земли, окружая тонкий канал траектории, возникли мощные слои плазмы; за плазмой шел ударный фронт воздуха; голубые края

огненного столба возникли в результате преобразования невидимых рентгеновских лучей в видимый свет.

4-й этап. *Сопоставление выведенных из гипотезы следствий с имеющимися наблюдениями, результатами экспериментов, с научными законами.*

Наблюдения в районе падения показали, что кратера действительно не было; грохот ударной волны воздуха донесся вплоть до Монголии; люди наблюдали голубые края огненного столба.

5-й этап. *Превращение гипотезы в достоверное знание или в научную теорию, если подтверждаются все выведенные из гипотезы следствия и не возникает противоречия с ранее известными законами науки.*

Ни одна из перечисленных и других более поздних гипотез пока не доказана.

§ 3. СПОСОБЫ ПОДТВЕРЖДЕНИЯ ГИПОТЕЗ

1. Самый действенный способ подтверждения гипотезы — обнаружение предполагаемого объекта, явления или свойства, которое служит причиной рассматриваемого явления.

Примерами могут служить открытие планеты Нептун, обнаружение ряда островов в Северном Ледовитом океане, открытие явления искусственной радиоактивности, открытие алмазов в Сибири геологом М. Попугаевой и др.

2. Основной способ подтверждения гипотез — выведение следствий и их верификация.

Те, кто объяснял падение Тунгусского метеорита столкновением Земли с «черной дырой», предложили такой способ проверки их гипотезы: если тело вошло в земной шар со скоростью 30 км/с под углом 30° к горизонту в районе Подкаменной Тунгуски и пронизало его по хорде, то оно должно снова выйти на поверхность планеты где-то между Ньюфаундлендом и Азорскими островами, где и должны были произойти явления, сходные с теми, которые наблюдались при катастрофе в Сибири. Поэтому американские физики изучали метеорологические архивы этого района Атлантического океана (в день 30 июня 1908 г.).

В процессе верификации большая роль принадлежит различным экспериментам: в космосе, полевым опытам в сельском хозяйстве, поиску новых материалов, лекарств, реактивов, способов лечения болезней у людей, животных и растений, педагогическим экспериментам и другим их видам. Эксперимент учитывает чаще всего влияние не одного фактора, а многих, поэтому надо планировать эксперимент так, чтобы результат был получен за более короткое время, более эффективно и по возможности недорого. Так, например, планируется ход эксперимента в медицине при оценке последствий приема лекарств для выбора оптимальной тактики лечения.

Коллективом ученых под руководством академика Е. И. Ча- зова были созданы ферментные лекарственные препараты, ста- бильность которых в сотни, тысячи и миллионы раз выше, чем у исходных ферментов. Полученные образцы проверялись в са- мых жестких для белка условиях, например при нагревании. В результате экспериментов было выявлено, что фермент, суще- ствующий в естественном состоянии при температуре в 50° лишь несколько секунд, в новом виде сохраняет биологическую актив- ность часами при температуре 80°C . Итак, получены стабильные ферментные препараты.

Затем надо было от физико-химических экспериментов перей- ти к биологическим. Избрали стрептокиназу — фермент, способ- ный разрушать тромбы. Создан препарат стрептодеказа, кото- рым успешно лечат острый инфаркт миокарда, применяют в предынфарктном состоянии. Стрептодеказа быстро рассасыва- ет сгустки крови в глазу и возвращает зрение.

Большая роль принадлежит эксперименту в судебной практи- ке. Здесь эксперимент проводится с целью подтверждения выдви- нутых версий, объясняющих то или иное преступление.

Заключение в умозаключении от утверждения следствия к ут- верждению основания является вероятным, и формула $((a \rightarrow b) \wedge b) \rightarrow a$ не является законом логики. Но подтверждение гипотезы на основании верификации ее следствий осуществляется именно этим способом, поэтому надо брать всю совокупность взаимосвязанных следствий, и тогда гипотеза однозначно будет вызываться только данной совокупностью следствий, а поэтому заключение будет не вероятным, а достоверным, протекающим по формуле $H \rightarrow (C_1 \wedge C_2 \wedge C_3 \wedge \dots \wedge C_n)$, где H — гипотеза; $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ — следствия, вытекающие из нее; « \rightarrow » — импликация от гипотезы к совокупности следствий. Например, H — пред- полагаемое заболевание (диагноз врача), а C_1, C_2, C_3 — симп- томы, присущие этому заболеванию, и только ему. Тогда гипо- теза будет подтверждена, т. е. диагноз поставлен правильно.

Указанные два способа являются прямыми способами пре- вращения гипотезы в достоверное знание.

3. Одним из косвенных способов подтверждения гипотезы является умозаключение по разделительно-категорическому сил- логизму (отрицающе-утверждающему модусу). Структура его та же, что и при косвенном доказательстве.

Явление A могло быть вызвано либо B , либо C , либо D .

Явление A не вызвано ни B , ни C .

Явление A вызвано D .

Необходимо выполнить два условия: во-первых, перечислить все возможные гипотезы, причем дизъюнкция может быть как

строгой, так и нестрогой; во-вторых, следует опровергнуть все ложные гипотезы. Косвенный метод подтверждения гипотез может использоваться в следственной практике, давая достоверный вывод.

§ 4. ОПРОВЕРЖЕНИЕ ГИПОТЕЗ

Опровержение гипотез осуществляется путем опровержения (фальсификации) их следствий. При этом может обнаружиться, что многие или все необходимые следствия рассматриваемой гипотезы не имеют места в действительности. Кроме того, возможно, будут найдены факты, противоречащие выведенным следствиям.

Опровержение гипотез происходит в форме отрицающего модуса (*modus tollens*) условно-категорического умозаключения, имеющего форму: $((a \rightarrow b) \wedge b) \vdash \bar{a}$. Этот модус всегда дает достоверное заключение.

Структура опровержения гипотезы такова:

Если имела место причина (гипотеза) H , то должны быть следствия:

C_1 , и C_2 , и C_3 , ..., и C_n .

Суждение, что есть следствие C_1 , или C_2 , или C_3 , ..., или C_n , является ложным.

Тогда ложна H .

В символической логике это умозаключение можно записать таким способом:

$$H \rightarrow (C_1 \wedge C_2 \wedge C_3 \wedge \dots \wedge C_n)$$

$$C_1 \wedge C_2 \wedge C_3 \wedge \dots \wedge C_n$$

$$\bar{H}$$

В данном умозаключении мы пользуемся законом де Моргана: $a \wedge b \wedge c \equiv \bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c}$, в котором дизъюнкция берется нестрогая. Это означает, что могут отсутствовать одно, два, три или все n следствий. Поэтому для наглядности и удобства практического использования структуру опровержения гипотез путем опровержения (фальсификации) ее следствий лучше записать таким образом:

$$H \rightarrow (C_1 \wedge C_2 \wedge C_3 \wedge \dots \wedge C_n)$$

$$\bar{C}_1 \vee \bar{C}_2 \vee \bar{C}_3 \vee \dots \vee \bar{C}_n$$

$$\bar{H}$$

При более точном выражении эта структура опровержения совпадает по формуле не с правилом *modus tollens*, имеющим только одно основание и одно следствие, а с простой деструктивной дилеммой, или трилеммой, или полилеммой, в зависимости от того, сколько следствий вытекает из данной гипотезы: два, три или более.

Приведем пример опровержения гипотезы, из которой вытекают шесть следствий, т. е. пример простой деструктивной полилеммы.

Если человек болен крупозным воспалением легких, то у него будет высокая температура (39—40°), сильный озноб, частый сухой кашель, боли в боку, одышка, общее тяжелое состояние.

У данного больного нет высокой температуры (39—40°), или нет сильного озноба, или нет частого сухого кашля, или нет болей в боку, или нет одышки, или общее состояние больного не является тяжелым.

Этот человек не болен крупозным воспалением легких.

Чем большее число следствий отсутствует, тем выше степень опровержения высказанной гипотезы. Если бы в приведенном примере отсутствовало лишь одно или два следствия, то нельзя было бы сделать вывод, что человек не болен крупозным воспалением легких. Здесь опровергаемые (фальсифицируемые) следствия тоже надо брать по возможности в совокупности. Хотя простое отсутствие следствий (или их необнаружение) не опровергает окончательно гипотезу, так как в данное время, при данных обстоятельствах мы могли их не обнаружить, выдвинутая гипотеза (или версия) будет подвергнута сомнению. Гипотеза окончательно опровергнется, если обнаруживаются факты, обстоятельства, явления, противоречащие вытекающим из данной гипотезы следствиям.

§ 5. ПРИМЕРЫ ГИПОТЕЗ, ПРИМЕНЯЮЩИХСЯ НА УРОКАХ В ШКОЛЕ

Велика роль гипотезы в познании. Законы науки и теории до их подтверждения прошли стадию гипотезы. Поэтому учитель, излагая естественно-научные теории, должен показать и стадии, предшествовавшие доказательству теории. Ученые неоднократно подчеркивали огромную роль гипотез. М. В. Ломоносов писал, что гипотезы представляют единственный путь, которым величайшие люди дошли до открытия самых важных истин.

Рассказывая о роли гипотезы в познании, учителя физики и химии смогут привлечь большой и интересный материал из этих наук. Мы проиллюстрируем способ ознакомления учащихся при изучении этих дисциплин в школе лишь некоторыми примерами как классических, так и современных гипотез.

На уроках физики учитель будет рассказывать о К. Э. Циолковском — основоположнике теории космических полетов. В 1903 г. К. Э. Циолковский опубликовал свою замечательную работу «Исследование мировых пространств реактивными приборами», которая, по словам академика С. П. Королева, определила его жизненный и научный путь. В этой работе К. Э. Циолковский сформулировал гипотезу: «Центробежная сила уравновешивает тяжесть и сводит ее к нулю» — таков путь к космическим полетам. «Вычисления могли указать мне и те скорости, которые необходимы для освобождения от земной тяжести и достижения планет»⁹ (обратим внимание на то, что в качестве фактов К. Э. Циолковский использует результаты математических расчетов). «Почти вся энергия Солнца пропадает в настоящее время бесполезно для человечества, ибо Земля получает в два (точнее, в 2,23) миллиарда раз меньше, чем испускает Солнце.

Что странного в идее воспользоваться этой энергией! Что странного в мысли овладеть и окружающим земной шар беспредельным пространством...»¹⁰

На уроках физики учитель приведет научные сведения об успехах в освоении космоса в мирных целях, а также о гелиоэлектростанциях, которые, по предположению ученых, смогут конкурировать с тепловыми и атомными электростанциями.

Учитель также познакомит учащихся с теорией естественной радиоактивности. За открытие радиоактивности (естественных радиоактивных элементов полония и радия) А. Беккерель, П. Кюри и М. Склодовская-Кюри награждены в 1903 г. Нобелевской премией. После четырех лет упорного труда, переработав вручную на старом складе более тонны урановой руды, Марии Кюри удалось выделить чистый хлорид радия. Позднее, в 1911 г., за получение металлического радия (совместно с Дебье-ном) Мария Кюри получила Нобелевскую премию по химии. Она единственная в мире женщина, дважды удостоенная Нобелевской премии. Мария Кюри пишет, что изучение физических свойств радиоактивных веществ еще не вполне закончено и что, хотя некоторые главные положения уже установлены, большая часть выводов еще носит гадательный характер. Исследования разных ученых, изучающих эти вещества, постоянно сходятся и расходятся. Эти высказывания М. Кюри свидетельствуют о гипотезах («гадательный характер») и о появлении конкурирующих гипотез, когда мнения ученых зачастую расходились.

В настоящее время выдвигается целый ряд гипотез относительно возможности создания единой теории, которая описывала бы все физические явления, включая явления микромира, макромира и мегамира. Но это дело будущего.

Много примеров выдвижения и подтверждения гипотез дает и история химии. Классический пример — блестящее подтверждение периодического закона и Периодической системы химичес-

ких элементов Д. И. Менделеева, следствием которого явилось предсказание существования еще не открытых тогда элементов, а также того, что значения атомных весов урана, тория, бериллия, индия и ряда других химических элементов должны быть существенно иными. Впоследствии эти предсказания получили эмпирическое подтверждение. Д. И. Менделееву принадлежат и другие гипотезы: о химической энергии, о пределе химических соединений, о строении кремнеземистых соединений и т. п.

Следует обратить внимание учащихся и на большое количество гипотез, которые присутствуют в науках, изучающих организмы. Ч. Дарвин в своих исследованиях о происхождении видов опирался на гипотезы, выдвигаемые на основе обобщения значительного числа фактов, полученных им во время 5-летнего путешествия на корабле «Бигль».

Карл Линней прошел пешком почти 7000 км по северу Скандинавии, изучая этот край и собирая фактический материал для построения гипотез и своей искусственной классификации растений. Он посетил многие страны Европы, просмотрел гербарии многих ученых-ботаников, его ученики побывали в Канаде, Египте, Китае, Испании, Лапландии и оттуда присылали ему собранные растения. Друзья Линнея из различных стран присылали ему семена и высушенные растения. Таков огромный материал, который послужил Линнею для его систематизации.

Знакомясь с работами И. П. Павлова, учащийся «увидит, как мало-помалу расширялся и исправлялся наш фактический материал, как постепенно складывались наши представления о разных сторонах предмета и как, наконец, перед нами все более и более слагалась общая картина высшей нервной деятельности»¹¹.

Интересны работы Л. Пастера по проблемам болезней вина, в результате которых он пришел к созданию биохимической теории брожения. Одним из следствий этой теории была разработка процесса, названного позже пастеризацией. Огромное практическое значение имело также исследование Пастером болезни шелковичных червей. В результате этой болезни в бедственном положении оказались более 3,5 тыс. владельцев недвижимого имущества шелководческих департаментов Франции. Почти пять лет посвятил Л. Пастер трудным экспериментальным исследованиям и потерял на этом свое здоровье, но тем не менее считал, что был счастлив, так как принес пользу своей стране, изыскивая способы предотвращения страшной нищеты: «...дело чести ученого перед лицом несчастья пожертвовать всем ради попытки помочь от него избавиться. Поэтому, может быть, я дал молодым ученым благотворный пример длительных усилий в разрешении трудной и неблагодарной задачи»¹².

На занятиях по биологии кроме этих классических примеров превращения гипотез в теории в результате их подтверждения учитель должен показать и современные биологические гипотезы.

Следует обратить внимание учащихся на то, что многие из них построены на стыке ряда наук. Очень важной является гипотеза о возможности получения значительных урожаев на солончаках, составляющих примерно $\frac{2}{3}$ общей площади культивируемых земель. Поэтому встает общая проблема мирового значения: как превратить пустынные солончаковые земли в сельскохозяйственные угодья? Среди многих других гипотез выдвигается предположение культивировать на этих землях галовиты — растения, устойчивые к соли. С появлением средств геной инженерии количество таких предложений будет увеличиваться и можно предвидеть значительные успехи в целенаправленном изменении многих представителей животных и растений.

Итак, наука развивается посредством выдвижения гипотез. Однако гипотеза имеет и практическое значение.

В юриспруденции и в юридической практике роль гипотез, называемых там версиями, невозможно преувеличить. Любое расследование преступления требует выдвижения всех возможных версий, объясняющих преступление, и их проверки.

В педагогической науке, особенно в методике преподавания математики, физики, химии и других предметов, а также в методике начального обучения, также выдвигаются свои гипотезы о путях более эффективного процесса обучения и воспитания, проводятся эксперименты в школах для подтверждения этих гипотез.

В результате приведенных примеров, иллюстрирующих гипотезы, используемые в школе на уроках физики, химии, биологии, истории (как классические, так и современные), в практике обучения и воспитания, можно с уверенностью считать, что гипотеза является формой развития знания во всех науках, а также во всех других (а не только научных) отраслях знаний.

Глава VIII

РОЛЬ ЛОГИКИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Так как вопросы ставятся не только для решения новых проблем и задач, стоящих перед наукой и практикой, но и в процессе овладения уже добытыми знаниями, в педагогической работе, в ходе обучения и воспитания школьников и студентов, в процессе полемики, дискуссий, диспутов, рассмотрение роли логики в процессе обучения мы начинаем именно с логической структуры вопросов.

§ 1. ЛОГИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ВОПРОСА

Вопрос в познании играет особенно большую роль, так как все познание мира начинается с вопроса, с постановки проблемы.

Проблемы перед познанием, в том числе перед различными науками, ставит практика, поскольку она выступает в качестве основы познания. В настоящее время практика поставила перед людьми такие проблемы, как получение замедленной термоядерной реакции, разработка методов лечения онкологических заболеваний, решение продовольственной проблемы и многие другие. Нет ни одной сферы трудовой деятельности, где бы не возникали вопросы.

Термины «проблема», «вопрос», «проблемная ситуация» обозначают нетождественные, хотя и связанные между собой понятия. Термин «проблема» означает такой вопрос из области науки, для ответа на который недостаточно имеющейся к данному моменту информации (знания). Гипотеза выступает как одно из возможных решений стоящей проблемы. Вопрос же — форма выражения проблемы. Но вопрос ставится и с целью получения некоторой информации, уже имеющейся у человека, с целью выявления его личного мнения по данному вопросу или с целью обучения. Велика роль вопроса в процессе социологических исследований, проводимых в форме интервью, анкетирования, при массовом или выборочном опросе. В процессе передачи все большего числа интеллектуальных функций ЭВМ умение правильно сделать запрос для введения его в ЭВМ, способность четко, корректно сформулировать этот вопрос (запрос) будет содействовать быстрейшему информационному поиску нужных сведений, цифрового материала и др. Велика роль правильной, однозначной постановки вопросов в судебно-следственной практике.

Педагог В. А. Сухомлинский значительную роль в процессе обучения, в ходе развития логического мышления школьников отводил умению учителя ставить перед учениками вопросы и добиваться правильных ответов на них, таких ответов, которые способствовали бы интеллектуальному развитию личности ученика, будили бы собственную мысль ребенка. Вопросы подбирались различные по сложности, многообразные по характеру привлекаемых учениками знаний при ответе на них, разнообразные по форме, учитывающие возраст учеников.

Для маленьких детей в школе Сухомлинского вывешивали картинки, помогающие осмыслить окружающую действительность. Например, картинки под общим заглавием «Почему это так происходит?». Веточка вербы, воткнутая во влажную почву, дает ростки, превращается в дерево, а веточка дуба засыхает. Почему? Вторая серия картинок — «Зачем так делают?». Например, зачем зимой в толстом льду пруда делают прорубь? В сильную жару пересыхающую почву вокруг овощных растений посыпают мелким перегноем. Зачем? Картинки третьей серии — «Что здесь неправильно изображено?». На картинке умышленно допущены ошибки, например: под густой тенью дуба зреют красные помидоры; тень от тополей падает в ту же сторону, с какой

светит солнце; ульи с пчелами установлены на участке поля, засеянного пшеницей. На одной из картинок четвертой серии — «Где это происходит?» — изображен самолет, садящийся на небольшую площадку, окруженную ледяными горосами. На стенде «Для чего так делают?» под картинками надписи: «Для чего каменный уголь перед сжиганием смачивают водой?»; «Для чего на зиму металлические части машин смазывают маслянистыми веществами?» Серия картинок — «Как узнать?». Будет ли весной цвести яблоня — как узнать об этом зимой? И так далее¹.

Мышление ученика направлено на поиски ответов на вопросы. Вызвать такую потребность у ученика — это и значит приобщить его к умственному труду. По мнению Сухомлинского, самое трудное и самый верный показатель мастерства педагога — умение ставить вопросы.

Работая директором школы, Сухомлинский ежедневно посещал по два урока своих учителей. Изю дня в день слушая ответы учеников, он спрашивал себя: «Почему в ответах часто отсутствует живая, собственная мысль ребенка?» — и пришел к выводу: «Мы не учим ребенка мыслить».

Вопрос формулируется в вопросительном предложении, которое не выражает суждения, и, следовательно, оно не истинно и не ложно. Например, «Когда родился композитор Верди?», «Запущен ли искусственный спутник Марса?», «Все ли вулканы — горы?» и др.

Всякая вопросно-ответная ситуация включает в себя, во-первых, исходную информацию о мире (например, о композиторе Верди, об искусственных спутниках), которая называется базисом или предпосылкой вопроса, и, во-вторых, указание на ее недостаточность и необходимость дальнейшего дополнения и углубления знаний.

В вопросе «Где был убит заговорщиками Гай Юлий Цезарь?» базисом служит неявно содержащееся в нем утверждение — «Существует x , являющийся местом убийства заговорщиками Гая Юлия Цезаря»².

Вопрос — это логическая форма, включающая исходную, или базисную, информацию с одновременным указанием на ее недостаточность с целью получения новой информации в виде ответа.

Виды вопросов

Обычно различают два вида (типа) вопросов:

I тип — *уточняющие* (определенные, прямые, или «ли»-вопросы).

Например: «Верно ли, что И. С. Васильев успешно защитил кандидатскую диссертацию?»; «Надо ли сдавать вступительный экзамен по иностранному языку на историческом факультете МГУ?»; «Действительно ли в Москве больше жителей, чем в Париже?» и др.

Во всех этих вопросах присутствует частица «ли», включенная в словосочетания «верно ли», «действительно ли», «надо ли» и т. д.

Уточняющие вопросы могут быть простыми или сложными. Простые вопросы в свою очередь делятся на условные и безусловные.

«Верно ли, что космонавты побывали на Луне?» — простой безусловный вопрос.

«Верно ли, что если он сдаст все экзамены на «отлично», то получит повышенную стипендию?» — простой условный вопрос.

Сложные вопросы (как и сложные суждения) делятся на вопросы конъюнктивные (соединительные) и дизъюнктивные (разделительные), включающие в себя строгую или нестрогую дизъюнкцию. Каждый сложный вопрос можно разбить на два или несколько простых. Например:

1. «Кто является автором романа «Красное и черное» и романа «Пармская обитель?»»

2. «Хотите кофе или чаю?»

3. «Вы пойдете в кино или не пойдете?»

Вопросы вида: «Если будет хорошая погода, то мы поедем на экскурсию?» или «Если «Динамо» выиграет этот матч у «Спартак», то команда «Динамо» выйдет в финал розыгрыша?» — не относятся к сложным вопросам, так как их нельзя разбить на два самостоятельных простых вопроса. Это примеры простых условных вопросов.

II тип вопросов — *восполняющие* (неопределенные, непрямые, «к»-вопросы, включающие в свой состав вопросительные слова: «где?», «когда?», «кто?», «что?», «почему?», «какие?» и др.). Невольно вспоминаются телепередачи о «Клубе знатоков»: «Что? Где? Когда?». Эти вопросы также делятся на простые и сложные. Например, вопросы: «Какой город является столицей Португалии?», «Что означает слово «филистер»?» — являются простыми, направленными на поиски недостающего знания, на восполнение недостающей информации.

Сложными восполняющими вопросами являются те, которые можно разбить на два или несколько простых восполняющих вопроса, например: «Кто, где, когда, из какого оружия совершил убийство президента США Джона Кеннеди?», или «Как при увеличении стороны равностороннего треугольника в 2 раза изменяется его периметр или площадь?», или «Кто является автором поэмы «Дом у дороги» и поэмы «Василий Теркин»?»

Предпосылки вопросов

Предпосылкой, или базисом, вопроса является содержащееся в вопросе исходное знание, неполноту или неопределенность которого требуется устранить. На эту неполноту или неопреде-

ленность указывают операторы вопроса, т. е. вопросительные слова: «кто?», «что?», «когда?», «почему?» и др.

Вопросы делятся на логически корректные (правильно поставленные), т. е. такие, предпосылки (базисы) которых являются истинными суждениями, и на логически некорректные (или неправильно поставленные), предпосылки которых — ложные или неопределенные (по смыслу) суждения. Если в основе поставленного вопроса лежит простое незнание спрашивающего о ложности базиса, то вопрос некорректен. Если же спрашивающий знает о ложности базиса вопроса и задает вопрос с целью провокации, запутывания своего оппонента, то такой вопрос называют провокационным, а его постановка есть софистический прием.

Например, вопрос: «В каком году Р. Амундсен первым достиг Северного полюса?» — поставлен неправильно (некорректно), так как в базисе этого вопроса содержится предположение, что Р. Амундсен якобы достигал Северного полюса, а спрашивающий может не знать, что Р. Амундсен первым достиг в 1911 г. Южного полюса.

Примерами провокационных вопросов являются следующие: «Как построить «вечный двигатель»?», «Перестал ли ты бить своего отца?».

Предпосылки подобных вопросов заведомо ложны, поэтому вопросы эти не просто неправильно поставлены, сама постановка их — софистический прием.

Правила постановки простых и сложных вопросов

1. Корректность постановки вопроса. Итак, вопросы должны быть правильно поставленными, корректными. Провокационные и неопределенные вопросы недопустимы.

2. Предусмотренные альтернативы ответа («да» или «нет») на уточняющие вопросы. Например: «Шел ли вчера в центре Москвы дождь?», «Признает ли Ломов себя виновным в предъявленном ему обвинении?»

3. Краткость и ясность формулировки вопроса. Длинные, запутанные, нечеткие вопросы затрудняют их понимание и ответ на них.

4. Простота вопроса. Если вопрос сложный, то его лучше разбить на несколько простых. Например: «Где, когда, в какой семье родился Джеймс Фенимор Купер?» Этот сложный вопрос следует разбить на три простых.

5. В сложных разделительных вопросах необходимость перечисления всех альтернатив. Например: «К какому виду электростанций относится данная электростанция: теплоэлектростанция (ее разновидность — атомная электростанция), гидроэлектростанция, солнечная или геотермальная?» Здесь нет пятой альтернативы — ветровая электростанция.

6. Необходимость отличать обычный вопрос от риторического (например, «Кто из вас не любит А. С. Пушкина?»). Риторические вопросы являются суждениями, так как в них содержится утверждение или отрицание, обычные же вопросы суждениями не являются.

Логическая структура и виды ответов

1. Ответы на простые вопросы. Ответ на простой вопрос первого вида (уточняющий, определенный, прямой, «*ли*»-вопрос) предполагает одно из двух: «да» или «нет». Например, «Является ли Александр Дюма-отец автором романа «Двадцать лет спустя?» (ответ: «да»).

Ответ на простой вопрос второго вида (восполняющий, не-прямой, «*к*»-вопрос) требует привлечения точной, исчерпывающей информации (о времени, месте, причинах, результатах события, природного явления и других факторах).

2. Ответы на сложные вопросы. Ответ на сложный конъюнктивный (соединительный) вопрос требует ответа на все простые вопросы, входящие в сложный. Например: «Верно ли, что настойку женьшеня применяют в качестве тонизирующего средства при гипертонии, переутомлении, неврастении?» (ответ: «да», «да», «да»).

При ответе же на сложный дизъюнктивный (разделительный) вопрос часто достаточно дать ответ лишь на один или несколько из составляющих его простых вопросов (на одну альтернативу). Например, на вопрос: «Предпочитаете ли Вы летом путешествовать или отдыхать у речки?» — ответом будет суждение: «Я предпочитаю летом отдыхать у речки».

В начале параграфа была показана важная роль вопросов в познании. Остановимся на столь же важной роли вопроса в обучении, так как от качества и правильности постановки вопросов в значительной мере зависит усвоение материала и успеваемость учащихся.

В процессе обучения можно воспользоваться такой классификацией вопросов. Первый тип вопросов — прямые, на которые можно ответить «да» или «нет», второй — прямые, на которые нельзя дать такого однозначного ответа, и третий — полупрямые, в которых спрашивается, какое из двух (или большего числа) суждений истинно. В последнем случае сложный вопрос приходится разбивать на несколько простых.

При ответе на вопрос учащийся должен выявить предпосылки вопроса и установить, истинны они или ложны. При ложных предпосылках вопрос должен быть отвергнут как некорректный, т. е. неправильно поставленный, например «Все ли гейзеры — вулканы?».

Корректные вопросы должны вызывать активную мыслительную деятельность учащихся, если в них заключено оптимальное

количество неопределенности. Если вопрос содержит слишком большую неопределенность, то он ставит ученика в значительное затруднение. Вопросы «легкие», с малой неопределенностью позволяют учащимся ответить словами учебника, не требуют исследования, рассмотрения частных случаев.

Например, вместо вопроса: «Сколько окружностей можно провести через три точки, не лежащие на одной прямой?» (легкий ответ — «одну») — лучше поставить такой вопрос: «Существует ли окружность, проходящая через три точки?», — так как готового ответа на него в учебнике нет и учащиеся сами должны рассмотреть различные случаи расположения трех точек (на одной прямой или не на одной прямой).

Учителю следует избегать постановки неопределенных вопросов, например: «Что можно сказать о треугольнике ABC ?», или «Какими свойствами обладает трапеция?», или «Какими свойствами не обладают кубы?»

Постановка вопросов в процессе проблемного обучения

Под проблемным обучением понимается такое изучение материала, которое вызывает в сознании учащихся познавательные задачи и проблемы, напоминающие научный поиск³. Разрешение этих проблем активизирует творческие умственные способности учащихся.

В младших классах проблемные ситуации возникают при формулировании загадок, задач на сообразительность и смекалку, шарад. Такие проблемные ситуации можно создавать, предлагая детям обобщить чувственные данные и сделать вывод. Можно, например, поставить вопрос: «Почему лед, пар, облака называют водой?» Другим примером проблемной ситуации для учащихся младших классов является постановка задачи: построить треугольник по трем заданным углам [специально даются такие углы, сумма которых значительно больше (или меньше) 180°]. Учащиеся не могут выполнить эту задачу и думают над причиной, почему она неразрешима.

В начальных классах перед учащимися можно ставить проблемы, направленные на поиски математических закономерностей: 1) изменение суммы в зависимости от изменения одного из слагаемых; 2) изменение частного в зависимости от изменения делимого или делителя; 3) изменение площади квадрата в зависимости от увеличения или уменьшения в несколько раз его стороны и т. д. Эффективны и отдельные проблемные вопросы типа: «Почему четырехугольник назван четырехугольником? Можно ли было дать ему другое название, также связанное с его свойством?» или «Как бы вы назвали треугольник, у которого один угол тупой?»⁴ Учитель в процессе ответа на основной проблемный вопрос должен уметь ставить и наводящие вопросы.

В процессе обучения математике возникают различные типы задач (стандартная обучающая, поисковая, проблемная). Основными компонентами задачи считают: условие, заключение, решение, обоснование решения, которые могут быть не известны человеку (в частности, школьнику) в момент постановки перед ним данной задачи. Стандартная задача — это такая задача, у которой четко определено условие, известен способ решения и его обоснование и которая представляет собой упражнение на воспроизведение известного. Обучающей является та задача, в которой неизвестен (или плохо определен) один из вышеуказанных основных компонентов. Если неизвестны какие-либо два компонента, то задачу называют поисковой, а три — проблемной⁵.

Это деление задач несколько условно, так как в зависимости от уровня знаний и методической подготовки человека она может быть отнесена к тому или иному типу. Например, при изучении темы «Вписанные четырехугольники» учитель ставит перед учащимися такую вводную задачу (проблему): «Где расположить центральный штаб туристского слета, чтобы он находился на равных расстояниях от заданных мест расположения четырех туристских групп?»

Точками A, B, C, D обозначены места расположения групп, а точкой O — предполагаемое место расположения штаба (рис. 45).

В старших классах школьники в процессе проблемного обучения строят различные гипотезы, намечают способы проверки их истинности, самостоятельно «открывают» правила, законы, формулы, доказывают теоремы.

Общая учебная проблема включает в себя несколько частных учебных проблем. Результаты их решения в своей совокупности позволяют дать окончательное решение общей (главной) проблемы. Проблемное обучение включает в себя не только создание проблемной ситуации (постановку проблемного вопроса), но и самостоятельную творческую работу учащихся, открытие новых для них закономерностей, свойств, отношений, а также логи-

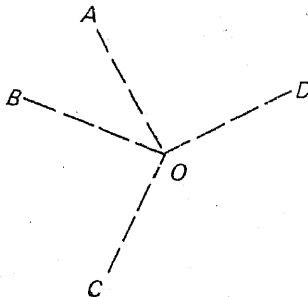


Рис. 45

ческое обоснование (доказательство) истинности своих суждений и правильности хода рассуждений при опровержении ложных суждений и неправильных умозаключений. Разумеется, проблемный метод обучения нельзя превращать в универсальный; его надо использовать наряду с объяснительным, сообщающим изложением материала учителем.

§ 2. К. Д. УШИНСКИЙ И В. А. СУХОМЛИНСКИЙ О РОЛИ ЛОГИКИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Большое значение в процессе обучения придавал логике чешский педагог Я. А. Коменский. Он предлагал знакомить учащихся с краткими правилами умозаключений, подкреплять эти правила яркими жизненными примерами, а затем совершенствовать логическое мышление учащихся, анализируя дискуссионные проблемы физики, математики, этики. Большое внимание он уделял использованию анализа и синтеза, а также метода сравнения в работе исследователя и учителя.

Эти взгляды получили дальнейшее развитие в работах К. Д. Ушинского (1824—1870), автора учебников и книг для детского чтения — «Детский мир» и «Родное слово», создавшего большой труд «Человек как предмет воспитания», по которому учились поколения русских педагогов. Много внимания уделял К. Д. Ушинский анализу логики в обучении. Он считал, что логика — не что иное, как отражение в нашем уме связи предметов и явлений природы. По его убеждению, логика должна стоять в преддверии всех наук. Научить ребенка логически мыслить — главное назначение обучения в младших классах, основой же развития логического мышления должно стать наглядное обучение, наблюдение за природой.

В качестве приема развития логического мышления младших школьников К. Д. Ушинский широко применял сравнение, считая его наиболее эффективным приемом и утверждая, что без сравнения нет понимания, а без понимания нет суждения. Первые элементарные сравнения школьников основаны на чувственном познании, наглядном восприятии предметов. Например, роза и гвоздика имеют много сходного, но и много различий⁶. При помощи сравнения учащиеся находят отличительные признаки предметов и формулируют суждения. Ушинский писал о ступенях сравнивающей деятельности мышления: «Первая ступень — предметы сравниваются сами непосредственно; вторая — посредником сравнения двух предметов служит третий, более или менее знакомый предмет; третья ступень — несколько посредствующих предметов; но чаще я чувствую сходство, а потом уже подыскиваю посредников»⁷.

Особый раздел «Детского мира» составляют его знаменитые

«Первые уроки логики», которые являются педагогическим выводом из стройной логической теории К. Д. Ушинского. Большой интерес представляет приведенная там беседа — спор учащихся о понятии «птица»⁸.

Много внимания Ушинский уделял развитию родной речи учащихся, обучению их родному языку как средству четкого выражения мыслей. В книге «Родное слово» он предлагал в качестве материала для чтения группы слов, имеющие различные и одинаковые родовые признаки, что помогает учащимся усваивать различные отношения между понятиями. Ушинский считал, что в начальных классах следует определять лишь те понятия, содержание которых усвоено школьниками.

Развитие логического мышления, по мнению Ушинского, должно осуществляться и при изучении географии, истории, арифметики.

В. А. Сухомлинский также высказал ряд советов о развитии логического мышления школьников.

В. А. Сухомлинский ярко, эмоционально рассказывает о «Школе радости» — подготовительных занятиях с 6-летними детьми. Эти мысли особенно ценны сейчас, в связи с переходом к обучению детей с 6-летнего возраста.

Наиболее интересны «уроки мышления» Сухомлинского в лесу, на лугу, у реки, в поле. Это были именно уроки, а не простое наблюдение, и ясно было видно, как пробуждался детский разум. Чтобы ученик хотел учиться, он должен уметь учиться. Успех и интерес взаимосвязаны: интерес поддерживается успехом, к успеху ведет интерес. Как же научить ребенка умственному труду? О своих «уроках мышления» Сухомлинский пишет: «Я продумал все, что должно стать источником мысли моих воспитанников, определил, что день за днем в течение 4 лет будут наблюдать дети, какие явления окружающего мира станут источником их мысли... Это — 300 наблюдений, 300 ярких картин, запечатлевшихся в сознании ребят. Два раза в неделю мы шли на природу — учиться думать. Не просто наблюдать, а учиться думать. Это были, по существу, уроки мышления. Не увлекательные прогулки, а именно уроки. Но то, что и урок может быть очень увлекательным, очень интересным, — это обстоятельство еще больше обогащает духовный мир ребят»⁹.

По мнению Сухомлинского, детская память потому остра и цепка, что в нее вливается чистый ручеек ярких образов, картин, восприятий, представлений. «Детское мышление как раз и поражает нас тонкими, неожиданными «философскими» вопросами, потому что оно питается живительным источником этого ручейка... Я стремился к тому... чтобы законы мышления дети осознавали как стройное сооружение, архитектура которого подсказана еще более стройным сооружением — природой. Чтобы не превратить ребенка в хранилище знаний, кладовую истин, правил

и формул, надо учить его думать»¹⁰. «В «путешествия» к истокам слова мы шли с альбомами и карандашами. Вот одно из наших первых «путешествий». Я поставил целью показать детям красоту и тончайшие оттенки слова *луг*. Мы расположились под склонившейся над прудом вербой. Вдали зеленел освещенный солнцем луг. Говорю детям: «Посмотрите, какая красота перед нами. Над травой летают бабочки, жужжат пчелы. Вдали стадо коров, похожих на игрушки. Кажется, что луг — это светло-зеленая река, а деревья — темно-зеленые берега. Стадо купается в реке. Смотрите, сколько красивых цветов рассыпала ранняя осень. А прислушаемся к музыке луга: слышите тонкое жужжание мушек, песню кузнечика?»¹¹.

По глубокому убеждению Сухомлинского, каждый учитель, преподающий свой предмет, должен быть преподавателем словесности. Слово — вот первый шаг к мысли ученика. В результате коллективной работы учителей за два года число неуспевающих по языку в их школе сократилось в два раза. Незадолго до смерти он писал: «Дайте мне на год детей-семилеток, равнодушных к слову, и они возвратятся к вам с огоньками мысли, глубоко личными, неповторимыми...» Сухомлинский предостерегает от попыток механического заимствования его опыта: обучение чтению и письму по этому методу — творчество, и заимствовать новое можно только творчески.

Большое значение в формировании абстрактного мышления В. А. Сухомлинский придавал усвоению таких понятий, как причина и следствие, различие и сходство, возможность и невозможность и др. «Ребенок мыслит образами, красками, звуками, — писал он, — но это не означает, что он должен остановиться на конкретном мышлении. Образное мышление — необходимый этап для перехода к мышлению понятиями. Я стремился к тому, чтобы дети постепенно оперировали такими понятиями, как *явление, причина, следствие, событие, обусловленность, зависимость, различие, сходство, общность, совместимость, несовместимость, возможность, невозможность* и др. Многолетний опыт убедил меня, что эти понятия играют большую роль в формировании абстрактного мышления. Овладеть этими понятиями невозможно без исследования живых фактов и явлений, без осмысливания того, что ребенок видит своими глазами, без постепенного перехода от конкретного предмета, факта, явления к абстрактному обобщению»¹². Чем больше обобщений надо усвоить на уроке, чем напряженнее этот умственный труд, тем чаще ученик должен обращаться, по мнению Сухомлинского, к природе, к ярким образам и картинам окружающего мира, ибо умственное воспитание начинается там, где есть теоретическое мышление, где живое созерцание не конечная цель, а лишь средство: яркий образ окружающего мира является для учителя источником, в различных формах, красках, звуках которого кроются тысячи вопросов.

§ 3. РАЗВИТИЕ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

В процессе обучения оперированию понятиями отводится ведущая роль. В третьем классе начальной школы на уроках природоведения учащимся даются простейшие, доступные для их понимания определения понятий: «горизонт», «линия горизонта», «компас», «план местности», «масштаб чертежа», «океан», «равнина», «овраг», «гора», «полезное ископаемое», «материк», «море» и др. Эти определения простые, понятные для учащихся младших классов. Например, «Границу видимого пространства, где нам кажется, что небо сходится с землей, называют линией горизонта»¹³. Некоторые определения, например, что такое «океан», «равнина» и другие, даны весьма условно: «Океаны — это огромные пространства воды». Или: «Большие пространства с ровной поверхностью называют равнинами»¹⁴ и т. д. Но на этом этапе обучения учащиеся могут пока довольствоваться приведенными приблизительными определениями, а вернее, характеристиками. Отмечено, что школьники на уроках природоведения иногда недостаточно хорошо усваивают такие понятия, как «свойства снега (белый, непрозрачный, тает, превращается в воду, рыхлый)»; «свойства льда (бесцветный, прозрачный, тает, превращается в воду, хрупкий)»; «круговорот воды в природе»; «расширение воды при охлаждении ниже +4°С и при замерзании».

Учащимся начальных классов не просто даются готовые определения понятий; они сознательно формируются под руководством учителя. На примере формирования грамматических понятий у младших школьников проанализируем этот сложный многогранный аспект обучения. Воспользуемся опытом, отраженным в работе М. Р. Львова. «Согласно программе в I—III классах, — пишет М. Р. Львов, — школьники должны усвоить более ста языковых понятий, среди них грамматические: «предложение», «главный член предложения», «подлежащее», «сказуемое», «второстепенный член предложения», «слово», «корень», «суффикс», «приставка», «окончание»... понятия из области фонетики: «слог», «звук», «ударение», «согласный звук»... и др.; из области графики: «буква», «алфавит», «строчная буква», «заглавная буква» и др.; из орфографии: «правописание», «правило правописания», «проверочное слово» и др.; из лексикологии: «близкие по смыслу слова», «противоположные по смыслу слова», «переносный смысл» и др.; из теории речи: «сочинение», «рассказ», «текст», «тема», «план» и др.

Большинство из этих понятий уже в начальных классах достигают более или менее высокой степени сформированности¹⁵. В указанной работе привлекает методический подход, состоящий в рассмотрении понятия не как готового, не в статике, а в дина-

мике, показ его в развитии, в обогащении новыми существенными признаками и функциями. С одной стороны, ученикам должны даваться точные и четкие определения, на основе которых в начальных классах может быть достигнута наиболее полная сформированность грамматического понятия (например, «имя существительное», «суффикс» и др.). С другой стороны, «некоторые языковые явления, широко используемые в практической работе учащихся, все-таки не изучаются в обобщенном виде»¹⁶. Такими, например, являются понятия: «звук речи», «местоимение», «наречие», «вид глагола», «грамматический род» и др. В статье М. Р. Львова четко выделяются три последовательных этапа в формировании грамматических понятий в начальных классах, которые раскрываются на примере формирования понятий: «имя существительное» и «суффикс»: «Первый подготовительный этап предполагает накопление эмпирического материала — наблюдение изучаемого явления, выделение и название важнейших признаков и свойств этого явления, первичное обобщение накопленного эмпирического материала, выделение главных, наиболее существенных признаков и свойств.

Второй этап предполагает научное оформление понятия: введение термина, вывод определения понятия (или сообщение его учащимся в готовом виде), составление схемы, моделей и т. п. Вывод определения обыкновенно состоит в подведении формируемого понятия под ближайший род (родовое понятие) и в выделении нескольких важнейших признаков.

Третий этап — это дальнейшее углубление понятия, узнавание и выделение новых признаков, свойств изучаемого явления, которые лежат в основе формируемого понятия... в школьном курсе количество новых свойств изучаемого явления всегда ограничено, конечно»¹⁷. В начальных классах далеко не все понятия в процессе их формирования проходят все три этапа; третий этап, а иногда и второй могут осуществляться в последующих классах средней школы.

Нам представляется, что вывод, сделанный М. Р. Львовым: «При всех различиях и самих понятий, и условий их формирования описанные три этапа могут быть обнаружены в каждом отдельном случае»¹⁸, — можно распространить на формирование не только языковых понятий, но и понятий, относящихся ко всем прочим научным дисциплинам. Без четкого усвоения основных понятий и их взаимосвязей в рамках учебной дисциплины учащиеся не смогут глубоко и прочно овладеть основами наук.

В школе логические операции нельзя рассматривать изолированно, особенно операцию «определение понятий», ибо надо понятие подводить под ближайший род и при этом произвести операцию обобщения, а также выделить существенные признаки, характерные для вида. Этому же требует операция деления, при

которой основанием деления является существенный признак. Умение правильно определять отношение между видом и родом связано с умением выявлять разнообразные отношения между понятиями: отношения подчинения, пересечения, тождества, соподчинения, противоположности, противоречия.

Учащихся начальной школы надо специально обучать этим логическим операциям над понятиями. Для эксперимента с учащимися третьего класса был подобран материал, состоящий из двух идентичных частей (двух наборов логических задач). Первая часть материала давалась без объяснения сущности операций над понятиями. После выполнения ее анализировались допущенные ошибки, давалось правильное решение и объяснение. Затем предлагалась вторая часть — контрольная. Проводилось сравнение количества ошибок, допущенных в первой части и в контрольной. Работа состояла из следующих заданий.

1. Определить все виды отношений между понятиями (6 видов). В первый раз учащиеся допустили много ошибок, во второй раз — значительно меньше.

2. Выполнить определенное задание по объединению и пересечению объемов понятий. Эта работа была проделана успешно.

3. Произвести операции ограничения и обобщения понятий (были даны понятия «растение» и «лодка»). В ограничении все учащиеся допустили ошибки двух видов: а) дали неполное ограничение; б) допустили пропуск одного или ряда элементов при обобщении или ограничении (например, ограничивали так: «растение — клен», пропустив понятия «дерево» и «лиственное дерево»).

4. При делении понятий «треугольник» и «член предложения» допущены следующие ошибки: а) несоразмерность деления; б) скачок в делении.

5. При определении понятий «компас» и «остров» ошибок было много как в первом, так и в контрольном задании.

Эксперимент показал, что после объяснения учащиеся в конце 3-го класса быстро усваивают отношения между понятиями, хорошо владеют операциями объединения и пересечения понятий. Это объясняется тем, что на уроках математики приходится рассматривать множества и их элементы. Сложной оказывается работа по обобщению и ограничению понятий.

Подобная картина наблюдалась при экспериментах с учащимися средних и старших классов. Эксперименты подтвердили, что учащиеся при разъяснении им логической теории по теме «Понятие» удовлетворительно справляются с такими логическими действиями с понятиями, как деление понятий, определение, обобщение, ограничение понятий, и хорошо справляются с такими операциями с понятиями, как объединение, пересечение, дополнение, и выявляют отношения между понятиями.

§ 4. РАЗВИТИЕ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В СРЕДНИХ И СТАРШИХ КЛАССАХ НА УРОКАХ ЛИТЕРАТУРЫ, МАТЕМАТИКИ, ИСТОРИИ И ДРУГИХ ПРЕДМЕТОВ

Разносторонние возможности для развития логического мышления учащихся предоставляет преподавание литературы, развивающее специфические стороны мышления. Учащиеся начинают с понятий «художественный образ», «литературный тип», «литературная форма», затем подходят к изучению более общих понятий — «критический реализм», «натурализм», «романтизм», «принцип историзма»; при этом понятия берутся в их системе, а не изолированно. Психологическая наука пытается дать классификацию типов мышления на основе того или иного существенного признака. «В одних случаях подчеркивается целенаправленный характер мышления; из типов мышления наглядно-действенное и наглядно-образное названы исходными, а на их основе развивается теоретическое мышление... В других — подчеркивается проблемность мышления, его направленность на решение какой-либо задачи. Особо отмечено, что из основных видов мышления — практического (действенного), конкретно-образного и теоретического (словесно-понятийного) — образный тип мышления не является более низким по сравнению с теоретическим»¹⁹. Какой же тип мышления формируется на уроках литературы? «В процессе изучения литературы, — пишет О. Ю. Богданова, — развиваются взаимосвязанные компоненты мышления учащихся: конкретно-образные, обобщенно-образные, теоретические и действенные»²⁰. При анализе произведения художественной литературы учащиеся должны использовать как научные (теоретические), так и образные обобщения, самостоятельно применять всю систему знаний и понятий.

Большое значение для развития мышления учащихся имеет использование различных типов самостоятельных работ по литературе: самостоятельные работы по образцу, реконструктивные, вариативные самостоятельные работы на применение понятий науки, творческие самостоятельные работы, постановка самими учащимися проблемы и нахождение путей ее решения²¹.

Осветить подробно этот эксперимент не представляется возможным, поэтому мы остановимся лишь на некоторых аспектах работы, иллюстрируя их соответствующими примерами.

В преподавании литературы, как и других школьных предметов, иногда вместо определения понятия применяется метод сравнения. Сравнение широко используется для сопоставления литературных фактов и явлений, в частности для сопоставления сюжета повести с ее первоначальным планом. Учащимся предлагается вопрос проблемного характера: «С какой целью Пушкин изменил первоначальный план повести «Станционный смотритель?»»

Преподавание литературы предполагает использование раз-

нообразных вопросов проблемного характера, на которых мы остановимся подробнее. Эти вопросы представляют собой познавательные поисковые задачи. Приведем примеры вопросов по повести А. С. Пушкина «Пиковая дама», которые предлагаются учащимся перед уроком: 1. Какую моральную оценку дает Пушкин своему герою? 2. Чем мотивируется поведение Германа (в социальном или психологическом плане)? 3. Как раскрыта в повести тема «личность и общество»? Что лежит в основе конфликта между героем и окружающими людьми? 4. С какой целью введены в повесть фантастические элементы? 5. Как относится Пушкин к наступлению буржуазного века? 6. Какова идея повести?²²

Работа в классе строится с опорой на самостоятельные высказывания учащихся по этим вопросам. Вопросы проблемно-проверочного характера ставятся и с иной целью: для выяснения особенностей мышления учащихся. Например, после изучения творчества Лермонтова учащимся были предложены вопросы: 1. Что такое литературный тип? Показать на конкретном примере. 2. Что я узнал о русской действительности прошлого столетия из произведений Пушкина и Лермонтова? 3. Каковы основные особенности реализма Пушкина и Лермонтова? В чем вы видите сходство и в чем различие? Показать на конкретном примере. 4. Каков нравственный идеал Лермонтова? Что в этом идеале мне близко и понятно, а что нет? Здесь обращают на себя внимание вопросы, основанные на сопоставительном анализе, на обобщениях.

В ходе последующей работы вопросы проблемного характера усложняются. При изучении романа Достоевского «Преступление и наказание» учащимся предлагались следующие вопросы: 1. Какие события предшествуют преступлению и как они влияют на Раскольникова? 2. Сопоставьте Петербург Пушкина, Некрасова и Достоевского. 3. Сопоставьте ответы Чернышевского и Достоевского на вопрос «Что делать?». 4. Как и в каких сценах осуждается теория Раскольникова? 5. В чем заключается новаторство реалистической манеры Достоевского? 6. В чем состоит противоречивость художественного мира Достоевского? И другие.

Целенаправленная работа, идущая от формирования первоначальных обобщений о литературных фактах к концептуальному подходу в изучении литературы и использованию системы знаний по истории и теории литературы, — таков магистральный путь развития мышления старшеклассников.

Развитие логического мышления на уроках математики

Математика способствует развитию творческого мышления, заставляя учащихся искать решения нестандартных задач, размышлять над парадоксами, анализировать содержание условий

теорем и сути их доказательств, изучать специфику работы творческой мысли выдающихся ученых. А. Я. Хинчин видит воспитательный эффект уроков математики в том, что специфическая для математики логическая строгость и стройность умозаключений призвана воспитывать в учащихся общую логическую культуру мышления, и основным моментом воспитательной функции математического образования он считает развитие у учащихся способностей к полноценности аргументации. В обыденной жизни и в ряде естественнонаучных дискуссий аргументацию почти не удастся сделать исчерпывающей, в математике же дело обстоит иначе: «Здесь аргументация, не обладающая характером полной, абсолютной исчерпанности, оставляющая хотя бы малейшую возможность обоснованного возражения, беспощадно признается ошибочной и отбрасывается как лишенная какой бы то ни было силы... Изучая математику, школьник впервые в своей жизни встречает столь высокую требовательность к полноценности аргументации»²³. Школьники приучаются к взаимной критике; ученик, который «отобьется» от всех возражений своих товарищей, почувствует, что именно логическая полноценность аргументации была тем оружием, которое дало ему эту победу. А раз почувствовав это, он неизбежно научится уважать это оружие и, даже находясь в других ситуациях (в споре с другими или в своем «одиноким мышлении»), будет искать точной, полноценной аргументации, что значительно повысит его логическую культуру. А. Я. Хинчин сформулировал некоторые конкретные требования, выполнение которых обеспечивает полноту аргументации. Среди них борьба против незаконных обобщений и необоснованных аналогий, борьба за полноту дизъюнкций, за полноту и выдержанность классификаций.

Требование полноты и выдержанности классификации

При построении классификаций необходимо соблюдать правила деления понятий: классификация должна проводиться по одному существенному основанию, члены классификации должны исключать друг друга, классификация должна быть полной. На уроках математики воспитывается потребность осуществлять правильные классификации.

Математический стиль мышления, по характеристике А. Я. Хинчина, определяется следующими особенностями: 1) доведенное до предела доминирование логической схемы рассуждения; 2) лаконизм, сознательное стремление всегда находить кратчайший из ведущих к данной цели логический путь; 3) четкая разбивка хода рассуждений на случаи и подслучаи; 4) скрупулезная точность символики. Указанные черты стиля математического мышления способствуют поднятию общей культуры мышления школьников, развитию их интеллектуального потенциала.

На уроках математики учащиеся оперируют всеми формами мышления: понятиями, суждениями, умозаключениями. Чаще всего учащиеся пользуются такими видами дедуктивного умозаключения, как категорический силлогизм, энтимема, условно-категорические и разделительно-категорические умозаключения, полисиллогизмы, сориты, непосредственные умозаключения (превращение, обращение, противопоставление предикату), дилеммы.

Развитие логического мышления на уроках истории

В начальной школе при изучении материала по истории применяются различные приемы, способствующие развитию мышления, в первую очередь наглядные пособия: картины, диапозитивы, рисунки на доске, аппликации, иллюстрации учебника. С их помощью делаются сравнения, устанавливаются различия, производятся обобщения. Например, предлагается сравнить работу крестьян до революции и в настоящее время или сравнить вид Москвы в XIII в. и сейчас. Используется анализ и синтез в их единстве.

Учащиеся учатся составлять план рассказа, выделять главное, устанавливать причинно-следственные связи явлений. Они хорошо усваивают единичные понятия (Московский Кремль, Степан Разин, Пугачев и др.), усваивают и общие понятия: орудие труда, помещик, раб, стачка, восстание и др. Точные определения понятий, как правило, не даются.

В средних и старших классах история преподается как отдельный предмет. Место наглядных пособий занимают словесные иллюстрации, яркие описания, характеристики, часто вместо определения понятий применяются приемы, их заменяющие: описание, характеристика, разъяснение посредством примера, сравнение и различение. В средних классах учащиеся иногда затрудняются выделить общие и существенные признаки и дать точное определение понятия, иногда указывают лишь род, не называя видового отличия (разновидность логической ошибки «несоразмерность определения» — слишком широкое определение, например: «мотыга — это сельскохозяйственное орудие»). В средних и старших классах больше используется так называемая условная наглядность: схемы, картограммы, планы, таблицы, диаграммы, плакаты, графики. Учащиеся знакомятся с рядом научных понятий: «исторический факт (событие)», «причина исторического события», «следствие исторического события», «историческая закономерность» и др. У учащихся вырабатывается понимание закономерностей исторического процесса, роли народных масс, соотношения производительных сил и производственных отношений. Для запоминания последовательности событий полезно давать самим учащимся составлять хронологичес-

кую таблицу наиболее важных событий. Это развивает умение выделить главное, существенное.

Перед учащимися ставятся проблемные вопросы, в том числе вопросы, предполагающие сравнение событий или явлений: 1. Чем отличается раб от крестьянина в Древнем Египте? 2. Чем отличается рабовладельческий строй от первобытного? Предлагается задание — сравнить уровень культуры в разных странах и др. Значительное число вопросов связано с установлением причинно-следственных связей. На уроках истории часто ставится вопрос: «Почему?»

Методисты считают, что понятия гражданской истории лучше усваиваются, если учащиеся подведены к ним индуктивным методом — путем ознакомления с рядом сходных и типичных фактов и явлений; однако иногда используются и дедуктивные умозаключения.

Следует обратить внимание на распространенную у учащихся ошибку смешения повода и причины события.

В старших классах развитие логического мышления на уроках истории осуществляется посредством усвоения более абстрактного, теоретически обобщенного материала, посредством более углубленного формирования понятий. Больше внимание уделяется операции деления понятия и классификациям (например, классификация орудий труда, видов оружия, типов предприятий при капитализме, форм и типов государственного устройства и др.).

На уроках истории используются и умозаключения по аналогии. Гипотеза и ее роль в познании исторических событий связаны с научным предвидением.

И. Я. Лернер к числу методов исторического познания, имеющих общеобразовательное значение, относит следующие:

1. Сравнительно-исторический метод.
2. Метод аналогии.
3. Статистический метод: выборочный, групповой и т. д.
4. Установление причин по следствиям.
5. Определение цели отдельных личностей и их групп по их действиям и по следствиям этих действий.
6. Определение зародыша по зрелым формам.
7. Метод обратных заключений (определение прошлого по существующим пережиткам).
8. Обобщение формул, т. е. свидетельств памятников обычного и письменного права, анкет, характеризующих массовость тех или иных явлений.
9. Реконструкция целого по части.
10. Определение уровня духовной жизни по памятникам материальной культуры.
11. Лингвистический метод²⁴.

Для усвоения норм правильного мышления И. Я. Лернер

предусмотрел ряд заданий на различные логические операции. Среди них определение понятий, анализ и синтез как приемы образования понятий, сравнение и обобщение, деление понятий, классификация понятий, индуктивные и дедуктивные умозаключения, умозаключения по аналогии, прямое и косвенное доказательство.

Желательно было бы в заданиях включить и оперирование логическими законами. Учитель истории, разумеется, обратит внимание учащихся и на использование гипотез в историческом познании и свяжет это с научным прогнозированием исторических событий и закономерностей. И. Я. Лернер предусматривает и другие виды заданий: «Задания на усвоение норм диалектического мышления» и «Задания на усвоение методологических знаний», — а также выделяет систему проблемных задач.

Очень важными средствами развития логического мышления учащихся являются работа с историческими документами и использование художественной литературы.

На уроках истории, как и на других уроках, широкое применение находит метод сравнения.

Итак, выявлено значительное многообразие средств, методов, приемов развития логического, творческого мышления учащихся на уроках в школе.

Кроме того, мы считаем необходимым введение в школе отдельного предмета «Логика», который позволит вооружить учащихся систематизированными знаниями по этой важной отрасли науки. Одна из важнейших задач курса логики — показать на основе философской теории познания основные формы и законы содержательного мышления, помочь интеллектуальному формированию личности учащегося.

Глава IX

ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ КАК НАУКИ И ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОВРЕМЕННОЙ СИМВОЛИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

§ 1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ИСТОРИИ КЛАССИЧЕСКОЙ И НЕКЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИК

Первоначально логика зародилась и развивалась в недрах философии — единой нерасчлененной науки, которая объединяла всю совокупность знаний об объективном мире и о самом человеке и его мышлении. На этом этапе исторического развития логика имела преимущественно онтологический характер, т. е. отождествляла законы мышления с законами бытия.

Вначале законы и формы правильного мышления изучались в рамках ораторского искусства — одного из средств воздей-

вия на умы людей, убеждения их в целесообразности того или иного поведения. Так было в Древней Греции, Древней Индии, Древнем Китае, Древнем Риме, средневековой России. Но в искусстве красноречия логический момент выступает еще как подчиненный, поскольку логические приемы служат не столько цели достижения истины, сколько цели убеждения аудитории.

Развитие науки логики на протяжении ряда столетий протекало по двум направлениям. Одно из них начиналось с древнегреческой логики (в особенности с логики Аристотеля), на основе которой развивалась логика в Древнем Риме, затем в Византии, Грузии, Армении, арабоязычных странах Ближнего Востока, в Западной Европе и России. Другое направление имело своим истоком индийскую логику, на основе которой развивалась логика в Китае, Тибете, Монголии, Корее, Японии, Индонезии, на Цейлоне¹.

Логика в Древней Индии

История логики Индии связана с развитием индийской философии. Древнейший литературный памятник Индии — Веды (II — начало I тысячелетия до н. э.), а наиболее древняя его часть — Ригведа. С целью разъяснения Вед появляются Упанишады, прозаические трактаты брахманов, в которых они развивают или комментируют многие философские мысли, содержащиеся в Ведах.

Индийский ученый Мадхава в своем сочинении «Обзор всех систем» (1350) насчитывает 16 школ древнеиндийской философии. На первом месте стоит материалистическая философская школа чарвака (основатели Брихаспати и его ученик Чарвака). К ней примыкала школа локаята. В основном материалистическими были рационалистические философские системы вайшешика (ее основатель получил прозвище Канада, что значит «пожиратель атомов»), нья (основатель школы нья — Гаутама) и джайнизм (основатель Вардхамана Махавира).

Были в Древней Индии и идеалистические философские системы, утверждающие первичность духа, сознания, мышления. Наиболее крупные из них: йога, миманса, веданта, буддизм. Среди ведущих философских систем следует назвать также санкхью — систему дуалистическую, исходящую из признания равноправными двух начал — духа и материи, идеального и материального.

Диспуты между представителями различных философских школ способствовали развитию теории познания и логики. Но логика самостоятельно трактуется лишь школой нья, хотя еще не систематически, а в форме кратких афоризмов (сутр). Лишь начиная с Дигнаги (VI в.) индийская логика приобретает стройную и систематическую форму.

Индийская логика развивалась на протяжении двух тысячелетий, и история ее развития на мировом уровне еще до конца не изучена. Хотя библиография по индийской философии и логике огромна, единства во взглядах на ход ее развития не достигнуто.

В индийской логике много внимания уделяется теории умозаключения, которое в ней отождествляется с доказательством. Существовавший первоначально взгляд, что силлогизм состоит из десяти суждений (членов), меняется. Развитие логики шло по пути сокращения членов силлогизма. Гаутама сократил их до пяти: 1) тезис, 2) основание, 3) пример, 4) применение и 5) вывод. Эта система силлогизма стала господствующей в индийской логике.

Особенностями индийской логики являются следующие:

- 1) оригинальное учение о пятичленном силлогизме, в котором важна мысль о неразрывной связи дедукции и индукции;
- 2) суждение не признается самостоятельным актом мысли, а рассматривается как член умозаключения;
- 3) восприятие не есть нечто непосредственно данное, а заключает в себе акт «суждения — умозаключения». Иными словами, в основе наших восприятий лежит приобретенный нами опыт;
- 4) различение речи «в себе» (т. е. внутренней речи, являющейся формой процесса мышления, когда человек как бы ведет разговор с самим собой) и речи «для других» (т. е. внешней речи, когда происходит передача мыслей и общение людей в устной или письменной форме). Первая характеризуется более сокращенным способом мышления, чем вторая. Следует отметить, что европейская психология лишь в XX в. приступила к изучению этих видов речи и установлению различий между ними.

В сжатой форме системы индийской логики («старая» ньяя, буддийская логика, «новая» ньяя) изложены в двухтомной «Индийской философии» С. Радхакришнана.

Одним из наиболее полных систематических изложений основ индийской логики навья-ньяя, сделанным представителем западной логики, является работа видного американского индолога, профессора Гарвардского университета Д. Г. Х. Инголлса².

Навья-ньяя («новый метод», «новая логика») — единственнаявершенная система логики, возникшая вне пределов европейской культуры. Основоположником школы считается автор трактата «Таттва-чин-тамани» Гангеша (XII—XIII вв.). В этой школе логика становится самостоятельной наукой, выступает методом и инструментом научного познания. Однако восходящая к древней традиции громоздкая система категорий, несоблюдение различия между абстрактным выводом и конкретным примером вывода говорят о том, что эта логика не лишена недостатков. Во многом их преодолевает поздняя, или радикальная, школа навья-ньяя, основанная Рагхунатхой.

Знакомя с главными понятиями, теорией и методами малоиз-

вестной за пределами Индии логики навья-ньяя, с крупнейшими представителями этой школы за период с XII по XVII в., Инголлс опирается на достижения современной ему символической логики.

Со времени своего возникновения и до двадцатых годов XX в. логика преимущественно развивалась в направлении формализации и каталогизирования правильных способов рассуждений в пределах двух значений истинности. Суждения могли быть либо истинными, либо ложными. Такая логика именовалась *классической*, так как восходила к древней традиции. Другие ее названия — традиционная или двузначная. Классическая логика — это первая ступень развития формальной логики.

С развитием научного знания логика поднимается на вторую, более высокую ступень развития. Теперь она систематизирует формы мышления, применяя математические методы и специальный аппарат символов. Исследуя содержательное мышление с помощью исчислений, она идет дальше по пути абстрагирования. Эта формальная логика носит название символической, или математической, но является классической, так как по-прежнему оперирует двумя значениями истинности.

В современной математической логике развиваются и *неклассические логики*, которые оперируют либо бесконечным множеством значений истинности, либо конструктивными (по сравнению с классической логикой) методами доказательства истинности суждений, либо модальными суждениями, либо исключают отрицания, имеющиеся в классической логике.

Д. Инголлс в своей книге отмечает, что формальная логика навья-ньяя отличается высокой степенью абстракции. Ее представители не ограничивались чисто лингвистическим анализом, всегда пытались вскрыть отношения между самими вещами. В некоторых отношениях, считает американский исследователь, навья-ньяя превосходит аристотелевскую логику. Ее создатели, например, имели понятие о конъюнкции, дизъюнкции и их отрицании, знали следствие о классах из законов де Моргана. В школе навья-ньяя кванторы, т. е. логические термины, выраженные словами «все», «некоторые», «любые» и т. п., почти никогда не использовались, так как они выражались с помощью абстракции свойств и путем комбинирования отрицаний. В навья-ньяя анализировались следующие проблемы: отношение «проникновения» (т. е. теория логического следования), проблема отрицательных высказываний, способы образования сложных терминов и др.

Навья-ньяя так и не пришла к использованию символов. Хотя, по мнению Д. Инголлса, незнание представителями этой школы символов вряд ли справедливо считать недостатком. Ведь никто, за исключением стойков, не использовал в логике символы вплоть до XIX в. Вместо символов здесь была разработана

сложная система клише, благодаря которой удавалось получить множество выражений. Д. Инголлс склонен видеть в логике рассматриваемой формальной логической системы зачатки ряда идей, получивших развитие в математической логике.

Древнеиндийская логика самобытна. Она возникла и развивалась независимо от древнегреческой. С греческой философией и логикой Индия познакомилась лишь в результате похода Александра Македонского (356—323 до н. э.).

Логика в Древней Греции

В Древней Греции логическую форму доказательства в виде цепи дедуктивных умозаключений мы встречаем в элейской школе (у Парменида и Зенона). Гераклит Эфесский выступает с учением о всеобщем движении и изменении. Для древнегреческой философии характерно возникновение и борьба различных философских школ и направлений.

В древнегреческой философии в середине V в. до н. э. появились так называемые софисты (Протагор, Горгий и др.), которые главным предметом своего философского исследования делают не природу (как это было до них), а человека и его деятельность, в том числе этику, риторику, грамматику. Протагор, Горгий и Трасимах впервые в Греции создали теорию риторики. Софисты критиковали и религию, и материалистическую философию. Разрабатывая теорию красноречия, софисты затрагивали и вопросы логики. Протагор написал специальное сочинение «Искусство спорить». Протагор — мастер спорить; он разъезжал по Греции, устраивал диспуты, привлекавшие многочисленных слушателей. По выражению античного автора Диогена Лаэртского, «нынешнее племя спорщиков берет свое начало от него»³.

Протагор первым стал применять «сократический способ беседы». Этот метод заключался в постановке собеседнику вопросов и показе ошибочности его ответов. Поэтому Протагор стал изучать виды умозаключений в плане логических приемов в речи ораторов. Позднее это сделал Аристотель в его «Топике». Сочинение Протагора «Тяжба о плате» (вы уже познакомились с ним на с. 201) посвящено знаменитому софизму, относящемуся к спору Протагора с его учеником Эватлом.

Против софистов выступил выдающийся материалист Древней Греции Демокрит (460—370 до н. э.), создавший всеобъемлющую философскую систему, включающую учение о бытии, космологию, теорию познания, логику, этику, политику, эстетику и ряд других областей научного знания: математику, физику, биологию, медицину, филологию и др. Демокрит — творец первой системы логики в Древней Греции, написавший специальный трактат «О логике, или Канонь» (в трех книгах; название «Канонь» означает «критерии», «правила»). До нас, к сожалению,

дошли лишь незначительные отрывки. В книге «О логике» Демокрит выступает против софистов, отрицавших объективную истину. Демокрит строит логику на эмпирической основе, поэтому он — один из создателей индуктивной логики. Демокрит рассматривал суждения, выделяя в них субъект и предикат, а также рассматривал определения понятий.

В «Канонах» было изложено учение Демокрита о видах знания. Вопросы логики здесь не отделялись от теории познания. Последователями Демокрита были философы эпикурейской школы. Демокритовско-эпикурейское направление в логике предвосхитило индуктивную логику Ф. Бэкона и противостояло идеалистической сократо-платоновской логике.

Проблемами логики занимались и древнегреческие философы — Сократ (около 469—399 до н. э.) и Платон (428—347 до н. э.). У Сократа на первый план была выдвинута проблема метода, посредством которого можно получить истинное знание. Сократ считал, что любой предмет может быть познан лишь в том случае, если его свести к общему понятию и судить о нем на основе этого понятия. Поэтому он предлагал собеседнику дать определения ряду понятий, таких, например, как «справедливость», «несправедливость», «храбрость», «красота» и т. п.

Сократовский метод использовался так. На вопрос Сократа, что такое несправедливость, отвечающий давал поверхностное, непродуманное определение. Взяв отдельные случаи из повседневной жизни, Сократ показывал, что определение, которое давал отвечающий, оказывается ошибочным или недостаточным и подводил к исправлению его. Новое определение (дефиниция) опять проверялось, дополнялось и т. д. Например, давая определение понятию «несправедливость», в качестве несправедливых люди называли такие действия, как лганье, обман, делание зла, обращение в рабство и т. п. Но затем выяснялось, что во время войны с врагами эти действия не подпадают под понятие несправедливости. Первоначальное определение ограничивается: действия эти являются несправедливыми только по отношению к друзьям. Но и новое определение недостаточно. Ведь тот, кто обманом заставляет своего больного ребенка принять лекарство или отнимает меч у друга при его попытке к самоубийству, не совершает несправедливого поступка. Следовательно, только тот совершает несправедливость против друзей, кто это делает с намерением им повредить.

Знание Сократ понимает как усмотрение общего (или единого) для целого ряда вещей (или их признаков). Знание есть, таким образом, понятие о предмете, и достигается оно посредством определения понятия. При этом усматривается как сходство или общность предметов, подходящих под данное понятие, так и различия между тем, что подходит под данное понятие, и тем, что подходит под сходное или смежные с ним понятия. Учение

Сократа о знании как об определении общих понятий и применявшиеся Сократом индуктивные приемы определения этических понятий сыграли заметную роль в развитии логики.

Учение Сократа о знании развил его ученик Платон в теории «видов» или «идей», создавший систему объективного идеализма, утверждавшую существование духовного первоначала вне и независимо от человеческого сознания. Свою школу Платон основал в Афинах, создав там Академию. Платон общие понятия Сократа, говорящие о сущностях вещей, превратил в абсолютные идеи, которые существуют сами по себе, вне познающего субъекта, и независимо от материального мира. И считал эти идеи первичными, вечными и неизменными, образующими особый потусторонний мир. Материальный мир, по Платону, вторичен, он изменчив, и в нем отражаются вечные, неизменные идеи, которые являются прообразами всех существующих материальных вещей, а вещи эти — только «тени» идей.

В своей деятельности Платон значительное место отводил вопросам теории познания и логики. Платон стремился образовать понятие и затем осуществить деление понятия на его виды, излюбленным логическим приемом которого была дихотомия, т. е. деление понятия *A* на *B* и *не-B* (например, животные делятся на позвоночных и беспозвоночных). Он сформулировал два правила для деления понятий, а теорию суждения развил в диалоге «Софист». Платон отличал отношение различия от отношения противоположности.

В школе Платона много занимались определениями, в частности определениями предметов органической и неорганической природы. Платону принадлежит следующее определение человека: «Человек есть двуногое животное без перьев». Услышав об этом, Диоген, ощипав петуха, принес его в Академию и во время лекции Платона выпустил его со словами: «Вот человек Платона». Платон признал свою ошибку и внес в свое определение поправку: «Человек есть двуногое животное без перьев с широкими ногтями».

Один из величайших ученых и философов древности — Аристотель (384—322 до н. э.). Он родился в городе Стагире, поэтому его называют Стагиритом. Глубокие сочинения Аристотеля посвящены многообразным отраслям современного ему знания: философии, логике, физике, астрономии, биологии, психологии, этике, эстетике, риторике и другим наукам.

В течение 20 лет Аристотель был учеником в школе Платона. Через 12 лет после смерти Платона Аристотель основал в Афинах свою философскую школу (перипатетическую, или Ликей). Общее число написанных им работ приближается к тысяче.

Аристотель впервые дал систематическое изложение логики. Логика Аристотеля называют «традиционной» формальной логикой. Традиционная формальная логика включала и включает

такие разделы, как понятие, суждение, законы (принципы) правильного мышления, умозаключения (дедуктивные, индуктивные, по аналогии), логические основы теории аргументации, гипотеза. Основными работами Аристотеля по логике являются «Первая аналитика» и «Вторая аналитика», в которых дана теория силлогизма, определение и деление понятий, теория доказательства. Логическими сочинениями Аристотеля являются также «Тошика», содержащая учение о вероятных «диалектических» доказательствах, «Категории», «Об опровержении софистических аргументов», «Об истолковании». Византийские логики позже объединили все перечисленные работы Аристотеля под общим названием «Органон» (орудие познания)⁴.

Законы правильного мышления: закон тождества, закон непротиворечия, закон исключенного третьего — Аристотель изложил также в своем главном произведении «Метафизика». Аристотель законы мышления рассматривал первоначально как законы бытия, а логические формы истинного мышления считал отображением реальных отношений.

Для Аристотеля истина есть соответствие мысли с действительностью. Истинным он считал суждение, в котором понятия соединены между собой так, как связаны между собой вещи в природе. А ложным — суждение, которое соединяет то, что разъединено в природе, или разъединяет то, что связано в ней. Аристотель, опираясь на эту концепцию истины, создал свою логику. В «Аналитиках» он довольно основательно разрабатывает модальную логику.

Аристотель видел в логике орудие, или метод, исследования. Основным содержанием аристотелевской логики является теория дедукции. В логике Аристотеля содержатся элементы математической (символической) логики, у него имеются начатки исчисления высказываний.

Дальнейшая разработка логики высказываний, и в том числе теории условных и разделительных умозаключений, была осуществлена логиками мегаро-стоической школы (учение, известное под названием «логики стоиков»). Основатели стои — Зенон (333—261 до н. э.) и Хризипп (282—206 до н. э.).

Логика, по их учению, должна изучать и словесные знаки, и обозначаемые ими мысли. А назначение логики они видели в задаче научить правильно судить о вещах, освободить ум от заблуждений. Стоики делили логику на диалектику и риторику. Таким образом, они выходили за ограниченные рамки формальной логики.

К сожалению, до нас дошли лишь отдельные отрывки из логического учения мегариков и стоиков. Логика этой школы дали анализ логических терминов: отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации. В результате дискуссии об импликации у них выявились четыре различных ее понимания. Мегарик Ев-

булид открыл первый известный нам из истории семантический парадокс под названием «Лжец».

Логика Древнего Китая⁵

Под логикой Древнего Китая, по утверждению Пань Шимо, принято прежде всего понимать логику периода Чуньцю и Чжаньго (722—221 до н. э.), когда появляется понятие «философская дискуссия» и создается ситуация, известная как «соперничество ста школ». Ученые исследуют теорию имен, понятий, вопросы об искусстве спора (дискуссии). Такими мыслителями являлись: Дэн Си (ок. 545—501 до н. э.), Великий Конфуций (551—501 до н. э.), Хуэй Ши (ок. 370—318 до н. э.), Гун Суньлун (ок. 325—250 до н. э.), Моцзы (ок. 490—403 до н. э.), Сюньцзы (ок. 313—238 до н. э.), Ханьфейцзы (ок. 280—233 до н. э.) и др.⁶

Пань Шимо так характеризует достижения различных школ того периода: «Усилиями школы имен (минцзя), школы законов (фацзя), конфуцианской школы (жуцзя) и особенно школы поздних моистов (моцзя) была создана более или менее целостная логическая концепция. В Древнем Китае большинство логических теорий было рассеяно по различным трактатам, посвященным вопросам политики, философии, этики и естествознания. Поздние моисты обобщили достижения своих предшественников, взяв при этом за основу учение Моцзы, и создали первый в истории китайской логики энциклопедический трактат «Мобянь» (Рассуждения Моцзы), называемый также «Моцзин» (трактат Моцзы)»⁷.

Автор статьи «Логика Древнего Китая» дает концентрированную интересную информацию о тех проблемах, которые разрабатывались в логических теориях периода ранний Цинь: 1) теория имени; 2) теория «цы» (высказываний); 3) теория «шо» (рассуждения) и «бянь» (спора); 4) об основных законах мышления. В статье отмечается ряд особенностей логики Древнего Китая:

а) логические теории концентрировались вокруг основных понятий — «мин» (имени) и «цы» (предложения, высказывания);

б) развитие логики было тесно связано с языком того времени; не обращалось внимания на различие между логической природой «мин» и «цы» и их языковыми свойствами;

в) логика этого периода «обычно исходила из практических требований риторики (способы ведения спора) и познавательного аспекта дискуссии... Логика Древнего Китая не смогла выработать строгих представлений о формах умозаключений и отделить их от теории познания»⁸, так как придавала чрезмерное значение содержательной стороне мышления и пренебрегала его формой;

г) логика в Древнем Китае находилась под сильным влиянием различных политических доктрин и морально-этических концепций.

В результате обстоятельного анализа Пань Шимо сформулировал следующий вывод: «Хотя логические концепции в Древнем Китае и сформулировались раньше, чем в Древней Греции, но после периода ранний Цинь они практически прекратили свое дальнейшее развитие. Это одна из причин того, что логика в Китае не достигла той зрелости, которой она достигла на Западе»⁹.

Логика в средние века

Средневековая логика (VI—XV вв.) изучена еще недостаточно. В средние века теоретический поиск в логике развернулся главным образом по проблеме истолкования природы общих понятий. Так называемые реалисты, продолжая идеалистическую линию Платона, считали, что общие понятия существуют реально, вне и независимо от единичных вещей. Номиналисты же, напротив, считали, что реально существуют только единичные предметы, а общие понятия — лишь имена, названия для них. Оба взгляда были неправильными, однако номинализм был ближе к материализму.

Сформулируем основные проблемы, которые разрабатывались в средневековой логике: проблемы модальной логики, анализ выделяющих и исключаящих суждений, теория логического следования, теория семантических парадоксов (логики в средние века усиленно занимались их анализом, например парадокса «Лжец» и др., и предлагали разнообразные решения).

Теоретические источники средневековой арабоязычной логики следует искать в логике Аристотеля. Основателем арабоязычной логики считается сирийский математик аль-Фараби (870—950), который прокомментировал весь аристотелевский «Органон». Логика аль-Фараби направлена на анализ научного мышления. Им исследуются и вопросы теории познания, и грамматики. У него, как и у Аристотеля, метод мышления соотносится с реальными отношениями и связями бытия. Аристотель был «духовным наставником» аль-Фараби в области логики.

Аль-Фараби выделяет в логике две ступени: первая охватывает представления и понятия, вторая — теорию суждений, выводов и доказательств.

Сирийская логика послужила посредником между античной и арабоязычной наукой. Историки логики признают влияние логики арабов на развитие европейской логики в средние века.

Таджик Ибн Сина (Авиценна; 980—1037) комментирует Аристотеля и сам пытается развить логику. Авиценне известна зависимость между категорическими и условными суждениями, выражение импликации через дизъюнкцию и отрицание, т. е. формула $(p \rightarrow q) \equiv (\bar{p} \vee q)$. В учебнике «Логика» Ибн Сина стремился обобщить аристотелевскую силлогистику. Вначале Ибн Сина

пользовался комментариями к работе Аристотеля «Метафизика», сделанными аль-Фараби.

Другим крупным арабским аристотеликом был Ибн Рушд (Аверроэс; 1126—1198). Он также тщательно комментировал логические тексты Аристотеля. Ибн Рушд развивал понимание модальностей.

Во второй половине XIII в. самым популярным руководством по логике был «Summulae logicales» Петра Испанского (прибл. 1220—1277). Логикой разрабатывали англичанин Дунс Скот, испанец Раймунд Луллий, англичанин Вильям Оккам, француз Жан Буридан, немец Альберт Саксонский. В трактате Петра Испанского имеется ряд новых идей (по сравнению с мегаро-стоической школой), относящихся к логике высказываний.

В XV—XVI вв., в эпоху Возрождения, происходит усиление эмпирических тенденций в логике и методологии научного знания. Идет бурное развитие науки, делаются великие географические открытия, наука сближается с практикой. Все большую роль в других науках начинает играть математика.

В разработку материалистических основ логики большой вклад внес Фрэнсис Бэкон (1561—1626) — родоначальник английского материализма. Выступая против крайностей рационализма и эмпиризма, Бэкон говорил, что ученый не должен уподобляться ни пауку, ткущему паутину из самого себя, ни муравью, который только собирает и накапливает материал, а должен, подобно пчеле, собирать и перерабатывать материал, преобразуя его в научную теорию.

Ф. Бэкон разработал основы индуктивной логики в своем знаменитом произведении «Новый органон». Как показывает само заглавие, Бэкон противопоставляет свою логику логике Аристотеля. Его «Новый органон» должен заменить старый аристотелевский «Органон». Но Бэкон был несправедлив по отношению к Аристотелю, он не знал подлинного Аристотеля, знакомился с его работами в изложении средневековых философов. Заслугой Бэкона является разработка им вопросов научной индукции, целью которой является раскрытие причинных связей между явлениями окружающего мира. Ф. Бэкон разработал методы определения причинной связи между явлениями: метод сходства, метод различия, соединенный метод сходства и различия, метод сопутствующих изменений, метод остатков. Далее разработка вопросов научной индукции в XIX в. была продолжена Дж. Ст. Миллем и другими логиками.

Французский философ Рене Декарт (1596—1650) сформулировал четыре правила, которыми надо руководствоваться при всяком научном исследовании. Его последователи — Арно и Николь в 1662 г. написали книгу «Логика, или Искусство мыслить»

(«Логика Пор-Рояля»), в которой поставили задачу освобождения логики Аристотеля от внесенных в нее поздними логиками схоластических извращений.

С идеалистических позиций подходил к логике немецкий философ И. Кант (1724—1804). Он полностью оторвал логические формы и законы от их содержания, объявил их «априорными» (т. е. предшествующими опыту и независимыми от него).

Кант в течение ряда лет читал курс формальной логики в Кенигсбергском университете. Его студент, слушавший этот курс, обработал записи и при жизни Канта в 1800 г. опубликовал их. Но эту публикацию нельзя рассматривать как сочинение самого Канта.

По определению Канта, логика — наука о необходимых законах, правилах рассудка вообще. Поэтому логика должна, по Канту, изучать форму мышления в отрыве от его содержания, т. е. независимо от объектов мышления. Кант считал, что логика отвлекается от всякого содержания знания, а следовательно, и от самих вещей. Он полагал, что после Аристотеля логика не могла более обогащаться по содержанию, а совершенствовалась лишь в точности, определенности и отчетливости. Поэтому он считал недостаточной для познания традиционную логику и разработывал логику трансцендентальную (от лат. *transcendere* — переступать), которая, по его мнению, должна была преодолеть ограниченность взгляда обычной, общей логики на формы мышления.

Это мнение Канта о неизменности логики опровергал Ф. Энгельс, говоря о том, что «теория законов мышления отнюдь не есть какая-то раз навсегда установленная «вечная истина»...»¹⁰. Логика Аристотеля принципиально отлична от логики Канта, ибо логика Канта является чисто субъективной и сугубо формалистичной, а ее философской основой является субъективный идеализм. Положительным вкладом в логику является то, что Кант отличал логическое основание и логическое следствие от реальной причины и реального следствия.

Немецкий философ, объективный идеалист Гегель (1770—1831) дал развернутую критику формализма Канта, в том числе и в вопросах логики, но критика эта осуществлялась с позиций идеалистической диалектики. Логика у Гегеля совпадает с диалектикой. Поэтому, критикуя формальную логику, он отвергал ее. Гегель, говоря об отражении движения объективного мира в движении понятий, объективный мир понимал идеалистически, т. е. как инобытие абсолютной идеи. Критику законов формальной логики Гегель дал во второй книге своего труда «Наука логики» в разделе «Учение о сущности».

Заслуга Гегеля — его учение о диалектике. Он разработывал проблемы диалектики мышления и диалектической логики.

Материалистическому направлению в логике следовали и русские ученые-материалисты. Русские логики, такие, как

П. С. Порецкий, Е. Л. Буницкий и др., внесли существенный вклад в развитие логики на уровне мировых логических концепций.

Трактат по логике впервые появился в России в X в. Это был перевод философской главы из «Диалектики» византийского писателя VII в. Иоанна Дамаскина, представлявшей собой изложение работ Аристотеля и его комментаторов. Первое систематическое учебное пособие по логике, включавшее аристотелевскую логику и отдельные идеи Гоббса, было подготовлено во второй половине XVII в. Тогда же в России начали распространяться отдельные идеи математической логики.

В XVIII в. в России появляются оригинальные логические работы. Первых результатов добивается русский ученый-естествоиспытатель мирового значения Михаил Васильевич Ломоносов (1711—1765). Он вносит существенные изменения в традиционную силлогистику, предлагая свою классификацию умозаключений, отграничивает суждение от грамматического предложения и др. Дмитрий Сергеевич Аничков (1733—1788) в трактате «Заметки по логике» (*Annotationes in logicam, metaphysicam et cosmologiam*) исследовал модальные суждения, подразделяя их на четыре вида: необходимые, невозможные, возможные и не невозможные, сформулировал систему правил для ведения диспутов.

Философ-материалист Александр Николаевич Радищев (1749—1802) одним из первых в мировой литературе поставил проблему необходимости логического анализа отношений, которого нет ни в логике Аристотеля, ни в логике средневековых схоластов. Он считал, что суждения представляют сравнение двух понятий или в суждениях выражено познание отношений, существующих между вещами. А. Н. Радищев дает следующую классификацию умозаключений¹¹: 1) «рассуждение» (т. е. силлогизм); 2) «уравнение», т. е. умозаключения равенства, основанные на следующей аксиоме: равные и одинаковые вещи состоят в равном либо одинаковом союзе или отношении; 3) «умозаключения по сходству».

Крупнейшими русскими логиками XIX в. в России были Михаил Иванович Каринский (1840—1917) и его ученик Леонид Васильевич Рутковский (1859—1920), основные логические работы которых посвящены классификации умозаключений.

Основной замысел логической теории Каринского можно характеризовать как стремление построить аксиоматико-дедуктивную систему логики, исходя из основного отношения равенства (т. е. «тождества»), и в ней описать дедуктивные и индуктивные умозаключения, не используя элементов строгой формализации. Каринский в этой концепции примыкает к идеям Дживонса, что отметили уже его современники.

Структура умозаключения, по Каринскому, такая. Из двух посылок, имеющих структуру (1) и (2), делается заключение (3).

A находится в отношении R к B . (1)
 B тождествен с C . (2)

A находится в отношении R к C . (3)

Приведем примеры.

Москва находится восточнее Парижа.
Париж — столица Франции.

Москва находится восточнее столицы Франции.

Самара находится западнее озера Байкал.
Озеро Байкал — самое глубокое озеро мира.

Самара находится западнее самого глубокого озера мира.

Все выводы М. И. Каринский делит на две большие группы: 1) выводы, основанные на «сличении субъектов» и 2) выводы, основанные на «сличении предикатов» (при этом смысл терминов «субъект» и «предикат» не совпадает с соответствующим им традиционным пониманием). Основанием выводов является тождество (или соответственно различие) «субъектов» или «предикатов». В эти две большие группы, по мнению Каринского, можно отнести все виды умозаключений и, кроме них, еще и гипотезу.

Исследуя работы по логике М. И. Каринского, историк логики Н. И. Стяжкин отмечал, что Каринский стремился охватить в своей классификации все виды умозаключений, встречающиеся в практике научного и общечеловеческого мышления. Но поставленная задача оказалась шире, чем принятые Каринским и положенные в основу его теории предпосылки. Она осталась невыполненной.

Л. В. Рутковский — автор работы «Основные типы умозаключений» (1888). Если Каринский строил теорию выводов, используя лишь отношение тождества, и пытался свести к нему все другие отношения, то Рутковский считает возможным признать равноправными с отношением тождества и другие отношения, например отношения сходства, сосуществования и др. Так как существует многообразие отношений, имеется и многообразие видов логических выводов (т. е. видов умозаключений). Умозаключения делятся им на интенсивные (т. е. рассматриваемые в логике содержания) и экстенсивные (рассматриваемые в логике объема).

Рутковский делит все выводы на две основные группы. Первая группа — выводы подлежащих (т. е. выводы по объему) — распадается на три вида: а) тавтологию (выводы сходства, тождества

ва, условной зависимости); б) индукцию (полную и неполную); в) дедукцию (гипотетическую и негипотетическую).

Вторая группа выводов — выводы сказуемых (по содержанию) — распадается на выводы «продукции» (разделительный силлогизм, выводы о совместности, современности предметов и др.), «субдукции» (выводы при классификациях и упорядочении предметов и др.), «эдукции» (отнесение предмета к виду его класса, заключения математической вероятности и др.).

Аксиома «продукции» такова: «Из того, что предмет имеет признак B , следует, что этот же предмет имеет и признак C , так как признак B неизменно сосуществует с признаком C »¹².

Краткий анализ работ М. И. Каринского и Л. В. Рутковского показывает, что их оригинальные работы по классификации видов умозаключений способствовали прогрессивному развитию традиционной логики в XIX в.

Оригинальными были идеи казанского логика Николая Александровича Васильева (1880—1940). Они возникли в результате изучения проблем традиционной логики, но их значение было столь большим, что оказало влияние на развитие математической логики. Он вслед за другим русским логиком С. О. Шатуновским высказал идею о неуниверсальности закона исключенного третьего. Если Шатуновский пришел к этой идее в результате тщательного изучения особенностей математического доказательства применительно к бесконечным множествам, то Н. А. Васильев пришел к этому выводу в результате изучения частных суждений, рассматриваемых в традиционной логике. Основными работами Н. А. Васильева являются следующие: «О частных суждениях, о треугольнике противоположностей и о законе исключенного четвертого» (1910), «Воображаемая (неаристотелева) логика» (1912) и «Логика и металогика». Н. А. Васильев подкреплял свои концепции формальной аналогией с неевклидовой геометрией Н. И. Лобачевского. Не все современники Васильева оценили его идеи, хотя некоторые из них считали, что он написал «остроумнейшую работу». Логические идеи Васильева можно рассматривать как некоторые предшествующие мысли, развитые далее в конструктивной и интуиционистской логиках, о неприменимости принципа исключенного третьего для бесконечных множеств. Васильев, кроме того, рассматривает условия, при которых представляется возможным оперировать с противоречивыми высказываниями внутри непротиворечивой логической системы.

В XIX в. появляется математическая логика. Немецкий философ Г. В. Лейбниц (1646—1716) — величайший математик и крупный философ XVII в. — по праву считается ее основоположником. Лейбниц пытался создать универсальный язык, с помощью которого споры между людьми можно было бы разрешать посредством вычисления. При построении такого исчис-

ления Лейбниц исходил из «основного принципа разума», который гласил, что во всех истинных предложениях, общих или частных, с необходимостью или случайно предикат содержится в субъекте. Он хотел всякому понятию дать числовую характеристику и установить такие правила оперирования с этими числами, которые позволили бы не только доказывать вообще все истины, доступные логическому доказательству, но и открывать новые. В надежде, что так люди смогут открывать новые истины, он видел особую заслугу своей всеобщей характеристики. Лейбниц говорил о ней как о чудесном общем языке, имеющем свой словарь (т. е. характеристические числа, отнесенные к понятиям) и свою грамматику (правила оперирования с этими числами). Лейбниц хотел построить арифметизированное логическое исчисление в виде некоторой вычисляющей машины (алгоритма). Однако этого ему сделать не удалось.

В этой концепции Лейбница неприемлемо прежде всего то, что все содержание наших понятий якобы может быть выражено их характеристическими числами. Несостоятельным было представление Лейбница и о том, что человеческое мышление может быть полностью заменено вычисляющей машиной.

Лейбниц полагал, что математику можно свести к логике, а логику считал априорной наукой. Сторонников такого обоснования математики называют логицистами — представителями субъективного идеалистического направления.

Лейбниц является предшественником логицизма в том смысле, что он предложил сведение математики к логике и математизацию логики: построение самой логики как некоторой арифметики или буквенной алгебры. Но Лейбниц был предшественником логицизма и в том, что пытался создать арифметизированное логическое исчисление, о котором мы говорили.

Покажем, как это делал Лейбниц. Возьмем такой категорический силлогизм:

+ 70, - 33	+ 10, - 3
Всякий мудрый есть благочестивый.	

+ 70, - 33	+ 8, - 11
Некоторые мудрые есть богаты.	

+ 8, - 11	+ 10, - 3
Некоторые богатые есть благочестивы.	

Сверху над понятиями написан выбранный наудачу правильный набор характеристических чисел для терминов посылок (мудрый, благочестивый, богатый). Истинность общеутвердительного суждения «Все *S* есть *P*» (первая посылка) выражается тем, что обе характеристики субъекта делятся на соответствующие характеристики предиката, т. е. 70 (точно, без остатка) делится

щей характеристики, которая позволит заменить все человеческое мышление вычислениями.

Ложной была именно метафизическая идея Лейбница о сведении всего человеческого мышления к некоторому математическому исчислению. Поэтому были ложны и вытекающие из нее следствия.

Интенсивное развитие математическая логика получила также в работах Д. Буля, Э. Шрёдера, С. Джевонса, П. С. Порецкого и других логиков.

Английский логик Джордж Буль (1815—1864) разрабатывал алгебру логики — один из разделов математической логики. Предметом его изучения были классы (как объемы понятий), соотношения между ними и связанные с этим операции. Буль переносит на логику законы и правила алгебраических действий.

В работе «Исследование законов мысли»¹³, которая оказала большое влияние на развитие логики, Буль ввел в логику классов в качестве основных операций сложение («+»), умножение («×» или возможен пропуск знака) и вычитание («−»). В исчислении классов сложение соответствует объединению классов, исключая их общую часть, а умножение — пересечению. Вычитание Буль рассматривал как действие, противоположное (opposite) сложению, — отделение части от целого, то, что в естественном языке выражается словом «кроме» (except).

Буль ввел в свою систему логические равенства, которые он записывал посредством знака «=», соответствующего связке «есть». Суждение «Светила есть солнца и планеты» в виде равенства им записывается так: $x = y + z$, откуда следует, что $x - z = y$. Согласно Булю, в логике, как и в алгебре, можно переносить члены из одной части равенства в другую с обратным знаком. Буль открыл закон коммутативности для вычитания ($x - y = -y + x$) и закон дистрибутивности умножения относительно вычитания ($z(x - y) = zx - zy$). Он сформулировал общее правило для вычитания: «Если от равных вычесть равные, то остатки будут равными. Из этого следует, что мы можем складывать или вычитать равенства и употреблять правило транспозиции точно так же, как в общей алгебре»¹⁴.

Предметом исследования ученого были также высказывания (в традиционной логике их называют суждениями). В исчислении высказываний, по Булю, сложение («+») соответствует строгой дизъюнкции, а умножение («×» или пропуск знака) — конъюнкции.

Чтобы высказывание записать в символической форме, Буль составляет логическое равенство. Если какой-либо из терминов высказывания не распределен, он вводит термин V для обозначения класса, неопределенного в некотором отношении. Для того чтобы выразить частноотрицательное суждение, например «Некоторые люди не являются благоразумными», Буль сначала

представляет его в форме «Некоторые люди являются неблагоразумными», а затем выражает в символах обычным способом.

По Булю, существует три типа символического выражения суждений: $X=VY$ (только предикат не распределен): $X=Y$ (оба термина — субъект и предикат — распределены); $VX=VY$ (оба термина не распределены).

Диалектика соотношения утверждения и отрицания в понятиях и суждениях у Буля такова: без отрицания не существует утверждения, и, наоборот, во всяком утверждении содержится отрицание. Утверждения и отрицания связаны с универсальным классом: «Сознание допускает существование универсума не априори, как факт, не зависящий от опыта, но либо апостериори, как дедукцию из опыта, либо гипотетически, как основание возможности утвердительного рассуждения»¹⁵.

Различая живой разговорный язык и «язык» символический, Буль подчеркивал, что язык символов лишь вспомогательное средство для изучения человеческого мышления и его законов.

Немецкий математик Эрнст Шрёдер (1841—1902) собрал и обобщил результаты Буля и его ближайших последователей. Он ввел в употребление термин «Logikkalkul» (логическое исчисление), новые по сравнению с Булем символы. В основу исчисления классов он положил не отношение равенства, как это было у Буля, а отношение включения класса в класс, которое обозначал как $a \in b$. Знак «+» Буль использовал для обозначения объединения классов, исключая их общую часть, т. е. симметрическую разность (см. рис. 8), а у Шрёдера знак «+» обозначает объединение классов без исключения их общей части (см. рис. 11).

Пропуском знака Шрёдер обозначает операцию пересечения классов, например ab . Применительно к высказываниям формой $a+b$ он обозначает нестрогую дизъюнкцию.

Во взглядах Э. Шрёдера на отрицание можно отметить много интересного и нового по сравнению со взглядами Буля. Под отрицанием класса a Шрёдер понимает его дополнение до единицы¹⁶.

Если классов больше двух, то Шрёдер оперировал с ними по сформулированным им правилам. Правило 1: если среди множителей некоторого произведения находятся такие, из которых один является отрицанием другого, то произведение «исчезает», т. е. равно 0. Например, $abc \cdot ab, cd, = 0$, так как имеется b и \bar{b} .

Правило 2: если среди членов некоторой суммы находится хотя бы один, который оказывается отрицанием другого, то вся сумма равна 1:

$$a+b+c, +a+c+d, = 1.$$

Значительное внимание Шрёдер уделил анализу структуры отрицательных суждений. Он отрицательную частичку прилагает

к предикату, т. е. вместо « A не есть B » он берет « A есть не- B ». Так, суждение «Ни один лев не является травоядным», если следовать идеям Шрёдера, надо заменить на суждение «Все львы являются нетравоядными».

Шрёдер класс a , как отрицание класса a считает очень неопределенным. И в доказательство этой мысли приводит такой пример. Понятие «несражающийся» (в армии) охватывает: саперов, полковых ремесленников, служащих лазарета, врачей, которые относятся к армии, но не сражаются.

Опираясь на законы де Моргана, Шрёдер проводит анализ языка разговорной речи. Выражение $c \in a, b$, в речи означает, что «каждое c есть не- a и (одновременно) не- b ». Для него можно выбрать другое выражение: «Каждое c не есть ни a , ни b ». Это конъюнктивное суждение, примером которого может быть: «Каждая рыба — не птица и не млекопитающее». Другое суждение «Никакая рыба не есть птица и млекопитающее» означает в символическом виде $c \in (ab)$, что эквивалентно, на основании правила де Моргана, $c \in a, + b$. Так называемое отрицательное по связке суждение «ни a , ни b не есть c » представляется в виде $a + b \in c$.

Шрёдер формулирует правила, или требования, научной квалификации: 1) между родом и суммой его видов должно быть тождество; 2) все виды должны быть дизъюнктивными, т. е. должны исключать друг друга, и попарно в произведении давать 0; 3) для расчленения рода на виды должно быть одно основание. Используя отрицание, Шрёдер показал, как классифицируемый род делится на виды и подвиды.

В логическом исчислении, доведенном до наибольшей простоты, Шрёдер признает три основных действия: сложение (трактуя его как нестрогую дизъюнкцию), умножение и отрицание. Однако вычитание он считает не безусловно выполнимой операцией.

По нашему мнению, в логике классов вполне приемлема операция вычитания классов, но мы понимаем ее принципиально иначе, чем Буль и Шрёдер. Буль и Шрёдер считали, что в разности $(a - b)$ b должно полностью входить в a , если же $b > a$ или a и b несовместимы, то операция вычитания невыполнима. В отличие от Буля и Шрёдера мы допускаем возможной (т. е. выполнимой) разность всяких двух классов a и b , из которых b может и не быть частью a ; в качестве следствий мы учитываем случаи вычитания, когда классы a и b являются пустыми или универсальными. Данный подход рассмотрен выше на с. 57—59.

Наиболее известны работы английского логика Стенли Джевонса (1835—1882) «Principles of Science, a Treatise on Logic and Scientific Method» (London, 1874) и «Elementary Lessons in Logic, Deductive and Inductive» (London, 1870).

В качестве логических операций он признавал конъюнкцию, нестрогую дизъюнкцию и отрицание и не признавал обратных

логических операций — вычитания и деления. Джевонс обозначает классы буквами *A, B, C...*, а их дополнение до универсального класса, обозначаемого 1, или их отрицания — соответственно курсивными буквами *a, b, c...* Нулевой (пустой) класс он обозначает 0, а связку в суждении заменяет знаком равенства.

Джевонс большое значение придает принципу замещения или подстановки, который им формулируется так: если только существует одинаковость, тождество или сходство, то все, что верно об одной вещи, будет верно и о другой. Этот принцип замещения играет важную роль в умозаключении. Для обозначения отношения одинаковости или тождества Джевонс употребляет знак «=».

Обозначив положительные и отрицательные термины соответственно через *A* и *a*, *B* и *b*, Джевонс записывает закон противоречия как $Aa=0$. Критерием ложности заключения, по Джевонсу, является наличие в нем противоречия, т. е. утверждения и отрицания одного и того же положения, что записывается, например, как наличие *Aa, Bb, ABCa*.

С. Джевонс говорил, что утвердительные суждения можно представлять в отрицательной форме. Но он напрасно столь категорически заявлял, что имеются сильные основания в пользу того, чтобы употреблять все предложения в их утвердительной форме, а различие (т. е. отрицательные суждения) не способно быть основанием умозаключения. С. Джевонс не отрицал, что утверждение и отрицание, сходство и различие, равенство и неравенство представляют пары одинаково основных отношений, но утверждал, что умозаключение возможно только там, где прямо находится или подразумевается утверждение, сходство или равенство, словом, какой-нибудь вид тождества.

Согласно законам диалектики, тождество и различие являются двумя сторонами единого предмета или процесса. Отражение отношений тождества и различия, имеющих в самих предметах действительного мира, находит свое выражение и в мышлении, в формах умозаключений. Поэтому отбросить различие, выражающееся в отрицательных суждениях, и все свести только к тождеству, выражающемуся в утвердительных суждениях, нельзя, да и нет в этом необходимости. Единство противоположностей — тождества и различия — неразрывно.

Интересны и оригинальны взгляды С. Джевонса на категорический силлогизм с двумя отрицательными посылками. Он утверждает, что его принцип умозаключения ясно отличает случаи, когда оно оказывается правильным или неправильным. Он приводит пример умозаключения.

Все, что не металлическо, не способно к сильному магнитному влиянию.
Уголь не металлическ.

Уголь не способен к сильному магнитному влиянию.

Здесь из двух отрицательных посылок получается истинное отрицательное заключение. С. Джевонс считает, что там, где возможно подставлять тождественное вместо тождественного, возможен вывод заключения из двух отрицательных посылок.

С. Джевонс внес значительный вклад в алгебру логики, особенно в проблему отрицания классов и отрицательных суждений.

Следующий этап в развитии математической логики связан с именем русского логика, математика и астронома Платона Сергеевича Порецкого (1846—1907). Его работы¹⁷ существенно обобщают и развивают достижения Буля, Джевонса и Шрёдера.

Анализируя понятия, Порецкий различает две формы: форму, обладающую данным признаком, обозначаемую буквами a, b, c, \dots , и форму, им не обладающую, обозначаемую a_1, b_1, c_1 и т. д.¹⁸

Формы совместного обладания или необладания несколькими признаками он записывает так: a, a_1, b, b_1 (без особого знака между буквами). Современное пересечение классов Порецкий называет операцией реализования (умножения), обозначая ее « \cdot », а операцию объединения классов — абстрагированием (сложением), обозначая ее « \cup », т. е. знаком вопроса; 0 и 1 обозначают пустой класс и универсальный. Порецкий вводит операцию отрицания классов (отрицание a обозначается через a_1) — это дополнение к классу a . Для каждого данного a его отрицание, т. е. a_1 , может быть различно. Это определяется избранным универсальным классом. Так, если за 1, т. е. универсум, принять англичан, а за a класс артистов, то a_1 — англичане-не-артисты, но если 1 обозначает класс людей, то a_1 — людей-не-артистов и т. д.

Заслуга Порецкого в том, что он рассматривал логические операции не только над отдельными логическими классами, но и над логическими равенствами. Порецкий считает, что если два класса состоят из одних и тех же предметов, т. е. имеют равные объемы и могут отличаться только формой, то они равны между собой. Соединяя равные классы знаком « $=$ », мы получаем логическое равенство. Равенством логических классов русский логик называет полную их тождественность, т. е. одинаковость их логического содержания, считая, что все их различие может состоять только в способе их происхождения. Примером такого равенства является закон де Моргана: $(m+n)_1 = m_1 \cdot n_1$. Если классы a и b равны, то и их отрицания, т. е. классы a_1 и b_1 , также равны. По его мнению, отрицание всякого равенства приводит к новому равенству, тождественному первоначальному.

Операция отрицания над системами равенств, по мнению Порецкого, непригодна. К соединению двух и более равенств в одно новое равенство пригодны лишь две логические операции:

сложение и умножение отдельных частей равенств, причем предварительно каждое отдельное равенство может быть в случае надобности заменено его отрицанием.

В созданной им теории логики Порецкий подчеркивал взаимосвязь двух проблем: выведения следствия из заданной системы посылок и нахождения тех посылок, из которых данное логическое равенство может быть получено в качестве следствия. Несколько подробнее остановимся на методе нахождения всех простых следствий из данных посылок, который в теории логики получил название метода Порецкого — Блэйка (его предложил американский математик Блэйк¹⁹ на основе работы Порецкого).

Простым следствием из данных посылок называется дизъюнкция каких-либо букв или их отрицаний, являющаяся логическим следствием из этих посылок, и притом таким, которое не поглощается никаким более сильным следствием такого же вида. (Мы говорим, что a сильнее b , если из a следует b , но из b не следует a .)

Все простые следствия из данных посылок можно получить, выполнив преобразования следующих пяти типов:

1) привести конъюнкцию посылок к конъюнктивной нормальной форме (КНФ). КНФ есть конъюнкция из дизъюнкций элементарных высказываний или их отрицаний, эквивалентная данному выражению [т. е. если есть импликация, то ее надо заменить на дизъюнкцию по формуле $(a \rightarrow b = \bar{a} \vee b)$];

2) произвести все операции «отбрасывания», т. е. члены вида $a \vee x \vee x$ (или $a \cdot x \cdot x$) можно исключить, так как этот член тождественно истинен;

3) использовать законы выявления, т. е. формулы $ax \wedge b\bar{x} = ax \wedge b\bar{x} \wedge ab$ или $ax \vee b\bar{x} = ax \vee b\bar{x} \vee ab$;

4) произвести все «поглощения» на основании законов поглощения: $a \wedge (a \vee b) = a$ и $a \vee (a \wedge b) = a$;²⁰

5) из всех повторяющихся членов оставить только один (на основании законов идемпотентности).

В результате получится силлогистический многочлен, который будет содержать все простые следствия из данных посылок, и только простые следствия. Они интереснее, чем обычные логические следствия, так как зависят от меньшего числа параметров (элементарных высказываний).

Покажем это на конкретной задаче. Из данных трех посылок, имеющих следующие формы: 1) $q \rightarrow \bar{r}$; 2) $p \vee q$; 3) r , — требуется вывести все разные (неэквивалентные между собой) формы простых логических следствий. Для решения задачи выполним следующие операции.

1. Соединяем посылки знаками конъюнкции и приводим выражение к КНФ:

$$(q \rightarrow \bar{r}) \wedge (p \vee q) \wedge r = (\bar{q} \vee \bar{r}) \wedge (p \vee q) \wedge r$$

или, в другой записи, $\bar{q}\bar{r} \wedge pq \wedge r$.

2. В полученной КНФ к членам 1 и 3 применяем закон выявления, получаем

$$\bar{q}r \wedge pq \wedge r = \bar{q}r \wedge pq \wedge r \wedge \bar{q}.$$

Затем к членам 2 и 4 снова применяем этот же закон:

$$\bar{q}r \wedge pq \wedge r \wedge \bar{q} = \bar{q}r \wedge pq \wedge r \wedge \bar{q} \wedge p.$$

3. Производим операции «поглощения». Первый член ($\bar{q}r$) поглощается четвертым (\bar{q}), поэтому отбрасываем первый член, а второй член (pq) поглощается пятым членом (p). В результате этого получим

$$\bar{q}r \wedge pq \wedge r \wedge \bar{q} \wedge p = r \wedge \bar{q} \wedge p.$$

Вывод: при данных посылках суждения r и p истинны, а суждение q ложно, т. е. если суждениями выражены некоторые события, то событие r и событие p наступят, а событие q не наступит.

Исследования Порецкого продолжают оказывать стимулирующее влияние на развитие алгебраических теорий логики и в наши дни.

В XX в. математическая логика развивалась в трудах Ч. С. Пирса и Дж. Пеано.

Американский логик Чарльз Сандерс Пирс (1839—1914) внес существенный вклад в разработку алгебро-логических концепций и явился основоположником новой науки — семиотики (общей теории знаков). В работах Пирса содержится тенденция к расчленению семиотики: на прагматику (анализирует отношение знака к его исследователю), семантику (выясняет отношение знака к обозначаемому им объекту) и синтактику (исследует взаимоотношения между знаками).

Пирс пишет о том, что реальное можно определить как нечто, свойства которого независимы от того, что о них мыслят. Наиболее общим подразделением знаков он считал такие: изображения (icons), индексы (indices) и символы (symbols). Пирс предлагал классификацию знаков и по другим основаниям.

Пирс предложил строить исчисление высказываний лишь на одной операции, этим предвосхитив результаты М. Х. Шеффера (Шеффер также строил исчисление высказываний на одной операции, которая вошла в историю логики под именем ее создателя — штрих Шеффера). Единственной логической операцией Пирс предлагал считать отрицание нестройной дизъюнкции.

Пирсу принадлежит работа по логике «Studies in Logic» и др.

Достижения Джузеппе Пеано (1858—1932), итальянского математика, явились переходным звеном от алгебры логики, в том виде, какой ей придали Буль, Шрёдер, Порецкий и Пирс, к современной форме математической логики. Основные результаты

Пеано были опубликованы в пятитомном «Формуляре математики»²¹.

Пеано ввел следующие употребляющиеся и ныне символы:

а) « \in » — знак принадлежности элемента к классу; б) « \supset » — знак включения одного класса в другой класс; в) « \cup » — знак объединения классов; г) « \cap » — знак для обозначения операции пересечения классов.

Крупным вкладом Пеано в развитие аксиоматического метода явилась его система из пяти аксиом для арифметики натуральных чисел. На базе своей аксиоматики Пеано строит всю теорию натуральных чисел.

На заключительном этапе своей научной деятельности Пеано приступил к систематическому изложению логики как особой, по его мнению, математической дисциплины.

Далее развитие математической логики осуществлялось по многим направлениям, а также в проблемном плане. Это было обусловлено необходимостью дальнейшего освоения как классической и неклассической логик, так и в связи с возникшими трудностями в обосновании математики.

§ 2. РАЗВИТИЕ ЛОГИКИ В СВЯЗИ С ПРОБЛЕМОЙ ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Немецкий математик и логик Готтлоб Фреге (1848—1925) предпринял попытку свести математику к логике. С этой целью в первой своей работе по математической логике «Исчисление понятий» («Begriffsschrift») он определил множество как объем понятия и таким образом получил возможность определить и число через объем понятия. Такое определение числа он сформулировал в «Основаниях арифметики» («Grundlagen der Arithmetik»), книге, которая в то время осталась незамеченной, но впоследствии получила широкую известность. Здесь Фреге определяет число, принадлежащее понятию, как объем этого понятия. Два понятия считаются равночисленными, если множества, выражающие их объемы, можно поставить во взаимоднозначное соответствие друг с другом. Так, например, понятие «вершина треугольника» равночисленно понятию «сторона треугольника», и каждому из них принадлежит одно и то же число 3, являющееся объемом понятия «вершина треугольника».

Если Лейбниц только наметил программу сведения математики к логике, то Г. Фреге предпринял попытку сведения довольно значительной части арифметики к логике, т. е. произвел некоторую математизацию логики²². Символические обозначения, принятые им, очень громоздки и поэтому мало кто полностью прочитал его «Основные законы арифметики». Сам Фреге особенно и не рассчитывал на то, что его произведение найдет читателей. Тем не менее труд Фреге сыграл значительную роль

в истории обоснования математики в первой половине XX в. В этом произведении Фреге писал: «В моих «Основаниях арифметики» (1884) я пытался привести аргументы в пользу того, что арифметика есть часть логики и не должна заимствовать ни у опыта, ни у созерцания никаких основ доказательства. В этой книге (речь идет об «Основных законах арифметики». — А. Г.) это должно быть подтверждено тем, что простейшие законы арифметики здесь выводятся только с помощью логических средств»²³.

Итак, Фреге полагал, что он логически определил число и точно перечислил логические правила, с помощью которых можно определять новые понятия и доказывать теоремы, и что таким образом он и сделал арифметику частью логики. Фреге не подозревал, однако, что построенная им система не только не представляла собой логического обоснования содержательной арифметики, но была даже противоречивой. Это противоречие в системе Фреге обнаружил Бертран Рассел.

В послесловии к «Основным законам арифметики» Фреге писал по этому поводу: «Вряд ли есть что-нибудь более нежелательное для автора научного произведения, чем обнаружение по завершении его работы, что одна из основ его здания оказывается пошатнувшейся (опровергнутой: erschüttert). В такое положение я попал, получив письмо от господина Бертрана Рассела, когда печатание этой книги близилось к концу»²⁴. Противоречием, которое обнаружил Рассел в системе Фреге, был знаменитый парадокс Рассела о множестве всех нормальных множеств (см. с. 193 — 194).

Причину своей неудачи Фреге видел в использованном им предположении, что у всякого понятия есть объем в смысле постоянного, строго фиксированного множества, не содержащего в себе никакой неопределенности или расплывчатости. Ведь именно через этот объем он и определил основное понятие математики: понятие числа.

Вслед за Г. Фреге очередную попытку сведения математики к логике предпринял видный английский философ и логик Бертран Рассел (1872—1970). Он также автор ряда работ из области истории, литературы, педагогики, эстетики, естествознания, социологии и др. Труды Рассела в области математической логики оказали большое влияние на ее развитие. Вместе с английским логиком и математиком А. Уайтхедом²⁵ Рассел разработал оригинальную систему символической логики в фундаментальном трехтомном труде «Principia Mathematica»²⁶. Выдвигая идею о сведении математики к логике, Рассел считает, что если гипотеза относится не к одной или нескольким частным вещам, но к любому предмету, то такие выводы составляют математику. Таким образом, он определяет математику как доктрину, в которой мы никогда не знаем, о чем мы говорим, и не знаем, верно ли то, что мы говорим.

Рассел делит математику на чистую и прикладную. Чистая математика, по его мнению, есть совокупность формальных выводов, независимых от какого бы то ни было содержания, т. е. это класс высказываний, которые выражены исключительно в терминах переменных и только логических констант. Рассел не только вполне уверен в том, что ему удалось свести математику к такого рода предложениям, но и делает из этого утверждения вывод о существовании априорного знания, считает, что «математическое познание нуждается в посылках, которые не базировались бы на данных чувства»²⁷. Отсюда видно, что Рассел разрывает две взаимосвязанные ступени познания — чувственную и рациональную. Он отбрасывает в математике первую ступень познания и переходит сразу к абстрактному мышлению, а это и есть априоризм, стремление показать, что математические истины — истины разума, никак не связанные с опытом, с чувственным восприятием мира.

От чистой математики Рассел отличает прикладную математику, которая состоит в применении формальных выводов к материальным данным.

Для того чтобы показать, что чистая математика сводится к логике, Рассел берет систему аксиом арифметики, сформулированную Пеано, и пытается их логически доказать, а три неопределяемых у Пеано понятия: «нуль», «число», «следующее за» — определить в терминах своей логической системы. Все натуральные числа Рассел также считает возможным выразить в терминах логики, а следовательно, свести арифметику к логике. А так как, по его мнению, вся чистая математика может быть сведена к арифметике, то и математика может быть сведена к логике. Рассел пишет: «Логика стала математической, математика логической. Вследствие этого сегодня совершенно невозможно провести границу между ними. В сущности это одно и то же. Они различаются как мальчик и мужчина; логика — это юность математики, а математика — это зрелость логики»²⁸. Рассел считает, что не существует пункта, где можно было бы провести резкую границу, по одну сторону которой находилась бы логика, а по другую — математика.

Но в действительности математика несводима к логике. Предметы изучения этих наук различны. Нами ранее были указаны характерные черты, присущие логике как науке (см. с. 114). У математики другие задачи и функции.

В большом трехтомном труде «Principia Mathematica» есть две стороны. Первая — заставляющая видеть в нем один из основных истоков современной математической логики. Все, что связано с этой стороной Principia Mathematica, получило в дальнейшем такое развитие в математической логике, которое сделало эту новую область науки особенно важной для решения не только труднейших задач теоретической математики и ее обосно-

вания, но и целого ряда весьма важных для практики задач вычислительной математики и техники.

Другая сторона этого произведения — точнее, даже не самого этого произведения, а философских «обобщений», делаемых логичистами со ссылкой на него, — принадлежит уже к области попыток использовать его для «доказательства» положения, что математика-де сводится к логике. Именно эта сторона и относится к области неправильных выводов. Именно ее и опровергает дальнейшее развитие науки, которое обнаружило, что эта попытка Рассела не удалась. И это не случайно. Дело не в том, что Рассел в каком-то смысле не совсем удачно построил свою систему. Дело в том, что и нельзя построить формальную «логическую систему» с точно перечисленными и эффективно выполняемыми правилами вывода, в которой можно было бы формализовать всю содержательную арифметику. Это обстоятельство представляет собой содержание известной теоремы австрийского математика и логика К. Гёделя о неполноте формализованной арифметики, из которой следует непосредственно, что определение математических понятий в терминах «логики» хотя и обнаруживает некоторые связи этих понятий с логикой, но не лишает их тем не менее специфически математического содержания. Формализованная система имеет смысл лишь при наличии содержательной научной теории, систематизации которой данная формализованная система должна служить.

Однако Г. Фреге и Б. Рассел пришли в логическом анализе к ряду интересных результатов, относящихся к понятиям «предмет», «имя», «значение», «смысл», «функция», «отношение» и др. Особо следует подчеркнуть важность разработанной Расселом теории типов (простой и разветвленной), цель которой состоит в том, чтобы помочь разрешить парадоксы в теории множеств. Рациональное зерно разветвленной теории типов Рассела состоит в том, что она является конструктивной теорией.

§ 3. МНОГОЗНАЧНЫЕ ЛОГИКИ

Если в двузначной логике высказывание бывает истинным или ложным, то в многозначных логиках число значений истинности аргументов и функций может быть любым конечным и даже бесконечным. В настоящем приложении отрицание обозначается через Nx или \bar{x} , конъюнкция — через Kxy или $x \wedge y$, нестрогая дизъюнкция — через Axy или $x \vee y$, материальная импликация — через Sxy или $x \rightarrow y$. Значения функции от аргумента a будем записывать так: $[a]$. *Тавтологией* (или общезначимой) называется формула, которая при любых комбинациях значений входящих в нее переменных принимает значение «истина» (чаще всего в рассматриваемых системах «истина» обозначается цифрой 1).

Развитие многозначных логик, по нашему мнению, подтверж-

дает мысль, что истина всегда конкретна, а также положение об относительном характере конкретно-научных знаний: то, что является тождественно-истинным в одной логической системе, не оказывается тождественно-истинным в другой.

Трехзначная система Лукасевича²⁹

Трехзначная пропозициональная логика была построена Я. Лукасевичем в 1920 г. В ней «истина» обозначается 1, «ложь» — 0, «нейтрально» — $1/2$. В качестве основных функций взяты отрицание (обозначается Nx) и импликация (Cxy); производными являются конъюнкция (Kxy) и дизъюнкция (Axy). Тавтология принимает значение 1.

Отрицание и импликация соответственно определяются матрицами (табл. 13, 14) и равенствами так:

Таблица 13

x	Nx
1	0
$1/2$	$1/2$
0	1

Таблица 14

	y	1	$1/2$	0
x				
1		1	$1/2$	0
$1/2$		1	1	$1/2$
0		1	1	1

1) $[Nx] = 1 - [x]$; 2) $[Cxy] = 1$, если $[x] \leq [y]$; 3) $[Cxy] = 1 - [x] + [y]$, если $[x] > [y]$, или в общем виде: 4) $[Cxy] = \min(1, 1 - [x] + [y])$.

Конъюнкция определяется как минимум значений аргументов: $[Kxy] = \min([x], [y])$; дизъюнкция — как максимум значений x и y : $[Axy] = \max([x], [y])$.

На основе данных определений отрицания, конъюнкции и дизъюнкции в системе Лукасевича не будут тавтологиями (законами логики) закон непротиворечия и закон исключенного третьего двузначной логики, а также и отрицания законов непротиворечия и исключенного третьего. Поэтому логика Лукасевича не является отрицанием двузначной логики. В логике Лукасевича тавтологиями являются правило снятия двойного отрицания, все четыре правила де Моргана и правило контрапозиции: $a \rightarrow b \equiv \bar{b} \rightarrow \bar{a}$. Не являются тавтологиями правила приведения к абсурду двузначной логики: $(x \rightarrow \bar{x}) \rightarrow \bar{x}$ и $(x \rightarrow (\bar{y} \wedge y)) \rightarrow \bar{x}$ (т. е. если из x вытекает противоречие, то из этого следует отрицание x). Это можно доказать, взяв $[x] = 1/2$ и $[y] = 1/2$.

В системе Лукасевича не являются тавтологиями и некоторые формулы, структурно выражающие правильные дедуктивные умозаключения традиционной логики, формализованные средствами алгебры логики, а именно modus tollens, простая деструктивная дилемма, а также формулы разделительно-категорического силлогизма с нестрогой дизъюнкцией.

Все тавтологии логики Лукасевича являются тавтологиями в двузначной логике, ибо если отбросить значение $1/2$, то в логике Лукасевича и в двузначной логике определения функций конъюнкции, дизъюнкции, импликации и отрицания соответственно совпадут. Но так как в логике Лукасевича имеется третье значение истинности — $1/2$, то не все тавтологии двузначной логики являются тавтологиями в логике Лукасевича.

Трехзначная система Гейтинга

В двузначной логике из закона исключенного третьего выводятся: 1) $\bar{x} \rightarrow x$; 2) $x \rightarrow \bar{x}$. Исходя из утверждения, что истинным является лишь второе, Гейтинг разработал трехзначную пропозициональную логику. В этой логической системе импликация и отрицание отличаются от определений этих операций у Лукасевича лишь в одном случае. «Истина» обозначается 1, «ложь» — 0, «неопределенность» — $1/2$. Тавтология принимает значение 1 (табл. 15, 16).

Таблица 15
Отрицание Гейтинга

x	Nx
1	0
1/2	0
0	1

Таблица 16
Импликация Гейтинга

x \ y	1	1/2	0
1	1	1/2	0
1/2	1	1	0
0	1	1	1

- 1) $[Cxy] = 1$, если $[x] \leq [y]$;
- 2) $[Cxy] = [y]$, если $[x] > [y]$.

Конъюнкция и дизъюнкция определены обычным способом как минимум и максимум значений аргументов.

Если учитывать лишь значения функций 1 и 0, то из матриц системы Гейтинга вычлняются матрицы двузначной логики. В этой трехзначной логике закон непротиворечия является тавтологией, но ни закон исключенного третьего, ни его отрицание тавтологиями не являются. Оба правильных модуса условно-категорического силлогизма, формула $(x \rightarrow y) \rightarrow (y \rightarrow x)$, правила де Моргана и закон исключенного четвертого: $(x \vee \bar{x} \vee \bar{x})$ — тавтологии.

Хотя по сравнению с логикой Лукасевича в матрицах отрицания и импликации Гейтингом в его системе были произведены небольшие изменения, результаты оказались значительными: в системе Гейтинга являются тавтологиями многие формулы классического двузначного исчисления высказываний.

Трехзначная система Бочвара³⁰

Система советского логика Д. А. Бочвара построена на разделении высказываний на имеющие смысл (т. е. истинные или ложные) и бессмысленные. Бочвар выделяет внешние формы (или функции) и внутренние. Внутренние формы Бочвар называет классическими содержательными функциями переменных высказываний, а внешние формы — неклассическими. У Бочвара «истина» обозначается R , «ложь» — F , «бессмысленность» — S . Мы обозначим «истину» как 1, «ложь» — 3, «бессмысленность» — 2. Тавтология принимает значение 1; $a, b, c \dots$ обозначают переменные высказывания.

В настоящей работе не приводится полное определение функций (в силу его сложности). Бочвар ввел два вида отрицания — внутреннее и внешнее, которые определяются таблично, $\sim a$ — внутреннее отрицание, $\neg a$ — внешнее отрицание, \bar{a} — внутреннее отрицание внешнего утверждения.

В системе Бочвара ни закон тождества двузначной логики, ни его отрицание не являются тавтологиями. Отрицание закона тождества сыграло важную роль при анализе парадокса Рассела. Бочвар же не отбрасывает принцип « a есть a » или « $a \leftrightarrow a$ »; в его системе формула $a \leftrightarrow a$ не является доказуемой.

Противоречиями в логике Бочвара являются следующие формулы: 1) $a \wedge \neg a$; 2) $a \equiv \neg a$, 3) $a \leftrightarrow \bar{a}$. Здесь знак « \equiv » означает внешнюю равнозначность (эквивалентность), знак « \leftrightarrow » — внешнюю равносильность.

Бочвар построил свое трехзначное исчисление с целью разрешения парадоксов классической математической логики методом формального доказательства бессмысленности определенных высказываний. В частности, с помощью своей системы Бочвар смог разрешить парадокс Рассела о множестве всех нормальных множеств, доказав несуществование такого предмета, как множество всех нормальных множеств. В действительности это означает, что, поскольку предметная область состоит из фиксированных предметов, о которых можно рассуждать по законам классической формальной логики, множество всех нормальных множеств нельзя рассматривать как фиксированный предмет, не изменяющийся в то время, пока о нем идет речь. Система Бочвара позволяет элиминировать парадокс Рассела, не прибегая к теории типов.

n -значная система Поста³¹

Система Поста является обобщением двузначной логики, ибо при $n=2$ в качестве частного случая мы получаем двузначную логику. Своей системе Пост дал интерпретацию. Значения истинности суть 1, 2, ..., n (при $n \geq 2$), где n — конечное число. Тавтоло-

гией является формула, которая всегда принимает такое значение i , что $1 \leq i \leq S$, где $1 \leq S \leq n-1$; значения $1, \dots, S$ называются выделенными или отмеченными; возможно, что $S > 2$.

Пост вводит два вида отрицания (N^1x и N^2x), соответственно называемые циклическим и симметричным. Они определяются путем матриц и посредством равенств.

Первое отрицание определяется двумя равенствами:

1. $[N^1x] = [x] + 1$ при $[x] \leq n-1$.
2. $[N^1n] = 1$.

Второе отрицание определяется одним равенством:

$$[N^2x] = n - [x] + 1.$$

Матрица, определяющая первое и второе отрицания, имеет вид табл. 17.

Таблица 17

x	N^1x	N^2x
1	2	n
2	3	$n-1$
3	4	$n-2$
4	5	$n-3$
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
$n-1$	n	2
n	1	1

Характерной особенностью двух отрицаний Поста является то, что при $n=2$ эти отрицания совпадают между собой и с отрицанием двузначной логики, что подтверждает тезис: многозначная система Поста есть обобщение двузначной логики.

Конъюнкция и дизъюнкция определяются соответственно как максимум и минимум значений аргументов. При указанных определениях отрицания, конъюнкции и дизъюнкции обнаруживается, что при значениях для x , большем двух, законы непротиворечия и исключенного третьего, а также отрицания этих законов не являются тавтологиями.

Если значениями истинности являются 1, 2, 3, то из n -значной системы Поста вычленяется трехзначная логика, т. е. P_3 . Аналогично при значениях истинности 1, 2, 3, 4 получается четырехзначная логика P_4 и т. д.

Трехзначная система P_3 Поста имеет следующую форму (табл. 18, 19).

Таблица 18

p	$\sim_3 p$	$\tilde{\sim}_3 p$
1	2	3
2	3	2
3	1	1
Пояснения	Первое отрицание	Второе отрицание

Таблица 19

$p \backslash q$	$p \cdot_3 q$	$p \vee_3 q$	$p \supset_3 q$	$p \equiv_3 q$
q	1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3
1	1 2 3	1 1 1	1 2 3	1 2 3
2	2 2 3	1 2 2	1 2 2	2 2 2
3	3 3 3	1 2 3	1 1 1	3 2 1
Пояснения	$\max(p, q)$	$\min(p, q)$	$(\sim_3 p) \vee_3 q$	$(p \supset_3 q) \wedge_3 (q \supset_3 p)$

В этих таблицах приняты обозначения, введенные Постом при $n=3$: первое отрицание обозначается через $(\sim_3 p)$, второе отрицание — через $(\tilde{\sim}_3 p)$, конъюнкция — через $(p \cdot_3 q)$, дизъюнкция — через $(p \vee_3 q)$, импликация — через $(p \supset_3 q)$, эквиваленция — через $(p \equiv_3 q)$.

Если в качестве значений истинности взяты лишь 1 «истина» и 3 «ложь», то из таблиц системы P_3 Поста вычлениаются таблицы для отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации и эквиваленции двузначной логики.

В системе P_3 тавтология принимает значение 1; закон исключенного третьего не является тавтологией ни для первого, ни для второго отрицания Поста, но является тавтологией закон исключенного четвертого для первого отрицания.

Трехзначная система Рейхенбаха³²

Аппарат многозначных логик находит все более широкое применение в различных науках. Проанализируем применение аппарата трехзначной логики Г. Рейхенбаха к квантовой механике.

Большинство операций этой системы было введено уже Постом, но с целью приложения своей системы к квантовой механике Рейхенбах вводит новые. У Поста было введено два вида отрицания — первое и второе. В системе Рейхенбаха они называются циклическим отрицанием и диаметральной отрицанием, кроме них Рейхенбах ввел полное отрицание. В системе Рейхенбаха имеются стандартная импликация (\supset) и стандартная эквивалентность (\equiv). Вводятся и другие операции: альтернативная импликация (\rightarrow), квазиимпликация (\rightarrow) и альтернативная эквивалентность (\equiv). Знаком « \cdot » обозначена конъюнкция, « \vee » — дизъюнкция.

Таблица для трех видов отрицаний Рейхенбаха. Обозначения:

$\sim A$ — циклическое отрицание; $-A$ — диаметрально отрицание; \bar{A} — полное отрицание.

Рейхенбах обозначил «истину» как 1, «неопределенность» — 2, «ложность» — 3. Тавтология принимает значение 1 (табл. 20).

Таблица 20

A	$\sim A$	$-A$	\bar{A}
1	2	3	2
2	3	2	1
3	1	1	1

Другие функции Рейхенбаха определяются матрицами так (табл. 21).

Таблица 21

A	B	$A \cdot B$	$A \vee B$	$A \supset B$	$A \rightarrow B$	$A \ni B$	$A \equiv B$	$A \equiv B$
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	2	1	2	3	2	2	3
1	3	3	1	3	3	3	3	3
2	1	2	1	1	1	2	2	3
2	2	2	2	1	1	2	1	1
2	3	3	2	3	1	2	2	3
3	1	3	1	1	1	2	3	3
3	2	3	2	1	1	2	2	3
3	3	3	3	1	1	2	1	1

Отметим ряд свойств, присущих отрицаниям в системе Рейхенбаха.

Для циклического отрицания верен закон снятия тройного отрицания: $\sim \sim \sim A \equiv A$, т. е. в результате тройного отрицания A возвращаемся к исходному значению A . Для циклического отрицания законы непротиворечия и исключенного третьего, правила де Моргана двузначной логики не являются тавтологиями, но тавтологией является закон исключенного четвертого:

$$A \vee \sim A \vee \sim \sim A.$$

Для диаметрального отрицания сохраняется правило снятия двойного отрицания: $--A \equiv A$. Ни сами законы непротиворечия и исключенного третьего, ни их отрицания при диаметральной отрицании не являются тавтологиями.

Для полного отрицания оказались тавтологиями закон непротиворечия, псевдозакон исключенного третьего, закон исключенного четвертого, правила де Моргана, закон $\bar{\bar{A}} \equiv \bar{A}$.

Рассмотрев три вида отрицания в их взаимосвязи, Рейхенбах

показал, что между циклическим и полным отрицанием имеет место следующее отношение:

$$\bar{A} \equiv \sim A \vee \sim \sim A. \quad (1)$$

Ранее отмечалось, что для циклического отрицания является тавтологией закон исключенного четвертого: $A \vee \sim A \vee \sim \sim A$. Последние два члена его можно заменить на основании равенства (1) на \bar{A} и получить для полного отрицания формулу $A \vee \bar{A}$, которую Рейхенбах назвал «псевдозаконом исключенного третьего», ибо он не имеет свойств закона исключенного третьего двузначной логики. Причина последнего в том, что полное отрицание не имеет свойств обычного отрицания: оно не дает нам возможности определить значение истинности A , если мы знаем, что \bar{A} истинно. Из табл. 22, определяющей полное отрицание, следует, что если \bar{A} истинно, то A может быть как ложным, так и неопределенным.

Таблица 22

A	\bar{A}
И	Н
Н	И
Л	И

Вследствие этой двусмысленности для полного отрицания нельзя определить обратной операции, т. е. операции, ведущей от \bar{A} к A .

Взаимосвязь трех видов отрицания выражается в том, что закон непротиворечия сохраняется в таких трех формах:

- 1) $\overline{A \cdot \bar{A}}$; 2) $\overline{A \cdot \sim A}$; 3) $\overline{A \cdot -A}$.

Рейхенбах построил свою трехзначную систему для описания явлений квантовой механики. По его мнению, говорить об истинности или ложности высказываний правомерно лишь тогда, когда возможно осуществить их проверку. Если нельзя ни подтвердить истинность высказывания (т. е. верифицировать его), ни опровергнуть его с помощью проверки (фальсифицировать), то такое высказывание должно оцениваться третьим значением — неопределенно. К числу таких высказываний относятся высказывания о ненаблюдаемых объектах в микромире.

Сам Рейхенбах так пишет о значении трехзначной логики для квантовой механики: «Введение третьего значения истинности не делает все высказывания квантовой механики трехзначными. Рамки трехзначной логики достаточно широки, чтобы включать класс истинно-ложных формул. Когда мы хотим все высказыва-

ния квантовой механики ввести в состав трехзначной логики, то руководящей идеей будет: поместить в истинно-ложный класс те высказывания, которые мы называем законами квантовой механики»³³.

Бесконечнозначная логика как обобщение многозначной системы Поста

Исходя из системы P_n Поста, мы (А. Г.) строим бесконечнозначную систему G_{χ_0} . Значениями истинности являются 1 (истина), 0 (ложь) и все дробные числа в интервале от 1 до 0, построенные в форме $\left(\frac{1}{2}\right)^k$ и в форме $\left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot (2^k - 1)$, где k — целочисленный показатель. Это числа: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{16}, \frac{15}{16}, \dots$
 $\left(\frac{1}{2}\right)^k, \left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot (2^k - 1), \dots, 0$.

Операции: отрицание, дизъюнкция, импликация и эквиваленция в G_{χ_0} — определены следующими равенствами:

1. Отрицание: $[\sim \chi_0 p] = 1 - [p]$.
2. Дизъюнкция: $[p \vee \chi_0 q] = \max([p], [q])$.
3. Конъюнкция: $[p \wedge \chi_0 q] = \min([p], [q])$.
4. Импликация: $[p \supset \chi_0 q] = [\sim \chi_0 p \vee \chi_0 q]$.
5. Эквиваленция: $[p \equiv \chi_0 q] = [(p \supset \chi_0 q) \wedge \chi_0 (q \supset \chi_0 p)]$.

Отрицание в системе G_{χ_0} является обобщением второго (симметричного) отрицания n -значной логики Поста. Посредством именно второго отрицания строятся конъюнкция, импликация и эквиваленция в системе G_{χ_0} . Система G_{χ_0} , построенная предложенным способом, имеет множество тавтологий³⁴. Тавтологией, например, является формула, гласящая, что отрицание p , повторенное два раза, даст первоначальное значение p : $\sim \chi_0 (\sim \chi_0 p) \equiv \chi_0 p$. Тавтологиями в G_{χ_0} будут четыре правила де Моргана.

Тавтологии в G_{χ_0} являются тавтологиями в двузначной логике, ибо бесконечнозначная система G_{χ_0} является обобщением системы P_n Поста, а последняя есть обобщение двузначной логики.

Для проверки правильности построения G_{χ_0} предложенным нами способом на основании системы G_{χ_0} построили систему G_3 , взяв в качестве значений истинности $1, \frac{1}{2}, 0$. Система G_3 совпадает

с системой P_3 Поста. Из системы G_{x_0} также вычленяется 4-значная система G_4 , значениями истинности аргументов которой являются $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0$, а значениями истинности функций: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0$. Отрицание определяется по формуле

$$[\sim \chi_0 p] = 1 - [p].$$

Конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция в G_4 определены табл. 23.

Таблица 23

$q \backslash p$	$p \wedge_4 q$	$p \vee_4 q$	$p \supset_4 q$	$q \supset_4 p$	$p \equiv_4 q$
	$\begin{matrix} 11 \\ 1-0 \\ 24 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 11 \\ 1-0 \\ 24 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 11 \\ 1-0 \\ 24 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 11 \\ 1-0 \\ 24 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 11 \\ 1-0 \\ 24 \end{matrix}$
1	$\begin{matrix} 11 \\ 1-0 \\ 24 \end{matrix}$	1 1 1 1	$\begin{matrix} 11 \\ 1-0 \\ 24 \end{matrix}$	1 1 1 1	$\begin{matrix} 11 \\ 1-0 \\ 24 \end{matrix}$
$\frac{1}{2}$	$\begin{matrix} 111 \\ -0 \\ 224 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 111 \\ 1- \\ 222 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 111 \\ 1- \\ 222 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 113 \\ -1 \\ 224 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1111 \\ - \\ 2222 \end{matrix}$
$\frac{1}{4}$	$\begin{matrix} 111 \\ -0 \\ 444 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 111 \\ 1- \\ 244 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 333 \\ 1- \\ 444 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 113 \\ -1 \\ 424 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1133 \\ - \\ 4244 \end{matrix}$
0	0 0 0 0	$\begin{matrix} 11 \\ 1-0 \\ 24 \end{matrix}$	1 1 1 1	$\begin{matrix} 13 \\ 0-1 \\ 24 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 13 \\ 0-1 \\ 24 \end{matrix}$
Пояснения	$\min ([p], [q])$	$\max ([p], [q])$	$[\sim_4 p \vee_4 q]$	$[\sim_4 q \vee_4 p]$	$[(p \supset_4 q) \wedge_4 (q \supset_4 p)]$

В 4-значной системе G_4 содержится классическая двузначная логика [при значениях истинности 1 («истина») и 0 («ложь»)], а также система P_3 Поста (при значениях истинности $1, 1/2, 0$).

Аналогично из G_{x_0} вычленяется система G_5 , а также G_6, G_7, G_8 и т. д.

Об интерпретации системы G_{x_0}

В системе G_{x_0} между крайними значениями истинности — 1 («истина») и 0 («ложь») лежит бесконечное число значений истинности: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}$ и т. д. Процесс познания осуществляется

таким образом, что мы идем от незнания к знанию, от неполного, неточного знания к более полному и более точному, от относительной истины к абсолютной. Абсолютная истина (в узком смысле) складывается из бесконечной суммы относительных истин. Если значению истинности, равному 1, придать семантический смысл абсолютной истины, а значению 0 — значение лжи (заблуждения, отсутствия знания), то промежуточные значения истинности отразят процесс достижения абсолютной истины как бесконечный процесс, складывающийся из познания относительных истин, значениями которых в системе G_{χ_0} являются $1/2$, $1/4$, $3/4$, $1/8$, $7/8$... и т. д. Чем ближе значение истинности переменных (выражающих суждения) к 1, тем большая степень приближения к абсолютной истине. Так осуществляется процесс познания от незнания к знанию, от явления к сущности, от сущности первого порядка к сущности второго порядка и т. д. Этот бесконечный процесс познания и отражает бесконечнозначная система G_{χ_0} , построенная нами как обобщение двузначной классической логики, характеризующей процесс познания в рамках оперирования предельными значениями истинности суждений — истина и ложь. Такова семантическая интерпретация бесконечнозначной системы G_{χ_0} , раскрывающая ее роль в процессе познания истины.

§ 4. ИНТУИЦИОНИСТСКАЯ ЛОГИКА

Интуиционистская логика построена в связи с развитием интуиционистской математики. Интуиционистская школа основана в 1907 г. голландским математиком и логиком Л. Брауэром (1881—1966)³⁵, но некоторые ее идеи выдвигались и ранее.

Интуиционизм — философское направление в математике и логике, отказывающееся от использования абстракции актуальной бесконечности, отвергающее логику как науку, предшествующую математике, и рассматривающее интуитивную ясность и убедительность («интуицию») как последнюю основу математики и логики. Интуиционисты свою интуиционистскую математику строят с помощью финитных (конечных) средств на основе системы натуральных чисел, которая считается известной из интуиции. Интуиционизм включает в себя две стороны — философскую и математическую.

Математическое содержание интуиционизма изложено в ряде работ математиков. Ведущие представители отечественной школы конструктивной математики отмечают положительное значение некоторых математических идей интуиционистов.

В целом конструктивная математика существенно отличается от интуиционистской. Советский математик-конструктивист

А. А. Марков (1903—1979) пишет о том, что конструктивное направление имеет точки соприкосновения с так называемой интуиционистской математикой. Конструктивисты сходятся с интуиционистами в понимании дизъюнкции и в силу этого признают правильной данную Брауэром критику закона исключенного третьего. Вместе с тем конструктивисты считают неприемлемыми методологические основы интуиционизма.

В этом высказывании ясно разделены две стороны интуиционизма — математическая и философская. Если первая сторона имеет рациональную часть (в этой связи предпочтительнее говорить об интуиционистской математике или интуиционистской логике, а не об интуиционизме), то вторая сторона интуиционизма (его методологические, идеалистические, философские основы) совершенно неприемлема.

Брауэр считал, что чистая математика представляет собой свободное творение разума и не имеет никакого отношения к опытным фактам. У интуиционистов единственным источником математики оказывается интуиция, а критерием приемлемости математических понятий и выводов является «интуитивная ясность». Но интуиционист Гейтинг вынужден признаться в том, что понятие интуитивной ясности в математике само не является интуитивно ясным; можно даже построить нисходящую шкалу степеней очевидности.

Основой происхождения математики в конечном итоге является не какая-то «интуитивная ясность» — продукт сознания человека, а отражение пространственных форм и количественных отношений действительного мира. Гейтинг, как и Брауэр, в гносеологии тоже субъективный идеалист. Он утверждает, что для математической мысли характерно, что она не выражает истину о внешнем мире, а связана исключительно с умственными построениями³⁶.

Еще в 1936 г. советский математик А. Н. Колмогоров подверг критике субъективно-идеалистические основы интуиционизма, заявив, что невозможно согласиться с интуиционистами, когда они говорят, что математические объекты являются продуктом конструктивной деятельности нашего духа, ибо математические объекты являются абстракциями реально существующих форм независимой от нашего духа действительности. Интуиционисты не признают человеческую практику и опыт источником формирования математических понятий, методов математических построений и методов доказательств.

Особенности интуиционистской логики вытекают из характерных признаков интуиционистской математики.

В современной классической математике часто прибегают к косвенным доказательствам. Но их почти невозможно ввести в интуиционистской математике и логике, так как там не признаются закон исключенного третьего и закон $\bar{a} \rightarrow a$, которые участвуют в косвенных доказательствах.

Закон исключенного третьего для бесконечных множеств в интуиционистской логике не проходит потому, что $p \vee \neg p$ (\neg — знак отрицания) требует общего метода для решения любой проблемы или, более явно, общего метода, который по произвольному высказыванию p позволил бы получать либо доказательство p , либо доказательство отрицания p . Гейтинг считает, что так как интуиционисты не располагают таким методом, то они и не вправе утверждать принцип исключенного третьего. Покажем это на таком примере. Возьмем утверждение: «Всякое целое число, большее единицы, либо простое, либо сумма двух простых, либо сумма трех простых». Неизвестно, так это или нет, хотя в рассмотренных случаях, которых конечное число, это так. Существует ли число, которое не удовлетворяет этому требованию? Мы не можем указать такое число и не можем вывести противоречие из допущения его существования.

Эта знаменитая проблема Гольдбаха (Х. Гольдбах — математик) была поставлена им в 1742 г. и не поддавалась решению около 200 лет. Гольдбах высказал предположение, что всякое целое число, большее или равное шести, может быть представлено в виде суммы трех простых чисел. Для нечетных чисел она была положительно решена только в 1937 г. советским математиком — академиком И. М. Виноградовым; все достаточно большие нечетные числа представимы в виде суммы трех простых чисел. Это одно из крупнейших достижений современной математики. Но закон непротиворечия представители как интуиционистской, так и конструктивной логик считают неограниченно применимым.

Брауэр первый наметил контуры новой логики. Идеи Брауэра формализовал Гейтинг, в 1930 г. построивший интуиционистское исчисление предположений с использованием импликации, конъюнкции, дизъюнкции и отрицания на основе 11 аксиом и двух правил вывода — модуса поненс (*modus ponens*) и правила подстановки. Гейтинг утверждает, что, хотя основные различия между классической и интуиционистской логиками касаются свойств отрицания, эти логики не совсем совпадают и в формулах без отрицания. Гейтинг отличает математическое отрицание от фактического: первое выражается в форме конструктивного построения (выполнения) определенного действия, а второе говорит о невыполнении действия (а «невыполнение» чего-либо не является конструктивным действием). Интуиционистская логика имеет дело только с математическими суждениями и лишь с математическим отрицанием, которое определяется через понятие противоречия, а понятие противоречия интуиционисты считают первоначальным, выражающимся или приводящимся в форме $1 = 2$. Фактическое отрицание не связано с понятием противоречия.

Проблемами интуиционистской логики в нашей стране занимаются К. Н. Суханов, М. И. Панов, А. Л. Никифоров и др.

§ 5. КОНСТРУКТИВНЫЕ ЛОГИКИ

Конструктивная логика, отличная от логики классической, своим рождением обязана конструктивной математике. Конструктивная математика может быть кратко охарактеризована как наука о конструктивных процессах и нашей способности их осуществлять. В результате конструктивного процесса возникает конструктивный объект, т. е. такой объект, который задается эффективным (точным и вполне понятным) способом построения (алгоритмом)³⁷.

Конструктивное направление (в математике и логике) ограничивает исследование конструктивными объектами и проводит его в рамках абстракции потенциальной осуществимости (реализуемости), т. е. игнорирует практическое ограничение наших возможностей построений в пространстве, времени, материале.

Между идеями конструктивной логики советских исследователей и некоторыми идеями интуиционистской логики (например, в понимании дизъюнкции, в отказе от закона исключенного третьего) имеются точки соприкосновения.

Однако конструктивная и интуиционистская логики имеют существенные отличия.

1. *Различные объекты исследования.* В основу конструктивной логики, которая является логикой конструктивной математики, положена абстракция потенциальной осуществимости, а в качестве объектов исследования допускаются лишь конструктивные объекты (слова в определенном алфавите).

В основу интуиционистской логики, являющейся логикой интуиционистской математики, положена идея «свободно становящейся последовательности» (т. е. последовательности, строящейся не по алгоритму), которую интуиционисты считают интуитивно ясной.

2. *Обоснование интуиционистской математики и логики* дается с помощью идеалистически истолкованной интуиции, а обоснование конструктивной математики и логики дается на базе научного математического понятия алгоритма (например, нормального алгоритма А. А. Маркова) или эквивалентного ему понятия рекурсивной функции.

3. *Различные методологические основы.* Методологической основой конструктивного направления в математике отечественные исследователи считают положения материализма, с позиций которого критерием истинности познания (в том числе и научного) является практика. Это положение сохраняет свою силу и для таких наук, как логика и математика, хотя здесь практика входит в процесс познания лишь опосредованно, в конечном счете.

Интуиционисты же, оставаясь в рамках субъективно-идеалистической философии, считают источником формирования мате-

матических понятий и методов не человеческую практику, а первоначальную «интуицию», а критерием истинности в математике — «интуитивную ясность».

4. *Различные интерпретации*³⁸. А. Н. Колмогоров рассматривал интуиционистскую логику как исчисление задач. А. А. Марков определял логические связки конструктивной логики как прилагаемые к потенциально осуществляемым конструктивным процессам (действиям).

Интуиционистская логика Л. Брауэра и А. Гейтинга интерпретируется ими как исчисление предложений (высказываний), причем область высказываний у них ограничивается математическими предложениями.

5. *Отличие ряда логических средств*. Отечественные представители узкоконструктивной логики признают в качестве принципа: если имеется алгоритмический процесс и удалось опровергнуть, что он продолжается бесконечно, то, следовательно, процесс закончится. Некоторые из представителей конструктивной логики доказывают его в уточненной форме.

Представители интуиционистской логики не признают этот принцип.

Конструктивные исчисления высказываний В. И. Гливенко и А. Н. Колмогорова

Первыми представителями конструктивной логики были наши отечественные математики — А. Н. Колмогоров (1903—1987) и В. И. Гливенко (1897—1940). Первое исчисление, не содержащее закона исключенного третьего, было предложено в 1925 г. А. Н. Колмогоровым в связи с его критикой концепции Л. Брауэра, а в дальнейшем развито В. И. Гливенко. Позже было опубликовано исчисление Гейтинга, которое Колмогоров интерпретировал как исчисление задач, что легло в основу содержательного истолкования исчислений, не пользующихся законом исключенного третьего, а это, в свою очередь, стало основой всех дальнейших, подлинно научных исследований таких исчислений.

С помощью введения понятий «псевдоистинность» (двойное отрицание суждения) и «псевдоматематика» («математика псевдоистинности») Колмогоров доказал, что всякий вывод, полученный с помощью закона исключенного третьего, верен, если вместо каждого суждения, входящего в его формулировку, поставить суждение, утверждающее его двойное отрицание. Тем самым он показал, что в «математике псевдоистинности» возможно применение принципа исключенного третьего.

Колмогоров различает две логики суждений — общую и частную. Различие между ними в одной аксиоме $A \rightarrow A$, которая имеется лишь среди аксиом частной логики. Интересна взаимосвязь соотношения содержания и областей применения этих ло-

гик: содержание частной логики суждений богаче, чем общей, так как частная логика дополнительно включает аксиому $\bar{A} \rightarrow A$, но область применения ее уже. Из системы частной логики можно вывести все формулы традиционной логики суждений.

Какова же область применения частной логики суждений? Все ее формулы верны для суждений типа A' , в том числе для всех финитных и для всех отрицательных суждений, т. е. область применимости ее совпадает с областью применимости формулы двойного отрицания $\bar{\bar{A}} \rightarrow A$. (Символами A' , B' ... обозначены произвольные суждения, для которых из двойного отрицания следует само суждение.)

Конструктивная логика А. А. Маркова

Проблема конструктивного понимания логических связей, в частности отрицания и импликации, требует применения в логике специальных точных формальных языков. В основе конструктивной математической логики А. А. Маркова лежит идея ступенчатого построения формальных языков. Сначала вводится формальный язык \mathcal{L}_0 , в котором предложения выражаются по определенным правилам в виде формул; в нем имеется определение смысла выражения этого языка, т. е. семантика. Правила вывода позволяют, исходя из верных предложений, всегда получать верные предложения.

В конструктивной математике формулируются теоремы существования, утверждающие, что существует объект, удовлетворяющий таким-то требованиям. Под этим подразумевается, что построение такого объекта потенциально осуществимо, т. е. мы владеем способом его построения. Это конструктивное понимание высказываний о существовании отличается от классического. В конструктивной математике и логике иной является и трактовка дизъюнкции, которая понимается как осуществимость указания ее верного члена. «Осуществимость» означает потенциальную осуществимость конструктивного процесса, дающего в результате один из членов дизъюнкции, который должен быть истинным. Классическое же понимание дизъюнкции не предполагает нахождения ее истинного члена.

Новое понимание логических связей требует новой логики. Мы считаем утверждение А. А. Маркова о неединственности логики верным и весьма глубоким: «В самой идее неединственности логики, разумеется, нет ничего удивительного. В самом деле, с какой стати все наши рассуждения, о чем бы мы ни рассуждали, должны управляться одними и теми же законами? Для этого нет никаких оснований. Удивительным, наоборот, было бы, если бы логика была единственна»³⁹.

В конструктивную математическую логику А. А. Марков вводит понятие «разрешимое высказывание» и связанное с ним

понятие «прямое отрицание». В логике А. А. Маркова имеется и другой вид отрицания — усиленное отрицание, относящееся к так называемым полуразрешимым высказываниям.

Кроме материальной и усиленной импликации, при установлении истинности которых приходится заботиться об истинности посылки и заключения, А. А. Марков вводит дедуктивную импликацию, определяемую по другому принципу. Дедуктивная импликация «если A , то B » выражает возможность выведения B из A по фиксированным правилам, каждое из которых в применении к верным формулам даст верные формулы. Всякое высказывание, выводимое из истинного высказывания, будет истинным.

Через дедуктивную импликацию А. А. Марков определяет редукционное отрицание (*reductio ad absurdum*). Редукционное отрицание высказывания A (сформулированного на данном языке) понимается как дедуктивная импликация «если A , то L », где через L обозначен абсурд. Это определение отрицания соответствует обычной практике рассуждений математика: математик отрицает ту посылку, из которой вытекает абсурд. Для установления истинности редукционного отрицания высказывания не требуется вникать в смысл этого высказывания. Высказывание, для которого установлена истинность редукционного отрицания, не может быть истинным.

Эти три различных понимания отрицания не вступают в конфликт друг с другом, они согласованы, что, по мнению А. А. Маркова, даст возможность объединить все эти понимания отрицания.

Показательно такое обстоятельство: А. А. Марков строит свои конструктивные логические системы для обоснования конструктивной математики таким образом, что у него получается не одна законченная система, а целая иерархия систем. Это система языков $Y_0, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, \dots, Y_N$ (где N — натуральное число) и объемлющего их языка Y_ω ; после Y_ω строится язык $Y_{\omega'}$.

Итак, мы склонны думать, что развивающуюся конструктивную логику и математику невозможно вместить в одно формальное исчисление, для этого нужна система, состоящая из целой иерархии систем, в которой будет иерархия отрицаний.

Проблемами конструктивной логики и теории алгоритмов занимается российский математик Н. М. Нагорный и др.

§ 6. МОДАЛЬНЫЕ ЛОГИКИ

В классической двузначной логике рассматривались простые и сложные ассерторические суждения, т. е. такие, в которых не установлен характер связи между субъектом и предикатом. Например: «Морская вода — соленая» или «Дождь то начинал хлестать теплыми крупными каплями, то переставал».

В модальных суждениях раскрывается характер связи между субъектом и предикатом или между отдельными простыми суждениями в сложном модальном суждении. Например: «Необходимо соблюдать правила уличного движения» или «Если будет дуть попутный ветер, то, возможно, мы приплывем в гавань до наступления темноты».

Модальными являются суждения, которые включают модальные операторы (модальные понятия), т. е. слова «необходимо», «возможно», «невозможно», «случайно», «запрещено», «хорошо» и многие другие (см. гл. III, § 6 «Деление суждений по модальности»). Модальные суждения рассматриваются в специальном направлении современной формальной логики — в модальной логике.

Изучение модальных суждений имеет длительную и многогранную историю. Мы отметим лишь некоторые из ее аспектов. Модальности в логике были введены Аристотелем. Термин «возможность», по Аристотелю, имеет различный смысл. Возможным он называет и то, что необходимо, и то, что не необходимо, и то, что возможно. Исходя из понимания модальности «возможность», Аристотель писал о неприменимости закона исключенного третьего к будущим единичным событиям.

Наряду с категорическим силлогизмом Аристотель исследует и модальный силлогизм, у которого одна или обе посылки и заключение являются модальными суждениями. Я. Лукасевич в книге «Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики» две главы посвящает аристотелевой модальной логике предложений и модальной силлогистике Аристотеля⁴⁰. Аристотель рассматривает модальную силлогистику по образцу своей ассерторической силлогистики: силлогизмы подразделяются на фигуры и модусы, неправильные модусы отбрасываются с помощью их интерпретации на конкретных терминах.

Согласно Аристотелю, случайность есть то, что не необходимо и не невозможно, т. е. p — случайно означает то же самое, что и \bar{p} — необходимо и p — не невозможно, но Лукасевич отмечает, что аристотелевская теория случайных силлогизмов полна серьезных ошибок⁴¹. Итог Лукасевича такой: пропозициональная модальная логика Аристотеля имеет огромное значение для философии; в работах Аристотеля можно найти все элементы, необходимые для построения полной системы модальной логики; однако Аристотель исходил из двузначной логики⁴², в то время как модальная логика не может быть двузначной. К идее многозначной логики Аристотель подошел вплотную, рассуждая о «будущем морском сражении». Следуя Аристотелю, Лукасевич в 1920 г. построил первую многозначную (трехзначную) логику. Так осуществляется связь модальных и многозначных логик.

Значительное внимание разработке модальных категорий уде-

ляли философы в Древней Греции и особенно Диодор Крон, рассматривавший модальности в связи с введенной им временной переменной. В средние века модальным категориям также уделялось большое внимание. В XIX в. категорию вероятности разрабатывали Дж. Буль и П. С. Порецкий.

Возникновение модальной логики как системы датируется 1918 годом, когда американский логик и философ Кларенс Ирвинг Льюис (1888—1964) в работе «A Survey of Symbolic Logic» сформулировал модальное исчисление, названное им впоследствии S3.

В книге «Symbolic logic», написанной им совместно с К. Лэнгфордом в 1932 г., он сформулировал еще пять модальных логических систем, связанных с S3 и между собой. Это системы S1, S2, S4, S5, S6.

Приведем описание модальной системы S1⁴³.

I. Исходные символы. 1) p, q, r и т. д. — пропозициональные переменные; 2) $\sim p$ — отрицание p ; 3) $p \cdot q$ — конъюнкция p и q ; 4) $p < q$ — строгая импликация льюисовской системы; 5) $\diamond p$ — модальный оператор возможности (возможно p); 6) $p = q$ — строгая эквивалентность, $p = q$ равносильно $(p < q) \cdot (q < p)$.

II. Аксиомы системы S1:

- 1) $p \cdot q < q \cdot p$,
- 2) $p \cdot q < p$,
- 3) $p < p \cdot p$,
- 4) $(p \cdot q) \cdot r < p \cdot (q \cdot r)$,
- 5) $p < \sim \sim p$,
- 6) $(p < q) \cdot (q < r) < (p < r)$,
- 7) $p \cdot (p < q) < q$.

Аксиома 5 может быть выведена из остальных, как было показано позднее. Так как конъюнкция связывает «сильнее», чем импликация, то скобки можно опустить или заменить их точками, как это сделано у Льюиса.

III. Правила вывода S1.

1. Правило подстановки. Любые два эквивалентных друг другу выражения взаимозаменяемы.

2. Любая правильно построенная формула может быть подставлена вместо p , или q , или r и т. д. в любом выражении.

3. Если выводимо p и выводимо q , то выводимо $p \cdot q$.

4. Если выводимо p и выводимо $p < q$, то выводимо q .

Льюис построил модальную пропозициональную логику S1 в виде расширения немодального (ассерторического) пропозиционального исчисления (сокращенно АПИ). При этом основные черты S1 и других его исчислений были скопированы с формализованной логической системы Principia Mathematica Рассела и Уайтхеда, сформулированы с помощью понятий, только тер-

минологически отличающихся от понятий, использованных в Principia Mathematica. Кроме Рассела и Уайтхеда идеи классической логики развивали многие современные математические логики, например американский логик и математик С. Клини⁴⁴. Исчисления Льюиса построены аксиоматически по образцу Principia, по аналогии с Principia Льюис доказывает ряд специфических теорем.

В классической двужанной логике логическое следование отождествляется с материальной импликацией, допускаются такие формы вывода: 1) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$, т. е. истинное суждение следует из любого суждения («истина следует откуда угодно») и 2) $p \rightarrow (\bar{p} \rightarrow q)$, т. е. из ложного суждения следует любое суждение («из лжи следует все, что угодно»). Это противоречит нашему содержательному, практическому пониманию логического следования, поэтому данные формулы, а также и некоторые другие, и соответствующие им принципы логического следования называются парадоксами материальной импликации.

Льюис создал свои новые системы с целью избежать этих парадоксов и ввести новую импликацию, названную им «строгой импликацией», такую, чтобы логическое следование представлялось не чисто формально, а по смыслу (содержательно) и новая импликация была бы ближе к союзу естественного языка «если, то». В строгой импликации Льюиса $p \prec q$ невозможно утверждать антецедент, т. е. p , и отрицать консеквент, т. е. q ⁴⁵.

В системах Льюиса были устранены парадоксы материальной импликации, т. е. формулы 1) и 2) стали невыводимыми, но появились парадоксы строгой импликации. К ним относятся, например, такие формулы: 3) $(\sim \diamond \sim p) \prec (q \prec p)$, 4) $(\sim \diamond p) \prec (p \prec q)$. Итак, отождествлять строгую импликацию Льюиса со следованием нельзя.

С целью исключить парадоксы строгой импликации Льюиса немецкий математик и логик Ф. В. Аккерман (1896—1962) построил свою систему модальной логики. Он ввел так называемую сильную импликацию, которая не тождественна строгой импликации Льюиса, и модальные операторы Аккермана и Льюиса также не являются тождественными. Аккерман все логические термины и модальные операторы определяет через сильную импликацию так: NA равносильно $\bar{A} \rightarrow \lambda$, MA равносильно $A \rightarrow \lambda$. Здесь A — любая правильно построенная формула системы Аккермана; N — оператор необходимости; M — оператор возможности; \bar{A} — отрицание A ; знак « \rightarrow » обозначает сильную импликацию. Знак « λ » — логическая постоянная, обозначающая «абсурдно». Эта постоянная в свою очередь определяется так: $A \& \bar{A} \rightarrow \lambda$, где $\&$ обозначает конъюнкцию. И последняя формула читается так: из противоречия, т. е. A и $\text{не-}A$, следует абсурд. В системе Аккермана не выводятся формулы, структурно подо-

бные парадоксам, ни материальной импликации, ни строгой импликации.

Системы Льюиса и Аккермана являются бесконечнозначными. В отличие от этих систем первоначально построенные системы Лукасевича являются конечнозначными: одна — трехзначная (1920), другая — четырехзначная (1953). В четырехзначной системе Лукасевича⁴⁶ также обнаружены парадоксы. Главный из них состоит в том, что ни одно аподиктическое предложение не истинно, т. е. ни одно суждение вида $L\alpha$ (где L обозначает необходимость, а α — любая формула) не является истинным. Это означало бы, что необходимых суждений нет, т. е. модальный оператор «необходимо» упраздняется. Лукасевич пишет: «Любое аподиктическое предложение должно быть отброшено»⁴⁷. Сам Лукасевич считает это достоинством своей системы, а понятие «необходимость» — псевдопонятием. С такой точкой зрения, конечно, согласиться нельзя.

Интерпретации модальных логик различны. Известный австрийский философ и логик Р. Карнап (1891—1970) пытался интерпретировать модальные понятия (операторы) с помощью так называемой теории «возможных миров», в которой допускается наличие множества «миров», один из которых — действительный, реальный мир, а остальные — возможные миры. Необходимым объявляется то, что существует во всех мирах, возможным — то, что существует хотя бы в одном.

Р. Карнап в 1946 г., используя понятие «описание состояния», предложил интерпретацию модальных операторов, в основе которой лежала идея различия возможного и действительного миров.

В ином направлении шел финский логик Я. Хинтикка. Критически переосмыслив введенное Карнапом понятие «описание состояния», он разрабатывал технику «модальных множеств», т. е. миров (1957), — оригинальную семантическую концепцию возможных миров. Разработка семантики возможных миров для модальных логик продолжается.

Разнообразными проблемами модальной логики занимается американский логик Р. Фейс⁴⁸.

В настоящее время разработаны многие виды модальностей (см. табл. 7).

Теорией модальных логик и построением новых модальных логических систем в нашей стране активно занимаются логики А. А. Ивин⁴⁹, Я. А. Слинин⁵⁰, О. Ф. Серебряников, В. Т. Павлов и др.

§ 7. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ ЛОГИКИ

Положительные логики — это логики, построенные без операции отрицания. Их можно разделить на два вида: 1) положи-

тельные логики в широком смысле слова, или квазипозитивные логики. Они построены без операции отрицания, но отрицание может быть выражено средствами этой логической системы; 2) положительные логики в узком смысле слова, т. е. логики, построенные без операции отрицания, причем отрицание не может быть выражено средствами этой системы. Можно предложить классификацию и по другому основанию: числу логических операций, с помощью которых построена положительная логика. Квазипозитивными логиками, построенными на одной операции, являются логика, построенная на операции «штрих Шеффера» (антиконъюнкции), и логика, основанная на операции антидизъюнкции. Квазипозитивная логика, построенная на операции антидизъюнкции, которая соответствует сложному союзу «ни..., ни...» и обозначается $a \bar{\vee} b$ («ни a , ни b »), таблично определена так (табл. 24):

Таблица 24

a	b	$a \bar{\vee} b$
И	И	Л
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И

Ряд квазипозитивных логик основан на двух операциях. Положительными логиками в узком смысле, основанными на одной операции, являются импликативная логика, основанная на операции импликации, и логика, построенная на операции эквиваленции. Ряд положительных логик основан на двух операциях: а) на импликации и конъюнкции; б) на дизъюнкции и конъюнкции; в) на импликации и дизъюнкции.

Положительная логика (в узком смысле) является подсистемой (частичной системой) более сильных логик — интуиционистской и классической. Все утверждения положительных логик имеют силу как в интуиционистской логике, так и в классической логике. Внутри самих положительных логик также имеются различные по силе системы. Так, импликативная логика, включающая две аксиомы, слабее, чем положительная логика, включающая, кроме этих двух, аксиомы, характеризующие конъюнкцию и дизъюнкцию. Аксиоматическое построение подтверждает это соотношение: самой сильной является классическая, слабее — интуиционистская, еще слабее — положительная логика.

Общее между положительной логикой в широком смысле и положительной логикой в узком смысле в том, что среди логических констант этих систем нет операции отрицания.

Отличия этих систем следующие: 1) в квазипозитивных логи-

ках операция отрицания выразима средствами этой логики, а в положительных логиках в узком смысле операция отрицания не выразима; 2) квазипозитивные логики являются моделями классической логики, т. е. они эквивалентны классической логике высказываний. Положительные логики в узком смысле не эквивалентны классической логике, а являются ее подсистемой (частичной системой), а следовательно, слабее классической логики высказываний.

Роль положительных логик в искусственных языках весьма значительна, особенно конструктивной логики А. А. Маркова, которая строится на иерархии языков. В алфавите языка \mathcal{L}_1 нет отрицания, и в нем нельзя выразить отрицание, ибо нет импликации. Марковым был построен язык \mathcal{L}_1 , который хотя и узок, но приспособлен для описания работы нормальных алгоритмов. Этот язык пригоден для выражения некоторых отношений между словами, встречающимися в чистой семиотике и в теории алгоритмов. С помощью языка \mathcal{L}_1 (языка без отрицания) можно дать описание работы различных алгоритмов — и в этом состоит важное значение языка без операции отрицания.

Итак, логическая система без операции логического отрицания находит свое применение при построении машинных программ. Но если взять искусственные языки, такие, как ФОРТРАН или КОБОЛ и др., которые позволяют воспользоваться высокоэффективным способом программирования, то в их состав, кроме логического сложения и логического умножения, входит и логическое отрицание, соответствующее частице «не» и обозначаемое обычно знаком « \neg ». Все инструкции о том, как произвести сборку замков, мебели, машин, инструментов, технических приборов и др., основаны на содержательном (не формализованном) использовании положительной логики.

§ 8. ПАРАНЕПРОТИВОРЕЧИВАЯ ЛОГИКА

Эта логика представляет одно из направлений современной неклассической математической логики. Объективными основами появления паранепротиворечивых логик является стремление отразить средствами логики специфику мышления человека о переходных состояниях, которые наряду с устойчивостью и отнесенным покоем наблюдаются в природе, обществе и познании. В природе и обществе происходят изменения, предметы и их свойства переходят в свою противоположность, поэтому нередки переходные состояния, промежуточные ситуации, неопределенность в познании, переход от незнания или неполного знания к более полному и точному. Действие законов двузначной логики — закона исключенного третьего и закона непротиворечия —

в этих ситуациях ограничено или вообще неприменимо. На необщезначимость этих законов указывал еще Аристотель. Говоря о будущих единичных случайных событиях, по Аристотелю, нельзя считать суждение истинным или ложным, оно неопределенно.

Закон непротиворечия утверждает, что два противоположных суждения не могут быть истинными в одно и то же время и в одном и том же отношении. Но в разное время они могут быть оба истинными. Аристотель писал: «Все изменяющееся необходимо должно быть делимым... необходимо, чтобы часть изменяющегося предмета находилась в одном (состоянии), часть — в другом, так как невозможно сразу быть в обоих или ни в одном»⁵¹.

Вследствие неопределенности интервалов и неопределенности состояний изменяющегося предмета предполагается временная интервальная паранепротиворечивая семантика, допускающая истинность как высказывания A , так и $не-A$. Кроме временных интервалов с переходными состояниями наше мышление имеет дело с так называемыми нечеткими понятиями (нежесткими, расплывчатыми, размытыми — fuzzy), отражающими нежесткие множества, концепция которых предложена в 1965 г. американским математиком Л. Заде⁵². Все это обусловило необходимость и возможность появления паранепротиворечивых логик (paraconsistent logics) — логических исчислений, которые могут лежать в основе противоречивых формальных теорий. Противоречивые данные возникают в судебных заседаниях, дискуссиях, полемике, постановке диагноза болезни, в научных теориях (прежних и новых), в ситуациях, связанных с решением нравственных проблем, и в других сферах интеллектуальной деятельности. В связи с этим встала проблема создания информационной системы, работающей с противоречивыми данными.

Предшественниками паранепротиворечивой логики как нового вида неклассической формальной логики явились Н. А. Васильева и Я. Лукасевич. Как новый вид математической логики паранепротиворечивая логика разрабатывалась в работах польского логика Ст. Яськовского (1948) и бразильского математика Ньютона да Коста (начиная с 1958 г.). История паранепротиворечивой логики изложена бразильским логиком А. И. Аррудой в работе «Обзор паранепротиворечивой логики. Математическая логика в Латинской Америке»⁵³.

В паранепротиворечивых системах принцип (закон) непротиворечия лишен всеобщей значимости. Логике не присущи ни единство, ни абсолютность — эту мысль мы встречаем у многих современных логиков, в том числе у Н. да Коста. В статье, специально написанной для журнала «Философские науки» («Философское значение паранепротиворечивой логики»), Н. да Коста пишет: «Допустим, что имеющийся у нас язык дедуктивной

теории T содержит в себе символ отрицания. T называют противоречивой (inconsistent) теорией, если и только если в T имеются две теоремы, одна из которых есть отрицание другой; в противоположном случае T считается непротиворечивой (consistent). T считают тривиальной, если и только если все формулы (или все высказывания [sentences]) языка T являются также теоремами T ; в противном случае мы называем T нетривиальной. ... Система логики паранепротиворечива, если она может быть использована как логика, лежащая в основе противоречивых, но нетривиальных теорий»⁵⁴. Н. да Коста полагает, что вместо стандартных теорий множеств могут быть использованы паранепротиворечивые теории множеств. Система паранепротиворечивой логики в общем случае должна удовлетворять следующим условиям: 1) из двух противоречащих формул A и $\neg A$ в общем случае нельзя вывести произвольную формулу B ; 2) дедуктивные средства классической логики должны быть максимально сохранены, поскольку они — основа обычных рассуждений. В первую очередь должен быть сохранен *modus ponens*, т. е. рассуждение по формуле $((a \rightarrow b) \wedge a) \rightarrow b$.

Паранепротиворечивая логика связана со многими видами неклассических логик: с модальной логикой (т. е. системой $S5$) К. И. Льюиса, с многозначными логиками, с релевантной логикой, где тоже не принимается принцип «из противоречия следует все, что угодно». Исследование многозначных логик показало, что закон непротиворечия, т. е. формула $a \wedge \bar{a}$, не является тавтологией в следующих системах: трехзначных логиках — Я. Лукасевича, Г. Рейхенбаха (для циклического и диаметрального отрицаний), Р. П. Гудстейна, Д. Бочвара (для внутреннего отрицания); m -значной логике Э. Л. Поста. В исследованных нами (А. Г.) 13 формализованных логических системах из 17 имеющих в них видов отрицания для 10 видов закон непротиворечия является тавтологией (доказуемой формулой), для остальных же 7 он не является тавтологией. Это происходит потому, что кроме значений истинности — «истина» и «ложь» в многозначных логиках имеется значение «неопределенно». Но в классической, конструктивных и интуиционистских логиках от закона непротиворечия нельзя отказаться, ибо в этих логиках отражены жесткие ситуации «или—или» («истина—ложь»), конструктивный процесс присутствует или его нет, одновременно то и другое не может быть. Поэтому классическая, интуиционистская, конструктивная и ряд других логик не годятся в качестве логик, которые могут быть основанием противоречивых, но нетривиальных теорий. Положительные логики также для этого не годятся, ибо в них нет операции отрицания. Некоторые современные логики (например, немецкий логик К. Вессель) не признают паранепротиворечивые логики. Построением паранепротиворечивых логических систем

и анализом их философского значения занимаются А. С. Карпенко, А. Т. Ишмуратов и другие ученые.

Интересны и оригинальны статьи американского математика Н. Белнапа «Как нужно рассуждать компьютеру» (1976) и «Об одной полезной четырехзначной логике» (1976), посвященные формализации общения с информационными системами, в которых содержится противоречивая информация. Белнап построил четырехзначную логику, значениями истинности которой являются следующие: T — «говорит только Истину»; F — «говорит только Ложь»; None — «Не говорит ни Истины, ни Лжи»; Both — «говорит и Истину, и Ложь»⁵⁵. Н. Белнап отмечает, что входные данные поступают в компьютер из нескольких независимых источников, и в таких условиях проявляется типичная особенность информационной ситуации: угроза противоречивости информации. Что в таком случае должен делать компьютер, особенно если в системе содержится необнаруженное противоречие? Свою четырехзначную логику Белнап и предлагает в качестве практического руководства в рассуждениях⁵⁶.

Итак, паранепротиворечивые логики демонстрируют возможность наличия очень сильных противоречивых, но нетривиальных (т. е. паранепротиворечивых) теорий.

Заключение

Цель познания в науке и повседневной жизни — получение истинных знаний и полноценное использование их в практике. Знание формальной логики и диалектики поможет предвидеть события и лучшим способом планировать деятельность, максимально предусматривать возможные последствия, выдвигать различные гипотезы, эффективнее обучать и самим обучаться, видеть «логику вещей», т. е. объективную диалектику, умело вести полемику.

В статье В. А. Светлова «Нужна ли логика будущему учителю?»¹ (в которой вопрос, вынесенный в заголовок, носит в общем риторический характер) сформулированы некоторые перспективы дальнейшего изучения логики студентами педвузов. Он пишет: «Что же может дать логика для подготовки учителя? При самом умеренном ее изучении студент педагогического вуза за один-два семестра мог бы дополнительно к стандартному курсу освоить теоретически и научиться применять практически (по выбору): логику научного исследования, логические основы семантики и семиотики, логику научно-педагогической работы, логику принятия решения (в условиях определенности, неопределенности и риска), логику спора, логику общения (межличностных отношений), логику структурного анализа сказок, мифов, художественных текстов, логику конфликтов (межличностных, политических, военных)».

Интересным, перспективным направлением является анализ уже созданных и разработка новых программ для ЭВМ по курсу формальной логики (как традиционной с элементами символической логики, так и символической логики)². Широкое применение логических знаний необходимо и при разработке обучающих программ для ЭВМ по различным школьным учебным дисциплинам (опыт составления разнообразных программ по математике, русскому языку, истории, иностранным языкам, географии и другим предметам имеется, и его предстоит изучить).

Конкретное применение знаний формальной логики учителю потребуются в школе при работе с понятиями и осуществлении логических операций с ними (определение, деление понятий, классификация, обобщение и ограничение). Знание темы «Суждение» поможет учителю четко выявлять логическую структуру простых

и сложных суждений, правильно производить отрицания суждений, работать с модальными суждениями. Мы надеемся, что запись сложных суждений с помощью логических союзов, которая очень нравится учащимся третьих—седьмых и старших классов (о чем свидетельствуют многочисленные эксперименты со школьниками, изучавшими элементы логики под руководством студентов МПГУ им. В. И. Ленина, в которых участвовало более 200 студентов и около 2500 учащихся), оживит любой урок по любому школьному предмету.

В данной книге подробно освещена и тема «Умозаключение». Желательно в процессе преподавания любого предмета показать структуру различных форм умозаключений, при этом предложить учащимся в художественной литературе найти примеры этих видов умозаключений.

Вообще в художественной литературе можно найти богатейшее собрание самых интересных иллюстраций по курсу логики; следует к этой работе подключить и студентов, и школьников. Это одна из заманчивых перспектив в методике изучения логики, свидетельствующая о тесном взаимодействии языка и мышления.

Значительный интерес представляет раздел логики, посвященный полемике, спору, дискуссиям, разоблачению различных недопустимых уловок, используемых в полемике.

Изучение логики желательно продолжить, прослушав ряд спецкурсов, самостоятельно изучив дополнительную литературу. Эти формы работы помогут студентам, освоившим основной курс формальной логики (как классической, так и многочисленных направлений неклассических логик, изложенных в последней главе), стать преподавателем логики в средней школе, лицее, гимназии. Потребность в таких преподавателях будет возрастать в связи с введением обязательного курса логики в средних школах с дифференцированным обучением.

Литература

I. Учебная

- Гетманова А. Д., Панов М. И., Уемов А. И., Никифоров А. Л., Бузук Г. Л.* Логика: Учеб. пособие для 10—11 классов. М., 1992.
Горский Д. П. Логика. М., 1963.
Ивлев Ю. В. Логика. М., 1992.
Кириллов В. И., Старченко А. А. Логика. М., 1987. Логика. Минск, 1974.
Мельников А. Н. Сборник задач по логике. Киев, 1990.
Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М., 1975. Сборник упражнений по логике. Минск, 1991.
Свищов В. И. Логика. М., 1987.
Теория и практика полемики. Томск, 1989.
Уемов А. И. Задачи и упражнения по логике. М., 1961.
Упражнения по логике. М., 1990.

II. Научно-популярная

- Гарднер М. А.* А ну-ка, догадайся! /Пер. с англ. М., 1984.
Ивин А. А. По законам логики. М., 1983.
Ивин А. А. Искусство правильно мыслить: Кн. для учащихся. М., 1990.
Ивин А. А. Строгий мир логики. М., 1988. (Б-ка Детской энциклопедии «Ученые — школьнику».)
Касымжанов А. Х., Кельбуганов А. Ж. О культуре мышления. М., 1981. (Философская б-ка для юношества.)
Кэрролл Л. История с узелками. М., 1973.
Кэрролл Л. Логическая игра. М., 1991.
Кэрролл Л. Алиса в Стране Чудес. Сквозь Зеркало и что там увидела Алиса. Баку, 1991.
Месъяков В. С., Карпинская О. Ю. и др. Логика: наука и искусство. М., 1992.
Нагибин Ф. Ф., Канин Е. С. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся. М., 1984.
Никольская И. Л., Семенов Е. Е. Учимся рассуждать и доказывать. М., 1989.
Смаллиан Р. Алиса в Стране Смекалки. М., 1987.
Смаллиан Р. Принцесса или тигр? М., 1985.

III. Литература по педагогическим приложениям логики

- Богданова О. Ю.* Развитие мышления старшеклассников на уроках литературы. М., 1979.
Гнеденко Б. В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. М., 1982.
Лернер И. Я. Развитие мышления учащихся в процессе обучения истории. М., 1982.
Соболевский Р. Ф. Логические и математические игры. Минск, 1977.
Сухомлинский В. А. О воспитании. М., 1975.
Усова А. Ф. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения. М., 1986.
Ушинский К. Д. Первые уроки логики //Собр. соч. М.—Л., 1948. Т. 4. С. 554—578.

Список символов

$a \wedge b$; $a \cdot b$; $a \& b$; « a и b » — конъюнкция.
 $a \vee b$; « a или b » — нестрогая дизъюнкция.
 $a \dot{\vee} b$; « a или b » — строгая дизъюнкция.
 $a \rightarrow b$, $a \supset b$ « a имплицирует b » («если a , то b ») — импликация.
 $a \equiv b$, $a \leftrightarrow b$, $a \rightleftarrows b$, $a \sim b$ « a эквивалентно b » (« a , если и только если b ») — эквиваленция.
 \bar{a} , $\neg a$, $\sim a$ «не- a » — отрицание a .
 $(\forall x)$ «для всех x » — квантор общности.
 $(\exists x)$ «существует x , такое, что» — квантор существования.
 $a, b, c, \dots, p, q, \dots$ — переменные для высказываний.

Логика классов

A, B, C, \dots — переменные для классов (классы A, B, C, \dots).
 \bar{A} — «дополнение A ».
 $A \cup B$, $A + B$ — «сумма (объединение) A и B ».
 $A \cap B$, $A \cdot B$ — «произведение (пересечение) A и B ».
 $A - B$ — «разность A и B ».
 $A \subset B$, $A \leq B$ — « A включается в B ».
 $a \in A$ — «элемент a принадлежит классу A ».
 $A \equiv B$ — « A тождественно B ».

* * *

M — модальный оператор.
 $\square A$ — необходимо A .
 ∇A — случайно A .
 $\diamond A$ — возможно A .
 $\sim \diamond A$ — невозможно A .
 Lp — необходимо p .
 \equiv
 Df — равно по определению.
 \vdash — знак вывода.

В польской символике

Nx — отрицание x .

Sxy — импликация (x имплицирует y).
 Kxy — конъюнкция x и y .
 Axy — нестрогая дизъюнкция x и y .
 $[a]$ — значение функции от аргумента a .
 N^1x — первое отрицание в системе Поста.
 N^2x — второе отрицание в системе Поста.
 P_3 — трехзначная система Поста.
 (\sim_3p) — первое отрицание в системе P_3 Поста.
 (\neg_3p) — второе отрицание в системе P_3 Поста.
 $p \cdot_3 q$ — конъюнкция в системе P_3 .
 $p \vee_3 q$ — дизъюнкция в системе P_3 .
 $p \supset_3 q$ — импликация в системе P_3 .
 $p \equiv_3 q$ — эквиваленция в системе P_3 .

В системе Рейхенбаха

$A \supset B$ — стандартная импликация.
 $A \equiv B$ — стандартная эквивалентность.
 $A \rightarrow B$ — альтернативная импликация.
 $A \ni B$ — квазиимпликация.
 $A \equiv B$ — альтернативная эквивалентность.
 $A \cdot B$ — конъюнкция.
 $A \vee B$ — дизъюнкция.
 $\sim A$ — циклическое отрицание.
 $\text{---}A$ — диаметрально отрицание.
 \bar{A} — полное отрицание.

В системе G_{χ^0}

$\neg_{\chi^0} p$ — отрицание p .
 $p \vee_{\chi^0} q$ — дизъюнкция p и q .
 $p \wedge_{\chi^0} q$ — конъюнкция p и q .
 $p \supset_{\chi^0} q$ — импликация p и q .
 $p \equiv_{\chi^0} q$ — эквиваленция p и q .

Модальные системы Льюиса

$\sim p$ — отрицание p .
 $p < q$ — строгая импликация системы $S1$ Льюиса.
 $\diamond p$ — возможно p .
 $p = q$ — строгая эквивалентность.

Система Аккермана

N — оператор необходимости.

M — оператор возможности.

$A \rightarrow B$ — сильная импликация Аккермана.

λ — логическая постоянная («абсурдно»).

$A \& B$ — конъюнкция A и B .

\bar{A} — отрицание A .

L — оператор необходимости в системе Лукасевича.

$a|b$ — «штрих Шеффера» (a и b несовместимы).

Предметно-именной указатель

- Абстрагирование 29
Аккерман Ф. 278 — 279
Аксиома 182, 256
Алгоритм 272
Анализ и синтез 29
Аналогия 164 — 171
Аничков С. Д. 244
Антицедент (в имплика-
ции) 78, 301
Антиномия — проблема 95
Антитезис (в доказатель-
стве) 186
Антонимы 104 — 105
Аргумент (в доказатель-
стве) 181 — 182, 186 — 187
«Аргумент (довод) к пуб-
лике» 188
«Аргумент к человеку» 188
Аристотель 16, 42, 43, 88, 93, 96, 97,
113, 155, 180, 181, 233, 236, 238, 239,
241 — 244, 276, 282
Арно 242
Арруда А. 282

Беккерель А. 211
Белнап Н. 284
Блэйк А. 254
Богданова О. Ю. 227
Бочвар Д. А. 262, 283
Брауэр Л. 269, 270, 271, 273
Брихаспати 233
Бруно Д. З.
Брутян Г. А. 298
Брэгг П. С. 62, 181
Булль Д. 17, 249 — 251, 253, 255, 277
Буницкий Е. Л. 244
Буридан Ж. 242
Бэкон Ф. 3, 157, 237, 242

Вардхамана Махавира 233
Васильев В. 5
Васильев Н. А. 246, 282
Вероятность 152 — 153
Вессель К. — 283
Виноградов И. М. 271
Возможность логическая 83 — 85
Вопрос 213 — 219
Вывод логический 113 — 115

Галилей Г. 170
Гангеша 234
Гаутам 233, 234
Гегель Г. 243
Гёдель К. 248, 259
Гейтинг А. 261, 270, 271, 273
Гераклит 236
Гипотеза
— как форма развития
знаний 202 — 203
— общая, частная, еди-
ничная 203 — 205
— опровержение 209 — 210
— основные этапы раз-
вития 205 — 207
— подтверждение 207 — 209
Гливенко В. И. 273
Гоббс Т. 244
Гольдбах Х. 271
Горгий 181, 236
Горский Д. П. 298
Гудстейн Р. 283

Дамаскин И. 244
Дарвин Ч. 212
Дедукция 113 — 115
Декарт Р. 242
Демокрит 203, 236 — 237
Демонстрация (в логике) 181
Дескриптивный термин 23 — 25
Джевонс У. С. 155, 244, 249, 251 — 253
Дигнага 233
Дизъюнкция (строгая и
нестрогая) 24, 78
Дилемма 138 — 144
Диоген 236, 238
Диодор 277
Дискуссия 5, 194 — 199
Дихотомия 48 — 49
Доказательство
— виды аргументов 181 — 183
— и диспут 194 — 199
— косвенное 184
— косвенное апагоги-
ческое 184 — 185
— косвенное раздели-
тельное 185
— общая характери-
стика 179 — 181
— прямое 183
Дополнение 59 — 60

Евбулид 239 — 240
Евклид 117

Заблуждение 12
Заде Л. 282
Закон логический 88 — 89
Законы логики классов 56 — 59
Законы формальной ло-
гики
— достаточного осно-
вания 100 — 101
— исключенного треть-
его 95 — 100, 107
— непротиворечия 92 — 95,
103 — 106
— тождества 90 — 92, 101 — 103
Законы де Моргана 77, 209, 235, 251,
253, 260, 261, 265, 267
Зенон 236, 239
Знак 19
Значение имени 20, 21
Ибн Рушд (Аверроэс) 242

- Ибн Сина (Авиценна)* 241 — 242
Иван А. А. 84, 279
 Импликация 259, 260, 264, 265, 267, 268
 Импликация материальная 24, 72, 78 — 79
 Имя 20 — 21
Инголлас Д. Г. X. 234, 235, 236
 Индийская логика 233 — 236
 Индуктивное определение 41
 Индукция 150 — 156
 Интерпретация 268 — 269
 Интуиционизм 269, 270
 Интуиция 269, 270
 Истина 12, 15
 Истинностное значение 73 — 74, 259 — 263, 265, 267, 268
 История логики 232 — 256
 Исчисление
 — высказываний 239, 249, 281
 — классов 249, 253
 — предикатов 73
Ишмуратов А. Т. 284
Кант И. 243
Каринский М. И. 244 — 245, 246
Карнап Р. 156, 279
Карнеги Д. 4, 43, 66
Карпенко А. С. 284
 Категория 53
 Категория семантическая 23 — 25
 Квантор 25
 Класс (в логике и математике) 29
 Классификация 50 — 51, 251
Клини С. 78, 80, 278
Колмогоров А. Н. 270, 273, 274
Коменский Я. А. 221
 Консеквент (в имплицации) 78, 278
 Конструктивная логика
 А. А. Маркова 274 — 275
 Конструктивный объект 272
 Контрапозиции правила 147 — 148
 Концепт 20
 Конъюнкция 24, 77 — 78
Коперник Н. 3, 202
Да Коста Н. 282 — 283
 «Круг в доказательстве» 189
 «Круг в определении» 40
Крутецкий В. А. 163
Кудряцев Л. Д. 161, 162, 164
Кюри П. 211
Лебедев С. А. 155
Лейбниц Г. В. 16, 89, 246 — 249, 256
Ленин В. И. 40, 94, 182, 192
Лернер И. Я. 231 — 232
Лобачевский Н. И. 246
 Логика
 — времени 84 — 85
 — дедуктивная 112 — 115
 — индуктивная 150 — 159
 — интуиционистская 269 — 271
 — квантовой механики 264 — 267
 — конструктивная 272 — 275
 — математическая (символическая) 249 — 256
 — многозначная 259 — 269
 — модальная 275 — 279
 — научного познания 7 — 8
 — неклассическая 235
 — норм 84
 — общая характеристика 7
 — паранепротиворечивая 281 — 284
 — положительная 279 — 281
 — система бесконечнозначной логики 267 — 269
 Логика в Древней Греции 236 — 240
 — в Древней Индии 233 — 236
 — в Древнем Китае 240 — 241
 — в средние века 241 — 242
 Логицизм 256 — 259
 Логическая правильность 15 — 16
 Логические ошибки
 — в делении понятий 47 — 48
 — в доказательстве 187, 189, 190
 — в определении понятий 39 — 40
 — в умозаключении 190 — 191
 Логические постоянные и переменные 23 — 24
 Логический критерий истинности 89
 Ложь 15
Ломоносов М. В. 210, 244
Лукаевич Я. 260 — 261, 276, 279, 282, 283
Луллий Р. 242
Львов М. Р. 105, 224 — 225
Льюис К. 277 — 279, 283
Лэнгфорд К. 277, 301
Мадхава 233
Маковельский А. О. 299
Марков А. А. 270, 272 — 275, 281
Маркс К. 3, 13, 19, 42, 95, 99, 189
Менделеев Д. И. 50 — 51, 212
Месьюв В. С. 14, 17
 Методы установления причинно-следственных связей 156 — 159
Миль Дж. Ст. 155, 157, 242
 Многозначность 259 — 260, 276 — 277
 Модальность 83 — 85
 Модальность алетическая 85 — 86
 Модальность деонтическая 84
Де Морган 77, 235, 251, 253, 260, 261, 265
 Мышление 7, 8
 — абстрактное 11, 13
 — как предмет изучения логики 8 — 9, 11 — 13
 Навья-нья (индийская школа) 234 — 236
Нагибин Ф. Ф. 192
Нагорный Н. М. 275
 Непротиворечивость 92 — 95
 «Не следует» 190
 Несовместимость 34 — 35, 82 — 83

Никифоров А. Л. 195 — 196, 271
Николь 242
Новиков П. С. 148
 Нормальное множество 193 — 194
Ньютон 151, 169
 Обобщение (как логический прием) 29
 Обобщение и ограничение понятия 52 — 54
Оккам В. 242
 Омонимы 28
 Операции с классами (объемами понятий) 54 — 60
 Описание 42
 Определение (дефиниция) понятия 36
 — контекстуальное 41
 — номинальное 36 — 37
 — реальное 36
 Опровержение 185 — 187
 Основание логического 100 — 101
 Отношение 68
 Отношение между суждениями по значениям истинности 80 — 83
 Отрицание суждения 76 — 77

Павлов В. Т. 279
Павлов И. П. 56, 182, 202, 204 — 205, 212
Панов М. И. 271
Пань Шимо 240 — 241
 Парадокс 192 — 194
 Парадоксы импликации 100, 278 — 279
 Паралогизм 192
Парменид 236
Пеано Д. 255 — 256, 258
Пирс Ч. 255
Платон 180, 237, 238, 241
 Побудительные предложения 66
 «Подмена понятия» 90 — 91
 «Подмена тезиса» 91 — 92, 187 — 188
 Познание 8 — 12
Поля Д. 102, 106, 170, 171
 Полисиллогизм 124 — 126
 Понятие
 — виды 30 — 32
 — деление 46 — 50
 — общая характеристика и признаки 27 — 29
 — общие, единичные, нулевые, универсальные 30
 — определение 11 — 12
 — определение понятий 36 — 38
 — отношения между понятиями 32 — 36
 — понятие и слово 11 — 12, 28
 — содержание 29
Поречий П. С. 17, 244, 249, 253 — 255, 277
 «Порочный круг» 189
Пост Э. 262 — 264, 267 — 268, 283
 Правила прямого и непрямого вывода 114, 149, 150
 Прагматика 255

Предикат (атрибутивного суждения) 65 — 66
 Предикатор 23
 Предложение 66 — 67
 Предметная область 114
 «Приведение к абсурду» 148 — 149
 Приемы, сходные с определением понятий 42 — 45
 Пропозициональные союзы (логические связи) и их выражение в естественном языке 77 — 78
 Простое следствие 254 — 255
Протагор 201, 236
 Противоречие формально-логическое 94 — 95
Пэн Т. 199

Рагхунатха 234
Радицев А. Н. 244
Радхакришнан 234
 Распределенность терминов в категорических суждениях 70 — 73
Рассел Б. 193, 257 — 259, 262, 277 — 278
Рейхенбах Г. 264 — 267, 283
 Риторика 5, 232 — 233
 Род логический 34 — 35
Рутковский Л. В. 244 — 246

Светлов В. А. 285
 Семантика 255
Серебряников О. Ф. 279
 Силлогизм (см. Умозаключение)
 Синонимия 28
 Синтактика 255
 Синтез 29
Складовская-Кюри М. 211
Скот Д. 242
 Следствие логическое 111 — 112
Слиши Я. А. 279
Смаллиан Р. 4
 Смысл 20 — 21
Сократ 180, 237 — 238
 Сократический способ беседы 237
 Сорит 115, 126 — 128
 Софизм, софистика 192, 236
 Софисты 236, 238
 Сравнение 29
Стяжский Н. И. 245
 Суждение
 — ассергорическое 66
 — атрибутивное 65 — 66, 67 — 68
 — категорическое 68 — 70
 — модальное 83 — 85
 — отрицательное 76 — 77
 — совместимые суждения 81 — 83
Суханов К. Н. 271
Сухомлинский В. А. 44, 61, 62, 148, 199, 214 — 215, 222 — 223

 Таблица (матрица) истинности 73 — 74
 Тезис (в доказательстве) 181

Примечания

К введению

¹ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 23. С. 25.

К главе I

¹ Однородные — в смысле входящие в один класс по фиксированному классообразующему признаку.

² Данный вид истины называется «корреспондентная», т. е. истина как соответствие, но есть и другие истины: «по определению», по согласованию — «когерентная».

³ Меськов В. С. Очерки по логике квантовой механики. М., 1986. С. 7.

⁴ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 20. С. 629.

⁵ Подробнее об этом см. в гл. IX.

⁶ Стяжкин Н. И. Формирование математической логики. М., 1967. С. 39.

⁷ Меськов В. С. Очерки по логике квантовой механики. М., 1986. С. 9.

⁸ Вместо слова «значение» в логической литературе употребляют другие (тождественные, синонимические) названия: чаще всего «денотат», иногда «десигнат», «номинат», или «референт».

⁹ См.: Войцивилло Е. К. Понятие как форма мышления. М., 1989. С. 13—14.

¹⁰ Предикаторы — знаки предметно-пропозициональных функций.

¹¹ Знаки именных функций.

¹² Здесь и в дальнейшем буквами *a*, *b*, *c* и т. д. обозначаются переменные высказывания (суждения).

К главе II

¹ Не надо путать относительные понятия с понятиями типа «больше», «равно», «подобие», выражающими отношения.

² В логике понятия «эксплуатор» или «алчность» являются положительными, так как указывают на присущность предмету (в данных случаях человеку) определенного признака — «быть эксплуататором», «быть алчным». Логическая характеристика понятия иногда не совпадает с оценками предметов, отраженных в понятии (например, с экономической, моральной или другими). Разумеется, эксплуататор или алчный человек вызывают не положительную, а резко отрицательную оценку. Понятие «стихийное бедствие» в логике квалифицируется как положительное, хотя в жизни стихийное бедствие рассматривается как отрицательное, нежелательное явление, приносящее людям много горя, разрушений, бед.

³ Леонард Эйлер (1707—1781) — крупный математик, физик, астроном.

⁴ Подробнее об определении см.: Горский Д. П. Определение. М., 1974.

⁵ Ленин В. И. Полн. собр. соч. Т. 25. С. 42.

⁶ См.: Новиков П. С. Элементы математической логики. М., 1973.

⁷ Цит. по: Карнеги Дейл. Как перестать беспокоиться и начать жить. М., 1989. С. 46.

⁸ Ушинский К. Д. Соч. В 2 т. М., 1974. Т. 1. С. 397.

⁹ Карнеги Дейл. Как перестать беспокоиться и начать жить. С. 6.

¹⁰ Сухомлинский В. А. О воспитании. М., 1975. С. 87.

¹¹ Правда. 1990. 21 ноября. С. 3.

¹² См.: Советский энциклопедический словарь. М., 1983. С. 1539.

¹³ Дайан Фосси. Гориллы в тумане: Пер. с англ. М., 1990. С. 13. (В 1985 г. в лесу Карисоке она погибла от руки убийцы-браконьера.)

¹⁴ См.: *Леонтьева Н. Н., Маринова К. В., Каплун Э. Г.* Анатомия и физиология детского организма. М., 1976. С. 269—273.

¹⁵ См.: там же. С. 83—84.

¹⁶ *Земский А. М., Крючков С. Е., Светлаев М. В.* Русский язык. Ч. I. М., 1980. С. 120.

¹⁷ Можно было бы определить операцию объединения сразу для нескольких классов. Например, в результате объединения («сложения») классов имен существительных, имен прилагательных, глаголов, наречий, местоимений, имен числительных получим класс самостоятельных частей речи. Но такую операцию всегда можно свести к нескольким операциям с двумя классами.

¹⁸ Подобно операции объединения классов операцию пересечения классов можно было бы определить сразу для нескольких классов.

¹⁹ См.: *Брэгг Поль С.* Чудо голодания. М., 1989. С. 5.

К главе III

¹ *Аристотель.* Об истолковании //Собр. соч. М., 1978. Т. 2. С. 102.

² О вопросительных предложениях и роли вопроса в познании будет подробно сказано в гл. VIII.

³ Модальные суждения подробно рассматриваются в § 6 настоящей главы. Они включают в свой состав модальные операторы, выраженные словами: возможно, необходимо, запрещено, доказано и др. В современной логике императивы и команды рассматриваются в разделе неклассической (модальной) логики. В этом смысле они относятся к одному из видов модальных суждений.

⁴ См.: *Уемов А. И.* Истина и пути ее познания. М., 1975. С. 42—43.

⁵ В учебниках ряда авторов (например: *Кириллов В. И., Старченко А. А.* Логика. М., 1982. С. 73) второй случай назван исключением. В учебнике Д. П. Горского «Логика» (М., 1963. С. 109—110) этот второй случай совсем не рассматривается.

⁶ Мы отвлекаемся здесь от различия между импликацией логики высказываний и содержательным союзом «если... то». Следует также отличать условные высказывания, выраженные изъявительным и сослагательным наклонениями. Последние называются контрфактическими высказываниями. Например, «Если бы на Земле не было кислорода, то жизнь на ней была бы невозможна».

⁷ *Клини С.* Математическая логика. М., 1973. С. 81.

⁸ См. там же.

⁹ В качестве самостоятельного задания рекомендуем рассмотреть выражение логических связей в каком-либо иностранном языке. Можно показать это также на произведениях отдельного писателя, например А. П. Чехова, а также А. И. Герцена и др. Выражение отрицания в языке см.: *Гетманова А. Д.* Отрицания в системах формальной логики. М., 1972; *Озерова Н. Г.* Средства выражения отрицания в русском и украинском языках. Киев, 1978; *Бондаренко В. Н.* Отрицания как логико-грамматическая категория. М., 1983.

¹⁰ См.: *Клини С.* Математическая логика. С. 82.

¹¹ См.: *Нагибин Ф. Ф.* Математическая шкатулка. М., 1964. С. 71—72.

¹² *Кемени Д., Снелл Д., Томпсон Д.* Введение в конечную математику: Пер. с англ. М., 1963. С. 50.

¹³ См.: *Ивин А. А.* Логика норм. М., 1973. С. 29.

¹⁴ Термин «эпистемическая модальность» происходит от греческого слова «эпистеме», означавшего в античной философии высший тип несомненного, достоверного знания. Термин «деонтический» также заимствован из греческого языка и означает обязанность. Термин «алетический» тоже греческого происхождения, он обозначает необходимость.

К главе IV

¹ *Маркс К., Энгельс Ф.* Соч. 2-е изд. Т. 21. С. 290.

² *Аристотель.* Метафизика //Соч. М., 1976. Т. 1. С. 125.

- ³ *Аристотель*. Вторая аналитика // Соч. М., 1978. Т. 2. С. 276.
- ⁴ Следует различать два аспекта: отношение противоречия между высказываниями (или суждениями) и противоречие как синоним тождественно-ложной формулы (см. раздел «Сложные суждения»). Если два суждения (*a* и *b*) или несколько суждений не могут быть истинными одновременно, то эти суждения называются несовместимыми, или противоречивыми.
- ⁵ Эмпириокритицизм — субъективно-идеалистическое направление в философии в начале XX в., связанное главным образом с именами Э. Маха и Р. Авенариуса.
- ⁶ *Лешин В. И.* Полн. собр. соч. Т. 18. С. 93.
- ⁷ *Маркс К., Энгельс Ф.* Соч. 2-е изд. Т. 23. С. 176.
- ⁸ См.: *Нарский И. С.* Дialeктическое противоречие и логика познания. М., 1969.
- ⁹ *Аристотель*. Метафизика // Соч. Т. 1. С. 141.
- ¹⁰ См.: *Аристотель*. Об истолковании / Соч. Т. 2. С. 102.
- ¹¹ *Маркс К., Энгельс Ф.* Соч. 2-е изд. Т. 14. С. 649.
- ¹² *Пойа Д.* Как решать задачу. М., 1961. С. 116.
- ¹³ Классификация антонимов дана Л. А. Новиковым. См.: *Львов М. Р.* Словарь антонимов русского языка / Под ред. Л. А. Новикова. М., 1985. С. 15—18.
- ¹⁴ См.: *Львов М. Р.* Словарь антонимов русского языка. М., 1985. С. 42—43, 331—332.
- ¹⁵ См.: *Пойа Д.* Как решать задачу. С. 176—178.
- ¹⁶ См.: *Пань Шимо.* Логика Древнего Китая // Философские науки. 1991. № 11. С. 177.
- ¹⁷ *Старостин А.* Адмирал Вселенной (С. П. Королев). М., 1973. С. 228—229.

К главе V

- ¹ Далее для простоты терминологии будем писать «категорический силлогизм».
- ² *Ушинский К. Д.* Собр. соч. Т. 2. С. 350.
- ³ В английском языке слово «band» означает и «банда», и «лента».
- ⁴ Студентам можно дать задание — найти дилеммы в художественной, исторической или иной литературе.
- ⁵ См.: *Гетманова А. Д.* Выражение дедуктивных умозаключений традиционной логики в символической логике. Мурманск, 1962.
- ⁶ См.: *Лебедев С. А.* Индукция как метод научного познания. М., МГУ, 1980; *его же.* Развитие категории «индукция» // Философские проблемы истории логики и методологии науки. М., 1986. Ч. II. С. 25—29.
- ⁷ *Маркс К., Энгельс Ф.* Соч. 2-е изд. Т. 20. С. 542—543.
- ⁸ *Текучев А. В.* Методика русского языка в средней школе. М., 1980. С. 64.
- ⁹ См.: там же. С. 65.
- ¹⁰ *Кудрявцев Л. Д.* Современная математика и ее преподавание. М., 1980. С. 127.
- ¹¹ Там же. С. 131.
- ¹² Пример и решение см.: *Головина Л. И., Яглом И. П.* Индукция в геометрии. М., 1961. С. 3, 7.
- ¹³ Читателям, интересующимся применением индукции в математике, мы рекомендуем интересную книгу Д. Пойа «Математика и правдоподобные рассуждения» (М., 1975), в которой том 1 называется «Индукция и аналогия в математике».
- ¹⁴ *Кудрявцев Л. Д.* Современная математика и ее преподавание. С. 91.
- ¹⁵ Там же. С. 2.
- ¹⁶ *Крутецкий В. А.* Психология математических способностей. М., 1968. С. 291.
- ¹⁷ Там же. С. 291.
- ¹⁸ Там же. С. 293.
- ¹⁹ Там же. С. 207.

- ²⁰ Там же. С. 206, 209.
²¹ *Кудрявцев Л. Д.* Современная математика и ее преподавание. С. 112.
²² В качестве предмета имеется в виду предмет *A*, который может выступать как предмет в узком смысле, как свойства и отношения.
²³ См.: *Эрдниев П. М.* Аналогия в математике. М., 1970.
²⁴ *Велихов Е.* Укрощают плазму//Правда. 1982. 16 марта.
²⁵ *Пойа Д.* Математика и правдоподобные рассуждения. М., 1975. С. 47.
²⁶ Там же.
²⁷ Там же.
²⁸ Там же. С. 187.
²⁹ Там же.
³⁰ Цит. по: *Азаров Ю. П.* Искусство воспитывать. М., 1985.
³¹ Словарь античности. М., 1989. С. 639.
³² Здесь и далее используется текст романа Ч. Айтматова «Плаха».
³³ *Кюри Е. Мария Кюри.* М., 1973. С. 264.

К главе VI

- ¹ См.: *Брутян Г. А.* Аргументация//Вопросы философии. 1982. № 11.
² См.: *Брутян Г. А.* Аргументация. Ереван, 1984.
³ См.: *Маковельский А. О.* Софисты. Вып. 1. Баку, 1940. С. 36—37.
⁴ *Брэгг Поль С.* Чудо голодания. С. 6.
 Он умер в декабре 1976 г. в возрасте 95 лет. Во время катания на доске у побережья Флориды его накрыла гигантская волна.
⁵ *Павлов И. П.* Избранные произведения. М., 1951. С. 51—52.
⁶ *Ленин В. И.* Полн. собр. соч. Т. 30. С. 350—351.
⁷ *Маркс К., Энгельс Ф.* Соч. 2-е изд. Т. 16. С. 122.
⁸ *Ленин В. И.* Полн. собр. соч. Т. 8. С. 67.
⁹ См.: *Брадис В., Минковский В., Харчев А.* Ошибки в математических рассуждениях. М., 1959; *Нагибин Ф. Ф.* Математическая шкатулка. М., 1964. С. 78—88.
¹⁰ См.: *Нагибин Ф. Ф.* Математическая шкатулка. С. 81—82.
¹¹ См.: *Логика/А. Д. Гетманова, А. Л. Никифоров, А. И. Уемов и др.* М., 1992. С. 157—161.
¹² Об этих уловках писали философы и логики. Например, см.: *Аристотель.* О софистических опровержениях//Соч. В 4 т. М., 1978. Т. 2; *Шопенгауэр А.* Эристическая диалектика//Полн. собр. соч. М., 1903. Т. IV. С. 617—645; *Поварнин С. И.* Искусство спора. Петроград, 1923; Теория и практика полемики. Томск, 1989; *Логика/А. Д. Гетманова, А. Л. Никифоров, А. И. Уемов и др.* М., 1992; и др.
¹³ *Ушинский К. Д.* Собр. соч. М.; Л., 1948. Т. 2. С. 339—340.
¹⁴ *Федорова Е. В.* Люди императорского Рима. М., 1990. С. 130.
¹⁵ Там же.
¹⁶ См.: *Перельман Я. И.* Занимательная алгебра. М., 1978. С. 132.

К главе VII

- ¹ *Павлов И. П.* Письмо к молодежи//Избранные произведения. М., 1951. С. 50.
² *Коперник Н.* О вращениях небесных сфер. М., 1964. С. 13.
³ *Затула Д. Г., Мамедова С. А.* Вирус — друг или враг? М., 1981. С. 127.
⁴ Там же. С. 76.
⁵ См.: Аннотация к картине Рафаэля «Портрет женщины под покрывалом (Донна Велата)». Л., Эрмитаж. Выставка западноевропейского искусства. 1989.
⁶ *Анохин П. К. И. П.* Павлов. М., 1949. С. 317.
⁷ См.: *Манчестер У.* Убийство президента Кеннеди: Пер. с англ. М., 1969.
⁸ *Тунгусский метеорит.* Еще один вариант объяснения. (От факта к гипотезе)//Неделя. 1974. № 4. С. 7.

⁹ Циолковский К. Э. Труды по космонавтике. М., 1967. С. 126.

¹⁰ Там же. С. 129.

¹¹ Павлов И. П. Полн. собр. соч. М.; Л., 1951. Т. III. С. 20.

¹² Пастер Л. Избр. труды. М., 1960. Т. 2. С. 156.

К главе VIII

¹ См.: Сухомлинский В. А. О воспитании. С. 52—53.

² См.: Светоний Г. Т. Жизнь двенадцати Цезарей. М., 1991. С. 46—48.

³ См.: Педагогика. М., 1976. С. 165.

⁴ См.: Крутецкий В. А. Психология. М., 1980. С. 307—311.

⁵ См.: Методика преподавания математики в средней школе. М., 1980. С. 149.

⁶ См.: Ушинский К. Д. Собр. соч. М.; Л., 1948. Т. 4. С. 554.

⁷ Ушинский К. Д. Собр. соч. Т. 10. С. 88.

⁸ См.: Ушинский К. Д. Собр. соч. Т. 4. С. 565—568.

⁹ Сухомлинский В. А. О воспитании. С. 97.

¹⁰ Там же. С. 97.

¹¹ Там же. С. 91.

¹² Там же. С. 95—96.

¹³ Мельчаков Л. Ф. Природоведение. М., 1977. С. 116.

¹⁴ Там же. С. 125, 129.

¹⁵ Львов М. Р. Формирование грамматических понятий у младших школьников/Начальная школа. 1981. № 11. С. 23.

¹⁶ Там же. С. 26.

¹⁷ Там же. С. 24.

¹⁸ Там же.

¹⁹ Богданова О. Ю. Развитие мышления старшекласников на уроках литературы. (Пособие к спецкурсу). М., 1979. С. 12.

²⁰ Там же. С. 14.

²¹ См.: Пидкасистый П. И. Самостоятельная деятельность учащихся. М., 1972. С. 105—106.

²² См.: Богданова О. Ю. Развитие мышления старшекласников на уроках литературы. С. 43, 45, 54, 64, 65.

²³ Хинчин А. Я. О воспитательном эффекте уроков математики. — В кн.: Математика как профессия. М., 1980. С. 36.

²⁴ См.: Лернер И. Я. Развитие мышления учащихся в процессе обучения истории. М., 1982.

К главе IX

¹ См.: Маковельский А. О. История логики. М., 1967. В написании этого параграфа также использованы сведения, содержащиеся в книге историка логики Н. И. Стяжкина «Формирование математической логики». М., 1967.

² Jngalls Daniel Henry H. Materials for the Study of Navya—Nyaya Logic. Cambridge (Mass.) — London, 1951. Русский перевод: Инголлис Д. Г. Х. Введение в индийскую логику навья-ньяя. М., 1974.

³ Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов. 2-е изд. М., 1986. С. 349.

⁴ См.: Аристотель. Соч. М., 1978. Т. 2.

⁵ См. подробнее: Пань Шимо. Логика Древнего Китая (краткий очерк)//Философские науки. 1991. № 11. С. 174—178. Автор этой статьи работает в Сеаямыньском государственном университете (КНР).

⁶ См. там же. С. 174.

⁷ См. там же.

⁸ Там же. С. 178.

⁹ Там же.

- ¹⁰ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 20. С. 367.
- ¹¹ См.: Стяжкин Н. И., Силаков В. Д. Краткий очерк истории общей и математической логики в России. М., 1962. С. 15.
- ¹² Рутковский Л. В. Основные типы умозаключений. Цит. по: Избранные труды русских логиков XIX в. М., 1956. С. 312.
- ¹³ См.: Boole George. An Investigation of the Laws of Thought on Which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities. London, 1854.
- ¹⁴ Ibid. P. 36.
- ¹⁵ Ibid. P. 85.
- ¹⁶ См.: Schröder E. Vorlesungen über die Algebra der Logic. Bd. I. Leipzig, 1890. S. 302.
- ¹⁷ См.: Порецкий П. С. Решение общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики. Казань, 1887; и др.
- ¹⁸ См.: Порецкий П. С. О способах решения логических равенств и об обратном способе математической логики. Казань, 1884. С. III.
- ¹⁹ См.: Blake A. Canonical Expressions in Boolean Algebra. Chicago, 1938. Для классов законы поглощения были рассмотрены на с. 57.
- ²⁰ См.: Peano G. Formulaire de Mathématiques. 5v. Torino, 1895—1905.
- ²¹ См.: Frege G. Grundgesetze der Arithmetik. V. I. Jena, 1893. V. II. 1903.
- ²² Ibid. V. I. S. 1.
- ²³ Ibid. V. II. S. 253.
- ²⁴ См.: Уайтхед А. Н. Избранные работы по философии: Пер. с англ. М., 1990.
- ²⁵ См.: Bertrand Russell and A. N. Whitehead. Principia Mathematica. London, 1910—1913.
- ²⁶ Russell B. The Philosophical Importance of Mathematical Logic//Monist. V. XXII. 1913. № 4. P. 488.
- ²⁷ Russell B. Introduction to Mathematical Philosophy. George Allen and Unwin. London, 1924. P. 194.
- ²⁸ См.: Lukasiewicz J. O pojeciu mozliwosci. — Ruch Filozoficzny. Lwow. 1920. R. 5. № 9.
- ²⁹ См.: Бочаар Д. А. Об одном трехзначном исчислении и его применении к анализу парадоксов классического расширенного функционального исчисления//Математический сборник. 1938. Т. 4 (46). № 2.
- ³⁰ См.: Post E. L. Introduction to a General Theory of Elementary Propositions.//American Journal of Mathematics. 1921. Vol. 43. № 3.
- ³¹ См.: Reichenbach H. Philosophical Foundations of Quantum Mechanics. Berkeley — Los Angeles, 1946. § 32.
- ³² Reichenbach H. Philosophical Foundations of Quantum Mechanics. P. 160.
- ³³ Тавтология принимает значение 1.
- ³⁴ См.: Brouwer L. E. J. Intuitionism and Formalism//Bulletin of American Mathematical Society. 1913. Vol. 20; The Effect of Intuitionism on Classical Algebra of Logic. Proceedings of the Royal Irish Academy. 1955. Vol. 57. P. 113—116.
- ³⁵ См.: Гейтинг А. Интуиционизм: Пер. с англ. М., 1965. С. 17.
- ³⁶ «Простым примером конструктивного процесса является построение ряда вертикальных черточек «|||||» путем писания одной такой черточки, приписывания к ней справа ее копии — другой черточки... Результатом этого конструктивного процесса является конструктивный объект, изображенный выше» (Марков А. А., Нагорный Н. М. Теория алгоритмов. М., 1984. С. 23).
- ³⁷ Интерпретация (в математической логике) — распространение исходных положений какой-либо формальной системы на какую-либо содержательную систему, исходные положения которой определяются независимо от формальной системы.
- ³⁸ Марков А. А. О логике конструктивной математики// Вестник МГУ. Сер. «Математика, механика». 1970. № 2. С. 13.
- ³⁹ См.: Lukasiewicz J. Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic. Clarendon Press. Oxford, 1957.
- ⁴⁰ См.: Lukasiewicz J. Ibid. Ch. VIII. § 60.

- ⁴² Отметим, что этот теперь общепринятый термин — «двузначная логика» — был введен Лукасевичем.
- ⁴³ См.: *Lewis C. J., Langford C. H. Symbolic Logic.* N. Y., 1932. P. 123—126. В работе вместо скобок стоит знак «», мы же употребляем скобки.
- ⁴⁴ См.: *Kleene S. C. Mathematical Logic.* New York — London — Sydney, 1967.
- ⁴⁵ Антецедент — первый член импликации, которому предпославо слово «если». Консеквент — второй член импликации.
- ⁴⁶ См.: *Lukasiewicz J. Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic.* Ch. VII.
- ⁴⁷ *Ibid.* Ch. VII. § 50.
- ⁴⁸ См.: *Фейс Р.* Модальная логика. М., 1974.
- ⁴⁹ См.: *Ивин А. А.* Основания логики оценок. М., 1970; *его же.* Логика норм. М., 1973.
- ⁵⁰ См.: *Слигин Я. А.* Современная модальная логика. Л., 1976.
- ⁵¹ *Аристотель.* Физика. Соч. В 4 т. М., 1981. Т. 3. С. 186—187.
- ⁵² См.: *Zadeh L. A.* Fuzzy Sets. «Information and Control». 1965, V. 8. № 3.
- ⁵³ См.: *Arruda A. I.* A Survey of Paraconsistent Logic. *Mathematical Logic in Latin America* (Ed. by Arruda A. I., Chuaqui R. and Da Costa N. C. A. North—Holland, 1980. P. 1—41).
- ⁵⁴ *Н. да Коста.* Философское значение паранепротиворечивой логики//Философские науки. 1982. № 4. С. 117.
- ⁵⁵ *Беллан Н., Стил Т.* Логика вопросов и ответов. М., 1981. С. 214.
- ⁵⁶ См.: там же. С. 208—215.

К заключению

- ¹ См.: Советский учитель. 1991. 25 янв.
- ² Такие программы созданы в Москве (Гуманитарная академия вооруженных сил, МГУ им. М. В. Ломоносова и МПГУ им. В. И. Ленина); в Минске (БГУ); в Санкт-Петербурге и др.

Оглавление

Введение	3
Глава I. Предмет и значение логики	7
§ 1. Мышление как предмет изучения логики	8
§ 2. Понятие о логической форме и логическом законе. Основные этапы развития логики и ее значение в познании	14
§ 3. Логика и язык	18
Глава II. Понятие	27
§ 1. Понятие как форма мышления	27
§ 2. Содержание и объем понятия	29
§ 3. Виды понятий	30
§ 4. Отношения между понятиями	32
§ 5. Определение понятий	36
§ 6. Деление понятий. Классификация	46
§ 7. Ограничение и обобщение понятий	52
§ 8. Операции с классами (объемами понятий)	54
Глава III. Суждение	65
§ 1. Общая характеристика суждения	65
§ 2. Простое суждение	67
§ 3. Сложное суждение и его виды	72
§ 4. Выражение логических связей (логических постоянных) в естественном языке	77
§ 5. Отношения между суждениями по значениям истинности	80
§ 6. Деление суждений по модальности	83
Глава IV. Основные законы (принципы) правильного мышления	88
§ 1. Понятие о логическом законе	88
§ 2. Законы логики и их материалистическое понимание	90
§ 3. Использование формально-логических законов в обучении	101
Глава V. Умозаключение	110
§ 1. Общее понятие об умозаключении	110
§ 2. Дедуктивные умозаключения	113
§ 3. Выводы из категорических суждений посредством их преобразования	115
§ 4. Простой категорический силлогизм	119
§ 5. Сокращенный категорический силлогизм (энтимема)	123
§ 6. Сложные и сложносокращенные силлогизмы (полисиллогизмы, сориты, эпихейрема)	124
§ 7. Условные умозаключения	130
§ 8. Разделительные умозаключения	135
§ 9. Условно-разделительные (лемматические) умозаключения	138
§ 10. Непрямые (косвенные) выводы	148
§ 11. Индуктивные умозаключения и их виды	150
§ 12. Виды неполной индукции	151
§ 13. Индуктивные методы установления причинных связей	156
§ 14. Дедукция и индукция в учебном процессе	159
§ 15. Умозаключение по аналогии и его виды. Использование аналогий в процессе обучения	164
Глава VI. Логические основы теории аргументации	179
§ 1. Понятие доказательства	179
§ 2. Прямое и не прямое (косвенное) доказательство	183

§ 3.	Понятие опровержения	185
§ 4.	Правила доказательного рассуждения. Логические ошибки, встречающиеся в доказательстве и опровержении	187
§ 5.	Понятие о софизмах и логических парадоксах	192
§ 6.	Доказательство и дискуссия	194
Глава VII. Гипотеза		202
§ 1.	Гипотеза как форма развития знаний	202
§ 2.	Построение гипотезы и этапы ее развития	205
§ 3.	Способы подтверждения гипотез	207
§ 4.	Опровержение гипотез	209
§ 5.	Примеры гипотез, применяющихся на уроках в школе	210
Глава VIII. Роль логики в процессе обучения		213
§ 1.	Логическая структура вопроса	213
§ 2.	К. Д. Ушинский и В. А. Сухомлинский о роли логики в процессе обучения в начальной школе	221
§ 3.	Развитие логического мышления младших школьников	224
§ 4.	Развитие логического мышления учащихся в средних и старших классах на уроках литературы, математики, истории и других предметов	227
Глава IX. Этапы развития логики как науки и основные направления современной символической логики		232
§ 1.	Краткие сведения из истории классической и неклассической логики	232
§ 2.	Развитие логики в связи с проблемой обоснования математики	256
§ 3.	Многозначные логики	259
§ 4.	Интуиционистская логика	269
§ 5.	Конструктивные логики	272
§ 6.	Модальные логики	275
§ 7.	Положительные логики	279
§ 8.	Паранепротиворечивая логика	281
Заключение		285
Литература		287
Список символов		288
Предметно-именной указатель		291
Примечания		295

Гетманова Александра Денисовна

Учебник по логике

Оригинал-макет подготовлен в издательстве «Высшая школа»
103430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Зав. редакцией *Л. Б. Комиссарова*
Редакторы *И. Н. Казаков, Е. И. Давыдова*
Художественный редактор *Е. Д. Косырева*
Технический редактор *Л. А. Муравьева*
Корректор *Л. А. Исаева*
Художник обложки *С. А. Петухов*

Лицензия ЛР № 062093 от 25.01.93.

Сдано в набор 25.02.94. Подписано в печать 28.03.94. Формат 60x88/16.
Бум. офс. № 2. Гарнитура таймс. Печать офсетная. Объем 18,62 усл. печ. л.
18,87 усл. кр.-отт. 19,59 уч.-изд. л. Тираж. 30 000. Заказ № 798.

Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС.
117571, Москва, просп. Вернадского, 88. Московский педагогический
государственный университет, комн. 452, тел./факс 437-99-98.

Отпечатано в Московской типографии № 4 Комитета РФ по печати.
129041, Москва, Б. Переяславская ул., 46.