А.Д. Гетманова

ЛОГИКА

Углубленный курс

Рекомендовано
Учебно-методическим центром «Классический учебник»
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений

Второе издание, стереотипное

КНОРУС
2008

А.Д. Гетманова

ЛОГИКА

Углубленный курс

Рекомендовано
Учебно-методическим центром «Классический учебник»
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений

Второе издание, стереотипное

КНОРУС
2008

УДК 16(075.8)
ББК 87.4
Г44

Рецензенты:

А.И. Енькин, доктор физико-математических наук, профессор,
А.В. Тебекин, доктор технических наук, профессор

Гетманова А.Д.
Г44 Логика. Углубленный курс : учебное пособие / А.Д. Гетманова. — 2-е изд., стер. — М. : КНОРУС, 2008. — 192 с.

ISBN 978-5-390-00100-4

Учебное пособие дает углубленное содержание как традиционной формальной логики, так и математической (символической) логики в ее двух направлениях: классическая логика и многочисленные направления неклассических логик (конструктивных, интуиционистской, многозначных, положительных (логики, построенные без операции отрицания), модальных и паранепротиворечивых). В пособии впервые в логической литературе приводится сравнительная характеристика 15 видов логических систем по трем направлениям. 1) взаимосвязь логических систем внутри одного направления логики; 2) взаимосвязь логических систем, относящихся к различным направлениям логики; 3) взаимосвязь или сравнение различных направлений логики по их «силе».

Для студентов всех специальностей вузов и колледжей, изучающих логику, а также для аспирантов и преподавателей указанных учреждений.

УДК 16(075.8)
ББК 87.4

ISBN 978-5-390-00100-4

Содержание

Предисловие ... 7

Введение ... 8

Глава 1. Предмет логики. Логика и язык ... 9
1.1. Предмет логики ... 9
1.2. Логика и язык ... 12
Функции языка и речи. Виды речи ... 12
Семантические категории ... 18

Глава 2. Основные логические формы мышления ... 25
2.1. Понятие ... 25
2.2. Содержание и объем понятия. Омонимы и синонимы ... 27
2.3. Виды понятий ... 28
Общие и единичные понятия ... 28
Конкретные и абстрактные понятия ... 29
Относительные и безотносительные понятия ... 29
Положительные и отрицательные понятия ... 30
Собирательные и несобирательные понятия ... 31
2.4. Отношения между понятиями ... 32
Совместимые понятия ... 32
Типы совместимости: равнозначность (тождество), перекрещивание, подчинение (отношение рода и вида) ... 32
Несовместимые понятия. Типы несовместимости: соподчинение, противоположность, противоречие ... 34
2.5. Определение понятий ... 35
Реальные и номинальные определения в математике и информатике. Правила явного определения понятий ... 35
Ошибки, возможные в определении понятий ... 39
Иные виды определения понятий ... 39
2.6. Деление понятий. Классификация ... 40
Виды деления. Правила деления понятий ... 40
2.7. Классификация ... 44
Классификация в математике ... 45
2.8. Ограничение и обобщение понятий ... 47
2.9. Суждение (высказывание) ... 49

Простое суждение 49
Виды простых суждений 50
Суждение и предложение 50
2.10. Классификация простых суждений
по качеству и количеству 52
Распределенность терминов в категорических суждениях 53
2.11. Сложное суждение и его виды.
Построение таблиц истинности 55
2.12. Логическая структура вопроса и ответа 57
Виды вопросов. Предпосылки вопросов.
Правила постановки простых и сложных вопросов 57
Логическая структура и виды ответов...60
2.13. Умозаключения 61
Общее понятие об умозаключении и его виды 61
Понятие дедуктивного умозаключения.......................................62
Простой категорический силлогизм 62
Фигуры категорического силлогизма 62
Правила построения категорического силлогизма......................64
Сокращенный категорический силлогизм (энтимема) 65
Полисиллогизмы...66
Сорит (с общими посылками) 67
Выводы логики высказываний. Прямые выводы 67
Разделительные умозаключения 69
Дилеммы..72
2.14. Индуктивные умозаключения 73
Виды индукции: полная, неполная и математическая
индукция. Использование их в математике 73
Неполная индукция 76
2.15. Аналогия 78
Умозаключение по аналогии и его виды 78
Строгая аналогия 80
Нестрогая аналогия 81
Ложная аналогия...83

Глава 3. Законы (принципы) правильного мышления 85
Основные характеристики правильного мышления:
определенность, последовательность, непротиворечивость
и доказательность 85
3.1. Закон тождества 86
3.2. Применение закона тождества в математике 89

3.3. Закон непротиворечия 90
3.4. Закон исключенного третьего..92
Специфика действия закона исключенного третьего
при наличии «неопределенности» в познании 93
3.5. Закон достаточного основания 95
3.6. Применение законов
классической двузначной логики в информатике 95

Глава 4. Логические основы теории аргументации 96
4.1. Понятие доказательства 96
4.2. Прямое и непрямое (косвенное) доказательства..............................100
4.3. Понятие опровержения 103
4.4. Правила доказательного рассуждения. Логические ошибки,
встречающиеся в доказательствах и опровержениях 105
4.5. Понятие о софизмах и логических парадоксах 110
4.6. Искусство ведения дискуссии 112

Глава 5. Гипотеза 117

Глава 6. Единство и многообразие логики...119
6.1. Развитие логики: основные этапы 119
Математическая логика 120
6.2. Основные направления современной логики...................................122
6.3. Классическая логика:
исчисление высказываний (пропозициональная логика).................122
Способы отрицания простых суждений (высказываний)..........125
Способы отрицания сложных суждений (высказываний).........125
Выражение логических связок (логических постоянных)
в естественном языке 126
Логическое следствие 128
6.4. Классическая логика: исчисление предикатов.................................133
6.5. Интуиционистская логика...138
6.6. Конструктивная логика 140
6.7. Конструктивные исчисления высказываний
В.И. Гливенко и А.Н. Колмогорова 141
6.8. Конструктивная логика А.А. Маркова...142
6.9. Многозначные логики 145
6.10. Трехзначная система Лукасевича...145
6.11. Трехзначная система Гейтинга...148
6.12. m-значная система Поста (P_m) 149

6.13. Две бесконечнозначные системы Гетмановой:
«Логика истины» и «Логика лжи» 151
Бесконечнозначная «Логика истины»
как обобщение многозначной системы Поста 151
6.14. Паранепротиворечивые логики 156
6.15. Законы исключенного третьего и непротиворечия
в неклассических логиках
(многозначных, интуиционистской, конструктивных) 158
Специфика закона непротиворечия
в неклассических логиках..160
6.16. Единство логики 161
Взаимосвязь логических систем
внутри одного направления логики 161
Взаимосвязь логических систем,
относящихся к различным направлениям 162
Взаимосвязь или сравнение различных направлений логики
по их «силе» 165
6.17. Теоретическое и практическое значение логики 166

Словарь 170

Предисловие

Логика является одной из наук, имеющих важное значение для всех областей научного знания, в том числе для математики и технических наук. Логика, как и математика, является универсальным языком науки, на котором должен уметь профессионально говорить любой ученый независимо от специальности. Однако в логике, как и во всякой науке, имеются определенные философские проблемы, знакомство с которыми позволяет глубже понять возможности и пределы этой науки. Их знание поможет избежать многих ошибок в суждениях о логике.

Автор настоящей книгой стремился восполнить тот пробел в системе образования будущих научных работников, когда большинство из них лишено возможности изучения логики в процессе своего обучения. Даже на уровне аспирантуры всем будущим ученым еще не поздно восполнить этот пробел, не говоря уже о математиках, которым профессиональное знание логики просто абсолютно необходимо.

Таким образом, и математика, и технические науки, и логика, несмотря на все их различия, сходны в одном: все они выполняют объединяющую, синтетическую функцию, скрепляя всю науку в единую, целостную систему. В этом их главное культурное и гуманистическое предназначение.

С.А. Лебедев,
заслуженный профессор
Московского госуниверситета

Введение

Термин «логика» происходит от греческого слова logos, что значит «мысль», «слово», «разум», «закономерность», и используется в четырех смыслах:

1) специфические закономерности правильного мышления;

2) наука, изучающая закономерности структуры и развития правильного мышления;

3) закономерности развития объективно существующих вещей и явлений — «логика вещей»;

4) определенная последовательность действий человека.

В данной работе термин «логика» будет употребляться в первом и во втором из указанных выше смыслов. Предмет нашего исследования и изложения — философские проблемы логики. Из всего многообразия этих проблем мы сосредоточим внимание читателя на следующих: предмет логики, логика и язык, основные логические формы мышления, законы (принципы) правильного мышления, развитие логики (основные этапы), логические основы теории аргументации, гипотеза, единство и многообразие современных логических систем, теоретическое и практическое значение логики.

Глава I
Предмет логики. Логика и язык

1.1. Предмет логики

Логика — философская наука о законах и формах правильного мышления. Логика как наука зародилась в связи с риторикой (учением о красноречии) в Древней Греции и Древней Индии. Там были очень популярны состязания ораторов при большом стечении зрителей. В наше время споры (диспуты, дискуссии) по своему содержанию во много раз острее. На международном форуме (Москва, 1987) под девизом «За безъядерный мир. За выживание человечества» речь шла не о каких-то частных вопросах, а о проблеме, волнующей все человечество, — о его выживании, сохранении цивилизации

Значение логики трудно переоценить. Логика помогает доказывать истинные суждения и опровергать ложные, она учит мыслить четко, лаконично, правильно. Логика нужна всем людям, работникам самых различных профессий. Но в первую очередь — ученым, так как наука имеет дело с доказанным знанием. Юристы также строят свои обвинения или защиту в соответствии с правилами логики. Наконец, значительная часть обработки информации в компьютерных системах также осуществляется на основе законов логики.

Правда, разные авторы дают различные определения предмета логики, акцентируя тот или иной ее аспект. Например, О.К. Карпинская, О.В. Ляшенко, В.С. Меськов, Я.В. Шрамко пишут:

«В отечественных учебниках по логике принято определять логику как науку о законах и правилах мышления.

Однако имеется и определение логики как науки, правила которой являются правилами оперирования с логическими знаками. Под логикой понимается и применение формального метода математики к области традиционной логики.

По традиции, восходящей к И. Канту, логика определяется как наука о рассуждениях...»[1]

Эти же авторы пишут: «Разбирая различные точки зрения на предмет логики, можно прийти к следующим выводам.

По самой этимологии слова «логика», которое было заимствовано из греческого языка, логику можно понимать как науку о мышле-

---

[1] *Карпинская О.К., Ляшенко О.В., Меськов В.С., Шрамко Я.В.* Экспресс-логика: Учеб. пособие. М., 1997. С. 25.

ции, задачей которой является исследование законов правильного мышления. При таком определении нет сомнения в том, что логика есть философская наука, ибо исследование процессов мышления всегда было одной из задач философии. Такое толкование предмета логики можно оценить как традиционное и верное для начального этапа развития этой науки»[1]. Но мышление изучает психология, физиология ВНД и т.п. За наукой логики остался рассужденческий аспект мышления. Поэтому авторы предлагают такое определение логики. «Предметом науки логики являются рассуждения, а сама она есть наука о рассуждениях. Задачей логики как науки является установление законов и правил, которым подчиняются рассуждения»[2].

С.А. Солодухин пишет, что он понимает под **рассуждением**. «Форма теоретического познания, с помощью которой можно получать новую информацию о ненаблюдаемых объектах по логическим правилам вывода, то есть выводное знание, называется ***рассуждением***. Центральной задачей рассуждения как логической формы теоретического познания является определение его *корректности*»[3].

С.А. Солодухин о предмете логики пишет так: «Логическая наука изучает формы, в которых протекает теоретическое познание, а также способы оперирования ими»[4].

А.А. Ивин так пишет о предмете и значении логики в своем учебном пособии: «Эта книга посвящена логике — науке о принципах правильного мышления.

Всегда было принято считать, что знание логики обязательно для образованного человека. Сейчас, в условиях коренного изменения характера человеческого труда, ценность такого знания возрастает. Свидетельство тому — растущее значение компьютерной грамотности, одной из теоретических основ которой является логика»[5]. Б.Л. Яшин, говоря о предмете формальной логики, дает ей такое определение: «Формальная логика — это наука, которая изучает формы, закономерности и операции правильного мышления»[6].

Многие авторы делают акцент на языковой реальности мышления как предмета логики: «Логика (от греч. logos — слово, понятие, рассуждение, разум) — в наиболее широком понимании ее предмета —

---

[1] *Карпинская О.К., Лященко О.В. , Меньков В.С. , Шрамко Я.В.* Указ. соч. С. 26.
[2] Там же.
[3] *Солодухин С.А.* Логика для юристов. М., 1998. С. 12—13.
[4] Там же. С. 7.
[5] *Ивин А.А.* Логика. М., 1997. С. 3.
[6] *Яшин Б.Л.* Логика. М., 2004. С. 24.

исследует структуру мышления, раскрывает лежащие в ее основе закономерности»[1]. Несомненно, что мышление человека находится в неразрывной связи с языком. Абстрактная человеческая мысль не могла бы реализоваться, если бы не было необходимого для нее средства выражения, т.е. языка. «Языковые выражения являются той реальностью, строение и способ употребления которой дает нам знание не только о содержании мыслей, но и об их формах, о законах мышления. Поэтому в исследовании языковых выражений и отношений между ними логика видит одну из основных своих задач»[2].

Приведем несколько определений предмета логики, взятых из учебников или монографий видных отечественных логиков и философов.

Д.П. Горский: «Логика есть наука, изучающая мысли человека со стороны их логической формы и формулирующая законы, правила, соблюдение которых является необходимым условием для достижения истины в процессе получения выводного знания»[3].

Авторы учебника «Логика» (для вузов) Е.К. Войшвилло и М.Г. Дегтярев в разделе «Логика как наука» дают такое определение. «Логика есть наука о формах, приемах и методах теоретического познания на ступени абстрактного мышления, имеющих общенаучный характер, о законах, составляющих основу этих методов, а также о языке как средстве познания»[4]. Далее авторы разъясняют: «При таком подходе к логике как науке наряду с формальной логикой в ней выделяются, по крайней мере, такие разделы, как логическая семиотика (исследование языка как средства познания), а также методология (изучение общенаучных методов и приемов познания)»[5]. О роли логики в познании, в науке эти авторы пишут: «Каждая из конкретных наук имеет в качестве предмета исследования ту или иную область природы или общественной жизни, логика же изучает то, каким образом осуществляется мыслительно-познавательная деятельность в различных науках»[6]. Другие современные отечественные логики дают свои определения предмета логики[7].

---

[1] *Берков В.Ф., Яскевич Я.С., Павлюкевич В.И.* Логика. Минск, 1996. С. 6.
[2] Там же.
[3] *Горский Д.П.* Логика. М., 1954. С. 10.
[4] *Войшвилло Е.К., Дегтярев М.Г.* Логика. М., 1998. С. 19.
[5] Там же. С. 19—20.
[6] Там же. С. 20.
[7] См.: *Бочаров В.А., Маркин В.И.* Основы логики: Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по гуманитарным и естественнонаучным специальностям. М., 1999; *Ивлев Ю.В.* Логика для юристов. М., 2005.

Продолжим анализ определения предмета логики, которое предлагают зарубежные авторы, но уже не учебников по логике, а учебников по философии, переведенных с английского языка на русский. Для них характерно включение раздела «Логика» в качестве отдельной главы в учебник по философии. Этот подход, с нашей точки зрения, весьма плодотворен.

Учебник под названием «Философия. Вводный курс» подготовлен американскими философами, докторами философии Аврумом Столлом и Ричардом Поупкиным. Учебник этот, как написано в его аннотации, «представляет собой вводный курс по философии, используемый в самых престижных учебных заведениях Запада, включая Оксфорд и Кембридж». Благодаря нетрадиционному, увлекательному и доступному изложению сложнейших аспектов философской науки, учебник выдержал более десятка переизданий.

Данный учебник по философии включает следующие разделы:

1. Этика. 2. Политическая философия. 3. Метафизика. 4. Философия религии. 5. Теория познания. 6. Логика. 7. Современная философия.

Связь мышления с языком, данность мышления в языке является действительно исходной и принципиальной проблемой для логики. Поэтому эту философскую проблему необходимо осветить специально.

1.2. Логика и язык

Предметом изучения логики являются формы и законы правильного мышления. Мышление есть функция человеческого мозга. Труд способствовал выделению человека из среды животных, явился фундаментом возникновения у людей сознания (в том числе мышления) и языка. Мышление неразрывно связано с языком. В ходе коллективной трудовой деятельности у людей возникла потребность в общении и передаче своих мыслей друг другу, без чего была невозможна сама организация коллективных трудовых процессов.

Функции языка и речи. Виды речи

Основная функция языка и речи — *коммуникативная*, речь служит для сообщения и сохранения *информации*, как средство связи поколений.

Вторая функция, общая для языка и речи, — *функция выражения мысли*. «Человек может выражать свои мысли, — отмечает М.Р. Львов, — не только вербально, но и рисунком, чертежом, формулами, моделями, музыкальными звуками, красками, жестами, однако универсальным средством оформления и материализации мысли служит язык. Этот вывод относится в первую очередь к отвлеченному, речевому мышлению (логическому)»[1]. В речи мысль становится доступной не только другим людям, но и более понятной тому, кто ее произносит.

Третья функция языка и речи — *познавательная*. Все человеческое знание прошлых веков и настоящего заключено в произведениях речи, в текстах: это книги, журналы, рукописи, звукозаписи докладов, спектаклей и пр.

Следующие две функции присущи *только речи*. Это функции выражения эмоций (*эмотивная*), потому-то и говорят о воздействии автора на читателя или слушателя, и *регулятивная* и *планирующая* — человек устно, письменно или мысленно проектирует свои действия, анализирует, критикует, оценивает свои поступки и поступки других людей.

Язык и речь не тождественны. М.Р. Львов указывает на характерные отличия языка от речи:

1. Язык — это общая система, отвлеченная от конкретных ситуаций жизни. Речь же всегда конкретна.

2. Язык лишь создает возможности для целенаправленных действий людей. Речь всегда преднамеренна и направлена на достижение какой-либо цели.

3. Язык характеризуется обобщенностью и статичностью. Речь развертывается во времени и пространстве, подвижна, динамична.

4. Языку свойственны строгая система, стабильность и обязательность его единиц. Речь индивидуальна, произвольна.

5. Язык является средоточием коллективного опыта многих поколений целого народа. Речь отражает опыт индивидуума.

6. Различны и их структуры. Язык имеет уровневую организацию (морфологический, синтаксический и другие уровни). Речь же линейна: это последовательность слов, предложений и компонентов текста, связываемых по законам логики, синтаксиса, композиции.

7. Речи (как виду деятельности индивида), в отличие от языка, присущи свой темп, громкость, эмоциональная окрашенность, индивидуальная степень стройности и связанности, эстетические качества; речи свойственны также различные стили (научный, официально-деловой, разговорный, публицистический, художественный).

---

[1] Речь. Методические указания и материалы для студентов факультета педагогики и методики начального обучения / Сост. М.Р. Львов. М., 1984. С. 4.

Виды речи (речевой деятельности): а) внутренняя (для себя) и внешняя (для других); б) устная и письменная; в) звуковая и незвуковая (например, у глухонемых).

Внутреняя речь — это обычно сжатое, свернутое оформление мысли без ее устного или письменного сообщения другим (например, воспоминание о прошедших событиях с помощью образов). В экстремальных ситуациях человеку, в доли секунды принимающему решение, от которого, возможно, зависит его жизнь, для полного языкового оформления мысли не хватает времени. В этом случае внутренняя речь выполняет регулятивную функцию. Внутреняя речь, свернутая и фрагментарная, понятная самому субъекту с полуслова, при рассказе может быть плохо оформлена и, следовательно, не понятна другим человеком (или понята искаженно). Поэтому надо учиться четко выражать свои мысли во внешней речи. О внутренней математической речи будет сказано позже.

Внешняя речь бывает в виде монолога или диалога (полилога). Наиболее важным при оформлении внешней речи является передача содержания мысли.

Важную роль при речевом общении играют и невербальные средства: жесты, мимика, умолчание, взгляды, указание на окружающие предметы, интонация, громкость речи и т.д.

В истории развития логики и языкознания неоднократно предпринимались попытки оторвать мышление от языка.

Функции естественного языка многочисленны и многогранны. Язык — средство повседневного общения людей, средство общения в научной и практической деятельности. Язык позволяет передавать накопленные знания, практические умения и жизненный опыт от одного поколения к другому, осуществлять процесс обучения и воспитания подрастающего поколения. Языку свойственны и такие функции: хранить информацию, быть средством познания, быть средством выражения эмоций.

Язык является знаковой информационной системой, продуктом духовной деятельности человека. Накопленная информация передается с помощью знаков (слов) языка. Как уже отмечалось, речь может быть устной или письменной, звуковой или незвуковой (как, например, у глухонемых), речью внешней (для других) или внутренней, речью, выраженной с помощью естественного или искусственного языка. С помощью научного языка, в основе которого лежит естественный язык, оформулированы положения философии, математики, информатики, физики, истории, географии, археологии, медицины (использующей наряду с «живыми» национальными языками и ныне «мертвый» латинский язык) и многих других наук. Язык — это не только средство общения, но и важнейшая составная часть культуры всякого народа.

На базе естественных языков возникли *искусственные языки науки*. К ним принадлежат языки математики, символической логики, химии, физики, а также алгоритмические языки программирования для ЭВМ, которые получили широкое применение в современных вычислительных машинах и системах. Языками программирования называются знаковые системы, применяемые для описания процессов решения задач на ЭВМ. В настоящее время усиливается тенденция разработки принципов «общения» человека с ЭВМ на естественном языке, чтобы можно было пользоваться компьютерами без посредников-программистов.

Знак — это материальный предмет (явление, событие), выступающий в качестве представителя некоторого другого предмета, свойства или отношения и используемый для приобретения, хранения, переработки и передачи сообщений (информации, знаний)[1].

Знаки подразделяются на *языковые* и *неязыковые*. К неязыковым знакам относятся знаки-копии (например, фотографии, отпечатки пальцев, репродукции и т.д.), знаки-признаки, или знаки-показатели (например, дым — признак огня, повышенная температура тела — признак болезни), знаки-сигналы (например, звонок — знак начала или окончания занятия), знаки-символы (например, дорожные знаки) и другие виды знаков. Существует особая наука — семиотика, которая является общей теорией знаков. Разновидностями знаков являются языковые знаки, использующиеся в вышеперечисленных функциях. Одна из важнейших фукций языковых знаков состоит в обозначении ими предметов. Для обозначения предметов служат имена.

Имя — это слово или словосочетание, обозначающее какой-либо определенный предмет.

Предмет здесь понимается в весьма широком смысле: это вещи, свойства, отношения, процессы, явления и т.п. как природы, так и общественной жизни, психической деятельности людей, продукты их воображения и результаты абстрактного мышления. Итак, имя всегда есть имя некоторого предмета. Хотя предметы изменчивы, текучи, в них сохраняется качественная определенность, которую и обозначает имя данного предмета.

Имена делятся:

1) на *простые* («молекула», «снегирь», «зоология») и *сложные*, или *описательные* («самый большой водопад в Канаде и США», «пла-

[1] См.: Философский энциклопедический словарь. М., 1983. С. 191.

нета Солнечной системы»). В простом имени нет частей, имеющих самостоятельный смысл, в сложном они имеются;

2) *собственные*, т.е. имена отдельных людей, предметов, событий («Пифагор», «А.Н. Колмогоров», «река Нева»), и общие — название класса однородных предметов (например, «персональный компьютер», «куб»).

Каждое имя имеет *значение* и смысл. *Значением имени* является обозначаемый им предмет. *Смысл* (или концепт) имени — это способ, каким имя обозначает предмет, т.е. информация о предмете, которая содержится в имени. Для иллюстрации мысли, что один и тот же предмет может иметь множество разных имен (синонимов), Готтлоб Фреге приводит такой пример. Знаковые выражения «4», «2 + 2», «9 — 5» являются именами одного и того же предмета — числа 4. Разные выражения, обозначающие один и тот же предмет, имеют одно и то же значение, но разный смысл (т.е. смысл имени «4», «2 + 2» и «9 – 5» различен).

Такие языковые выражения, как «английский логик, автор книг «Логическая игра», «Символическая логика», «История с узелками», «Математические курьезы», «английский писатель Льюис Кэрролл», «создатель сказок «Алиса в Стране Чудес» и «Алиса в Зазеркалье», имеют одно и то же значение (они обозначают Льюиса Кэрролла), но различный смысл, поскольку эти языковые выражения представляют Л. Кэрролла посредством различных его свойств, т.е. дают различную информацию о Кэрролле.

Такие языковые выражения, как «самое глубокое озеро мира», «пресноводное озеро в Восточной Сибири на высоте около 455 метров», «озеро, имеющее свыше 300 притоков и единственный исток — реку Ангару», «озеро, глубина которого 1620 метров», имеют одно и то же значение (озеро Байкал), но различный смысл, поскольку эти языковые выражения представляют озеро Байкал с помощью различных его свойств, т.е. дают различную информацию о Байкале.

Соотношение трех понятий — «имя», «значение», «смысл» — схематически можно изобразить (рис. 1).

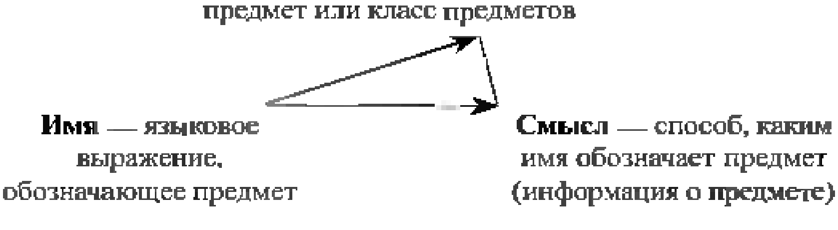


Рис. 1

Эта схема пригодна, если имя является не только собственным, т.е. приложимым к одному предмету, но и общим. Тогда вместо единичного предмета значением имени будет класс однородных предметов (например, класс озер или класс собак и т.д.), и схема останется в силе при данном уточнении.

В логике различают выражения, которые являются *именными функциями*, и выражения, являющиеся *пропозициональными функциями*. Примерами первых являются: «$x^2 + 1$», «отец у», «разность чисел z и 5»; примерами вторых являются «x — поэт», «$7 + y = 10$», «$x > y - 7$».

Рассмотрим эти два вида функций.

Именная функция — это выражение, которое при замене переменных постоянными превращается в обозначение предмета.

Возьмем именную функцию «отец y». Поставив вместо y имя «знаменитый математик Н.И. Лобачевский», получим «отец знаменитого математика Н.И. Лобачевского» — имя предмета (в данном случае — имя человека).

Именная функция — это такое выражение, которое не является непосредственно именем ни для какого предмета и нуждается в некотором восполнении для того, чтобы стать именем предмета. Так, выражение $x^2 - 1$ не обозначает никакого предмета, но если мы его «восполним», поставив, например, на место x имя числа 3 (обозначающее это число цифру), то получим выражение $3^2 - 1$, которое является уже именем для числа 8, т.е. для некоторого предмета. Аналогично выражение $x^2 + y^2$ не обозначает никакого предмета, но при подстановке на место x и у каких-нибудь имен чисел, например «4» и «1», превращается в имя числа 17. Такие нуждающиеся в восполнении выражения, как $x^2 - 1$, $x^2 + y^2$, и называют функциями — первая от одного, вторая от двух аргументов.

Пропозициональной функцией называется выражение, содержащее переменную и превращающееся в истинное или ложное высказывание при подстановке вместо переменной имени предмета из определенной предметной области.

Приведем примеры пропозициональных функций: «z — город» «x — российский космонавт»; «y — четное число»; «$x + y = 10$»; «$x^3 - 1 = 124$».

Пропозициональные функции делятся на одноместные, содержащие одну переменную, называемые свойствами (например, «x — программист», «$x - 7 = 3$», «z — теорема»), и содержащие две и более переменных, называемые отношениями (например, «$x > y$»; «$x - z = 16$»; «объем куба x равен объему куба y»).

Возьмем в качестве примера пропозициональную функцию «x — нечетное число» и, подставив вместо x число 4, получим высказывание «4 — нечетное число», которое ложно, а подставив число 5, получим истинное высказывание «5 — нечетное число».

Разъясним это на конкретных примерах. Необходимо указать, какие из приведенных выражений являются именными функциями и какие — пропозициональными; определить их местность, т.е. число входящих в выражение переменных, и получить из них имена или предложения, выражающие суждения (истинные или ложные):

а) «разность чисел 100 и x». Это — именная одноместная функция; например, 100 — 6 есть имя предмета, имя числа 94;

б) «$x^2 + y$». Это — именная двухместная функция; при подстановке вместо x числа 5 и вместо y числа 7 превращается в имя предмета, имя числа 32;

в) «y — известный полководец». Это пропозициональная одноместная функция; при подстановке вместо y имени «Александр Васильевич Суворов, родившийся 24 ноября 1730 г.», получим истинное суждение: «Александр Васильевич Суворов, родившийся 24 ноября 1730 г., — известный полководец», выраженное в форме повествовательного предложения;

г) «z является композитором, написавшим оперы x и y». Это — пропозициональная трехместная функция. Она превращается в ложное суждение при подстановке вместо z имени «Бизе», вместо x — «Аида», а вместо y — «Травиата». Суждение «Бизе является композитором, написавшим оперы «Аида» и «Травиата», выраженное в форме повествовательного предложения, является ложным, потому что обе эти оперы написал не Бизе, а Верди

Понятие пропозициональной функции широко используется в математике. Все уравнения с одним неизвестным, которые школьники решают начиная с первого класса, представляют собой одноместные пропозициональные функции, например, $x + 2 = 7$; $10 - x = 4$. Неравенства, содержащие одну или несколько переменных, также являются пропозициональными функциями. Например, $x < 7$ или $x^2 - y > 0$.

Семантические категории

Выражения (слова и словосочетания) естественного языка, имеющие какой-либо самостоятельный смысл, можно разбить на так называемые семантические категории, к которым относятся: 1) предложения: повествовательные, побудительные, вопросительные; 2) выражения, играющие определенную роль в составе предложений: дескриптивные и логические термины.

Суждения выражаются в форме повествовательных предложений (например: «информатика — наука», «трапеция — четырехугольник»). В этих суждениях субъектами соответственно являются «информатика» и «трапеция», а предикатами — «наука» и «четырехугольник».

К дескриптивным (описательным) терминам относятся:

1. *Имена предметов* — слова или словосочетания, обозначающие единичные (материальные или идеальные) предметы («Аристотель», «первый космонавт», «7») или классы однородных предметов (например, «пароход», «наука», «ЭВМ», «компьютерная программа», «алгоритм»).

В суждении «Енисей — река Сибири» встречаются три имени предмета: «Енисей», «река», «Сибирь». Имя предмета «Енисей» выполняет роль субъекта, а имена «река» и «Сибирь» входят в предикат («река Сибири») как его две составные части.

2. *Предикаторы* (знаки предметно-пропозициональных функций) — слова и словосочетания, обозначающие свойства предметов или отношения между предметами (например, «порядочный», «синий», «электропроводный», «есть город», «меньше», «есть число», «есть планета» и др.). Предикаторы бывают одноместные и многоместные. Одноместные предикаторы обозначают свойства (например, «талантливый», «горький», «большой»). Многоместные предикаторы обозначают (выражают) отношения. Двухместными предикаторами являются: «равен», «больше», «помнит» и др. Например: «Площадь земельного участка *A* равна площади земельного участка *B*». Пример трехместного предикатора — «между» (например: «Город Москва расположен между городами Санкт-Петербург и Ростов-на-Дону»).

3. Функциональные знаки (знаки именных функций) — выражения, обозначающие предметные функции, операции («+», «ctg a», «$\sqrt{\ }$» и др.).

Кроме того, в языке встречаются так называемые *логические термины* (логические постоянные, или логические константы).

В естественном языке имеются слова и словосочетания: «и», «или», «если... то», «эквивалентно», «равносильно», «не», «неверно, что», «всякий» («каждый», «все»), «некоторые», «кроме», «только», «тот... который», «ни... ни», «хотя... но», «если и только если» и многие другие, выражающие логические константы (постоянные).

В символической (или математической) логике в качестве таких констант обычно используются конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация, эквиваленция, кванторы общности и существования и некоторые другие.

В символической (математической) логике логические термины (логические постоянные) записываются следующим образом:

$$\neg, \wedge, \vee, \dot{\vee}, \rightarrow, \equiv.$$

Конъюнкция соответствует союзу «и». Конъюнктивное высказывание обозначается: $a \wedge b$, или $a \cdot b$, или $a \,\&\, b$ например, «Ученый закончил эксперимент (a) и сделал из него теоретические выводы (b)»[1].

Дизъюнкция соответствует союзу «или». Дизъюнктивное суждение обозначается: $a \vee b$ (нестрогая дизъюнкция) и $a \dot{\vee} b$ (строгая дизъюнкция); отличие их в том, что при строгой дизъюнкции сложное суждение истинно только в том случае, когда истинно одно из составляющих суждений, но не оба, а при нестрогой дизъюнкции истинными могут быть одновременно оба суждения. «Он шахматист или футболист» обозначается как $a \vee b$. «Сейчас физик Петров находится дома или работает в лаборатории института» обозначается как $a \dot{\vee} b$.

Импликация соответствует союзу «если… то». Условное суждение обозначается: $a \rightarrow b$, или $a \supset b$ (например: «Если будет хорошая погода, то мы успешнее проведем археологические раскопки»).

Эквиваленция соответствует словам «если и только если», «тогда и только тогда, когда», «эквивалентно». Эквивалентное высказывание обозначается: $a \equiv b$, или $a \leftrightarrow b$, или $a \rightleftarrows b$.

Отрицание соответствует словам «не», «неверно, что». Отрицание высказывания обозначается: $\bar{a}, \rceil a, \sim a$ [например: «Падает снег» (a); «Неверно, что падает снег» ($\bar{a}$)].

Квантор общности обозначается $\forall$ и соответствует кванторным словам «все» («всякий», «каждый», «ни один»). $\forall(x)P(x)$ — запись в математической логике. (Например, в суждении «*Все* красные мухоморы ядовиты» кванторное слово «все».)

---

[1] Здесь и в дальнейшем буквами *a, b, c* и т.д. обозначаются *переменные высказывания (суждения).*

Квантор существования обозначается $\exists$ и соответствует словам «некоторые», «существует». $\exists(x)P(x)$ — запись в математической логике. (Например, в суждениях «*Некоторые* ученые являются лауреатами Нобелевской премии» или «*Существуют* ученые, которые являются лауреатами Нобелевской премии» кванторные слова выделены курсивом.)

Выразим в форме схемы разновидности семантических категорий (см. рис. 2).

Приведем (проиллюстрируем) решения ряда задач.

1. *Определить дескриптивные и логические термины в суждении:* «Все организмы являются одноклеточными или многоклеточными». В этом суждении дескриптивными терминами являются: «организм», «многоклеточный организм», «одноклеточный организм», а логическими терминами: «все», «или».

2. *Определить, к каким семантическим категориям относятся следующие выражения*: а) листья, упавшие на землю (дескриптивный термин, имя предмета); б) листья упали на землю (повествовательное предложение); в) на всякое погруженное в жидкость тело действует выталкивающая сила (повествовательное предложение); г) вы пойдете сегодня в библиотеку? (вопросительное предложение); д) полководец России (дескриптивный термин, имя предмета).

Покажем, каким образом, используя семантические категории, можно *выявлять логическую структуру мыслей*. Ниже приводятся девять сложных суждений, структуру которых надо выразить в виде формул, используя введенные логические термины.

1. Если у меня будет свободное время (a) и я сдам экзамен по педагогике (b) и психологии (c), то я поеду отдыхать в Крым (d) или на Кавказ (e).

Формула: $(a \wedge b \wedge c) \rightarrow (d \dot{\vee} e)$.

Здесь буква a обозначает суждение: «У меня будет свободное время»; буква b — суждение: «Я сдам экзамен по педагогике»; буква c — суждение: «Я сдам экзамен по психологии»; буква d — «Я поеду отдыхать в Крым»; буква e — «Я поеду отдыхать на Кавказ».

2. «Если человек с детства и юности своей не давал нервам властвовать над собой, то они не привыкнут раздражаться и будут ему послушны» (*К.Д. Ушинский*).

Формула: $(\bar{a} \wedge \bar{b}) \rightarrow (\bar{c} \wedge d)$.

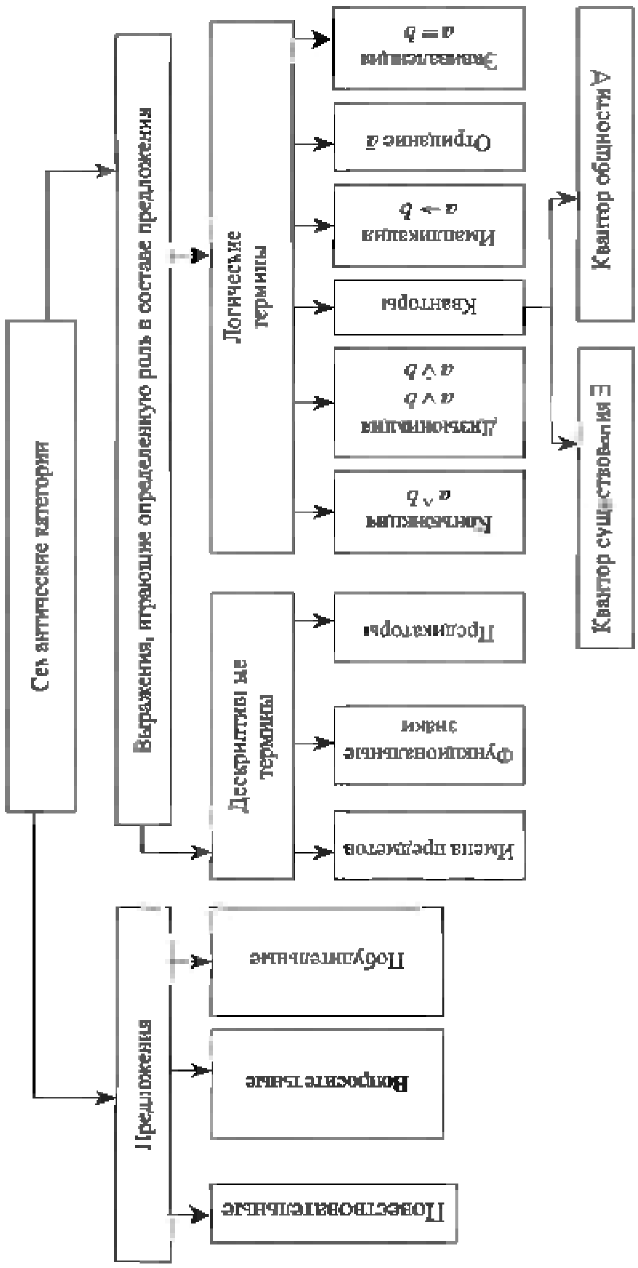

Семантические категории
Выражения, играющие определенную роль в составе предложения
Логические термины
Дескриптивные термины
Предложения
Повествовательные
Вопросительные
Побудительные
Имена предметов
Функциональные знаки
Предикаторы
Конъюнкция
a ∧ b
Дизъюнкция
a ∨ b
a ∨̇ b
Кванторы
Импликация
a → b
Отрицание ā
Эквиваленция
a ≡ b
Квантор общности ∀
Квантор существования ∃

Рис. 2

Здесь буква a обозначает суждение: «Человек с детства давал нервам властвовать над собой». А так как у нас имеется отрицание («не давал»), то запишем $\bar{a}$.

3. «И добродетель стать пороком может, когда ее неправильно приложат» (*В. Шекспир*).

Чтобы выявить структуру этого суждения, следует привести его к четкой логической форме: «Если добродетель неправильно приложат (a), то она может стать пороком (b)».

Формула: $a \to b$.

4. «Если ребенок вырастил розу для того, чтобы любоваться ее красотой, если единственным вознаграждением за труд стало наслаждение красотой и творение этой красоты для счастья и радости другого человека, — он не способен на зло, подлость, цинизм, бессердечность» (*В.А. Сухомлинский*).

Формула: $(a \wedge (b \wedge c \wedge d)) \to (\bar{e} \wedge \bar{f} \wedge \bar{m} \wedge \bar{n})$.

Приведем формулы сложных суждений, построенных на материале математики или информатики.

5. «Если эта фигура — ромб (a), то его диагонали взаимно перпендикулярны (b), и в точке пересечения делятся пополам (c)». Формула: $a \to (b \wedge c)$.

6. «Если последняя цифра делится на 2 (a), то и само число делится на 2 (b)». Формула: $a \to b$.

7. «Если числа имеют *одинаковые* знаки, то и их произведения, и их частное имеет знак «+». Формула: $a \to (b \wedge c)$. Здесь буква b обозначает суждение: «Произведение чисел с одинаковыми знаками имеет знак «+»».

8. «Если эта фигура параллелограмм (a), то его противоположные стороны равны (b), его противоположные углы равны (c), и его диагонали, пересекаясь, делятся пополам (d).

Формула: $a \to (b \wedge c \wedge d)$.

9. «Сочинять алгоритмы может только человек, а исполняют их всевозможные машины, например, компьютер, робот, станок, спутник и даже некоторые механические игрушки» (*В. Пиридонов*. «Занимательная информатика»). Формула: $a \wedge (b \equiv (c \vee d \vee e \vee f \vee g))$.

Здесь буква b обозначает суждение: «Алгоритмы исполняют всевозможные машины», буква c обозначает суждение: «Алгоритмы исполняют компьютеры» и т.д.

10. «Разработать программу решения задачи — значит выполнить следующие действия:

1) распределить память машины;

2) написать программу;

3) отладить программу». (*Родионова Ю.М.* Программирование.)

Формула такая: $a \to (b \equiv (c \wedge d \wedge e))$.

11. «Документированная информация имеет юридическую силу и может служить для фиксации самых различных событий и взаимоотношений между людьми». (*Каймин В.А.* Информатика.)

Формула $a \wedge b \wedge c$.

Здесь буква b обозначает простое модальное суждение: «Документальная информация может служить для фиксации самых различных событий».

12. В своей оде «На день восшествия на престол Елизаветы Петровны» (1747) М.В. Ломоносов пишет так:

«Науки юношей питают,
Отраду старым подают,
В счастливой жизни украшают,
В несчастный случай берегут;
В домашних трудностях утеха
И в дальних странствах не помеха.
Науки пользуют везде:
Среди народов и в пустыне,
В градском шуму и наедине,
В покое сладки и в труде.»

Здесь приведены два сложных суждения, формулы которых следующие:

1) $a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge e \wedge \overline{f}$;

2) $a \equiv (b \wedge c \wedge d \wedge e \wedge f \wedge g)$.

Правильно ли построены эти формулы? Выделите все простые суждения, отраженные в этой части «Оды» М.В. Ломоносова.

Из определения логики как науки о формах и законах правильного мышления вытекает, что существенными философскими проблемами логики являются анализ и разработка таких ее категорий, как «логическая форма мышления» и «логический закон мышления». Начнем с анализа категории «логическая форма мышления».

Глава 2
Основные логические формы мышления

Среди логических форм мышления обычно выделяют три основных: понятие, суждение, умозаключение.

2.1. Понятие

Свойства отдельных предметов или явлений люди отражают с помощью форм эмпирического познания — ощущений, восприятий, представлений. Например, в конкретной, единичной дыне мы *ощущаем* ее свойства — продолговатая, гладкая, сладкая, ароматная. Совокупность этих и других свойств дает нам восприятие (конкретный образ единичного предмета) данной дыни, при этом мы отражаем как ее существенные свойства, так и несущественные. Восприятие есть целостное отражение внешнего материального предмета, непосредственно воздействующего на органы чувств. В понятии же отражаются **существенные** признаки предметов. Что является признаком?

Признаки — это то, в чем предметы сходны друг с другом или отличны друг от друга. Признаками являются свойства и отношения. Предметы могут быть тождественными по своим свойствам (например, сахар и мед сладкие), но могут и отличаться ими (мед сладкий, а полынь горькая).

Признаки бывают *существенные* и *несущественные*. В понятии отражается совокупность существенных признаков, т.е. таких, каждый из которых, взятый отдельно, необходим, а все, вместе взятые, достаточны, чтобы с их помощью можно было отличить (выделить) данный предмет от всех остальных и обобщить однородные предметы в класс.

Понятие — это форма мышления, в которой отражаются существенные признаки одноэлементного класса или касса однородных предметов.

Например, «Пифагор», «Эвклид», «М.В. Ломоносов», «выдающийся русский математик Софья Ковалевская», «компьютерная сеть Интернет» — единичные понятия, а «четное число», «квадратное уравнение», «равносторонний треугольник», «математический факультет», «теорема», «равносильный алгоритм», «циклический алгоритм» — общие понятия.

В.И. Кириллов, Г.А. Орлов, Н.И. Фокина дают такое определение: «Понятие — форма мышления, отражающая предметы в их существенных признаках»[1].

Е.К. Войшвилло и М.Г. Дегтярев дают такое определение понятию как форме мышления: «Понятие как форма (вид) мысли, или как мысленное образование есть результат обобщения предметов некоторого вида и мысленного выделения соответствующего класса (множества) по определенной совокупности общих для предметов этого класса — и в совокупности отличительных для них — признаков»[2].

Для выделения существенных признаков необходимо абстрагироваться (отвлечься) от несущественных, которых в любом предмете очень много. Этому помогает сравнение, сопоставление предметов. Для выделения ряда признаков требуется произвести анализ, т.е. мысленно расчленить целый предмет на его составные части, элементы, стороны, отдельные признаки. Обратная операция — синтез (мысленное объединение) частей предмета, отдельных признаков, оритом признаков существенных, в единое целое. Мысленному анализу как приему, используемому при образовании понятий, часто предшествует анализ практический, т.е. разложение, расчленение предмета на его составные части. Мысленному синтезу предшествует практический сбор частей предмета в единое целое с учетом правильного взаимного расположения частей при сборке.

Анализ — мысленное расчленение предметов на их составные части, мысленное выделение в них признаков.

Синтез — мысленное соединение в единое целое частей предмета или его признаков, полученных в процессе анализа.

Сравнение — мысленное установление сходства или различия предметов по существенным или несущественным признакам.

Абстрагирование — мысленное выделение одних признаков предмета и отвлечение от других. Часто задача состоит в выделении существенных признаков и в отвлечении от несущественных, второстепенных.

Обобщение — мысленное объединение однородных предметов в некоторый класс.

Перечисленные выше логические приемы используются при формировании понятий как в научной деятельности, так и при овладении знаниями в процессе обучения (в школе, вузе и других учебных заведениях).

---

[1] *Кириллов В.И., Орлов Г.А., Фокина Н.И.* Упражнения по логике: Учеб. пособие. М., 2005. С. 4.
[2] *Войшвилло Е.К., Дегтярев М.Г.* Указ. соч. С. 182.

2.2. Содержание и объем понятия. Омонимы и синонимы

Всякое понятие имеет содержание и объем.

Содержанием понятия называется совокупность существенных признаков одноэлементного класса или класса однородных предметов, отраженных в этом понятии.

Содержанием понятия «квадрат» является совокупность двух существенных признаков: «быть прямоугольником» и «иметь равные стороны».

Объемом понятия называют совокупность (класс) предметов, которая мыслится в понятии.

Объективно, т.е. вне сознания человека, существуют различные предметы, например студенты. Под объемом понятия «студент» подразумевается множество всех студентов, которые существуют сейчас, существовали ранее и будут существовать в будущем. Класс (или множество) состоит из отдельных субъектов, которые называются его элементами. В зависимости от их числа множества делятся на *конечные* и *бесконечные*. Например, множество столиц государств конечно, а множество натуральных чисел бесконечно. Множество (класс) A называется подмножеством (подклассом) множества (класса) B, если каждый элемент A является элементом B. Такое отношение между подмножеством A и множеством B называется отношением включения класса A в класс B и записывается так: $A \subset B$. Читается: класс A входит в класс B. Это отношение вида и рода (например, класс «медь» входит в класс «металл»).

Отношение принадлежности элемента a классу A записывается так: $a \in A$. Читается: элемент a принадлежит классу A. Например, a — «Нева» и A — «река».

Классы A и B являются тождественными (совпадающими), если $A \subset B$ и $B \subset A$, что записывается как $A \equiv B$.

В законе обратного отношения между объемами и содержаниями понятий речь идет о понятиях, находящихся в родовидовых отношениях. Объем одного понятия может входить в объем другого понятия и составлять при этом лишь его часть. Например, объем понятия «четное число» целиком входит в объем другого, более широкого по объему понятия «число» (составляет часть объема понятия «число»). При этом содержание первого понятия оказывается шире, богаче (содержит больше признаков), чем содержание второго. На основе обобщения такого рода примеров можно сформулировать следующий закон: *чем шире объем понятия, тем у́же его содержание, и наобо-*

рот. Этот закон называется законом обратного отношения между объемами и содержаниями понятий. Он указывает на то, что чем меньше информация о предметах, заключенная в понятии, тем шире класс предметов и неопределеннее его состав (например, «лодка»), и наоборот — чем больше информация в понятии (например, «подводная лодка» или «атомная подводная лодка»), тем у́же и определеннее круг предметов.

В языке понятия выражаются посредством слов или словосочетаний (групп слов). Например, «угол», «многогранник», «добросовестный человек», «полезное человеку растение». *Существуют слова-омонимы*, имеющие различное значение, выражающие различные понятия, но одинаково звучащие (например, слово «коса» в смысле девичья коса, или как орудие труда, или как песчаная отмель). В суждении «Миру — мир!» два значения у слова «мир». Для слова «очки» много значений. Учащиеся десятого класса, изучающие логику, для слова «сеть» приводили 50, 60, 70 и более значений (некоторые из них нашли до сотни значений). Например: рыболовная сеть, телефонная сеть, компьютерная сеть, паучья сеть, электрическая сеть, агентурная сеть, сеть связи, волейбольная сеть, электронная сеть, транспортная сеть, информационная сеть, высоковольтная сеть, водопроводная сеть, газопроводная сеть, банковская сеть, торговая сеть, сеть мостов через Москву-реку и многие другие. Это — различные понятия, включающие одно и то же слово «сеть».

Существуют слова-синонимы, имеющие одинаковое значение, т.е. выражающие одно и то же понятие, но различно звучащие (например, око — глаз, враг — недруг, хворь — болезнь и др.). Для понятия «*множество*» (в смысле много) синонимами являются: «масса», «тьма», «уйма», «бездна», «пропасть». Например: «Собралось *множество* людей; *много* цветов на лугу; *тьма-тьмущая* птиц в небе; *масса* муравьев...»; «Из комнаты пришлось вымести пропасть мусору и вытереть повсюду пыль» (*А.Н. Толстой*); «Народу сбежалось *бездна*, все кричали, все говорили» (*Л. Толстой*)[1]. В информатике понятия «линейный алгоритм» и «неразветвленный алгоритм — синонимы.

2.3. Виды понятий

Общие и единичные понятия

Понятия можно классифицировать по объему и по содержанию. **По объему** понятия делятся на единичные, общие и пустые.

[1] *Львов М.Р.* Словарик синонимов и антонимов. М., 1992.

Объем *единичного* понятия составляет одноэлементный класс (например, «великий русский ученый И.П. Павлов», «математик Пифагор», «Сократ»).

Объем *общего* понятия включает число элементов, большее единицы (например, «государство», «тетраэдр», «положительное число» и др.).

Среди общих понятий особо выделяют понятия с объемом, равным универсальному классу, т.е. классу, в который входят все предметы, рассматриваемые в данной области знания или в пределах данных рассуждений (эти понятия называют универсальными). Например, натуральные числа — в арифметике; растения — в ботанике; конструктивные объекты — в конструктивной математике и др.

Кроме общих и единичных понятий по объему выделяют *понятия пустые* (*с нулевым объемом*), т.е. такие, объем которых представляет пустое множество (например, «вечный двигатель», «теплород», «человек, проживший 300 лет», «флогистон», «Снегурочка», «Дед Мороз» и др.).

По содержанию можно выделить следующие четыре пары понятий.

1. Конкретные и абстрактные понятия

Конкретными называются понятия, в которых отражены одноэлементные или многоэлементные классы предметов (как материальные, так и идеальные). К их числу относятся понятия: «дом», «свидетель», «лемма», «выдающийся русский математик», «теорема Пифагора» и пр.

Абстрактными называются те понятия, в которых мыслится не целый предмет, а какой-либо из признаков предмета, взятый отдельно от самого предмета (например, «четность», «несправедливость», «честность»). В действительности существуют четные числа, несправедливые войны, честные люди, но «четность» и «несправедливость» как отдельные чувственно воспринимаемые вещи не существуют. Абстрактные понятия, кроме отдельных свойств предмета, отражают и отношения между предметами (например, «неравенство», «подобие», «тождество», «сходство» и др.).

2. Относительные и безотносительные понятия

Относительными называются понятия, в которых мыслятся предметы, существование одного из которых предполагает существование другого («дети» — «родители», «ученик» — «учитель», «начальник» — «подчиненный», «северный полюс магнита» — «южный полюс магнита»).

Безотносительными называются понятия, в которых мыслятся предметы, существующие самостоятельно, вне зависимости от другого предмета («человек», «вычислительная машина», «электронный учебник», «печатный станок», «многогранник»).

3. Положительные и отрицательные понятия

Положительные понятия характеризуют в предмете наличие того или иного качества или отношения. Например, грамотный человек, алчность, отстающий ученик, красивый поступок, эксплуататор и т.д.[1]

Если частица «не» или «без» («бес») слилась со словом и слово без них не употребляется (например, «ненастье», «бесчинство», «беспечность», «безупречность», «ненависть», «неряха»), то понятия, выраженные такими словами, также называются положительными.

В русском языке нет понятий «упречность» или «настье», и частица «не» в приведенных примерах не выполняет функцию отрицания, а поэтому понятия «ненастье», «неряха» и другие являются положительными, так как они характеризуют наличие у предмета определенного качества (может быть, даже и плохого — «неряха», «беспечность»).

Отрицательными называются те понятия, которые означают, что указанное качество отсутствует в предметах (например, «неграмотный человек», «некрасивый поступок», «ненормальный режим», «бескорыстная помощь»). Эти понятия в языке выражены словом или словосочетанием, содержащим отрицательную частицу «не» или «без» («бес»), присоединенную к соответствующему положительному понятию и выполняющую *функцию отрицания*.

Положительное (A) и отрицательное (не-A) являются противоречащими понятиями.

---

[1] В логике понятия «эксплуататор» или «алчность» являются положительными, так как указывают на присущность предмету (в данных случаях человеку) определенного признака — «быть эксплуататором», «быть алчным». Логическая характеристика понятия иногда не совпадает с оценками предметов, отраженных в понятии (например, с экономической, моральной или др.). Разумеется, эксплуататор или алчный человек вызывают не положительную, а резко отрицательную оценку. Понятие «стихийное бедствие» в логике квалифицируется как положительное, хотя в жизни стихийное бедствие рассматривается как отрицательное, нежелательное явление, приносящее людям много горя, разрушений, бед.

4. Собирательные и несобирательные понятия

Собирательными называются понятия, в которых группа однородных предметов мыслится как единое целое (например, «полк», «стадо», «стая», «созвездие», «множество»). Проверяем так. Например, об одном дереве мы не можем сказать, что это лес; один корабль не является флотом. Собирательные понятия бывают *общими* (например, «роща», «студенческий научный коллектив») и *единичными* («созвездие Большая Медведица», «Российская государственная библиотека», «экипаж космического корабля, впервые осуществивший совместный полет»).

Содержание ***несобирательного*** понятия можно отнести к каждому предмету данного класса, мыслимого в понятии («растение», «поверхность вращения», «вектор»). При этом будут возникать истинные суждения. Например, о каждом данном растении можно сказать, что оно является растением, и это утверждение является истинным.

В суждениях (высказываниях) общие и единичные понятия могут употребляться как в несобирательном (разделительном), так и в собирательном смысле. В суждении «студенты этой группы успешно сдали экзамен по педагогике» понятие «студент этой группы» является общим и употребляется в разделительном (несобирательном) смысле, так как утверждение об успешной сдаче экзамена по педагогике относится к каждому студенту этой группы. В суждении «студенты этой группы провели общее собрание» понятие «студенты этой группы» употреблено в собирательном смысле, так как студенты этой группы взяты как единый коллектив и это понятие является единичным, ибо данная совокупность студентов (именно этой группы) одна, другого такого коллектива нет.

Пример.

Дать логическую характеристику понятиям «коллектив», «недобросовестность», «теорема», «компьютер».

«*Коллектив*» — общее, конкретное, безотносительное, положительное, собирательное.

«*Недобросовестность*» — общее, абстрактное, безотносительное, отрицательное, несобирательное.

«Теорема» — общее, конкретное, безотносительное, положительное, несобирательное.

«Компьютер» — общее, конкретное безотносительное, положительное, несобирательное.

2.4. Отношения между понятиями

Совместимые понятия

Предметы мира находятся друг с другом во взаимосвязи и взаимообусловленности. Поэтому и понятия, отражающие предметы мира, также находятся в определенных отношениях. Далекие друг от друга по своему содержанию понятия, не имеющие общих признаков, называются ***несравнимыми*** (например, «безответственность» и «нитка»; «романс» и «кирпич»), остальные понятие называются ***сравнимыми***.

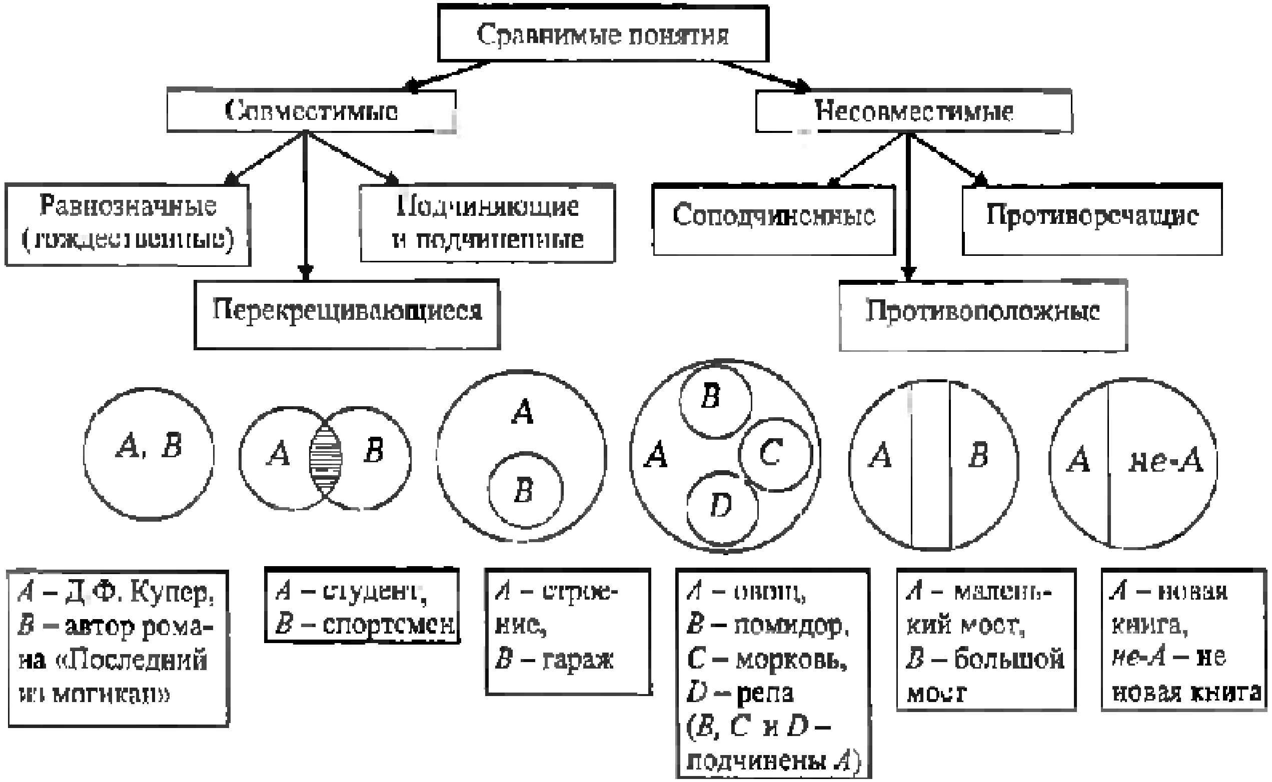
Сравнимые понятия делятся по объему на ***совместимые*** (объемы этих понятий совпадают полностью или частично) и ***несовместимые*** (объемы которых не совпадают ни в одном элементе).

Типы совместимости: равнозначность (тождество), перекрещивание, подчинение (отношение рода и вида)

Отношения между понятиями изображают с помощью круговых схем (кругов Эйлера), где каждый круг обозначает объем понятия (см. рис. 3). Если понятие единичное, то оно также изображается кругом.

Равнозначными (или ***тождественными***) называются понятия, которые различаются по своему содержанию, но объемы которых совпадают, т.е. в них мыслится или одноэлементный класс, или один и тот же класс предметов, состоящий более чем из одного элемента. Примеры равнозначных понятий: 1) «река Волга»; «самая длинная река в Европе»; 2) «автор рассказа «Человек в футляре»; «автор комедии «Вишневый сад»; 3) «равносторонний прямоугольник»; «квадрат»; «равноугольный ромб». Объемы тождественных понятий изображаются кругами, полностью совпадающими; 4) «Д.Ф. Купер»; «автор романа «Последний из могикан».

Понятия, объемы которых частично совпадают, т.е. содержат общие элементы, находятся в отношении перекрещивания. Примерами их являются следующие пары: «рабочий» и «орденоносец», «школьник» и «филателист», «спортсмен» и «студент», «мастер спорта» и «лыжник». Они изображаются пересекающимися кругами (см. рис. 3). В заштрихованной части двух кругов мыслятся студенты, являющиеся спортсменами, или (что одно и то же) спортсмены, являющиеся студентами, в левой части круга *А* мыслятся студенты, не являющиеся спортсменами. В правой части круга *В* мыслятся спортсмены, которые не являются студентами.



Сравнимые понятия
Совместимые
Несовместимые
Равнозначные (тождественные)
Перекрещивающиеся
Подчиняющие и подчиненные
Соподчиненные
Противоположные
Противоречащие
A, B
A
B
A
B
A
B
C
D
A
B
A
не-A
A – Д.Ф. Купер, B – автор романа «Последний из могикан»
A – студент, B – спортсмен
A – строение, B – гараж
A – овощ, B – помидор, C – морковь, D – репа (B, C и D – подчинены A)
A – маленький мост, B – большой мост
A – новая книга, не-A – не новая книга

Отношение подчинения (*субординации*) характеризуется тем, что объем одного понятия целиком включается (входит) в объем другого понятия, но не исчерпывает его. Это отношение вида и рода; *А* — подчиняющее понятие («млекопитающее»), *В* — подчиненное понятие («кошка»); *А* — «строение», *В* — «гараж».

Несовместимые понятия. Типы несовместимости: соподчинение, противоположность, противоречие

Соподчинение (*координация*) — это отношение между объемами двух или нескольких понятий, исключающих друг друга, но принадлежащих некоторому, более общему родовому понятию (например, «ель», «береза», «сосна» принадлежат объему понятия «дерево»). Они изображаются отдельными непересекающимися кругами внутри более обширного круга. Это виды одного и того же рода. Родовому понятию «овощ» принадлежат, например, видовые понятия «помидор», «морковь», «репа».

В отношении противоположности (*контрарности*) находятся объемы таких двух понятий, которые являются видами одного и того же рода, и притом одно из них содержит какие-то признаки, а другое эти признаки не только отрицает, но и заменяет их другими, исключающими (т.е. противоположными признаками). Слова, выражающие противоположные понятия, являются *антонимами*. Антонимы широко используются в обучении. Примеры противоположных понятий: «храбрость» — «трусость»; «белая краска» — «черная краска». Объемы последних двух понятий разделены объемом некоторого третьего понятия, куда, например, входит «зеленая краска». Другие примеры: «маленький мост» — «большой мост».

В отношении противоречия (*контрадикторности*) находятся такие два понятия, которые являются видами одного и того же рода, и при этом одно понятие указывает на некоторые признаки, а другое эти признаки отрицает, исключает, не заменяя их никакими другими признаками. Если одно понятие обозначить *А* (например, «высокий дом»), то другое понятие, находящееся с ним в отношении противоречия, следует обозначить *не-А* (т.е. «невысокий дом»). Круг Эйлера, выражающий объем таких понятий, делится на две части (*А* и *не-А*) (см. рис. 3), и между ними не существует третьего понятия. Например, бумага может быть либо белой, либо небелой; человек бывает честным или нечестным; животное — млекопитающим или немлекопитающим; книга бывает новой или неновой. Понятие *А* является положительным, а понятие *не-А* — отрицательным.

Понятия *А* и *не-А* также являются антонимами.

2.5. Определение понятий

Реальные и номинальные определения в математике и информатике. Правила явного определения понятий

Это очень трудно — определить понятие. Древнегреческий философ Платон так определил, кто такой человек: «Человек — двуногое животное, не имеющее перьев». Пишут о том, что его ученик Диоген принес на лекцию Платона ощипанного петуха и выпустил его в аудитории с возгласом: «Вот человек Платона!» Платон признал свою ошибку и исправил определение так: «Человек — двуногое животное, не имеющее перьев с широкими ногтями». Смех! Но и это определение неправильное.

Приводят такое определение: «Дикобраз — животное, спина и бока которого покрыты иглами». Но ведь и ежи имеют иглы. Как же их отличить?

Однажды лектор дал такое определение гравитации: «Гравитация — это взаимодействие двух материальных тел». Но тогда и драка двух хулиганов — это также взаимодействие двух материальных тел, т.е. дерущихся, будет подпадать под определение гравитации.

Определение (*дефиниция*) понятия — логическая операция раскрытия содержания понятия или значения термина (дефиниция, от лат. *definitio* — определение).

С помощью определения понятий мы в явной форме раскрываем содержание понятия и тем самым отличаем круг определяемых предметов от других предметов.

Примеры: «Информатика — наука, предметом, которой являются процессы и системы получения, хранения, передачи, распространения, использования и преобразования информации»; «Правильной дробью называется обыкновенная дробь, числитель которой меньше знаменателя».

Давая такие определения, мы отличаем науку информатику от других наук, а правильные дроби от всех других дробей, например, неправильных или десятичных.

Приведем еще несколько определений понятий, которые принадлежат к двум различным видам определений (**реальным** и **номинальным**).

«Прямоугольник — это параллелограмм, у которого все углы прямые»; «Выражение, содержащее букву, которой обозначено неизвестное нам число, называется буквенным выражением»; «Сбор данных — накопление информации с целью обеспечения достаточной полноты для принятия решений»; «Вектором называется направленный отрезок»; «Равенство алгебраических выражений называют формулой»; «Вычисление значения степени называется возведением в степень»; «Максимальная скорость передачи информации по каналу связи называется пропускной способностью канала».

Понятие, содержание которого надо раскрыть, называется определяемым понятием (*definiendum*, сокращенно *Dfd*), а то понятие, посредством которого оно определяется, называется определяющим понятием (*definience*, сокращенно *Dfn*). Правильное определение устанавливает между ними отношение равенства (эквивалентности).

Определения делятся на явные и неявные. В явных определениях даны определяемое понятие и определяющее, объемы которых равны, т.е. $Dfd \equiv Dfn$. К их числу относится самый распространенный способ определения — **через ближайший род и видовое отличие**, где формулируются **существенные признаки** определяемого понятия. Например: «Барометр — прибор для измерения атмосферного давления»; «Треугольник — многоугольник с тремя сторонами»; «Многогранником называется тело (часть пространства), ограниченное со всех сторон конечным числом плоскостей»; «Электронные магазины — это магазины, предлагающие товары и услуги с помощью Интернет».

Признак, указывающий на тот круг предметов, из числа которых нужно выделить определяемое множество предметов, называется **родовым признаком**, или родом. В приведенных выше примерах это «прибор», «многоугольник», «тело (часть пространства)». **Признаки**, при помощи которых выделяется определяемое множество предметов из числа предметов, соответствующих родовому понятию, называется **видовым отличием** (их может быть один или несколько).

Разновидностью определения через **род** и **видовое отличие** является генетическое определение, в котором указывается способ образования только данного предмета. Например: «Коррозия металлов — это окислительно-восстановительный процесс, образующийся в результате окисления атомов металла». Много генетических определений в математике, к их числу относятся такие как «цилиндр вращения», «конус вращения».

Определения через ближайший род и видовое отличие и генетические определения входят в класс **реальных** определений, ибо они определяют само понятие, например, «информатика», «треугольник» и др.

К явным определениям относятся и **номинальные** определения. Последние дают определение термина, который обозначает понятие. Обычно в свой состав они включают слово «называется».

Приведем примеры номинальных определений, взятых из математики:

- «Целые и дробные выражения называются рациональными».
- «Окружностью с центром *O* и радиусом *R* называется фигура, состоящая из всех точек плоскости, которые находятся на расстоянии *R* от точки *O*».
- «Хордой окружности называется отрезок, соединяющий две точки окружности».
- «Хорда, которая проходит через центр окружности, называется диаметром».

В математике значительно больше номинальных определений, чем реальных. Та же закономерность нами раньше была подмечена и в отношении определений понятий в физике: там также преобладают номинальные определения над реальными.

Назовем некоторые понятия математики, которые имеют *номинальное определение*: «график», «аргумент», «функция», «строгое неравенство», «нестрогое неравенство», «линейное неравенство с одним неизвестным», «решение системы неравенств с одним неизвестным», «квадратное неравенство», «комплексное число», «действительная часть комплексного числа», «сопряженные комплексные числа», «арифметический квадратный корень из числа *m*», «периодическая десятичная дробь», «иррациональное число».

С помощью номинальных определений вводят термины, заменяющие понятия. Например, слово «стереометрия» происходит от греческих слов «стереос» — объемный, пространственный и «метрео» — измерять. Кроме того, с помощью номинальных определений вводят знаки, заменяющие понятие. В геометрии, например, точки обозначаются заглавными латинскими буквами *A, B, C* и т.п., а прямые — прописными латинскими буквами *a, b, c* и т.д. или двумя заглавными латинскими буквами *AB, CD* и т.д. Плоскости обозначаются греческими буквами α, β, γ и т.д.

В информатике больше реальных определений.

Чтобы определение было правильным, надо соблюдать правила явного определения понятий.

1. ***Определение должно быть соразмерным***, т.е. объем определяющего понятия должен быть равен объему определяемого понятия. $Dfd \equiv Dfn$.

Это правило часто нарушается, в результате чего в определении понятий возникают логические ошибки. Типы этих логических ошибок:

а) *широкое определение*, когда определяющее понятие по объему шире, чем определяемое понятие $Dfd < Dfn$. Такая ошибка содержится в следующих определениях: «Костер — источник тепла». «Персональный компьютер — вычислительная машина».

Понятие «окружность» неправильно определяется так: «Это фигура, которая описывается движущимся концом отрезка, когда другой его конец закреплен, или фигура, которая образована движущимся концом циркуля». С помощью этого определения нельзя отличить понятие «окружность» от понятия «дуга», так как не указано, что окружность — это кривая замкнутая линия;

б) *узкое определение*, когда определяющее понятие по объему у́же, чем определяемое понятие. $Dfd > Dfn$. Например: «Вершина — самая высокая часть холма», однако и у горы есть вершина. Другое: «Совесть — это осознание человеком ответственности перед самим собой за свои действия и поступки» (а перед обществом?);

в) *определение в одном отношении широкое, в другом — узкое.* Например, «Бочка — сосуд для хранения жидкостей», с одной стороны, это — широкое определение, так как сосудом для хранения жидкостей может быть бидон, ведро или графин. С другой стороны, это — узкое определение, так как бочка пригодна и для хранения огурцов, и цемента, и песка, а не только жидкостей.

2. ***Определение не должно содержать круга.*** Круг возникает тогда, когда определяемое понятие и определяющее понятие выражаются одно через другое. В определении «вращение есть движение вокруг своей оси» будет допущен круг, если до этого понятие «ось» было определено через понятие «вращение» («ось — это прямая, вокруг которой происходит вращение»).

Круг возникает и тогда, когда определяемое понятие характеризуется через него же, но лишь выражено иными словами, или когда определяемое понятие включается в определяющее понятие в качестве его части. Такие определения носят название тавтологий. Например: «Смешное — это то, что вызывает смех»; «Сверхпроводник — вещество, обнаруживающее явление сверхпроводимости»; «Количество — характеристика предмета с его количественной стороны».

Логически некорректным является употребление таких, например, тавтологий, как «масляное масло», «трудоемкий труд», «порученное поручение», «прогрессирующий прогресс», «заданная задача», «изобрету изобретение», «поиграем в игру», «памятный сувенир», «подытожим итоги», «старый старик» и др. Иногда можно встретить выражения типа «Закон есть закон», «Жизнь есть жизнь» и т.д., которые представляют собой прием усиления, а не сообщения в предикате какой-то информации о субъекте, так как субъект и предикат тождественны. Такие выражения не претендуют на определение соответствующего понятия: «закон», «жизнь» или др.

3. Определение должно быть четким, ясным. Это правило означает, что смысл и объем понятий, входящих в *Dfn*, должен быть ясным и определенным. Определения понятий должны быть свободными от двусмысленности: не допускается подмена их метафорами, сравнениями и т.д.

Не являются правильными определениями следующие суждения: «Лень — мать всех пороков»; «Природа — это наука, способствующая пониманию вопросов, относящихся к духовной истине» (*Р. Эмерсон*); «Упрямство — порок ума»; «Такт — это разум сердца» (*К. Гуцков*); «Неблагодарность — род слабости» (И. Гёте). Эти истинные суждения представляют собой интересные метафоры, поучительные афоризмы, которыми мы пользуемся при передаче информации, но они не являются определениями понятий.

Ошибки, возможные в определении понятий

Какие же правила нарушены в приведенных ранее определениях понятий: «человек», «дикобраз», «гравитация»?

Нарушено первое правило, ибо объемы определяемого и определяющего понятия несоразмерны (ошибка называется «широкое определение»). Эта ошибка встречается особенно часто. Например: «Лев — хищное млекопитающее животное» (нельзя отличить львов от тигров), «Окружность — кривая линия, все точки которой одинаково удалены от центра» (опущено слово «замкнутая», поэтому нельзя отличить окружность от хорды).

Иные виды определения понятий[1]

Кроме указанных выше определений через ближайший род и видовое отличие, при употреблении которого люди допускают многообразные логические ошибки, существуют *иные виды определений.*

Индуктивные определения — такие, в которых определяемый термин используется в выражении понятия, которое ему приписывает-

---

[1] См.: *Горский Д.П.* Определение (Логико-методологические проблемы): Монография. М., 1974

ся в качестве его смысла. Примером индуктивного определения является определение понятия «натуральное число» с использованием самого термина «натуральное число»:

1. 1 — натуральное число.

2. Если n — натуральное число, то $n + 1$ — натуральное число.

3. Никаких натуральных чисел, кроме указанных в пунктах 1 и 2, нет.

С помощью этого индуктивного определения получается натуральный ряд чисел: 1, 2, 3, 4… Таков алгоритм построения ряда натуральных чисел.

Определение через аксиомы. В современной математике и в математической логике широко применяется так называемый аксиоматический метод. Приведем пример. Пусть дана система каких-то элементов (обозначаемых x, y, z…), и между ними установлено отношение, выражаемое термином «предшествует». Не определяя ни самих объектов, ни отношения «предшествует», мы высказываем для них следующие утверждения (аксиомы):

1. Никакой объект не предшествует сам себе.

2. Если x предшествует y, а y предшествует z, то x предшествует z.

Так с помощью двух аксиом определены системы объектов вида «x предшествует y». Например, пусть объектами x, y, z являются люди, а отношение между x и y представляет собой «x старше y». Тогда выполняются утверждения 1 и 2. Если объекты x, y, z — действительные числа, а отношение «x предшествует y» представляет собой «x меньше y», то утверждения 1 и 2 также выполняются. Утверждения (т.е. аксиомы) 1 и 2 *определяют* системы объектов с одним отношением.

2.6. Деление понятий. Классификация

Виды деления. Правила деления понятий

Хотелось бы поговорить о *делении понятия*, ибо при осуществлении этой логической операции часто допускаются логические ошибки.

Иногда людям кажется, что трудностей нет. Например, на занятиях по логике студенты и ученики понятие «транспорт» делили так. *Транспорт* бывает (делится) на воздушный, автомобильный, метро, общественный, личный, речной, сухопутный, морской и другие виды. *Треугольники* делятся на прямоугольные, остроугольные, равносторонние, равнобедренные, тупоугольные, разносторонние.

Так отвечают студенты и школьники до тех пор, пока они не узнают правила, которые надо соблюдать, чтобы деление понятия было правильным. А эти два примера («транспорт» и «треугольник») свидетельствуют о неправильном делении.

Деление — логическая операция, посредством которой объем делимого понятия распределяется на ряд подмножеств с помощью избранного основания деления (т.е. признака, по которому производится деление).

Например, алгоритмы делятся на разветвленные и неразветвленные, дроби делятся на правильные и неправильные, органы чувств делят на органы зрения, слуха, обоняния, осязания и вкуса. Если с помощью определения понятия раскрывается его содержание, то с помощью деления понятия раскрывается его объем.

Признак, по которому производится деление объема понятия, называется ***основанием деления***. Подмножества, на которые разделен объем понятия, называются членами деления. Делимое понятие — это родовое, а его члены деления — это виды данного рода, соподчиненные между собой, т .е. не пересекающиеся по своему объему (не имеющие общих членов). Приведем пример деления понятий: «В зависимости от источника энергии электростанции делят на ГЭС, гелиоэлектростанции, геотермальные и ветровые ТЭС (к разновидностям ТЭС относят АЭС)».

В зависимости от цели, практических потребностей одно понятие можно разделить по различным основаниям деления (например, по функционированию во времени вулканы делятся на действующие, уснувшие и потухшие; по форме — на центральные и трещинные).

Правильное деление понятия предполагает соблюдение определенных правил.

1. Деление должно быть соразмерным, т.е. сумма объемов видовых понятий должна быть равна объему (делимого) родового понятия. Например: «Материки в современную геологическую эпоху делятся на Евразию, Африку, Австралию, Северную Америку, Южную Америку и Антарктиду». Если ряд членов деления исчисляется десятками, то для соблюдения правила соразмерности после перечисления некоторых членов деления пишут «и др.», «и т.п.» или «и т.д.»: «Личные документы — это заявления, автобиографии, расписки, доверенности, завещания, удостоверения, паспорта, свидетельства и др.».

Нарушение этого правила ведет к ошибкам двух видов.

а) ***неполное деление***, когда перечисляются не все виды данного родового понятия. Ошибочными будут такие деления: «Арифметические действия делятся на сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень» (не указано «извлечение корня»);

б) деление с лишними членами. Примером такого ошибочного деления служит: «Углы делятся на прямые, тупые, острые и накрест лежащие». Здесь лишний член («накрест лежащие углы»).

2. Деление должно производиться только по одному основанию. В противном случае произойдет перекрещивание объемов понятий, выражающих члены деления. Правильные деления: «Рефлексы делятся на условные и безусловные»; «Прямые делятся на перпендикулярные к плоскости и неперпендикулярные к плоскости», «Многогранники делятся на правильные и неправильные», «Неравенства делятся на строгие и нестрогие». Неправильное деление: «Растения делятся на съедобные и несъедобные, однолетние и многолетние», так как здесь не одно, а два основания деления.

3. Члены деления должны исключать друг друга, т.е. не должны иметь общих элементов (пересекаться). Например: «Основные компоненты ЭВМ делятся на: процессор, память, устройства ввода-вывода».

Это правило тесно связано с предыдущим, так как если деление осуществляется не по одному основанию, то члены деления не будут исключать друг друга. Примеры ошибочных делений: «Часы делятся на наручные, настенные, башенные, настольные, золотые, анодированные, песочные». «Алгоритмы делятся на линейные, разветвленные и равносильные». В этих примерах члены деления не исключают друг друга. Это следствие допущенной ошибки смешения различных оснований деления.

4. Деление должно быть непрерывным, т.е. нельзя делать скачки в делении. Например, нельзя делить члены предложения на подлежащее, сказуемое и второстепенные члены, а надо сначала разделить на главные и второстепенные, а уже потом главные члены предложения делить на подлежащее и сказуемое.

При делении понятия «транспорт» нарушены сразу три правила: 1, 2 и 3. Надо делить так: «Транспорт делится на сухопутный, водный, воздушный».

При делении понятия «треугольник» нарушены 2 и 3 правила. Надо было бы треугольники делить либо *по видам углов*: на прямоугольный, остроугольный и тупоугольный, либо делить *по величине сторон*: равносторонний или неравносторонний. А соединять два основания деления нельзя! Неправильными будут и такие деления: «Дроби бывают десятичными, правильными, неправильными, периодическими, непериодическими». «Войны бывают справедливыми, несправедливыми, освободительными, захватническими, мировыми». Укажите, какие правила деления нарушены в этих примерах, свидетельствующих о неправильном делении понятий: «дробь», «война».

Виды деления: по видообразующему признаку и дихотомическое

Все приведенные выше примеры деления были делением по видообразующему признаку. Рассмотрим теперь дихотомическое деление.

Дихотомия (от греч. *dicha* и *tomē* — сечение на две части), или двучленное деление, — один из видов деления понятий, когда объем делимого понятия делится на два противоречащих понятия (*А* и *не-А*). Например, «Внимание делится на произвольное и непроизвольное», «Животные делятся на позвоночных и беспозвоночных», «Почвы делятся на черноземные и нечерноземные». Иногда понятие *не-А* снова делится на *В* и *не-В*, затем *не-В* делится на *С* и *не-С* и т.д. Схема и пример дихотомического деления.

Дихотомическое деление удобно: оно всегда соразмерно, члены деления исключают друг друга, деление производится только по одному основанию. Однако дихотомия применима не всегда (напр., нельзя делить науки на точные и неточные, а художественные произведения на хорошие и нехорошие, так как четко указать критерий в этих случаях весьма трудно: это понятия с «размытым» объемом).

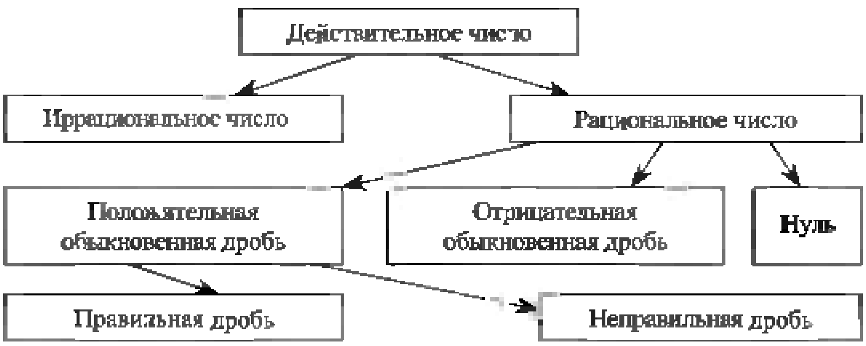


Рис. 4

Приведем еще два примера деления математических понятий: «Множество целых чисел *Z* состоит из натуральных чисел, нуля и чисел, противоположных натуральным», «Множество рациональных чисел *Q* состоит из обыкновенных дробей и нуля».

«Множество иррациональных чисел состоит из бесконечных непериодических десятичных дробей. Объединение множеств рациональных и иррациональных чисел образует множество действительных чисел».

Пример дихотомического деления понятия действительного числа.

Операция деления понятия применяется тогда, когда надо установить, из каких видов состоит родовое понятие. От деления следует отличать мысленное расчленение целого на части. Например: «Год делится на двенадцать месяцев: январь, февраль, март… декабрь»; «Дом делится на комнаты, коридоры, крышу, крыльцо» и др. Части целого не являются видами рода, т.е. делимого понятия. Мы не можем сказать: «Комната есть дом»», а можем сказать: «Комната есть часть дома». Понятие «скелет человека» позволяет четко проиллюстрировать прием расчленения целого на части. «В скелете человека различаются следующие части: скелет головы, туловища и конечностей».

В математике также используется мысленное расчленение целого на части. Например: «Развертка поверхности любой прямой призмы представляет собой плоскую фигуру, составленную из боковых граней — прямоугольников и двух оснований — многоугольников» или «Периметр прямоугольного треугольника состоит из суммы длин двух катетов и гипотенузы».

2.7. Классификация

Классификация является разновидностью деления понятия, представляет собой вид последовательного деления и образует развернутую систему, в которой каждый ее член (вид) делится на подвиды и т.д. Классификация сохраняется весьма длительное время, если она имеет научный характер. Например, постоянно уточняется и дополняется классификация элементарных частиц. От обычного деления классификация отличается относительно устойчивым характером. Вот пример классификации: «В организме животных и человека существуют четыре группы тканей: покровная, соединительная, мышечная и нервная».

Чтобы классификация была правильной, необходимо выполнять все правила операции деления.

Существуют классификация по видообразующему признаку и дихотомическая классификация. Вышеприведенные три примера представляют классификацию по видообразующему признаку. «Зеркала классифицируются на плоские и сферические; сферические зеркала классифицируются на вогнутые и выпуклые» — пример дихотомической классификации.

Хорошим средством наглядного представления классификации являются древовидные графы (или деревья).

Примерами естественных классификаций, используемых при обучении, могут быть следующие: классификация зон растительности, защитных окрасок животных, групп крови, типов воздушных масс и климатических поясов на территории России; геохронологическая таблица эр (кайнозойская, мезозойская и др.) и периодов в каждой эре; видов и жанров искусства; типов ЭВМ; классификация природных зон (тундра, тайга, лесостепь и др.); классификация направлений в литературе конца XIX — начала XX в.; классификация видов умозаключений, суждений, понятий, гипотез, способов опровержения (в логике) и многие другие.

Классификация в математике

Естественная классификация, как разновидность деления, часто используется в математике. Приведем примеры классификаций математического понятия «неравенство», сделанные по различным основаниям деления (классификации).

Пример классификации неравенств.

1. Квадратное неравенство, неравенство с одним неизвестным (линейное неравенство), численные неравенства.

2. Строгие и нестрогие неравенства.

3. Равносильные неравенства и неравносильные неравенства.

4. Верные неравенства и неверные неравенства.

5. Тригонометрические неравенства, показательные неравенства, логарифмические неравенства.

Другим примером математической классификации могут служить способы задания функций: формулой, таблицей, графиком, графом.

Примеры дихотомического деления (классификации) некоторых математических понятий: а) рациональные выражения делятся на целые и дробные; б) четность функции и нечетность функции; в) погрешность абсолютная и относительная; г) одночлены и многочлены; д) числа простые или составные (кроме единицы); е) квадратное уравнение полное или неполное; ж) дроби правильные или неправильные; з) степень с рациональным показателем классифицируется так: степень с натуральным показателем; степень с целым показателем; степень с нулевым показателем; степень с дробным показателем; и) прогрессии арифметические или геометрические; к) углы вертикальные или невертикальные; л) вектор нулевой или ненулевой; м) периодическая и непериодическая функция.

Рассмотрим классификацию видов треугольников. Например, в зависимости от величины углов треугольники делят на *остроугольные, прямоугольные, тупоугольные*. А в зависимости от длин сторон треугольники делятся на *разносторонние* и *равнобедренные*. Равнобедренные треугольники в свою очередь делятся на неравносторонние и равносторонние. Можно предложить следующую схему классификации понятия «треугольник» (см. рис. 5).

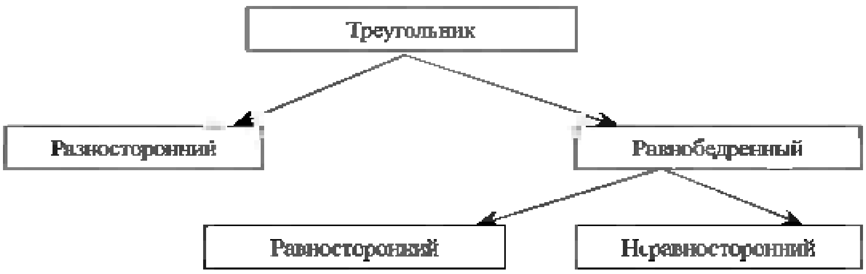


Рис. 5

Эта схема деления понятия «треугольник» в таком виде включает в себя два дихотомических деления и производится только по одному основанию — *величине сторон*. Все правила деления понятий здесь выполнены.

Очень важен выбор *основания классификации*. Разные основания дают различные классификации одного и того же понятия, например, понятия «треугольник» (по сторонам или по углам).

Классификация может производиться по существенным признакам (естественная) и по несущественным признакам (вспомогательная).

Естественная классификация — это распределение предметов по группам (классам) на основании их существенных признаков. Зная, к какой группе принадлежит предмет, мы можем судить о его свойствах. Д.И. Менделеев, расположив химические элементы в зависимости от их атомного веса, вскрыл закономерности в их свойствах, создав Периодическую систему элементов, позволившую предсказать свойства не открытых еще химических элементов.

Естественная классификация животных охватывает до 1,5 млн. видов, а классификация растений включает около 500 тыс. Однако каждая классификация относительная, приблизительна, ибо существуют переходные формы. Иногда переходная форма составляет самостоятельную группу (вид). Например, при классификации наук возникают такие переходные формы, как биохимия, геохимия, физическая химия, космическая медицина, астрофизика, математическая физика, математическая лингвистика и др.

Ни один учебный предмет не может обойтись без соответствующих классификаций. При этом как учителя, так и учащиеся должны знать общие правила, соблюдение которых поможет избежать ошибок в конкретных классификациях.

Вспомогательная классификация служит для более легкого отыскания предмета (или термина), поэтому осуществляется на основании их несущественных признаков. Они не позволяют судить о свойствах предметов (например, список фамилий, расположенных по алфавиту, алфавитный каталог книг, журнальных статей). Примерами вспомогательных классификаций являются: предметные или предметно-именные указатели в словарях, справочниках, учебниках и т.п.; справочники лекарственных препаратов, расположенные в алфавитном порядке; алфавитный список наиболее употребительных названий ярких звезд и др.

2.8. Ограничение и обобщение понятий

Ограничение — логическая операция перехода от родового понятия к видовому (например, «математик», «великий математик», «великий русский математик», «великий русский математик Софья Ковалевская»).

При ограничении мы переходим от понятия с бóльшим объемом к понятию с меньшим объемом. Пределом ограничения является единичное понятие (в данном примере это «великий русский математик Софья Ковалевская»).

Обобщение — логическая операция, обратная ограничению, когда осуществляется переход от видового понятия к родовому путем отбрасывания от первого его видообразующего признака или признаков. Пример обобщения: «Опера П.И. Чайковского «Евгений Онегин», «опера П.И. Чайковского», «опера русского композитора XIX в.», «опера русского композитора», «опера», «произведение музыкального искусства», «произведение искусства». При обобщении мы переходим от понятия с меньшим объемом к понятию с бóльшим объемом. Обобщение применяется во всех определениях понятий, которые даются через род и видовое отличие. Пределом обобщения являются категории (философские, общенаучные, категории конкретных наук).

С помощью кругов Эйлера изобразим графически обобщение и ограничение понятий (см. рис. 6).

При обобщении отбрасываются признаки, при этом содержание уменьшается, а объем увеличивается. При ограничении, наоборот, к родовому понятию *А* добавляются все новые и новые видовые признаки, поэтому объем уменьшается, а содержание увеличивается.

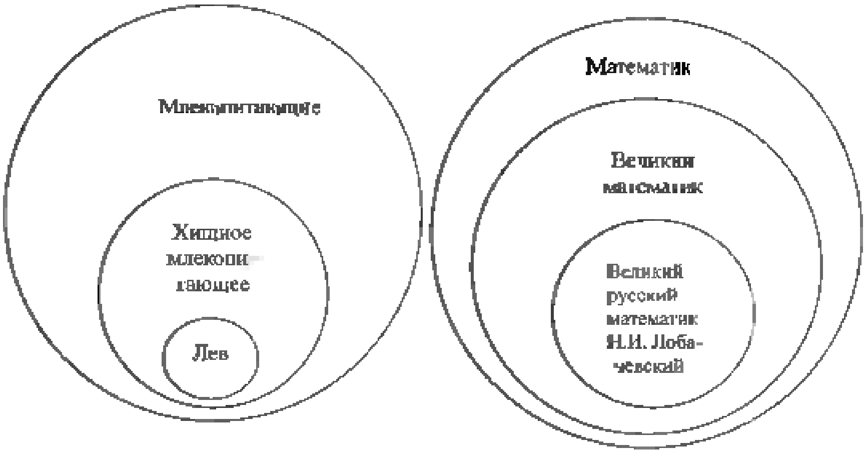


Рис. 6

Произведем обобщение и ограничение понятий: «Призма» и «Река» (см. табл. 1 и 2).

Таблица 1

Призма	
Ограничение	**Обобщение**
1. Треугольная призма	1. Многогранник
2. Треугольная призма, в основании которой лежит правильный треугольник со стороной 5 см	2. Геометрическое тело
3. Треугольная призма, в основании которой лежит правильный треугольник со стороной 5 см, построенная из картона, находящаяся в школе № 356 г. Москвы	3. Тело

Таблица 2

Река	
Ограничение	**Обобщение**
1. Река в Африке	1. Большой пресный проточный водоем
2. Река в Африке, впадающая в Средиземное море	2. Пресный проточный водоем
3. Большая река в Африке, впадающая в Средиземное море	3. Пресный водоем
4. Большая река в Египте	4. Водоем
5. Река Нил	

Операции обобщения и ограничения понятий следует отличать от отношений целого к части (и наоборот). Например, неправильно обобщать понятие «городская улица» до понятия «город», или ограничивать понятие «средняя школа» до понятия «десятый класс», или ограничивать понятие «лошадь» до понятия «голова лошади».

Теперь перейдем к анализу другой фундаментальной формы — мышления-суждения.

2.9. Суждение (высказывание)

Простое суждение

Суждение — форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о существовании предметов, о наличии или отсутствии у них каких-либо свойств или об отношениях между предметами.

Поясним это определение примерами: «Существуют атомные ледоколы», «Некоторые многоугольники — правильные», «Город Москва находится севернее города Киева». Все эти суждения истинные. Суждения «На Земле сейчас существуют динозавры», «Все вычислительные машины — ЭВМ» ложные. Суждения «Завтра обязательно будет морское сражение» и «Наша детская музыкальная школа приобретет новый рояль» неопределенные, так как сегодня эти суждения не являются ни истинными, ни ложными.

Академик П.С. Новиков так определяет суждение: «Под *высказыванием* (*суждением*) мы понимаем всякое предложение, о котором имеет смысл говорить, что оно (его содержание) истинно или ложно»[1]. Мы также употребляем два понятия (суждение и высказывание) как синонимы.

Рассмотрим структуру простых суждений. Возьмем два примера.

1. Все персональные компьютеры (*S*) являются малогабаритными вычислительными машинами (*P*).

2. Некоторые трапеции (*S*) не являются равнобедренными трапециями (*P*).

Буквой *S* обозначается субъект суждения, т.е. понятие о предмете суждения (в наших суждениях это понятия «персональный компьютер» и «трапеция»). Напомним, что все понятия, взятые вне суждения, пишутся в единственном числе, именительном падеже.

---

[1] *Новиков П.С.* Конструктивная математическая логика с точки зрения классической. М., 1977. С. 9.

Буквой P обозначается предикат суждения, т.е. понятие о признаке того предмета, о котором говорится в суждении, здесь предикатами являются понятия «малогабаритная вычислительная машина» и «равнобедренная трапеция». Связка в наших суждениях выражена словами «являются» и «не являются», но связки могут выражаться словами «есть», «суть», группой слов, тире или просто согласованием слов (например, «Вечер наступил», «Буря мглою небо кроет»). «Все» и «некоторые» — кванторные слова.

Виды простых суждений

1. Суждение свойства (атрибутивное),

Например, «Сумма внутренних углов любого треугольника равна 180°». «Программист придумывает алгоритм». «Мед сладкий».

Структура этого вида суждений: «S есть P» или «S не есть P».

В них формулируются свойства, состояния, виды деятельности.

2. Суждения с отношениями,

Например, «Любая неправильная дробь больше любой правильной дроби». В них говорится об отношениях между предметами (двумя, тремя и т.д.). «Река Волга длиннее реки Москвы», «Родители старше своих детей», «В любом треугольнике каждая сторона меньше суммы двух других сторон». «Разветвленные алгоритмы встречаются чаще, чем линейные алгоритмы».

3. Суждения существования,

Например, «Существуют подобные треугольники», «Существуют параллельные прямые», «Существуют ошибки в алгоритмах».

В них утверждается или отрицается существование предметов в действительности. «В столице России существует Большой театр», «Беспричинных явлений не существует», «Существует сказочный герой Снегурочка».

Суждение и предложение

Понятия в языке выражаются одним словом или группой слов. Суждения выражаются в виде повествовательных предложений, которые содержат сообщение, какую-то информацию. Например: «Светит яркое солнце», «Ни один кашалот не является рыбой». По цели высказывания предложения делятся на повествовательные, побудительные и вопросительные.

Вопросительные предложения не содержат в своем составе суждения, так как в них ничего не утверждается и не отрицается и они не истины и не ложны. Например: «Когда ты начнешь отладку программы?» или «Могут ли компьютеры думать?». Если в предложении выражен риторический вопрос, например: «Кто не хочет счастья?», "Кто из вас не любил?» или «Есть ли что-нибудь чудовищнее неблагодарного человека?" (В. Шекспир), то в нем содержится суждение, так как налицо утверждение, уверенность, что «Все хотят счастья» или «Все люди любят» и т.п [1]

Побудительные предложения выражают побуждения собеседника (читателя или других людей) к совершению действия, высказывают совет, просьбу, приказ и т.д. Побудительные предложения не содержат суждения, хотя в них что-то утверждается («Следите за здоровьем») или отрицается («Не разводите костры в лесу», «Иди не на каток, а в школу!»). Но предложения, в которых сформулированы воинские команды и приказы, призывы или лозунги, выражают суждения, однако не ассерторические, а модальные[2]. Например: «Приготовьтесь к старту!», «Мой друг! Отчизне посвятим души прекрасные порывы» (А.С. Пушкин). Воспитанники А.С. Макаренко поместили в колонии призыв «Не пищать!», т.е. призыв не ныть, не падать духом в трудные периоды жизни. Эти предложения выражают суждения, но суждения модальные, включающие в себя модальные слова. Как отмечает А.И. Уемов, выражают суждения и такие побудительные предложения: «Берегите мир!», «Не кури!», «Выполняй взятые на себя обязательства!»[3]. «Перед любым приемом пищи ешьте салат из сырых овощей или сырые фрукты» и «Не вредите себе перееданием» — эти советы (призывы) знаменитого американского ученого Поля Брэгга, взятые из его книги «Чудо голодания», являются суждениями. Является суждением и призыв: «Люди мира! Соединим усилия в решении общечеловеческих, глобальных проблем!»

Однако ряд логиков считает, что никакие побудительные предложения не содержат суждения, так как якобы не содержат утверждения или отрицания и не являются ни истинными, ни ложными.

Односоставные безличные предложения (например: «Знобит», «Подморозило»), назывные предложения (например: «Утро», «Осень») и

---

[1] О вопросительных предложениях и роли вопроса в познании будет подробно сказано ниже.

[2] Модальные суждения включают в свой состав модальные операторы, выраженные словами: «возможно», «необходимо», «запрещается», «доказано» и др. В современной логике императивы и команды рассматриваются в разделе неклассической (модальной) логики. В этом смысле они относятся к одному из видов модальных суждений.

[3] См.: *Уемов А.И.* Истина и пути ее познания. М., 1975. С. 42—43.

некоторые виды повествовательных предложений (например: «Он — *знаменитый хоккеист*», «*Атлантический океан находится от нас далеко*») являются суждениями лишь при рассмотрении их в контексте и уточнении: «Кто он?», «От кого — нас?». Если этого уточнения не сделано, то нельзя установить, является ли данное суждение истинным или ложным.

В некоторых случаях субъект суждения (*S*) не совпадает с грамматическим подлежащим, а предикат суждения (*P*) — с грамматическим сказуемым. В примере «Информатика — наука» совпадение полное. В примере «Алгоритмическое мышление помогает разумно планировать свои действия» совпадения нет.

2.10. Классификация простых суждений по качеству и количеству

1. **По качеству** суждения бывают утвердительными или отрицательными в зависимости от того, как выражена связка (словами «есть», «является», «не есть», «не является»). Например, «Все гвоздики *являются* цветами» — утвердительное суждение, а «Некоторые дома не являются электрифицированными» — отрицательное. «Все равносторонние треугольники являются остроугольными» — утвердительное суждение. «Некоторые компьютеры не являются персональными компьютерами» — отрицательное суждение.

2. **По количеству** суждения делятся на *общие* (кванторные слова «все» или «ни один»), *частные* (кванторное слово «некоторые») или *единичные*. «*Все* ромбы — параллелограммы» — общее суждение. «Ни одно нечетное число не делится на 2» — общее суждение.

«*Некоторые* компьютеры не подсоединены к сети Интернет» — частное суждение. «Некоторые неравенства являются строгими неравенствами» — частное суждение.

«Московский кремль находится в столице России» — единичное (так как субъектом является единичное понятие «Московский кремль»).

Объединенная классификация простых суждений по качеству и количеству

1. *Общеутвердительные суждения*. Обозначаются буквой *A*, имеют структуру: «Все *S* есть *P*». Например, «Все озера — водоемы», «Всякая неправильная дробь представима в виде смешанного числа», «Процессор — устройство управления компьютером».

2. *Частноутвердительные суждения*. Обозначаются буквой *I*. Структура: «Некоторые *S* есть *P*». Например, «Некоторые металлы тяжелее воды», «Некоторые многогранники являются правильными многогранниками».

Условные обозначения для утвердительных суждений взяты от слова affirmo — «утверждаю» (при этом берутся две первые гласные буквы: *A* — для обозначения общеутвердительного и *I* — для обозначения частноутвердительного суждения).

3. *Общеотрицательные суждения.* Обозначаются буквой *E*. Структура: «Ни одно *S* не есть *P*». Например, «Ни один гладиолус не имеет шипов», «Ни один куб не является плоской геометрической фигурой».

4. *Частноотрицательные суждения.* Обозначаются буквой *O*. Структура: «Некоторые *S* не *P*». Например, «Некоторые книги не являются букинистическими», «Некоторые алгоритмы не являются циклическими».

Условные обозначения для отрицательных суждений взяты от слова nego — «отрицаю» (берутся две гласные буквы).

В объединенной классификации единичные суждения относятся к общим суждениям, так как в них речь идет обо всем классе предметов, мыслимых в субъекте суждения.

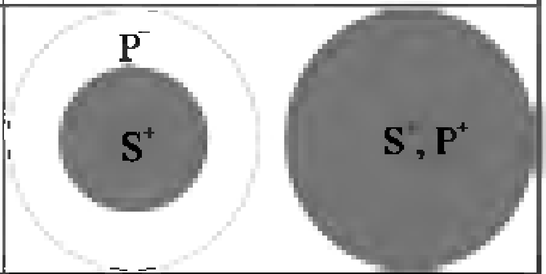
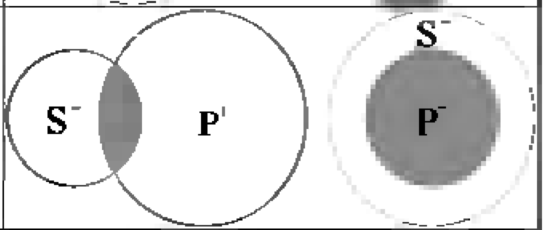
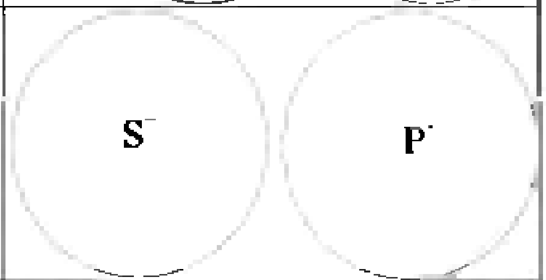
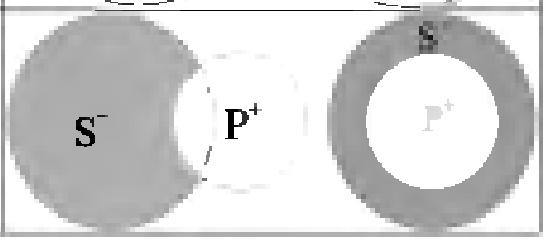
Распределенность терминов в категорических суждениях

Так как простое категорическое суждение состоит из терминов *S* и *P*, которые, являясь понятиями, могут рассматриваться со стороны объема, то любое отношение между *S* и *P* в простых суждениях может быть изображено в виде круговых схем Эйлера, отражающих отношения между понятиями. В суждениях термины *S* и *P* могут быть либо распределены, либо не *распределены*. Термин считается распределенным, если его объем полностью включается в объем другого термина или полностью исключается из него. Термин будет нераспределенным, если его объем частично включается в объем другого термина или частично исключается из него (см. табл. 3).

S распределен в общих суждениях и не распределен в частных; *P* всегда распределен в отрицательных суждениях, в утвердительных же он распределен тогда, когда по объему $P \leq S$. Распределенность терминов в категорических суждениях можно выразить в виде схемы, где знаком (+) выражена распределенность термина, а знаком (—) его нераспределенность. В ней же дана объединенная информация о простых суждениях.

Без знания правил распределенности терминов в категорических суждениях отпадает один из способов проверки, правильно ли построено умозаключение. Распределенность терминов некоторые авторы рассматривают в отдельных моментах иначе.

Таблица 3

Вид суждения и его обозначение	Распределенность или нераспределенность S и P
A — общеутвердительное	
I — частноутвердительное	
E — общеотрицательное	
O — частноотрицательное	

2.11. Сложное суждение и его виды. Построение таблиц истинности

Сложные суждения образуются из простых суждений с помощью логических связок: конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции и отрицания, которые приблизительно соответствуют союзам естественного языка «и», «или», «если... то», «тогда и только тогда, когда...» и «неверно, что...». Если вопрос об истинности или ложности простых суждений решается путем обращения к действительности, то значение истинности сложных суждений определяется с помощью таблиц истинности, где буквы *a, b, c* — переменные, обозначающие простые суждения; буква «и» обозначает истину, а «л» — ложь.

Таблицу истинности для **конъюнкции** $(a \wedge b)$ можно разъяснить на следующем примере «Сверкнула молния *(a)*, и загремел гром (*b*)». Она будет истинна в том и только в том случае, если суждения *a* и *b* оба истинны. Это и отражено в первой строке. Если же *a* ложно или *b* ложно либо и *a*, и *b* ложны, то вся конъюнкция обращается в ложь.

Дизъюнкция называется **нестрогой**, если ее члены не исключают друг друга. Такое высказывание истинно в том случае, если истинно хотя бы одно из двух суждений (первые три строки таблицы), и ложно, если оба суждения ложны. Обозначается $a \vee b$.

Суждение: «Увеличение рентабельности достигается путем повышения производительности труда (*a*) или путем снижения себестоимости продукции (*b*) — пример нестрогой дизъюнкции.

Члены строгой дизъюнкции $(a \dot{\vee} b)$ исключают друг друга. Это можно разъяснить на примере: «Я сейчас работаю на компьютере (*a*) или плаваю в бассейне (*b*)». Я не могу одновременно делать то и другое. Строгая дизъюнкция истинна тогда, когда лишь одно из двух простых суждений истинно, и только одно (см. табл. 4).

Таблица 4

a	*b*	$a \wedge b$	$a \vee b$	$a \dot{\vee} b$	$a \rightarrow b$	$a \equiv b$
и	и	и	и	л	и	и
и	л	л	и	и	л	л
л	и	л	и	и	и	л
л	л	л	л	л	и	и

a	$\overline{a}$
и	л
л	и

Таблицу для **импликации** ($a \rightarrow b$) можно разъяснить на таком примере: «Если по проводнику пропустить электрический ток (a), то проводник нагреется (b)[1].

Импликация истинна всегда, кроме одного случая, когда первое суждение истинно, а второе — ложно. Действительно, не может быть, чтобы по проводнику пропустили электрический ток, т. е. суждение (a) было истинным, а проводник не нагрелся, т. е. чтобы суждение (b) было ложным.

В таблице **эквиваленция** ($a \equiv b$) характеризуется так: $a \equiv b$ истинно в тех и только в тех случаях, когда и a, и b либо оба истинны, либо оба ложны.

Отрицание суждения a (т. е. $\bar{a}$) характеризуется так: если a истинно, то его отрицание ложно, и если a — ложно, то $\bar{a}$ — истинно.

Если в формулу входят три переменные, то таблица истинности для этой формулы, включающая все возможные комбинации истинности или ложности ее переменных, будет состоять из $2^3 = 8$ строк (см. табл. 5); при четырех переменных в таблице будет $2^4 = 16$ строк; при пяти переменных в таблице имеем $2^5 = 32$ строки; при n переменных 2^n строк.

Алгоритм распределения значений И и Л для переменных (например, для четырех переменных a, b, c, d) таков. Имеем $2^4 = 16$ строк. В столбце для a сначала пишем 8 раз «И» и 8 раз «Л». В столбце для b сначала пишем 4 раза «И» и 4 раза «Л», затем повторяем и т.д.

Тождественно-истинной формулой называется формула, которая при любых комбинациях значений для входящих в нее переменных принимает значение «истина». **Тождественно-ложная формула** — та, которая (соответственно) принимает только значение «ложь». ***Выполнимая формула*** может принимать значения как «истина», так и «ложь».

Приведем доказательство тождественной истинности формулы:

$$((a \rightarrow \bar{b}) \wedge (a \rightarrow \bar{c}) \wedge (b \vee c)) \rightarrow \bar{a}$$

---

[1] Мы отвлекаемся здесь от различия между импликацией логики высказываний и содержательным союзом «если... то».

Таблица 5

a	b	c	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$\overline{c}$	$a \to \overline{b}$	$a \to \overline{c}$	$(a \to \overline{b}) \wedge (a \to \overline{c})$	$b \vee c$	$(a \to \overline{b}) \wedge (a \to \overline{c}) \wedge (b \vee c)$	$((a \to \overline{b}) \wedge (a \to \overline{c}) \wedge (b \vee c)) \to \overline{a}$
и	и	и	л	л	л	л	л	л	и	л	и
и	и	л	л	л	и	л	и	л	и	л	и
и	л	и	л	и	л	и	л	л	и	л	и
и	л	л	л	и	и	и	и	и	л	л	и
л	и	и	и	л	л	и	и	и	и	и	и
л	и	л	и	л	и	и	и	и	и	и	и
л	л	и	и	и	л	и	и	и	и	и	и
л	л	л	и	и	и	и	и	и	л	л	и

Являются ли приведенные ниже формулы законом логики (тавтологией или тождественно-истинной формулой)?

1. $(a \to b) \equiv (\overline{a} \vee b)$.
2. $\overline{a \vee b \vee c} \equiv (\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge \overline{c})$.
3. $((a \wedge b) \to c) \equiv (\overline{c} \to (\overline{a \wedge b})$.
4. $(((a \wedge b) \to \overline{c}) \wedge c) \to (\overline{a \wedge b})$.
5. $((\overline{a} \to \overline{b}) \wedge (c \to \overline{d}) \vee (b \vee d)) \to (\overline{\overline{a}} \vee \overline{c})$.

2.12. Логическая структура вопроса и ответа

Виды вопросов. Предпосылки вопросов. Превила постановки простых и сложных вопросов

Вопрос в познании играет особенно большую роль, так как все познание мира начинается с вопроса, с постановки проблемы. Проблемы перед познанием, в том числе перед различными науками, ставит сама жизнь. В настоящее время жизнь поставила перед людьми такие важнейшие проблемы, как борьба за мир и предотвращение термоядерной катастрофы, получение замедленной термоядерной реакции, разработка методов лечения онкологических заболеваний, обеспечение растущего населения продовольствием, и многие другие.

Вопросы задаются и с целью получения некоторой информации, уже имеющейся у других людей, с целью выявления чьего-то личного мнения или с целью обучения. Велика роль вопросов в процессе социологических исследований, проводимых в форме интервью, анкетирования, при массовом или выборочном опросе. В процессе передачи все большего числа интеллектуальных функций ЭВМ умение правильно поставить вопрос для введения его в ЭВМ, способность четко, корректно его (запрос) сформулировать содействует быстрейшему информационному поиску нужных сведений, цифрового материала и др. Велика роль правильной, однозначной постановки вопросов в судебно-следственной практике.

Вопросы формулируются вопросительными предложениями, которые не выражают суждений и, следовательно, не являются истинными или ложными. Например: «Запущен ли искусственный спутник Марса?»; «Все ли вулканы — горы?»; «Как два алгоритма управляют одним роботом?».

Всякий вопрос включает в себя, во-первых, исходную информацию о мире (например, о двух алгоритмах, об искусственных спутниках), которая называется *базисом* или *предпосылкой вопроса*, и, во-вторых, указание на ее недостаточность и необходимость дальнейшего дополнения и углубления знаний. В вопросе «Где проходили XXI Олимпийские игры?» базисом служит неявно содержащееся в нем утверждение «Существует *x*, являющийся местом проведения XXI Олимпийских игр».

Вопрос — это логическая форма, включающая исходную, или базисную, информацию с одновременным указанием на ее недостаточность с целью получения новой информации в виде ответа.

Виды вопросов

Обычно различают два вида (типа) вопросов.

I тип — *уточняющие* (определенные, прямые, или *«ли»-вопросы*).

Например: «Верно ли, что А.Н. Шмелев стал победителем в соревновании по лыжам на марафонскую дистанцию?»; «Бывают ли подводные землетрясения?» и др.

Во всех этих вопросах присутствует частица «ли», включенная в словосочетания «верно ли», «действительно ли», «надо ли» и т. д.

Уточняющие вопросы могут быть простыми или сложными. *Простые вопросы* в свою очередь делятся на условные и безусловные.

«Верно ли, что космонавты побывали в открытом космосе?» — простой безусловный вопрос. «Верно ли, что в равнобедренном треугольнике совпадают высота, медиана и биссектриса?», «Верно ли, что любое составное число может быть представлено в виде произведения простых чисел?» — два простых безусловных вопроса.

«Можно ли представить 27 в виде куба какого-либо числа?»

«Верно ли, что если повысить температуру металла до точки плавления, то он перейдет в жидкое состояние?» — простой условный вопрос.

Сложные вопросы (как и сложные суждения) делятся на вопросы конъюнктивные (соединительные) и дизъюнктивные (разделительные), включающие в себя строгую или нестрогую дизъюнкцию. Каждый сложный вопрос можно разбить на два или несколько простых.

Например:

1. «Вы пойдете в поход на байдарках или в пеший туристический поход?»

2. «Сможете развести костер или не сможете?»

Вопрос типа «Если будет хорошая погода, то мы поедем на экскурсию?» не относится к сложным вопросам, так как его нельзя разбить на два самостоятельных простых вопроса. Это пример простого вопроса

II тип вопросов — *восполняющие* (неопределенные, непрямые, или *«к»-вопросы)*. Эти вопросы включают в свой состав вопросительные слова: «где?», «когда?», «кто?», «что?», «почему?», «какие?» и др. Невольно вспоминается телепередача «Клуба знатоков»: «Что? Где? Когда?». Эти вопросы также делятся на простые и сложные. Например, вопросы: «Какие простые числа лежат между числами 10 и 20?», «Чему равна площадь треугольника *ABC*?», «Какой город является столицей Португалии?», «Что означает слово «спонсор»?» — являются простыми.

«Что такое угол?», «Какие признаки равенства треугольников?», «Чему равна сумма острых углов прямоугольного треугольника?» «Как взаимодействуют алгоритмы?» — простые восполняющие вопросы.

Сложные восполняющие вопросы можно разбить на два или несколько простых восполняющих вопроса, например: «Где, когда, в какой семье родился Джеймс Фенимор Купер?» или «Как при увеличении стороны равностороннего треугольника в два раза изменяется его периметр или площадь?», или «Кто является автором романа «Красное и черное» и романа «Пармская обитель»?», «Что нарисовано: луч, прямая или отрезок?».

Правила постановки простых и сложных вопросов

1. Корректность постановки вопроса. Итак, вопросы должны быть правильно поставленными, корректными. Провокационные и неопределенные вопросы недопустимы.

2. Предусмотрение альтернативности ответа («да» или «нет») на уточняющие вопросы. Например: «Было ли полное солнечное затмение в 1992 г. на территории Испании?», «Признает ли Петров себя виновным в предъявленном ему обвинении?».

3. Краткость и ясность формулировки вопроса. Длинные, запутанные, нечеткие вопросы затрудняют их понимание и ответ на них.

4. Простота вопроса. Если вопрос сложный, то его лучше разбить на несколько простых.

5. В сложных разделительных вопросах необходимо перечислять все альтернативы. Например: «К какому виду электростанций относится данная электростанция: теплоэлектростанция (ее разновидность — атомная электростанция), гидроэлектростанция, солнечная или геотермальная?» Здесь нет пятой альтернативы — ветровая электростанция.

6. Необходимость отличать обычный вопрос от риторического (например: «Кто из вас не любит А. С. Пушкина?»). Риторические вопросы являются суждениями, так как в них содержится утверждение или отрицание, обычные же вопросы суждениями не являются.

Логическая структура и виды ответов

1. **Ответы на простые вопросы.** Ответ на простой вопрос первого вида (уточняющий, определенный, прямой, «ли»-вопрос) предполагает одно из двух: «да» или «нет». Например: «Является ли Александр Дюма-отец автором романа «Двадцать лет спустя»?» (ответ «да»).

Ответ на простой вопрос второго вида (восполняющий, непрямой, «к»-вопрос) требует привлечения точной, исчерпывающей информации (о времени, месте, причинах, результатах события, природного явления и других факторах).

2. **Ответы на сложные вопросы.** Ответ на сложный конъюнктивный (соединительный) вопрос требует ответа на все простые вопросы, входящие в сложный. Например: «Верно ли, что настойку женьшеня применяют в качестве тонизирующего средства при гипотонии, переутомлении, неврастении?» (ответ: «да», «да», «да»).

При ответе же на сложный дизъюнктивный (разделительный) вопрос часто достаточно дать ответ лишь на один или несколько из составляющих его простых вопросов (на одну альтернативу). Например, на вопрос «Предпочитаете ли вы летом путешествовать или отдыхать у речки?» ответом будет суждение: «Я предпочитаю летом отдыхать у речки».

Как уже отмечалось в начале параграфа, роль вопроса весьма важна и в обучении. При ответе на вопрос человек должен выявить предпосылки вопроса и установить, истинны они или ложны. При ложных предпосылках вопрос должен быть отвергнут как некорректный, т. е. неправильно поставленный, например: «Все ли гейзеры — вулканы?» Корректные вопросы вызывают активную мыслительную деятельность, если в них заключено оптимальное количество неопределенности. Если же вопрос содержит слишком большую неопределенность, то он ставит человека в очень сложное положение. Но поиск ответов именно на такие вопросы является главным источником развития науки.

Логическая связь суждений образует следующую фундаментальную логическую форму — умозаключение.

2.13. Умозаключения

Общее понятие об умозаключении и его виды

Умозаключение состоит из одной, двух или большего числа посылок, или предпосылок, т.е. суждений, из которых мы получаем новое суждение, новое знание, которое называется заключением. ***Объединение посылок и заключения является умозаключением.*** Посылки стоят над чертой, а заключение — под чертой. Рассмотрим различные примеры и виды умозаключений.

1. Все гиперболы — конические сечения

Некоторые конические сечения — гиперболы.

2. Все конусы — тела вращения

Все усеченные конусы есть конусы

Все усеченные конусы — тела вращения.

Существует три вида умозаключений: *дедуктивные* (*дедукция*), *индуктивные* (*индукция*) и умозаключения *по аналогии*. У каждого из них есть свои разновидности умозаключений.

Понятие дедуктивного умозаключения

Дедуктивные умозаключения — те умозаключения, у которых между посылками и заключением имеется отношение логического следования.

В традиционной (не в математической) логике дедукцией называют умозаключения от знания бóльшей степени общности к знанию меньшей степени общности (это — частный случай определения через логическое следование).

Видов дедуктивного умозаключения много, назовем некоторые из них: категорический силлогизм, энтимема, полисиллогизм, сорит, условно-категорические умозаключения, дилеммы, трилеммы и др.

Простой категорический силлогизм

Состав, фигуры, модусы, правила категорического силлогизма. Сокращенный категорический силлогизм (энтимема).

Наиболее распространенным дедуктивным умозаключением является простой категорический силлогизм.

Все прямоугольники (*M*) — параллелограммы (*P*).

Все квадраты (*S*) есть прямоугольники (*M*).

Все квадраты (*S*) есть параллелограммы (*P*).

Понятия, входящие в состав силлогизма, называются *терминами силлогизма*. Их три: бóльший термин, предикат заключения («параллелограмм»), обозначается буквой *P*; средний термин, обозначается *M* («прямоугольник»); меньший термин, субъект заключения («квадрат»), обозначается буквой *S*. Средний термин отсутствует в заключении.

Фигуры категорического силлогизма

Существуют четыре фигуры категорического силлогизма (в зависимости от расположения среднего термина в посылках).

Структура приведенного примера соответствует I фигуре (см. рис. 7).

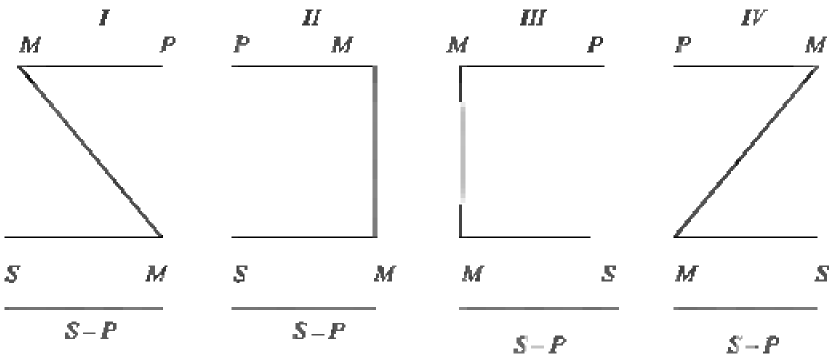


Рис. 7

Определите фигуру категорического силлогизма.

1. Все кубы — правильные многогранники.
Эта фигура — куб.

Эта фигура — правильный многогранник.

2. Все рыбы дышат жабрами.
<u>Ни один кит не дышит жабрами.</u>
Ни один кит не является рыбой.

3. Все белые медведи — млекопитающие.
Все белые медведи — звери, живущие в естественных условиях в Арктике.

Некоторые звери, живущие в естественных условиях в Арктике, — млекопитающие.

Ответы: I, II, III фигуры (соответственно).

Рассмотрим **особые правила фигур**, при нарушении которых возникают логические ошибки.

Правило I фигуры: бóльшая посылка должна быть общей, а меньшая — утвердительной.

Правило II фигуры: бóльшая посылка общая; одна из посылок, а также заключение — отрицательные.

Правило III фигуры: меньшая посылка должна быть утвердительной, а заключение — частное.

Правило IV фигуры: общеутвердительных заключений не даст.

При нарушении этих правил возникают логические ошибки.

Покажем некоторые разновидности логических ошибок. Первый силлогизм о калькуляторах построен по II фигуре, у которой одна из посылок и заключение должны быть отрицательными суждениями, а у него — все суждения только утвердительные.

1. Все компьютеры — вычислительные машины.
Все калькуляторы — вычислительные машины.
Все калькуляторы — компьютеры.

2. Все мамонты вымерли.
Динозавры не есть мамонты.
Динозавры не вымерли.

Ошибочность второго силлогизма, построенного с заключением «Динозавры не вымерли» в том, что это умозаключение построено по I фигуре; в ней вторая посылка должна быть утвердительным суждением, а здесь она является отрицательным суждением.

Правила построения категорического силлогизма

1. В каждом силлогизме должно быть только три термина (*S. P. M*). Ошибка называется «учетверение терминов».

2. Средний термин должен быть распределен по крайней мере в одной из посылок.

3. Термин распределен в заключении тогда и только тогда, когда он распределен в посылке.

4. Из двух отрицательных или двух частных посылок нельзя сделать никакого заключения.

5. Если одна из посылок частная, то и заключение должно быть частным.

6. Если одна из посылок отрицательная, то и заключение должно быть отрицательным.

Приведем примеры логических ошибок, возникающих при нарушении правил построения категорических силлогизмов.

Пример 1

Знания — сила.
Студент обладает знаниями.
Студент обладает силой.

Логическая ошибка: слово «сила» употребляется в разных значениях, т.е. произошло «учетверение» терминов.

Пример 2

Правильные многоугольники — равносторонние фигуры.
Ромбы — равносторонние фигуры.
Все ромбы — правильные многоугольники.

Ошибка в том, что этот категорический силлогизм построен по II фигуре, а в ней одна из посылок, а также заключение должны быть отрицательными суждениями. Здесь все три суждения — утвердительные суждения.

Пример 3
Лук — оружие дикарей.
Это растение — лук.
Это растение является оружием дикарей

Пример 4
Движение вечно.
Хождение в институт — движение
Хождение в институт вечно.

Слову «лук» в посылках придаются два разных значения; умозаключение построено неправильно. В примере 4 понятие «движение» взято в двух разных смыслах: философском и физическом.

Сокращенный категорический силлогизм (энтимема)

Термин «энтимема» в переводе с греческого языка означает «в уме», «в мыслях».

Энтимемой, или сокращенным категорическим силлогизмом, называется силлогизм, в котором пропущена одна из посылок или заключение.

Пример энтимемы: «Данная фигура — ромб, следовательно, диагонали в ней взаимно перпендикулярны».

Здесь пропущена бóльшая посылка: «Все ромбы есть фигуры, в которых диагонали взаимно перпендикулярны».

В энтимеме «Все углеводороды суть органические соединения, поэтому метан — органическое соединение» пропущена меньшая посылка. Восстановим энтимему до полного категорического силлогизма:

Все углеводороды суть органические соединения.
Метан — углеводород.
Метан — органическое соединение.

В энтимеме «Все рыбы дышат жабрами, а окунь — рыба» пропущено заключение «Окунь дышит жабрами».

При восстановлении энтимемы надо определить, какое суждение является посылкой, а какое — заключением. Посылка обычно стоит после союзов «так как», «потому что», «ибо» и т. п., а заключение стоит после слов «следовательно», «поэтому», «потому» и т. д.

Энтимемами пользуются чаще, чем полными категорическими силлогизмами. Известный отечественный математик и философ С.А. Яновская пишет об энтимеме в ходе математического доказательства: «...большинство доказательств являются на самом деле энтимемами, т.е. содержат посылки, которые молча подразумеваются, так как не вызывают сомнений ни у самого доказывающего, ни у его ученика или человека, спорящего с ним. А то, что не вызывает сомнения, не нужно и оговаривать»[1].

Полисиллогизмы

В мышлении встречаются не только отдельные полные или сокращенные силлогизмы, но и сложные силлогизмы, состоящие из двух, трех или большего числа простых силлогизмов. Цепи силлогизмов называются полисиллогизмами.

Полисиллогизмом (сложным силлогизмом) называются два или несколько простых категорических силлогизмов, связанных друг с другом таким образом, что заключение одного из них становится посылкой другого. Различают прогрессивные и регрессивные полисиллогизмы.

В прогрессивном полисиллогизме заключение предшествующего полисиллогизма (просиллогизма) становится большей посылкой последующего силлогизма (эписиллогизма). Приведем пример прогрессивного полисиллогизма, представляющего собой цепь из двух силлогизмов и имеющего схему:

Спорт *(A)* укрепляет здоровье *(B)*.	Все *A* суть *B*.
Гимнастика (C) — спорт *(A)*.	Все *C* суть *A*.
Значит, гимнастика (C) укрепляет здоровье *(B)*.	Значит, все *C* суть *B*.
Аэробика *(D)* — гимнастика (C).	Все *D* суть *C*.
Аэробика *(D)* укрепляет здоровье *(B)*.	Все *D* суть *B*.

Приведем еще один пример прогрессивного полисиллогизма.

Все, что способствует прогрессу человечества, необходимо.
Образование способствует прогрессу общества.
Значит, образование необходимо.
Профессиональное образование — вид образования.
Профессиональное образование необходимо.
Математическое образование для математиков — профессиональное образование.

Математическое образование для математиков необходимо.

[1] *Яновская С.А.* Методологические проблемы науки. М., 1972. С. 159.

Сорит (с общими посылками)

Прогрессивный и регрессивный полисиллогизмы в мышлении чаще всего применяются в сокращенной форме — в виде соритов. Существуют два вида соритов: прогрессивный и регрессивный.

Прогрессивный сорит (иначе называется по имени описавшего этот сорит *гоклениевским*) получается из прогрессивного полисиллогизма путем выбрасывания заключений предшествующих силлогизмов и больших посылок последующих. Прогрессивный сорит начинается с посылки, содержащей предикат заключения, и заканчивается посылкой, содержащей субъект заключения

Всякая наука (*A*) полезна (*B*).

Математика (*C*) — наука (*A*).

<u>Арифметика (*D*) — часть математики (*C*).</u>

Арифметика (*D*) полезна (*B*).

Приведем еще пример прогрессивного сорита, образованного из вышеприведенного прогрессивного полисиллогизма.

Все, что способствует прогрессу человечества, необходимо.

Образование способствует прогрессу общества.

Профессиональное образование — вид образования.

Математическое образование для математиков — вид профессионального образования.

Математическое образование для математиков необходимо.

Схема прогрессивного сорита:

Все *A* суть *B*.

Все *C* суть *A*.

<u>Все *D* суть *C*.</u>

Все *D* суть *B*.

Выводы логики высказываний. Прямые выводы

Условные умозаключения. Чисто условные. Условно-категорические умозаключения

К дедукции относятся и умозаключения, посылками которых являются условные суждения.

Отличие их от предыдущих умозаключений в том, что в них суждения не расчленяются на субъект и предикат. Используя правила прямых выводов, мы из истинных посылок выводим истинное заключение.

Если человек является компьютерно-грамотным (a)
то он умеет читать и писать с помощью ЭВМ (b)
Этот человек является компьютерно-грамотным (a)
Этот человек умеет читать и писать с помощью ЭВМ (b).

Условные умозаключения делятся на две группы: *чисто условные* и *условно-категорические.*

В чисто условном умозаключении все посылки являются условными суждениями. Его структура (при наличии двух посылок) такая:

Если a, то b.	Схема:
Если b, то c.	$a \to b,\ b \to c.$
Если a, то c.	$a \to c.$

Формула $((a \to b) \wedge (b \to c)) \to (a \to c)$.

Если мы используем компьютер, то ускоряем свою работу.
Если мы ускоряем свою работу, то результат работы положительный.
Если мы используем компьютер, то результат от работы положительный.

Число условное умозаключение может быть построено и по такой формуле:

$((a \to b) \wedge (\bar{a} \to b)) \to b.$

Пример.

Если мы используем ЭВМ, то мы выполним работу в срок.
Если мы не используем ЭВМ, то мы выполним работу в срок.
Мы выполним работу в срок.

В отличие от чисто условного в *условно-категорическом умозаключении* одна посылка — условное суждение, а другая — простое категорическое суждение. В нем два правильных модуса, дающих заключение, которое с необходимостью следует из посылок:

1. *Модус утверждающий (modus ponens),* формула которого

$((a \to b) \wedge a) \to b.$

Здесь a называется основанием, b — следствием.

Пример

Если магнит ударить (a), то он размагнитится (b).
Магнит ударили (a).
Магнит размагнитился (b).

2. *Модус отрицающий (modus tollens),* формула которого

$((a \to b) \wedge \bar{b}) \to \bar{a}.$

Пример

Если треугольник прямоугольный *(a)*, то к нему применима теорема Пифагора *(b)*.

К данному треугольнику не применима теорема Пифагора ($\bar{b}$).

Данный треугольник не является прямоугольным треугольником ($\bar{a}$).

Таким образом, при истинных посылках можно получить истинное заключение, если умозаключить от утверждения основания к утверждению следствия или от отрицания следствия к отрицанию основания.

Всегда ли заключение будет истинным суждением? Нет! Оно может быть не истинным, а вероятным, если умозаключение построено от утверждения следствия к утверждению основания или от отрицания основания к отрицанию следствия — это два вероятных модуса.

Их формулы:

$((a \to b) \wedge b) \to a$ и $((a \to b) \wedge \bar{a}) \to \bar{b}$

не являются законами логики.

Если человек умеет работать в Интернете (a), то он умеет работать на персональном компьютере (b).

Этот человек умеет работать на персональном компьютере (b)

Вероятно, этот человек умеет работать в Интернете (a)

Если магнит нагреть (а), то он размагнитится (b).

Магнит не нагрели ($\bar{a}$).

Вероятно, магнит не размагнитился ($\bar{b}$).

Разделительные умозаключения

В них одна или несколько посылок являются разделительными суждениями. Они делятся на две группы.

1. ***Чисто разделительные***, в которых все посылки являются разделительными суждениями:

Всякий цикл в алгоритме может иметь основной или досрочный выход.

Досрочных выходов может быть один или несколько.

Всякий цикл в алгоритме может иметь основной выход, или один досрочный выход, или несколько досрочных выходов.

Структура:

S есть *A*, или *B*, или *C*.

A есть A_1, или A_2

S есть A_1, или A_2, или *B*, или *C*.

2. *Разделительно-категорические*, в которых одна посылка — разделительное суждение, а другая — простое категорическое суждение. Есть два модуса:

I модус — *утверждающе-отрицательный* (modus ponendo — tollens).

Дробь может быть правильной или неправильной.
Данная дробь — правильная дробь.

Данная дробь не является неправильной дробью.

Заменив конкретные высказывания в посылках и заключении переменными, получим запись этого модуса (с двумя членами дизъюнкции) в терминах символической логики в виде правила вывода:

$$\frac{a \dot{\vee} b, a}{\bar{b}} \text{ или } \frac{a \dot{\vee} b, b}{\bar{a}}$$

В этом модусе союз «или» употребляется в смысле строгой дизъюнкции. Формулы, соответствующие этому модусу, имеют вид:

1) $(a \dot{\vee} b) \wedge a) \rightarrow \bar{b}$;

2) $((a \dot{\vee} b) \wedge b) \rightarrow \bar{a}$.

Обе эти формулы выражают законы логики.

Если в этом модусе союз «или» взят в смысле нестрогой дизъюнкции, то формулы 3) и 4), соответствующие этому модусу, не будут выражать закон логики:

3) $(a \vee b) \wedge a) \rightarrow \bar{b}$;

4) $((a \vee b) \wedge b) \rightarrow \bar{a}$.

Доказательство формул 1) и 3) дано в табл. 6.

Таблица 6

a	b	$\bar{b}$	$a \vee b$	$(a \vee b) \wedge a$	$((a \vee b) \wedge a) \rightarrow \bar{b}$	$a \vee b$	$(a \dot{\vee} b) \wedge a$	$((a \dot{\vee} b) \wedge a) \rightarrow \bar{b}$
и	и	л	и	и	л	л	л	и
и	л	и	и	и	и	и	и	и
л	и	л	и	л	и	и	л	и
л	л	и	л	л	и	л	л	и

Ошибки происходят из-за смешения в этом модусе соединительно-разделительного и строго разделительного смысла союза «или». Нельзя, например, рассуждать таким образом:

Учащиеся в контрольной работе по математике допускают или вычислительные ошибки, или ошибки в эквивалентных преобразованиях, или ошибки в применении изученных алгебраических правил.

Учащийся Сидоров допустил в контрольной работе вычислительные ошибки.

Сидоров не допустил в работе ни ошибок в эквивалентных преобразованиях, ни ошибок в применении изученных алгебраических правил

Заключение не является истинным суждением, так как Сидоров мог допустить все три вида ошибок.

II модус — ***отрицающе-утверждающий*** (modus tollendo ponens).

Отрицающе-утверждающий модус (для случая двучленной разделительной посылки) в виде правила вывода в алгебре логики может быть записан следующим образом:

$$\frac{a \vee b, \overline{a}}{b};\ \frac{a \vee b, \overline{b}}{a};\ \frac{a \dot{\vee} b, \overline{a}}{b};\ \frac{a \dot{\vee} b, \overline{b}}{a}.$$

Логический союз «или» здесь может употребляться в двух смыслах: как строгая дизъюнкция ($\vee$) и как нестрогая дизъюнкция ($\vee$), т. е. характер дизъюнкции на необходимость заключения по этому модусу не влияет.

Выводы по этому модусу выражаются четырьмя формулами, которые являются законами логики:

1) $((a \vee b) \wedge \overline{a}) \rightarrow b;$ 3) $((a \dot{\vee} b) \wedge \overline{a}) \rightarrow b;$

2) $((a \vee b) \wedge \overline{b}) \rightarrow a;$ 4) $((a \dot{\vee} b) \wedge \overline{b}) \rightarrow a.$

Способы решения задач могут быть общими или частными

Этот способ решения задач — частный.

Этот способ решения задач не является общим.

В разделительной посылке должны предусматриваться все возможные альтернативы (это правило обязательно для второго модуса).

Огромна познавательная роль умозаключений: на них основана система доказательства или опровержения, они играют большую роль в выдвижении и развитии гипотез, в построении научных теорий. Везде, где возникает проблемная ситуация, где необходимо опровергнуть ложное высказывание, где необходимо размышлять, т. е. сопоставлять, анализировать, сравнивать, мы обращаемся к умозаключениям.

Дилеммы

К дедуктивным умозаключениям относятся *дилеммы* — сложный выбор одной из двух нежелательных для человека (или для группы людей) альтернатив по принципу: «Из двух зол надо выбрать наименьшее».

Дилеммы бывают *конструктивными* и *деструктивными;* каждая в свою очередь делится на *простую* и *сложную.* Мы рассмотрим лишь конструктивные дилеммы, ибо они в мышлении встречаются часто.

В простой конструктивной дилемме в первой (условной) посылке утверждается, что из двух различных оснований вытекает одно и то же следствие. Во второй посылке (дизъюнктивном суждении) утверждается, что одно или другое из этих оснований истинно. В заключение утверждается следствие. Примером этого вида дилеммы является рассуждение:

Если я ночью поплыву через реку *(a)*, то меня может заметить патруль *(b)*, а если я пойду по мосту *(c)*, то меня тоже может заметить патруль *(b)*.

Но я могу плыть через реку *(a)* или идти по мосту (c).

Меня может заметить патруль *(b)*.

Схема этого вида дилеммы: $\dfrac{a \to b,\ c \to b, a \vee c}{b}$

Формула такая: $((a \to b) \wedge (c \to b) \wedge (a \vee c)) \to b$

Это формула является законом логики.

Сложная конструктивная дилемма. Она отличается от простой только тем, что оба следствия ее первой (условной) посылки различны.

Схема: $\dfrac{a \to b,\ c \to d,\ a \vee c}{b \vee d}$

Формула: $((a \to b) \wedge (c \to d) \wedge (a \vee c)) \to (b \vee d)$.

Пример дилеммы, которая встала перед капитаном танкера Ростов» Александром Котляровым. Танкер «Ростов» взял около десяти тысяч тонн автомобильного бензина и уже готовился в Туапсе к отплытию... Сейчас танкер должен сняться с якоря... Якорь уже вышел из воды... На лапе якоря висит авиабомба, пролежавшая на дне моря двадцать лет. Рядом стояли другие танкеры, тоже залитые бензином и нефтью. Пока придут минеры из Севастополя в Туапсе, бомба может взорваться каждую минуту. Перед капитаном встала дилемма:

Если я оставлю танкер в порту до прибытия минеров, то бомба может взорваться и повредить много судов; если я уведу танкер в море, то в случае взрыва пострадает только один танкер.

Я могу оставить танкер в порту до прибытия минеров или увести в море.

Следовательно, может пострадать много судов в порту или в случае взрыва пострадает только один танкер.

Танкер ушел из порта, и со второй попытки бомбу удалось утопить в море, а танкер не пострадал.

Этот вид дилеммы значительно чаще используют авторы произведений художественной литературы, когда им необходимо подчеркнуть сложность коллизий реальной жизни, неоднозначность морального выбора.

2.14. Индуктивные умозаключения

Виды индукции: полная, неполная и математическая индукция. Использование их в математике

Изучив дедукцию, рассмотрим индуктивные умозаключения (индукцию). В определении индукции в логике выявляются два подхода: 1) в традиционной логике индукцией называют умозаключение от знания меньшей степени общности к новому знанию большей степени общности, когда от отдельных частных случаев мы переходим к общему суждению; 2) в современной математической логике индукцией называют умозаключением, дающим вероятное заключение. Индукция бывает полной и неполной. Кроме того, выделяют еще математическую индукцию.

Следует подчеркнуть, что вопросы определения дедукции и индукции являются дискуссионными: существуют различные точки зрения.

Так, С. А. Лебедев в результате изучения категории «индукция» в истории философии и логики показал, что в процессе развития категории индукции произошло ее разделение на метод и вывод[1]. Так рассматривал индукцию в Древней Греции Аристотель, а в XIX в. — анг-

---

[1] См.: *Лебедев С.А.* Основные линии развития классической индукции // Индуктивная логика и формирование научного знания. М.: Наука, 1987.

лийский философ и экономист Дж. Ст. Милль и английский логик, экономист и статистик Ст. Джевонс. Индукция как метод научного познания — сложная содержательная операция, включающая в себя наблюдение, анализ, отбор материала, эксперимент и другие средства. Индукция как вывод относится к классу индуктивных умозаключений.

Позднее индукция как вывод разделилась на формальную индукцию и материальную индукцию. Оба вида индукции обозначают любой вывод, посылки которого имеют менее общий характер, чем заключение. Отличие их в том, что первая не учитывает специфики содержания посылок (обыденное, философское, конкретно-научное и др.), а вторая — учитывает, что имеет существенное значение.

Далее материальная индукция разделилась на научную и ненаучную. Научная индукция в посылках опирается только на существенные связи и отношения, благодаря чему достоверность ее заключений носит необходимый характер (хотя она и является неполной индукцией).

В современной логике термин «индукция» часто употребляют как синоним понятий «недемонстративный вывод», «вероятностный аргумент». Но отождествление понятий «индукции», «индуктивный вывод» с понятиями «вероятностный вывод», «недемонстративный аргумент» ведет к терминологическому отождествлению разных понятий, так как гносеологическая проблематика индукции шире, чем пробаематика вероятностных выводов.

Необходима четкая фиксация существенного различия классического и современного понимания индукции, что важно для решения таких вопросов методологии, как индукция и проблема открытия научных законов, индукция и ее роль в жизни и др. Вот почему для различения двух смыслов индукции С.А. Лебедев предложил классическое понимание обозначить термином «индукция$_1$» (сокращенно И$_1$), а современное — «индукция$_2$» (И$_2$)[1]. Индукция тесно связана с дедукцией.

Полной индукцией называется такое умозаключение, в котором общее заключение о всех элементах класса предметов делается на основании рассмотрения каждого элемента этого класса — это значит изучаются все предметы данного класса, а посылками служат либо единичные, либо общие суждения. Например, суждение «Все

---

[1] *Лебедев С.А.* Указ. соч. С. 108.

планеты Солнечной системы вращаются вокруг Солнца по эллиптической орбите» получено посредством полной индукции. Приведем пример полной индукции, посылками которой являются общие суждения.

Окружность может пересекаться прямой линией не более чем в двух точках.

Эллипс может пересекаться прямой линией не более чем в двух точках.

Парабола может пересекаться прямой линией не более чем в двух точках.

Гипербола может пересекаться прямой линией не более чем в двух точках.

Окружность, эллипс, парабола, гипербола — конические сечения.

Все конические сечения могут пересекаться прямой линией не более чем в двух точках.

К полной индукции относится доказательство по случаям. Много примеров доказательства по случаям предоставляет математика, в том числе ее школьный курс. Пример доказательства разбором случаев дает теорема: «Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений».

$(V = a \cdot b \cdot c)$.

При доказательстве этой теоремы рассматриваются особо следующие три случая:

1) измерения выражаются целыми числами;

2) измерения выражаются дробными числами;

3) измерения выражаются иррациональными числами.

Полная индукция дает достоверное заключение, поэтому она часто применяется в математических и в других строгих доказательствах. Чтобы использовать полную индукцию, надо выполнить следующие условия:

1. Точно знать число предметов или явлений, подлежащих рассмотрению.

2. Убедиться, что признак принадлежит каждому элементу этого класса.

3. Число элементов изучаемого класса должно быть невелико.

Неполная индукция

Она применяется тогда, когда мы, не наблюдая все случаи изучаемого явления, заключение делаем для всех. Например, мы наблюдаем электропроводность металлов, меди, свинца, железа, золота и делаем заключение, что все металлы электропроводны.

По способам обоснования заключения неполная индукция делится на три вида:

1. **Индукция через простое перечисление** (популярная индукция). Если один и тот же признак повторяется у ряда однородных предметов и отсутствует противоречащий случай, то делается заключение, что данный признак присущ всем предметам этого рода (например, считали, что все собаки лают, пока не встретили у пигмеев собак, которые не лают). Здесь объекты выбираются случайно, без всякой системы. Эта индукция дает вероятное (недостоверное) заключение. Она применяется в начале построения гипотезы. При использовании этой индукции возникает «ошибка» поспешного обобщения. Например, в случае эпидемии гриппа говорят, все болеют гриппом. Популярная индукция лежит в основе народных наблюдений (например, «грач на горе — весна на дворе») или «белая радуга зимой — к сильному морозу».

2. **Индукция через анализ и отбор фактов.** Она исключает случайность обобщения ибо люди изучают планомерно отобранные, наиболее типичные предметы — разнообразные по времени, способу получения и существования и другим условиям. Так, например, вычисляют среднюю урожайность поля, судят о всхожести семян, о составе полезных ископаемых и т.д. Люди заметили, что пчелиный мед обладает целебными свойствами. Впоследствии научные исследования показали, что в цветочном меде содержится 75—80% углеводов (глюкоза, фруктоза и др.), органические кислоты, ферменты, минеральные и ароматические вещества, ценные для питания человека. Следовательно, первоначальный вывод оказался правильным. Аналогично вывели заключение о целебных свойствах ряда лекарственных растений. Чтобы повысить степень вероятности выводов с помощью этого вида индукции, необходимо: 1) взять достаточно большое количество исследуемых экземпляров; 2) элементы класса должны быть отобраны планомерно и быть более разнообразными; 3) изучаемый признак должен быть типичным для всех элементов этого класса; 4) данный признак должен быть для них существенным.

3. **Научной индукцией** называется такое умозаключение, в котором на основании познания необходимых признаков или необходимой связи части предметов класса делается общее заключение о всех предметах класса.

Научная индукция, так же как полная индукция и математическая индукция, дает достоверное заключение. Достоверность (а не вероятностность) заключений научной индукции, хотя она и не охватывает все предметы изучаемого класса, а лишь их часть (и притом небольшую), объясняется тем, что учитывается важнейшая из необходимых связей — причинная связь. Так, с помощью научной индукции делается заключение: «Всем людям для жизнедеятельности необходима влага». В частности, Ю.С. Николаев и Е.И. Нилов в книге «Голодание ради здоровья» пишут, что человек без пищи (при полном голодании) может прожить 30—40 дней, а воду он должен пить ежедневно: без воды человек не может жить, ибо процесс обезвоживания организма ведет к нарушению внутриклеточного обмена веществ, что приводит к смерти. Голодание же, проводимое под наблюдением врачей, наоборот, способствует улучшению состояния при многих заболеваниях (например, хроническом нефрите, гипертонической болезни, стенокардии, атеросклерозе, бронхиальной астме, шизофрении, общем ожирении).

Причиной является мобилизация организма во время лечебного голода. Обычное переедание, которое ежедневно задает огромную, совершенно ненужную, работу желудку и сердцу, — одна из причин многих болезней, усталости, ранней дряхлости и сокращения срока жизни.

Применение научной индукции позволило сформулировать общие суждения и научные законы (физические законы Архимеда, Кеплера, Ома и др.). Так, закон Архимеда описывает свойство всякой жидкости оказывать давление снизу вверх на погруженное в нее тело.

С применением научной индукции получены и законы развития общества.

Научная индукция опирается не столько на большое число исследованных фактов, сколько на всесторонность их анализа и установление причинной зависимости, выделение необходимых признаков или необходимых связей предметов и явлений. Поэтому научная индукция и дает достоверное заключение

3. Математическая индукция. Она используется в математике и основана на следующей аксиоме (принципе). Пусть: 1) свойство A имеет место при $n = 1$; из предположения о том, что свойством A обладает какое-либо натуральное число n, следует, что этим свойством A обладает и число $n + 1$. Тогда делаем заключение, что свойством A обладает любое натуральное число. Методом математической индукции доказывается, что сумма n первых натуральных чисел, обозначенная $S(n)$, равна:

$\frac{n\cdot(n+1)}{2}$, т.е. $S(n) = 1+2+3+4+5+\ldots + n = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$.

Математическая индукция используется при выведении ряда формул: арифметической и геометрической прогрессий, бинома Ньютона и др.

Отечественный логик Г.И. Рузавин так пишет о том, что полная и математическая индукция дают достоверные заключения: «нам кажется вполне правомерным рассматривать такие формы индуктивных рассуждений, как полная и математическая индукция, именно в разделе об индуктивных рассуждениях, хотя заключения, основанные на них, являются достоверно истинными»[1]

Аналогичные идеи развивает А.И. Уемов. В его книге «Основы практической логики с задачами и упражнениями» в части IV «Индуктивная логика» § 3 назван «Достоверная индукция». Туда он относит полную индукцию. Другой случай достоверной индукции, пишет А.И. Уемов, — математическая индукция[2].

Там же он приводит еще два оригинальных типа достоверной индукции.

2.15. Аналогия

Умозаключение по аналогии и его виды

Термин «аналогия» означает сходство двух предметов (или двух групп предметов) в каких-либо свойствах или отношениях. Например, Земля (модель) и Марс (прототип) сходны в том отношении, что они вращаются вокруг Солнца и вокруг своей оси и потому имеют смену времен года, смену дня и ночи. По аналогии умозаключаем, что, возможно, и на Марсе есть жизнь. Посредством аналогии осуществляется перенос информации с одного предмета (модели) на другой (прототип). Посылки относятся к модели, заключение — к прототипу.

Схема аналогии свойств в традиционной логике такова:

Предмет А обладает свойствами *a, b, c, d, e, f*.
Предмет В обладает свойствами *a, b, c, d*.

Вероятно, предмет В обладает свойствами *e, f*.

---

[1] *Рузавин Г.И.* Логика и аргументация. М., 1997. С. 186.
[2] См.: *Уемов А.И.* Основы практической логики. Одесса, 1997. С. 253—254.

Аналогия — умозаключение о принадлежности предмету определенного признака (т.е. свойства или отношения) на основе сходства в признаках с другим предметом.

В зависимости от характера информации, переносимой с модели на прототип, аналогия делится на два вида: аналогия свойств и аналогия отношений. В *аналогии свойств* рассматриваются два единичных предмета или два множества однородных предметов (два класса), а переносимыми признаками являются свойства этих предметов (аналогия между Марсом и Землей, аналогия в симптомах протекания болезни у двух людей и др.). Проиллюстрируем аналогию свойств на примере. В одном и том же городе N были зафиксированы три случая хищения радиодеталей из магазинов, совершенных путем пролома в потолке, через который преступники проникли в помещение магазина. На основании умозаключения путем аналогии у расследующих преступление возникла версия, что это были одни и те же преступники. Аналогия просматривалась в трех случаях: 1) в характере совершенного преступления (кража); 2) в однотипности украденных предметов (радиодетали); 3) в пути проникновения в магазин (пролом в потолке). Версия подтвердилась. Преступники были задержаны.

В *аналогии отношений* информация, переносимая с модели на прототип, характеризует отношения между двумя предметами или двумя классами однородных предметов. Имеем отношение (aRb) и отношение (mR_1n). Аналогичными являются отношения R и R_1, но a не аналогично m, а b — n. На уроке физики учитель расскажет о том, что примером аналогии отношений является предложенная Резерфордом «планетарная» модель строения атома, которую он построил на основании аналогии отношения между Солнцем и планетами, с одной стороны, и ядром атома и электронами, которые удерживаются на своих орбитах силами притяжения ядра — с другой. Здесь R — взаимодействие противоположно направленных сил — сил притяжения и отталкивания — между планетами и Солнцем, а R_1, — взаимодействие противоположно направленных сил — сил притяжения и отталкивания — между ядром атома и электронами, но планеты не аналогичны электронам, а Солнце не аналогично ядру атома.

На основе аналогии отношений бионика занимается изучением объектов и процессов живой природы с целью использования полученных знаний в новейшей технике. Приведем ряд примеров. Летучая мышь при полете испускает ультразвуковые колебания, затем улавливает их отражения от предметов, безошибочно ориентируясь в темноте: обходит ненужные ей предметы, чтобы не натолкнуться на них в полете, находит нужные ей предметы, например, насекомых или место, где она хочет сесть, и т.д. Человек, используя этот принцип, создал радиолокаторы, обнаруживающие объекты и определяющие их местоположение в любых метеорологических условиях. Построены машины-снегоходы, принцип передвижения которых заимствован у пингвинов. Используя аналогию восприятия медузой инфразвука с частотой 8—13 колебаний в секунду (что позволяет медузе заранее распознавать приближение бури по штормовым инфразвукам), ученые создали электронный аппарат, предсказывающий за 15 часов наступление шторма. Изучено значительное количество биологических объектов, представляющих большой технический интерес. Например, гремучие змеи обладают термолокаторами, обеспечивающими измерение температуры с точностью до 0,001°С.

Кроме деления аналогий на эти два вида — свойств и отношений, — умозаключения по аналогии по характеру выводного знания (по степени достоверности заключения) можно разделить на три вида:

1) строгая аналогия, которая дает достоверное заключение;

2) нестрогая аналогия, дающая вероятное заключение;

3) ложная аналогия, дающая ложное заключение.

Строгая аналогия

Характерным отличительным признаком строгой аналогии является наличие необходимой связи между сходными признаками и переносимым признаком. Схема строгой аналогии такая:

Предмет А обладает признаками *a, b, c, d, e*.
Предмет В обладает признаками *a, b, c, d*.
Из совокупности признаков *a, b, c, d* необходимо следует *e*.
____
Предмет В обязательно обладает признаком *e*.

Строгая аналогия применяется в научных исследованиях, в математических доказательствах. Например, формулировка признаков подобия треугольников основана на строгой аналогии: «Если три угла одного треугольника равны трем углам другого треугольника, то эти треугольники подобны» (подобие — вид аналогии).

На строгой аналогии основан метод моделирования. Известно, что единство природы обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений. В физике эти аналогичные явления весьма часты. Например, аналогичными уравнениями описываются корпускулярно-волновые свойства света и аналогичные свойства электронов. Закон Кулона, определяющий силу электростатического взаимодействия двух неподвижных друг относительно друга точечных зарядов q_1, и q_2 расстояние между которыми r, выражается формулой:

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Аналогичной формулой выражен закон всемирного тяготения Ньютона:

$$F = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Здесь мы видим строгую аналогию, в которой переносимыми признаками являются не свойства, а отношения между разными объектами (электрическими зарядами и массами вещества), выраженные аналогичной структурой формул.

Строгая аналогия дает достоверный вывод, т.е. истину, обозначаемую в многозначных логиках, в классической логике, в теории вероятностей через единицу. Вероятность вывода по строгой аналогии равна единице.

Нестрогая аналогия

В отличие от строгой аналогии нестрогая аналогия дает не достоверное, а лишь вероятное заключение. Если ложное суждение обозначить через 0, а истину через 1, то степень вероятности выводов по нестрогой аналогии лежит в интервале от 1 до 0, т.е. 1> P(a) > 0, где P(a) — вероятность заключения по нестрогой аналогии.

Примерами нестрогой аналогии являются, в частности, следующие: испытание модели корабля в бассейне и заключение, что настоящий корабль будет обладать теми же параметрами, испытание прочности моста на модели, затем построение настоящего моста. Если строго выполнены все правила построения и испытания модели, то этот способ умозаключения может приближаться к строгой аналогии и давать достоверное заключение, однако чаще заключение бывает вероятным. Разница в масштабах между моделью и прототипом (самим сооружением) иногда бывает не только количественной, но и качественной. Не всегда также можно учесть различие между лабораторными условиями (испытания) модели и естественными условиями работы самого сооружения, поэтому возникают ошибки.

Примеры таких аналогий многочисленны. Возрождение старых идей при создании новой техники — сейчас закономерный процесс.

В настоящее время, например, парусные суда и дирижабли снова выходят на сцену, но они связаны с прошлой техникой лишь по отдаленной аналогии, так как создаются теперь по последним техническим достижениям и оснащены современным оборудованием и ЭВМ.

Человек в целях управления часто использует аналоговые машины. На корабле, чтобы в шторм максимально снять действие бортовой качки, устанавливаются специальные ласты, движением которых управляет аналоговая машина. Решая дифференциальное уравнение движения волн, она как бы заранее «предвидит» набегающую волну и с помощью ласт корректирует положение корабля. Аналоговые машины успешно применяются и для управления полетом самолета, в том числе при посадке, выполняя функции пилота при густом тумане над аэродромом.

В математических доказательствах используется только строгая аналогия, а при решении задач (арифметических, геометрических и др.) применяется либо алгоритм, либо нестрогая аналогия с уже решенными однотипными задачами. Значительное число интересных примеров использования аналогий в математике содержится в книге Д. Пойа «Математика и правдоподобные рассуждения».

Аналогия в математике используется и тогда, когда, пытаясь решить предложенную задачу, мы начинаем с другой, более простой. Например, при решении задачи из стереометрии мы находим подобную задачу в планиметрии; в частности, решая задачу о диагонали прямоугольного параллелепипеда, мы обращаемся к задаче о диагонали прямоугольника. В геометрии имеется аналогия между кругом и шаром. Существуют две аналогичные теоремы: «Из всех плоских фигур равной площади наименьший периметр имеет круг» и «Из всех тел равного объема наименьшую поверхность имеет шар». Д. Пойа пишет: «...сама природа расположена в пользу шара. Дождевые капли, мыльные пузыри. Солнце, Луна, наша Земля, планеты шарообразны или почти шарообразны»[1].

Д. Пойа приводит забавную аналогию из области биологии: когда в холодную ночь кот приготовляется ко сну, он поджимает лапы, свертывается и таким образом делает свое тело насколько возможно шарообразным, очевидно, для того, чтобы сохранить тепло, сделать минимальным его выделение через поверхность своего тела. «Кот, — продолжает Д. Пойа, — не имеющий ни малейшего намерения уменьшить свой объем, пытается уменьшить свою поверхность. Он решает

[1] *Пойа Д.* Математика и правдоподобные рассуждения. М., 1975. С. 187.

задачу о теле с данным объемом и наименьшей поверхностью, делая себя возможно более шарообразным»[1].

Эту аналогию можно использовать как на уроках математики, так и на уроках биологии.

Для повышения степени вероятности выводов по нестрогой аналогии следует выполнить ряд условий:

1) число общих признаков должно быть возможно большим;

2) необходимо учитывать степень существенности сходных признаков, т.е. сходные признаки должны быть существенными. Аналогия на основе сходства несущественных признаков типична для ненаучного и детского мышления. Дети могут съесть ядовитые ягоды на основе их внешнего сходства со съедобными. Но иногда и на основе чисто внешнего признака можно сделать открытие, как это было в случае открытия алмазов в Якутии;

3) общие признаки должны быть по возможности более разнородными;

4) необходимо учитывать количество и существенность пунктов различия. Если предметы различаются в существенных признаках, то заключение по аналогии может оказаться ложным;

5) переносимый признак должен быть того же типа, что и сходные признаки.

Ложная аналогия

При нарушении указанных выше правил аналогия может дать ложное заключение, т.е. стать ложной. Вероятность заключения по ложной аналогии равна нулю. Ложные аналогии иногда делаются умышленно, с целью запутывания противника, т.е. являются софистическим приемом, или делаются неумышленно, в результате незнания правил построения аналогий или отсутствия фактических знаний относительно предметов А и В и их свойств, на основании которых осуществляется аналогия. И.П. Павлов пишет о ложной аналогии доктора А.Т. Снарского, являвшегося его сотрудником: «В то время как Вульфсон собрал новый, придавший большую важность предмету материал относительно подробностей психического возбуждения слюнных желез, Снарский предпринял анализ внутреннего механизма этого возбуждения, стоя на субъективной точке зрения, т.е. считаясь с воображаемым, по аналогии с нами самими внутренним миром собак (опыты на-

[1] *Пойа Д.* Указ. соч. С. 187.

ши делались на них), с их мыслями, чувствами и желаниями. При этом-то и произошел небывалый в лаборатории случай. Мы резко разошлись друг с другом в толковании этого мира... Доктор Снарский остался при субъективном истолковании явлений, я же, пораженный фантастичностью и научной бесплодностью такого отношения к поставленной задаче, стал искать другого выхода из трудного положения». Далее И.П. Павлов отмечает: «В самом деле, трудно же, неестественно было бы думать и говорить о мыслях и желаниях какой-нибудь амебы или инфузории»[1]. Известно, что сознание человека качественно отличается от психики животных. В результате игнорирования или непонимания этого коренного различия Снарский и пришел к ложной аналогии и ложному заключению, которые И.П. Павлов характеризовал как «фантастичность и научная бесплодность»

В философии подобную ошибку делали в XIX в. «вульгарные» материалисты Л. Бюхнер, К. Фогт и Я. Молешотт, которые, проведя аналогию между печенью и мозгом, заключили, что мозг выделяет мысль так же, как печень выделяет желчь.

Примером ложной аналогии является организмическая аналогия Г. Спенсера, который выделял в обществе различные административные органы и приписывал им функции, аналогичные тем, которые возникают при разделении функций между органами живого тела.

На ложных аналогиях основаны и суеверия. Например, считается, что разбитое зеркало — к несчастью, что если перед охотой проткнуть чучело зверя, то будет удача на охоте, т.е. удастся убить животное.

Из жизни науки хорошо известно, что нахождение тезисов и аргументов в различных текстах представляет большие трудности, но этому специфическому искусству можно и нужно учиться. Логика и является теоретическим и практическим компендиумом такого искусства, которым должен хорошо владеть каждый современный ученый. Основу такого искусства безусловно составляет знание законов логики, принципов правильного мышления.

---

[1] *Павлов И.П.* Двадцатилетний опыт объективного изучения высшей нервной деятельности (поведения) животных. Условные рефлексы // Жизнь науки. М., 1973. С. 386.

Глава 3
Законы (принципы) правильного мышления

Основные характеристики правильного мышления: определенность, последовательность, непротиворечивость и доказательность

Закон мышления — это необходимая, существенная, устойчивая связь между мыслями. Наиболее простые и необходимые связи между мыслями выражаются формально-логическими законами *тождества, непротиворечия, исключенного третьего, достаточного основания.* Эти законы в логике играют особо важную роль, являются наиболее общими, лежат в основе различных логических операций с понятиями, суждениями и используются в ходе умозаключений и доказательств. Первые три закона были выявлены и сформулированы Аристотелем. Закон достаточного основания сформулирован Лейбницем. Законы логики являются отражением в сознании человека определенных отношений между предметами объективного мира.

Формально-логические законы не могут быть отменены или заменены другими. Они имеют общечеловеческий характер: они едины для всех людей различных рас, наций, классов, профессий. Эти законы сложились в результате многовековой практики человеческого познания при отражении таких обычных свойств вещей, как их устойчивость, определенность, несовместимость в одном и том же предмете одновременно наличия и отсутствия одних и тех же признаков. *Законы логики — это законы правильного мышления, а не законы самих вещей и явлений мира.*

Кроме этих четырех формально-логических законов, выражающих важные свойства правильного мышления, — *определенность, непротиворечивость, четкость мышления,* выбор «или — или» в определенных «жестких» ситуациях, — существует много других формально-логических законов, которым должно подчиняться правильное мышление в процессе оперирования отдельными формами мышления (понятиями, суждениями, умозаключениями).

Законы логики выступают в мышлении в качестве *принципов правильного рассуждения* в ходе доказательства истинных суждений и теорий и опровержения ложных суждений.

В математической логике несколько иной подход. Там законы, выраженные в виде формул, выступают как тождественно-истинные высказывания. Это означает, что формулы, в которых выражены логические законы, истинны при любых значениях их переменных. Среди тождественно-истинных формул особо выделяются такие, которые содержат одну переменную. Формулы этих законов, где под a понимаются высказывания (суждения), такие:

$a \equiv a$ — закон тождества;

$a \wedge \overline{a}$ — закон непротиворечия;

$a \vee \overline{a}$ — закон исключенного третьего.

Г.И. Рузвин пишет: «...все общезначимые (или тождественно-истинные) формулы логики могут рассматриваться как законы логики, поскольку они обеспечивают получение правильных заключений. Однако с исторической и методологической точек зрения представляется целесообразным выделить законы, сформулированные Аристотелем, как основные, во-первых, потому, что с их помощью можно объяснить специальные правила логики, во-вторых, в связи с тем, что по установившейся исторической традиции они фигурируют именно как основные, и, в-третьих, потому, что они с успехом применяются как в повседневных, так и во многих научных рассуждениях»[1].

3.1. Закон тождества

Этот закон формулируется так: *«В процессе определенного рассуждения всякое понятие и суждение должны быть тождественны самим себе».*

В математической логике закон тождества выражается следующими формулами:

$a \equiv a$ (в логике высказываний);

$A \equiv A$ (в логике классов, в которой классы отождествляются с объемами понятий).

Тождество есть равенство, сходство предметов в каком-либо отношении. Например, все жидкости тождественны в том, что они теплопроводны, упруги. Каждый предмет тождествен самому себе.

Но реально тождество существует в связи с различием. Нет и не может быть двух абсолютно тождественных вещей (например, двух листочков дерева, близнецов, двух преступлений, двух сделок и т. д.). Вещь вчера и сегодня и тождественна, и различна. Например, внеш-

[1] *Рузвин Г.И.* Логика и аргументация. М., 1997. С. 221—222.

ность человека изменяется с течением времени, но мы его узнаем и считаем одним и тем же человеком. Абстрактного, абсолютного тождества в действительности не существует, но в определенных границах мы можем отвлечься от существующих различий и фиксировать свое внимание на одном только тождестве предметов или их свойств.

В мышлении закон тождества выступает в качестве нормативного правила (принципа). Он означает, что нельзя в процессе рассуждения подменять одну мысль другой, одно понятие — другим. Нельзя тождественные мысли выдавать за различные, а различные — за тождественные.

Например, тождественными по объему будут три таких понятия: «ученый, по инициативе которого был основан Московский университет»; «ученый, сформулировавший принцип сохранения материи и движения»; «ученый, ставший с 1745 г. первым русским академиком Петербургской академии», — все они обозначают одного и того же человека (М.В. Ломоносова), но дают различную информацию о нем.

Нарушение закона тождества приводит к двусмысленностям, что можно видеть, например, в следующих рассуждениях: «Ноздрев был в некотором отношении *исторический* человек. Ни на одном собрании, где он был, не обходилось без истории» (Н.В. Гоголь). Игра слов здесь построена на употреблении омонимов.

В мышлении нарушение закона тождества проявляется тогда, когда человек выступает не по обсуждаемой теме, произвольно подменяет один предмет обсуждения другим, употребляет термины и понятия в другом смысле, чем принято, не предупреждая об этом. Например, идеалистом иногда считают человека, верящего в идеалы, живущего ради высокой цели, а материалистом — человека меркантильного, стремящегося к наживе, к личному обогащению и т. д.

На дискуссиях иногда спор по существу подменяют спором о словах. Иногда люди говорят о разных вещах, думая, что они имеют в виду одно и то же. Часто логическая ошибка наблюдается, когда люди употребляют *слова-омонимы*, т. е. слова, имеющие несколько значений, например «следствие», «материя», «содержание» и др. Возьмем, к примеру, высказывание: «Ученики *прослушали* разъяснения учителя». Здесь не ясно, слушали ли они внимательно учителя или, наоборот, пропустили его разъяснения. Или: «Из-за рассеянности шахматист не раз на турнирах терял *очки*». Здесь неизвестно, о каких очках идет речь. Иногда ошибка возникает при использовании личных местоимений: она, оно, мы и др., когда приходится уточнять: «Кто — он?» или «Кто — она?» В результате отождествления различных понятий возникает логическая ошибка, называемая *подменой понятия*.

Из-за нарушения закона тождества возникает и другая ошибка, называемая *подменой тезиса*. В ходе доказательства или опровержения выдвинутый тезис часто умышленно или неосознанно подменяется другим. В научных и иных дискуссиях это проявляется в приписывании оппоненту того, чего он не говорил. Такие приемы ведения дискуссий недопустимы.

Закон тождества используется в науке, искусстве, в программах для работы на ЭВМ, в школьном преподавании, в повседневной жизни.

Отождествление (или идентификация) широко используется в следственной практике, например при опознании предметов, людей, сличении почерков, документов, подписей, отпечатков пальцев.

На использовании закона тождества основаны следующие действия: опознание места преступления или происшествия, оружия, использованного преступником, установление подлинности денежных купюр, документов (паспортов, воинских удостоверений, студенческих билетов и др.).

На нарушении закона тождества основаны ложное алиби, ложные или ошибочные показания свидетелей или подсудимого в суде, указание на ложный след, ложное описание внешности преступника, ошибки свидетелей при составлении фоторобота личности преступника и др.

В математике закон тождества имеет важное значение.

Такие понятия, как «один», «два», «три» и т. д., связаны с умением различать и отождествлять вещи, а это умение и исторически, и логически предшествует умению их считать. Закон тождества «a есть a» (a тождественно a) испокон веков относился людьми к логике.

В действительности абсолютного тождества в изменяющихся предметах нет. Но для того чтобы отобразить движение в мысли, мы должны прибегнуть к идеализации и упрощению действительности.

В науках существуют различные виды и модификации тождества. Так, например, в математике это равенство, эквивалентность (равномощность, равночисленность) множеств, конгруэнтность, тождественное преобразование, тождественная подстановка и т. д.; в теории алгоритмов — одинаковость букв, устанавливаемая путем абстракции отождествления, равенство алфавитов ($A = B$), равенство конкретных слов и т. д.

Равенства обладают свойствами рефлексивности ($a = a$), симметричности (если $a = b$, то $b = a$) и транзитивности (если $a = b$ и $b = c$, то $a = c$). К равенствам применимо правило замены равного равным.

Различие также имеет свои виды и модификации: неравенство, неэквивалентность (неравномощность) множеств и т. д.; в теории алгоритмов — различие букв, неравенство конкретных слов (например, пустого и непустого слова) и др.

3.2. Применение закона тождества в математике

I. Равносильные уравнения

Равносильными называются уравнения, у которых одни и те же корни. Уравнения, которые не имеют корней, тоже считаются равносильными. Чтобы получить новое уравнение, равносильное данному, можно:

1) к левой и правой частям уравнения прибавить одно и то же число;

2) из обеих частей уравнения вычесть одно и то же число;

3) обе части уравнения умножить на одно и то же не равное нулю число;

4) обе части уравнения разделить на одно и то же не равное нулю число.

II. Тождества

Два выражения называются тождественно равными, если соответственные значения их равны при любых значениях переменных.

Замена выражения тождественно равным ему выражением называется тождественным преобразованием.

Тождеством называется равенство, верное при любых значениях входящих в него переменных.

Тождество, как и уравнение, — это равенство, содержащее переменную (букву). Но если уравнение подразумевает вопрос, при каких значениях переменного имеет место равенство, то тождество подразумевает утверждение: равенство имеет место при любом значении переменной.

Одно и то же равенство может рассматриваться и как тождество, и как уравнение.

Пример. Формулы сокращенного умножения:

1. $a^2 - \beta^2 = (a - \beta)(a + \beta)$

$(a + \beta)^2 = a^2 + 2a\beta + \beta^2$.

$(a - \beta)^2 - a^2 - 2a\beta + \beta^2$.

$a^3 + \beta^3 = (a + \beta)(a^2 - a\beta + \beta^2)$.

$a^3 - \beta^3 = (a - \beta)(a^2 + a\beta + \beta^2)$.

Разность квадратов двух выражений и произведение разности этих выражений на их сумму тождественно равны.

2. Умножение многочлена на одночлен.

$(\alpha + \beta + \dots)m = \alpha m + \beta m + m + \dots$

III. Равносильные системы

Решение системы двух уравнении с двумя неизвестными способом подстановки.

Новая система, у которой одно уравнение первоначальное, а второе получено подстановкой в это уравнение неизвестного, выраженного через другое неизвестное, будет равносильна исходной системе, т. е. имеет те же решения, что и первоначальная.

3.3. Закон непротиворечия

Если предмет *А* обладает определенным свойством, то в суждениях об *А* люди должны утверждать это свойство, а не отрицать его. Если же человек, утверждая что-либо, отрицает то же самое или утверждает нечто несовместимое с первым, налицо логическое противоречие. Формально-логические противоречия — это противоречия путаного, неправильного рассуждения. Такие противоречия затрудняют познание мира.

Древнегреческий философ и ученый Аристотель считал «самым достоверным из всех начал» следующее: «...Невозможно, чтобы одно и то же в одно и то же время было и не было присуще одному и тому же в одном и том же отношении»[1]. Эта формулировка указывает на необходимость для человека не допускать в своем мышлении и речи формально-противоречивых высказываний, в противном случае его мышление будет неправильным.

Мысль противоречива, если мы об одном и том же предмете в одно и то же время и в одном и том же отношении нечто утверждаем и то же самое отрицаем. Например: «Кама — приток Волги» и «Кама не является притоком Волги». «Ф. М. Достоевский — автор романа «Преступление и наказание» и «Ф. М. Достоевский не является автором романа «Преступление и наказание».

Противоречия не будет, если мы говорим о разных предметах или об одном и том же предмете, взятом в разное время или в разном отношении. Противоречия не будет, если мы скажем: «Осенью дождь полезен для грибов» и «Осенью дождь не полезен для уборки урожая». Суждения «Этот букет роз свежий» и «Этот букет роз не является свежим»; «Программа для решения данной задачи на ЭВМ не отлажена» и

---

[1] *Аристотель.* Метафизика. Соч.: В 4 т. М., 1976. Т. 1. С. 125.

«Программа эта отлажена», противоречия нет, если речь идет о разном времени.

Не могут быть одновременно истинными следующие четыре типа простых суждений:

1. «Данное *S* есть *P*» и «Данное *S* не есть *P*» *(единичные суждения).*
2. «Ни одно *S* не есть *P*» и «Все *S* есть *P*» *(суждения E и A).*
3. «Все *S* есть *P*» и «Некоторые *S* не есть *P*» *(суждения A и O).*
4. «Ни одно *S* не есть *P*» и «Некоторые *S* есть *P*» *(суждения E и J)*

При этом вторая пара суждений такова, что оба суждения могут быть ложными, например: «Ни один студент не является спортсменом» и «Все студенты являются спортсменами».

Чаще всего встречается определение формально-логического противоречия как конъюнкции суждения и его отрицания (*a* и *не-a*). Но логическое противоречие может быть выражено и без отрицания: оно имеет место между несовместимыми и утвердительными суждениями[1].

Закон непротиворечия не действует в логике «размытых» *(fuzzy)* множеств, ибо в ней к «размытым» множествам и «размытым» алгоритмам можно одновременно применять утверждение и отрицание (например: «Этот мужчина пожилой» и «Этот мужчина еще не пожилой», ибо понятие «пожилой мужчина» является «нечетким» понятием, не имеющим четко очерченного объема).

Таким образом, в традиционной формальной логике противоречием считается утверждение двух противоположных (как контрарных, так и контрадикторных) суждений об одном и том же предмете, взятом в одно и то же время и в одном и том же отношении. В исчислении высказываний классической двузначной логики закон непротиворечия записывается следующей формулой: $\overline{a \wedge a}$

Закон непротиворечия читается так: *«Два противоположных суждения не могут быть истинными в одно и то же время и в одном и том же отношении».*

Если в мышлении (и речи) человека обнаружено формально-логическое противоречие, то такое мышление считается неправильным, а суждение, из которого вытекает противоречие, отрицается и считается ложным. Поэтому в полемике при опровержении мнения оппонента широко используется метод «приведения к абсурду».

---

[1] Следует различать два аспекта: отношение противоречия между высказываниями (или суждениями) и противоречие как синоним тождественно-ложной формулы. Если два суждения (*a* и *b*) или несколько суждений не могут быть истинными одновременно, то эти суждения называются несовместимыми и/или противоречащими.

Диалектические противоречия процесса познания иногда выражаются в форме (структуре) формально-логических противоречий, например: опровержение гипотезы путем опровержения (фальсификации) следствий, противоречащих опытным фактам или ранее известным законам; выступления докладчика и оппонента, обвинителя и защитника; взгляды людей, придерживающихся конкурирующих гипотез; мышление врача (или врачей при консилиуме), получившего клинические анализы, несовместимые с ранее поставленным диагнозом болезни. Во всех этих и подобных им ситуациях фиксируется несовместимость суждения *а* и *не-а*, например, несовместимость какого-либо суждения *а* из прежней теории и суждения *не-а*, выражающего мысль о новом полученном опытном факте, т. е. фиксируется мысль, что суждения *а* и *не-а* не могут быть оба истинными, и поэтому их конъюнкция ложна. Отсюда (по законам классической двузначной логики) делается вывод, что требуется дальнейшее исследование, анализ.

3.4. Закон исключенного третьего

В книге «Метафизика» Аристотель сформулировал закон исключенного третьего так: «Равным образом не может быть ничего промежуточного между двумя членами противоречия, а относительно чего-то одного необходимо что бы то ни было одно либо утверждать, либо отрицать»[1].

Онтологическим аналогом этого закона является то, что в предмете указанный признак присутствует или его нет, поэтому и в мышлении мы отражаем это обстоятельство в виде закона исключенного третьего.

В двузначной традиционной логике закон исключенного третьего формулируется так: *«Из двух противоречащих суждений одно истинно, другое ложно, а третьего не дано»*. Противоречащими называются такие два суждения, в одном из которых что-либо утверждается о предмете, а в другом то же самое об этом же предмете отрицается, поэтому они не могут быть оба одновременно истинными и оба ложными; одно из них истинно, а другое обязательно ложно. Такие суждения называются *отрицающими* друг друга. Если одно из противоречащих суждений обозначить переменной *а*, то другое следует обозначать $\bar{a}$.

«А. Тьюринг — автор работы «Может ли машина мыслить?» и «А. Тьюринг не является автором работы «Может ли машина мыс-

[1] *Аристотель.* Указ. соч. С. 141.

лить?», первое истинно, второе ложно, и третьего — промежуточного — суждения не может быть.

Отрицающими (противоречащими) являются следующие пары суждений:

1. «Это *S* есть *P*» и «Это не есть *P*» (*единичные суждения*).

2. «Все *S* есть *P*» и «Некоторые *S* не есть *P*» (*суждения A* и *O*).

3. «Ни одно *S* не есть *P*» и «Некоторые *S* есть *P*» (*суждения E* и *I*).

В отношении противоречащих суждений (*A* и *O*, *E* и *I*) действует как закон исключенного третьего, так и закон непротиворечия — в этом одно из сходств данных законов.

В мышлении закон исключенного третьего предполагает четкий выбор одной из двух взаимоисключающих альтернатив. Для корректного ведения дискуссии выполнение этого требования обязательно.

Этот закон можно проиллюстрировать следующими математическими примерами. Возьмем суждения *A* — *O*.

«Все трапеции — четырехугольники» и «Некоторые трапеции не являются четырехугольниками».

Суждения *E* — *I*.

«Ни один ромб не является пятиугольником» и «Некоторые ромбы являются пятиугольниками». В этих парах суждений одно суждение истинно, другое обязательно ложно, а третьего суждения не дано.

Специфика действия закона исключенного третьего при наличии «неопределенности» в познании

Как уже отмечалось, объективными предпосылками действия в мышлении закона непротиворечия и исключенного третьего являются наличие в природе, обществе (и самом мышлении) устойчивых состояний у предметов (относительного покоя), постоянство и определенность свойств и отношений между предметами. Поэтому мы в мышлении отображаем предмет таким образом, что присущность ему того или иного свойства можем утверждать, а не отрицать, если предмет обладает этим свойством, но не то и другое вместе; и кроме того, мы мыслим так, что предмет обладает или не обладает свойством *B*, третьего не дано.

Но в природе и в обществе происходит изменение, переход предметов и их свойств в свою противоположность, поэтому нередки «переходные» состояния, «переходные» ситуации. Неопределенность в самом познании (и в одной из его форм (ступеней) — абстрактном мышлении) возникает, во-первых, в результате отражения «переходных» состояний самих предметов действительности и, во-вторых, в результате неполноты, неточности (на каком-то этапе познания) или не вполне адекватного отражения объекта познания в ходе его изучения.

Двузначная логика имеет дело с жесткой ситуацией, где суждение может быть либо истинным, либо ложным, и каждое суждение может иметь только одно из этих истинностных значений.

В мышлении закон исключенного третьего предполагает четкий выбор одной из двух взаимоисключающих альтернатив («да» или «нет»). С другой стороны, действие этого закона ограничено наличием «неопределенности» в познании. Ведь в природе, обществе и самом мышлении имеются как относительно устойчивые состояния (относительный покой), так и переходные состояния и ситуации, т. е. изменения, переход предметов и их отдельных свойств в свою противоположность (например, новая автомашина превращается в старую, модная одежда устаревает и становится немодной и др.). Поэтому и в самом процессе *познания,* отражающем эти «переходные» состояния объективных предметов и процессов природы и общества, часто возникает неопределенность. Кроме того, отражение объективного мира на определенном этапе познания всегда неполно, неточно, так как соответствует лишь этому этапу знаний человека о мире. Например, о единичных будущих событиях (в их число входят и возможные катастрофы) очень часто мы не можем заранее сказать, какое суждение будет истинным: «Завтра я обязательно выиграю на спортивной арене этот турнир по теннису» или «Завтра я ни за что не выиграю на спортивной арене этот турнир по теннису». Ни одно из этих двух противоречащих суждений не имеет определенного истинностного значения до момента окончания действия.

Закон исключенного третьего не действует тогда, когда вводится третье значение истинности суждений (высказываний) — «неопределенно» (например, в социологических анкетах предлагаются ответы: «да», «нет» и «не знаю»; при голосовании предусматриваются следующие позиции: «за», «против» и «воздержался»). В такого рода ситуациях мы попадаем в сферу действия трехзначной логики. В неклассических *многозначных логиках* закон исключенного третьего, т. е. формула $a \vee \bar{a}$ не является тавтологией (или выводимой формулой).

Следует отметить, что закон исключенного третьего не всегда действует и в *классической математике,* т. е. формула не подходит для некоторых математических понятий. Например, многие функции не являются ни четными, ни нечетными.

Следует отметить, что в конструктивной математике и логике закон исключенного третьего, т. е. формула $a \vee \bar{a}$ отвергается, т. е. не считается законом логики. Это связано с тем, что нет алгоритма проверки, какое из суждений истинно, а какое ложно, т. е. a или $\bar{a}$ для бесконечных множеств.

3.5. Закон достаточного основания

Он формулируется так: «*Всякая истинная мысль должна быть достаточно обоснованной*». С другой стороны, латинская пословица гласит: «Ошибаться свойственно всем людям, но настаивать на своих ошибках свойственно лишь глупцам».

3.6. Применение законов классической двузначной логики в информатике

Закон тождества в информатике используется в отождествлении следующих понятий: «линейный алгоритм» и «неразветвленный алгоритм».

Так как слова русского или любого другого языка имеют много достоинств, но они многозначны, размыты, поэтому плохо приспособлены для описания алгоритмов. Для записи алгоритмов нужны особые *алгоритмические языки*. «Ошибки алгоритмах — настоящее бедствие, — пишет В. Параджанов. — Из-за них космические ракеты «сходят с ума» и летят мимо цели, ломаются спутники, разбиваются самолеты, гибнут люди, взрываются заводы, портится продукция, начинается хаос, нарушается жизнь общества. На исправление ошибок уходят огромные деньги. Поэтому нужно с самого начала тщательно проверять алгоритмы»[1]. Совет В. Параджанова в связи с чтением алгоритма: «Старайся найти противоречия, нелепости, дефекты, упущения, ошибки и слабые места... Проверь, правильно ли расставлены «да» и «нет» в развилках. Может их нужно поменять местами?». В этих высказываниях речь идет о законе тождества и законе исключенного третьего (да — нет), которые применяются при составлении блок-схем. Тождественны два понятия: «ясный, доходчивый алгоритм» и «эргономичный алгоритм». Многозначны такие слова в информатике, как «шампур», «плечо развилки» (левое и правое), «объединение» и др. Два понятия тождественны: «перестановка плеч у развилки» и «рокировка».

Например, закон тождества в информатике проявляется в понятии «равносильные алгоритмы» и «равносильные преобразования». «Равносильные алгоритмы — это алгоритмы, имеющие одинаковый набор маршрутов». «При равносильных преобразованиях смысл алгоритма не меняется». Равносильные преобразования позволяют превратить плохую (неэргономичную) блок-схему в хорошую (эргономичную).

---

[1] *Параджанов В.* Занимательная информатика. М., 1998. С. 51.

Глава 4
Логические основы теории аргументации

4.1. Понятие доказательства

Эту тему мы изложим более подробно, так как умение находить тезисы и аргументы в различных текстах представляют большие трудности, но этому специфическому искусству можно и нужно учиться. Познание отдельных предметов, их свойств начинается с чувственных форм (ощущений и восприятий). Мы видим, что этот дом еще не достроен, ощущаем вкус горького лекарства и т.д. Открываемые этими формами истины не подлежат особому доказательству, они очевидны. Однако во многих случаях, например, на лекции, в сочинении, в научной работе, в докладе, в ходе полемики, на судебных заседаниях, на защите диссертации и во многих других, нам приходится доказывать, обосновывать высказываемые нами суждения.

Доказательность — важное качество правильного мышления. Доказательство связано с аргументацией, но они не тождественны.

Аргументация — способ рассуждения, включающий доказательство и опровержение, в процессе которого создается убеждение в истинности тезиса и ложности антитезиса как у самого доказывающего, так и оппонентов; обосновывается целесообразность принятия тезиса с целью выработки активной жизненной позиции и реализации определенных программ действий, вытекающих из доказываемого положения[1]. Понятие «аргументация» богаче по содержанию, чем понятие «доказательство»: целью доказательства является установление истинности тезиса, а целью аргументации — еще и обоснование целесообразности принятия этого тезиса, показ его важного значения в данной жизненной ситуации и т.п. В теории аргументации «аргумент» также понимается шире, чем в теории доказательства, ибо в первой имеются в виду не только аргументы, подтверждающие истинность тезиса, но и аргументы, обосновывающие целесообразность его принятия, демонстрирующие его преимущества по сравнению с другими подобными утверждениями (предложениями). Аргументы в процессе аргументации гораздо разнообразнее, чем в процессе доказательства.

---

[1] См.: *Брутян Г.А.* Аргументация // Вопросы философии. 1982. № 11.

Форма аргументации и форма доказательства также не совпадают полностью. Первая, как и последняя, включает в себя различные виды умозаключений (дедуктивные, индуктивные, по аналогии) или их цепь, но, кроме того, сочетая доказательство и опровержение, предусматривает обоснование. Форма аргументации чаще всего носит характер диалога, ибо аргументирующий не только доказывает свой тезис, но и опровергает антитезис оппонента, убеждая его и/или являющуюся свидетелем дискуссии аудиторию в правильности своего тезиса, стремится сделать их своими единомышленниками.

Диалог как наиболее аргументированная форма ведения беседы пришел к нам из древности (так, Древняя Греция — родина диалогов Платона, техники спора в форме вопросов и ответов Сократа и т.п.). Но диалог — это внешняя форма аргументации: оппонент может только мыслиться (что особенно наглядно проявляется в письменной аргументации). Внутренняя форма аргументации представляет собой цепь доказательств и опровержений аргументирующего в процессе доказательства им тезиса и осуществления убеждения[1]. В процессе аргументации выработка убеждений у собеседника или аудитории часто связана с их переубеждением. Поэтому в аргументации велика роль риторики в ее традиционном понимании как искусства красноречия. В этом смысле до сих пор представляет интерес «Риторика» Аристотеля, в которой наука о красноречии рассматривается как теория и практика убеждения в процессе доказательства истинности тезиса. «Слово есть великий властелин, который, обладая весьма малым и совершенно незаметным телом, совершает чудеснейшие дела. Ибо оно может и страх изгнать, и печаль уничтожить, и радость вселить, и сострадание пробудить», — писал древнегреческий ученый Горгий об искусстве аргументации[2]. Не было периода в истории, когда бы люди не аргументировали. Без аргументации высказываний невозможно интеллектуальное общение, ибо она — необходимый инструмент познания истины.

Теория доказательства и опровержения является в современных условиях средством формирования научно обоснованных убеждений. В науке ученым приходится доказывать самые различные суждения, например, суждения о том, что существовало до нашей эры, к какому периоду относятся предметы, обнаруженные при археологических раскопках, об атмосфере планет Солнечной системы, о звездах и галактиках Вселенной, теоремы математики, суждения о направлениях разви-

---

[1] См.: *Брутян Г.А.* Аргументация. Ереван, 1984.
[2] См.: *Маковельский А.О.* Софисты. Баку, 1940. Вып. 1. С. 36—37.

тия электронной техники, о возможности долгосрочных прогнозов погоды, о тайнах Мирового океана и космоса. Все эти суждения должны быть научно обоснованы.

Доказательство — это совокупность логических приемов обоснования истинности тезиса. Доказательство связано с убеждением, но не тождественно ему: доказательства должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны, например, на предрассудках, на неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, на видимости доказательности, основанной на различного рода софизмах. Поэтому убедить — еще не значит доказать.

А.А. Ивин во введении пишет: «Убеждение — одна из центральных категорий человеческой жизни и деятельности. Одновременно это одна из сложных, противоречивых, с трудом поддающихся анализу категорий.

… С другой стороны, есть люди, которых невозможно убедить в самых простых математических истинах. Так, философ А. Шопенгауэр назвал доказательство известной теоремы Пифагора «мышеловкой» и отказался его принять. Другой философ, Т. Гоббс, прочитав формулировку этой теоремы, воскликнул: «Боже, но это невозможно!». Его соотечественник И. Ньютон, читая в студенческие годы геометрию Евклида, напротив, пропускал доказательства теорем, считая их само собой очевидными и потому излишними[1].

Структура доказательства: тезис, аргументы, демонстрация

Тезис — это суждение, истинность которого надо доказать. Аргументы — это те истинные суждения, которыми пользуются при доказательстве тезиса. *Формой доказательства*, или *демонстрацией*, называется способ логической связи между тезисом и аргументами.

Приведем пример доказательства. Поль С. Брэгг высказал такой тезис: «Купить здоровье нельзя, его можно только заработать своими собственными постоянными усилиями». Этот тезис он обосновывает так: «Только упорная и настойчивая работа над собой позволит каждому сделать себя энергичным долгожителем, наслаждающимся бесконечным здоровьем. Я сам заработал здоровье своей жизнью. Я здоров 365 дней в году, у меня не бывает никаких болей, усталости, дряхлости тела. И вы можете добиться таких же результатов!»[2].

---

[1] *Ивин А.А.* Основы теории аргументации. М., 1997. С. 3.

[2] *Брэгг П.С.* Чудо голодания. М., 1989. С. 6. Он умер в декабре 1976 г. в возрасте 95 лет. Во время катания на доске у побережья Флориды его накрыла гигантская волна. Его оплакивали 5 детей, 12 внуков, 14 правнуков и тысячи последователей.

Виды аргументов

Различают несколько видов аргументов:

1. **Удостоверенные единичные факты.** К такого рода аргументам относится так называемый фактический материал, т.е. статистические данные о населении, территории государства, выполнении плана, количестве вооружения, свидетельские показания, подписи на документах, научные данные, научные факты. Роль фактов в обосновании выдвинутых положений, в том числе научных, велика. В «Письме к молодежи» И.П. Павлов призывал молодых ученых к изучению и накоплению фактов: «Изучайте, сопоставляйте, накопляйте факты.

Как ни совершенно крыло птицы, оно никогда не смогло бы поднять ее ввысь, не опираясь на воздух.

Факты — воздух ученого. Без них вы никогда не сможете взлететь. Без них ваши «теории» — пустые потуги.

Но изучая, экспериментируя, наблюдая, старайтесь не оставаться у поверхности фактов. Не превращайтесь в архивариусов фактов. Пытайтесь проникнуть в тайну их возникновения. Настойчиво ищите законы, ими управляющие»[1].

Ценой десятков тысяч проведенных опытов, сбора научных фактов И.В. Мичурин создал стройную систему выведения новых сортов растений. Сначала он увлекся работами по акклиматизации изнеженных южных и западноевропейских плодовых культур в условиях средней полосы России. Путем гибридизации он сумел создать свыше 300 сортов плодовых и ягодных культур. Это яркий пример того, как подлинный ученый собирает и обрабатывает огромный научный фактический материал.

2. **Определения как аргументы доказательства.** Определения понятий обычно даются в каждой науке. Правила определения и виды определений понятий были рассмотрены в теме «Понятие», и там же были приведены многочисленные примеры определения понятий в различных наук: математики, химии, биологии, географии и пр.

3. **Аксиомы.** В математике, механике, теоретической физике, математической логике и других науках, кроме определений, вводят аксиомы. *Аксиомы* — это суждения, которые принимаются в качестве аргументов без доказательства.

4. **Ранее доказанные законы науки и теоремы как аргументы доказательства.** В качестве аргументов доказательства могут высту-

---

[1] *Павлов И.П.* Избранные произведения. М., 1951. С. 51—52.

пать ранее доказанные законы физики, химии, биологии и других наук, теоремы математики. Юридические законы являются аргументами в ходе судебного доказательства.

В ходе доказательства какого-либо тезиса может использоваться не один, а несколько из перечисленных видов аргументов.

4.2. Прямое и непрямое (косвенное) доказательства

Доказательства по форме делятся на прямые и непрямые (косвенные). Прямое доказательство идет от рассмотрения аргументов к доказательству тезиса, т.е. истинность тезиса непосредственно обосновывается аргументами. Схема этого доказательства такая: из данных аргументов (a, b, c, ...) необходимо следует доказываемый тезис q. По этому типу проводятся доказательства в судебной практике, в науке, в полемике, в сочинениях школьников, при изложении материала учителем и т.д.

Широко используется прямое доказательство в статистических отчетах, в различного рода документах, в постановлениях, в художественной и другой литературе. Приведем пример прямого доказательства.

В работе «Моя родина» М.М. Пришвин сформулировал несколько важных тезисов и привел для их подтверждения множество аргументов. Обозначим тезисы буквой Т, а аргументы — буквой А (с индексами).

Он пишет: «Мои молодые друзья! Мы — хозяева нашей природы (A_1), и она для нас кладовая солнца с великими сокровищами жизни (A_2). Мало того, чтобы сокровища эти сохранять — их надо открывать и показывать (A_3).

Для рыбы нужна чистая вода — будем охранять наши водоемы (A_4). В лесах, степях, горах разные ценные животные — будем охранять наши леса, степи, горы (A_5).

Рыбе — вода, птице — воздух (A_6), зверю — лес, степь, горы (A_7). А человеку нужна родина (T_1). И охранять природу (T_2) — значит охранять родину (T_3)».

Тезисы: «Человеку нужна родина» (T_1).

«Надо охранять природу» (T_2).

«Охранять природу — значит охранять родину» (T_3).

К тезису T_2 приведены аргументы, которые пронумерованы в тексте так:

A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7.

Как мы видим, нахождение тезисов и аргументов в значительном тексте представляет определенные трудности.

Умение формулировать тезис (основную мысль) и находить нужные аргументы крайне необходимо. Этим навыкам учащиеся должны обучаться в начальной и средней школе.

В ниже приведенных высказываниях о сребролюбии четко выделен тезис: «Сребролюбие – корень всех зол». К этому тезису приведено множество аргументов.

Апостол Павел говорит, что *корень всех зол есть сребролюбие*.

Святитель Власий об этой страсти пишет так: «Страсть эта, дошедшая до скупости, положительно ненасытна: сколько бы человек ни приобрел, ему все кажется мало, и забота о земном, о материальном, о наживе постоянно отвлекает его мысль от неба и от Бога. Маммона, быть может, самый низкий и грубый кумир, перед которым преклоняются люди: он стоит постоянной стеной между человеком и Богом, не допускает дел милосердия и любви к ближнему, вытравливает из души все высшие, благородные чувства, делая ее грубой и бесчеловечной. Нет, кажется, в мире того преступления, которое не было бы совершено ради страсти к богатству.

Об этом кумире Господь прямо говорит: *Не можете служить Богу и маммоне* (Мф. VI, 24), и страшная правда этих слов оправдалась на одном из близких учеников Его, Иуде, предавшем своего Учителя за тридцать сребреников»[1].

Непрямое (косвенное) доказательство — это доказательство, в котором истинность выдвинутого тезиса обосновывается путем доказательства ложности антитезиса. Если тезис обозначить буквой a, то его отрицание ($\overline{a}$) будет антитезисом, т.е. противоречащим тезису суждением.

Апагогическое косвенное доказательство (или доказательство «от противного») осуществляется путем установления ложности противоречащего тезису суждения. Этот метод часто используется в математике.

Пусть a — тезис или теорема, которую надо доказать. Предполагаем от противного, что a ложно, т.е. истинно не-a (или $\overline{a}$). Из допущения a выводим следствия, которые противоречат действительности или ранее доказанным теоремам. Имеем $a \vee \overline{a}$, при этом $\overline{a}$ — ложно,

---

[1] Святитель Власий, епископ Кинешемский. Беседы на Евангелие от Марка. М., 2005. С. 621—622.

значит, истинно его отрицание, т.е. $\bar{\bar{a}}$, которое по закону двузначной классической логики ($\bar{\bar{a}} \to a$) даст a. Значит, истинно a, что и требовалось доказать.

Следует заметить, что в конструктивной логике формула $\bar{\bar{a}} \to a$ не является выводимой, поэтому в этой логике и в конструктивной математике ею пользоваться в доказательствах нельзя. Закон исключенного третьего здесь также «отвергается» (не является выводимой формулой), поэтому косвенные доказательства здесь не применяются. Примеров доказательства «от противного» очень много в школьном курсе математики. Так, например, доказывается теорема о том, что из точки, лежащей вне прямой, на эту прямую можно опустить лишь один перпендикуляр. Методом «от противного» доказывается и следующая теорема: «Если две прямые перпендикулярны к одной и той же плоскости, то они параллельны». Доказательство этой теоремы прямо начинается словами: «Предположим противное, т.е. что прямые АВ и CD не параллельны».

Разделительное доказательство (методом исключения). Антитезис является одним из членов разделительного суждения, в котором должны быть обязательно перечислены все возможные альтернативы, например:

Самолет мог потерпеть аварию или из-за технических неисправностей, или из-за ошибки экипажа самолета, или из-за диверсии. Доказано, что авария не произошла ни из-за технических неисправностей, ни из-за ошибки экипажа. Авария самолета произошла в результате диверсии.

Истинность тезиса устанавливается путем последовательного доказательства ложности всех членов разделительного суждения, кроме одного.

Здесь применяется структура отрицающе-утверждающего модуса разделительно-категорического силлогизма. Заключение будет истинным, если в разделительном суждении предусмотрены все возможные случаи (альтернативы), т.е. если оно является закрытым (полным) дизъюнктивным суждением:

$$\frac{a \vee b \vee c \vee d; \bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}}{d}.$$

Как отмечалось ранее, в этом модусе союз «или» может употребляться и как строгая дизъюнкция ($\dot{\vee}$), и как нестрогая дизъюнкция ($\vee$), поэтому ему отвечает также схема:

$$\frac{a \dot\vee b \dot\vee c \dot\vee d; \overline{a} \wedge \overline{b} \wedge \overline{c}}{d}.$$

4.3. Понятие опровержения

Опровержение — логическая операция установления ложности или необоснованности ранее выдвинутого тезиса.

Опровержение должно показать, что: 1) неправильно построено само доказательство (аргументы или демонстрация); 2) выдвинутый тезис ложен или не доказан.

Суждение, которое надо опровергнуть, называется *тезисом опровержения*. Суждения, с помощью которых опровергается тезис, называются *аргументами опровержения*.

Существуют три способа опровержения: I) опровержение тезиса (прямое и косвенное); II) критика аргументов; III) выявление несостоятельности демонстрации.

I. Опровержение тезиса (прямое и косвенное)

Опровержение тезиса осуществляется с помощью следующих трех способов (первый — прямой способ, второй и третий — косвенные способы).

1. **Опровержение фактами** — самый верный и успешный способ опровержения. Ранее говорилось о роли подбора фактов, о методике оперирования ими; все это должно учитываться и в процессе опровержения фактами, противоречащими тезису. Должны быть приведены действительные события, явления, статистические данные, которые противоречат тезису, т.е. опровергаемому суждению. Например, чтобы опровергнуть тезис «На Венере возможна органическая жизнь», достаточно привести такие данные: температура на поверхности Венеры 470—480°С, а давление — 95—97 атмосфер. Эти данные свидетельствуют о том, что жизнь на Венере невозможна.

2. **Устанавливается ложность (или противоречивость) следствий, вытекающих из тезиса.** Доказывается, что из данного тезиса вытекают следствия, противоречащие истине. Этот прием называется «сведение к абсурду» *(reductio ad absurdum)*. Поступают так: опровергаемый тезис временно признается истинным, но затем из него выводятся такие следствия, которые противоречат истине.

3. **Опровержение тезиса через доказательство антитезиса.** По отношению к опровергаемому тезису (суждению *a*) выдвигается противоречащее ему суждение (т.е. не-*a*), и суждение не-*a* (антитезис) до-

казывается. Если антитезис истинен, то тезис ложен, и третьего не дано по закону исключенного третьего.

Например, надо опровергнуть широко распространенный тезис: «Все собаки лают» (суждение А, общеутвердительное). Для суждения А противоречащим будет суждение О — частноотрицательное: «Некоторые собаки не лают». Для доказательства последнего достаточно привести несколько примеров или хотя бы один пример: «Собаки у пигмеев никогда не лают»[1]. Итак, доказано суждение О. В силу закона исключенного третьего, если О — истинно, то А — ложно. Следовательно, тезис опровергнут.

II. Критика аргументов

Подвергаются критике аргументы, которые были выдвинуты оппонентом в обосновании его тезиса. Доказывается ложность или несостоятельность этих аргументов.

Ложность аргументов не означает ложности тезиса: тезис может оставаться истинным:

$$\frac{a \to b, \overline{a}}{\textit{Вероятно}, \overline{b}}$$

Нельзя достоверно умозаключать от отрицания основания к отрицанию следствия. Но бывает достаточно показать, что тезис не доказан. Иногда бывает, что тезис истинен, но человек не может подобрать для его доказательства истинные аргументы. Случается и так, что человек не виновен, но не имеет достаточных аргументов для доказательства этого. В ходе опровержения аргументов следует об этих случаях помнить.

III. Выявление несостоятельности демонстрации

Этот способ опровержения состоит в том, что показываются ошибки в форме доказательства. Наиболее распространенной ошибкой является та, что истинность опровергаемого тезиса не вытекает, не следует из аргументов, приведенных в подтверждение тезиса. Доказательство может быть неправильно построенным, если нарушено какое-либо правило дедуктивного умозаключения или сделано «поспешное обобщение», т.е. неправильное умозаключение от истинности суждения I к истинности суждения А (аналогично, от истинности суждения О к истинности суждения Е).

---

[1] По материкам и странам. М., 1981. С. 79.

Но обнаружив ошибки в ходе демонстрации, мы опровергаем ее ход, но не опровергаем сам тезис. Задача же доказательства истинности тезиса лежит на том, кто его выдвинул.

Часто все перечисленные способы опровержения тезиса, аргументов, хода доказательства применяются не изолированно, а в сочетании друг с другом.

4.4. Правила доказательного рассуждения. Логические ошибки, встречающиеся в доказательствах и опровержениях

Если будет нарушено хотя бы одно из перечисленных ниже правил, то могут произойти ошибки относительно доказываемого тезиса, ошибки по отношению к аргументам и ошибки в форме доказательства.

Правила по отношению к тезису

1. **Тезис должен быть логически определенным, ясным и точным.**

Иногда люди в своем выступлении, письменном заявлении, научной статье, докладе, лекции не могут четко, ясно, однозначно сформулировать тезис. Так, выступающий на собрании не может четко сформулировать основные положения своего выступления и потому веско аргументировать их перед слушателями. И слушатели недоумевают, зачем он выступал в прениях и что хотел им доказать.

2. **Тезис должен оставаться тождественным,** т.е. одним и тем же, на протяжении всего доказательства или опровержения. Нарушение этого правила ведет к логической ошибке — «подмене тезиса».

Ошибки относительно доказываемого тезиса

1. **«Подмена тезиса».** Тезис должен быть ясно сформулирован и оставаться одним и тем же на протяжении всего доказательства или опровержения — так гласят правила по отношению к тезису. При нарушении их возникает ошибка, называемая «подменой тезиса». Суть ее в том, что один тезис умышленно или неумышленно подменяют другим и начинают этот новый тезис доказывать или опровергать. Это часто случается во время спора, дискуссии, когда тезис оппонента сначала упрощают или расширяют его содержание, а затем начинают критиковать. Тогда тот, кого критикуют, заявляет, что оппонент «передергивает» его мысли (или слова), приписывает ему то, чего он не гово-

рил. Ситуация эта весьма распространена, она встречается и при защите диссертаций, и при обсуждении опубликованных научных работ, и на различного рода собраниях и заседаниях, и при редактировании научных и литературных статей.

Здесь происходит нарушение закона тождества, так как нетождественные тезисы пытаются отождествлять, что и приводит к логической ошибке.

2. **«Довод к человеку».** Ошибка состоит в подмене доказательства самого тезиса ссылками на личные качества того, кто выдвинул этот тезис. Например, вместо того чтобы доказывать ценность и новизну диссертационной работы, говорят, что диссертант — заслуженный человек, он много потрудился над диссертацией и т.д. Разговор классного руководителя с учителем, например русского языка, об оценке, поставленной ученику, иногда сводится не к аргументации, что данный ученик заслужил эту оценку своими знаниями, а к ссылкам на личные качества ученика: добросовестен в учебе, много болел в этой четверти, по всем другим предметам он успевает и т.д

В научных работах иногда вместо конкретного анализа материала, изучения современных научных данных и результатов практики в подтверждение приводят цитаты из высказываний крупных ученых, видных деятелей и этим ограничиваются, полагая, что одной ссылки на авторитет достаточно. Причем цитаты могут вырываться из контекста и иногда произвольно трактоваться. «Довод к человеку» часто представляет собой просто софистический прием, а не ошибку, допущенную непреднамеренно.

Разновидностью «довода к человеку» является ошибка, называемая «довод к публике», состоящая в попытке повлиять на чувства людей, чтобы те поверили в истинность выдвинутого тезиса, хотя его и нельзя доказать.

3. **«Переход в другой род».** Имеются две разновидности этой ошибки: а) «кто слишком много доказывает, тот ничего не доказывает»; б) «кто слишком мало доказывает, тот ничего не доказывает».

В первом случае ошибка возникает тогда, когда вместо одного истинного тезиса пытаются доказать другой, более сильный тезис, и при этом второй тезис может оказаться ложным. Если из a следует b, но из b не следует a, то тезис a является более сильным, чем тезис b. Например, если вместо того, чтобы доказывать, что этот человек не начинал первым драку, начинают доказывать, что он и не участвовал в драке, то этим ничего не смогут доказать, если этот человек действительно дрался и это видели свидетели

Ошибка «кто слишком мало доказывает, тот ничего не доказывает» возникает тогда, когда вместо тезиса *a* мы докажем более слабый тезис *b*. Например, если, пытаясь доказать, что это животное — зебра, мы доказываем, что оно полосатое, то ничего не докажем, ибо и тигр — тоже полосатое животное.

Правила по отношению к аргументам

1. Аргументы, приводимые для доказательства тезиса, должны быть истинными и не противоречащими друг другу.

2. Аргументы должны быть достаточным основанием для доказательства тезиса.

3. Аргументы должны быть суждениями, истинность которых доказана самостоятельно, независимо от тезиса.

Ошибки в основаниях (аргументах) доказательства

1. **Ложность оснований («основное заблуждение»).** В качестве аргументов берутся не истинные, а ложные суждения, которые выдают или пытаются выдать за истинные. Ошибка может быть непреднамеренной. Например, до Коперника ученые считали, что Солнце вращается вокруг Земли и, исходя из этого ложного аргумента, строили свои теории. Ошибка может быть и преднамеренной (софизмом) с целью запутать, ввести в заблуждение других людей (например, дача ложных показаний свидетелями или обвиняемыми в ходе судебного расследования, неправильное опознание вещей или людей и т.п., из чего затем делаются ложные заключения).

2. **«Предвосхищение оснований».** Аргументы не доказаны, а тезис опирается на них. Недоказанные аргументы только предвосхищают, но не доказывают тезис.

3. **«Порочный круг».** Ошибка состоит в том, что тезис обосновывается аргументами, а аргументы обосновываются этим же тезисом. Например, это смешное потому, что вызывает смех. Этот человек добросовестный, потому что он добросовестно относится к своей работе.

Правило по отношению формы обоснования тезиса (демонстрации)

Тезис должен быть заключением, логически следующим из аргументов по общим правилам умозаключений или полученным в соответствии с правилами косвенного доказательства.

Ошибки в форме доказательства

1. **Мнимое следование.** Если тезис не следует из приводимых в его подтверждение аргументов, то возникает ошибка, называемая «не

вытекает», «не следует». Люди иногда вместо правильного доказательства соединяют аргументы с тезисом посредством слов «следовательно», «итак», «таким образом», «в итоге имеем» и т.п., полагая, что они установили логическую связь между аргументами и тезисом. Эту логическую ошибку часто неосознанно допускает тот, кто не знаком с правилами логики и полагается только на свой здравый смысл и интуицию. В результате возникает словесная видимость доказательства.

В качестве примера логической ошибки мнимого следования Б.А. Воронцов-Вельяминов в своем учебнике «Астрономия» указал на широко распространенное мнение, что шарообразность Земли якобы доказывается следующими аргументами: 1) при приближении корабля к берегу сначала из-за горизонта показываются верхушки мачт, а потом уже корпус корабля; 2) возможны и осуществлялись кругосветные путешествия и др. Но из этих аргументов следует не то, что Земля имеет форму шара (или, точнее, геоида), а только то, что Земля имеет кривизну поверхности, замкнутость формы. Для доказательства шарообразной формы Земли Б.А. Воронцов-Вельяминов предлагает другие аргументы: а) в любом месте Земли горизонт представляется окружностью, и дальность горизонта всюду одинакова; б) во время лунного затмения тень Земли, падающая на Луну, всегда имеет округлые очертания, что может быть только в том случае, если Земля шарообразна.

2. **От сказанного с условием к сказанному безусловно.** Аргумент, истинный только с учетом определенного времени, отношения, меры, нельзя приводить в качестве безусловного, верного во всех случаях. Так, если кофе полезен в небольших дозах (для поднятия артериального давления, например), то в больших дозах он вреден. Аналогично, если мышьяк в небольших дозах добавляют в некоторые лекарства, то в больших дозах он — яд. Лекарства врачи должны подбирать для больных индивидуально. Педагогика требует индивидуального подхода к учащимся. Этика определяет нормы поведения людей, и в различных условиях они могут несколько варьироваться (например, правдивость — положительная черта человека, но если человек выдаст тайну врагу, то это будет преступлением).

3. **Нарушение правил умозаключений (дедуктивных, индуктивных, по аналогии):**

а) *ошибки в дедуктивных умозаключениях.* Например, в условно-категорическом умозаключении нельзя вывести заключение от утверждения следствия к утверждению основания. Так, из посылок «Если число оканчивается на 0, то оно делится на 5» и «Это число делится на 5» не следует вывод: «Это число оканчивается на О». Ошибки в дедуктивных умозаключениях были подробно освещены ранее;

б) *ошибки в индуктивных умозаключениях.* «Поспешное обобщение», например, утверждение, что «все свидетели дают необъективные показания». Другой ошибкой является «после этого — значит, по причине этого» (например, пропажа вещи обнаружена после пребывания в доме этого человека, значит, он ее унес);

в) *ошибки в умозаключениях по аналогии.* Например, африканские пигмеи неправомерно умозаключают по аналогии между чучелом слона и живым слоном. Перед охотой на слона они устраивают ритуальные танцы, изображая эту охоту, копьями протыкают чучело слона, считая (по аналогии), что и охота на живого слона будет удачной, т.е. что им удастся пронзить его копьем. Этот ритуал ярко описан в книге «Страны и материки». Приведем отрывки из этого описания: «Охота на слонов требует особых приготовлений. Нужно умилостивить злых духов, получить моральную поддержку всех обитателей деревни... Накануне охоты в деревне разыгрывают настоящий спектакль, в котором охотники, сделав чучело слона и поставив его на поляне, показывают своим сородичам, как они будут охотиться. «Артисты» сначала осторожно двигаются, внимательно прислушиваясь и вглядываясь вперед. Знаками они поддерживают связь друг с другом... Тут вступают в игру барабаны. Они громко бьют, предупреждая, что охотники нашли след...

Внезапно всех как будто пронизывает электрическим током: я вздрагиваю и почти перестаю крутить ручку киноаппарата. Барабаны громыхают: «Бум!» Предводитель резко выпрямляется, машет рукой товарищам и со страхом и ликованием взор устремляет в чучело слона, которое в этот момент всем присутствующим кажется настоящим, живым гигантом... Охотники замирают и несколько секунд, показавшихся мне бесконечно долгими, смотрят на слона. Затем охотники отходят на семь или восемь шагов и начинают взволнованно обсуждать план атаки... Предводитель должен первым поразить слона копьем. Он подкрадывается к слону сзади, но вдруг его глаза расширяются от страха, как будто слон стал поворачиваться, и он стремглав бросается к лесу... Три раза предводитель подкрадывается к слону и три раза убегает прочь... Затем охотники, изобразив преследование раненого слона, бросаются на него, яростно обрушивают копья в чучело и опрокидывают его... Охотники исполняют вокруг поверженного чучела свой победный танец... Через 5 минут под аккомпанемент барабанов пляшут уже все зрители — энергично и весело»[1].

---

[1] Страны и материки. М., 1981. С. 79—82.

4.5. Понятие о софизмах и логических парадоксах

Непреднамеренная ошибка, допущенная человеком в мышлении, называется *паралогизмом*. Паралогизмы допускают многие люди. Преднамеренная ошибка с целью запутать своего противника и выдать ложное суждение за истинное называется *софизмом*. Софистами называют людей, которые ложь пытаются выдать за истину путем различных ухищрений.

В математике имеются математические софизмы. В конце XIX — начале XX в. большой популярностью среди учащихся пользовалась книга В.И. Обреимова «Математические софизмы», в которой собраны многие софизмы. И в ряде современных книг собраны интересные математические софизмы[1]. Например, Ф.Ф. Нагибин формулирует следующие математические софизмы:

1) «5 – 6»;
2) «2 × 2 = 5»;
3) «2 = 3»;
4) «Все числа равны между собой»;
5) «Любое число равно половине его»;
6) «Отрицательное число равно положительному»;
7) «Любое число равно нулю»;
8) «Из точки на прямую можно опустить два перпендикуляра»;
9) «Прямой угол равен тупому»;
10) «Всякая окружность имеет два центра»;
11) «Длины всех окружностей равны» и многие другие.

2 х 2 = 5. Требуется найти ошибку в следующих рассуждениях. Имеем числовое тождество: 4 : 4 = 5 : 5. Вынесем за скобки в каждой части этого тождества общий множитель. Получим 4 (1 : 1) = 5 (1 : 1). Числа в скобках равны. Поэтому 4 = 5, или 2 × 2 = 5.

5 = 1. Желая доказать, что 5 = 1, будем рассуждать так. Из чисел 5 и 1 по отдельности вычтем одно и то же число 3. Получим числа 2 и –2. При возведении в квадрат этих чисел получаются равные числа 4 и 4. Значит, должны быть равны и исходные числа 5 и 1. Где ошибка[2]?

Понятие о логических парадоксах

Парадокс — это рассуждение, доказывающее как истинность, так и ложность некоторого суждения или (иными словами) доказы-

---

[1] См.: *Брадис В., Минковский В., Харчев А.* Ошибки в математических рассуждениях. М., 1959; *Нагибин Ф.Ф.* Математическая шкатулка. М., 1964.
[2] См.: *Нагибин Ф.Ф.* Математическая шкатулка. М., 1964. С. 81—82.

вающее как это суждение, так и его отрицание. Парадоксы были известны еще в древности. Их примерами являются: «Куча», «Лысый», «Каталог всех нормальных каталогов», «Мэр города», «Генерал и брадобрей» и др. Рассмотрим некоторые из них.

Парадокс *«Куча»*. Разница между кучей и не-кучей — не в одной песчинке. Пусть у нас есть куча (например, песка). Начинаем из нее брать каждый раз по одной песчинке, и куча остается кучей. Продолжаем этот процесс. Если 100 песчинок — куча, то 99 — тоже куча и т.д. 10 песчинок — куча, 9 — куча, ... 3 песчинки — куча, 2 песчинки — куча, 1 песчинка — куча. Итак, суть парадокса в том, что постепенные количественные изменения (убавление на 1 песчинку) не приводят к качественным изменениям.

Парадокс *«Лысый»* аналогичен парадоксу «Куча», т.е. разница между лысым и не-лысым не в одной волосинке.

Парадоксы теории множеств

В письме Готтлобу Фреге от 16 июня 1902 г. Бертран Рассел сообщил о том, что он обнаружил парадокс множества всех нормальных множеств (нормальным множеством называется множество, не содержащее себя в качестве элемента).

Примерами таких парадоксов (противоречий) являются «Каталог всех нормальных каталогов», «Мэр города», «Генерал и брадобрей» и др.

Парадокс, называемый *«Мэр города»*, состоит в следующем: каждый мэр города живет или в своем городе, или вне его. Был издан приказ о выделении одного специального города, где жили бы только мэры, не живущие в своем городе. Где должен жить мэр этого специального города? а). Если он хочет жить в своем городе, то он не может этого сделать, так как там живут только мэры, не живущие в своем городе; б). Если же он не хочет жить в своем городе, то, как и все мэры, не живущие в своих городах, должен жить в отведенном городе, т.е. в своем. Итак, он не может жить ни в своем городе, ни вне его.

Парадокс *«Генерал и брадобрей»* состоит в следующем: каждый солдат может сам себя брить или бриться у другого солдата. Генерал издал приказ о выделении одного специального солдата-брадобрея, у которого брились бы только те солдаты, которые себя не бреют. У кого должен бриться этот специально выделенный солдат-брадобрей? а). Если он хочет сам себя брить, то он этого не может сделать, так как он может брить только тех солдат, которые себя не бреют; б). Если он не будет себя брить, то, как и все солдаты, не бреющие себя, он должен бриться только у одного специального солдата-брадобрея, т.е. у себя. Итак, он не может ни брить себя, ни не брить себя. Этот парадокс аналогичен парадоксу «Мэр города».

4.6. Искусство ведения дискуссии

Роль доказательства в научном познании и дискуссиях сводится к подбору достаточных оснований (аргументов) и к показу того, что из них с логической необходимостью следует тезис доказательства. Диспут позволяет рассматривать, анализировать проблемные ситуации, развивать способность аргументированно отстаивать свои знания, свои убеждения.

О такте во время спора, диспута, дискуссии Ф. Честерфилд писал следующее: «Доказывая свое мнение и опровергая другие, если они ошибочны, будь сдержан как в словах, так и в выражениях».

Известный педагог В.А. Сухомлинский так писал о такте, о большой силе слова, которое может причинить много вреда: «Знай, что твое неразумное, холодное, равнодушное слово может обидеть, уязвить, огорчить, вызвать смятение, потрясти, ошеломить». О бестактности некоторых людей, проявляющейся в их речи, писал французский писатель, мастер афористической публицистики Ж. Лабрюйер: «Для иных людей говорить значит обижать: они колючи и едки, их речь — смесь желчи с полынной настойкой; насмешки, издевательства, оскорбления текут с их уст, как слюна». И наоборот, о роли положительных эмоций, вызванных добрыми словами, известный просветитель XVIII в. Т. Пэн писал так: «Если одно-два приветливых слова могут сделать человека счастливым, надо быть негодяем, чтобы отказать ему в этом».

Существуют различные виды диалога: спор, полемика, дискуссия, диспут, беседа, дебаты, свара, прения и др. Искусство ведения спора называют *эристикой* (от греческого — спор), так же называется и раздел логики, изучающий приемы спора. Для того чтобы дискуссия, спор были плодотворными, т.е. могли достигнуть своей цели, требуется соблюдение определенных условий. А.Л. Никифоров рекомендует помнить о соблюдении следующих условий при проведении спора. Прежде всего должен существовать предмет спора — некоторая проблема, тема, к которой относятся утверждения участников дискуссии. Если такой темы нет, спор оказывается беспредметным, вырождается в бессодержательный разговор. Относительно предмета спора должна существовать реальная противоположность мнений, спорящих сторон, т.е. стороны должны придерживаться противоположных убеждений относительно предмета спора. Если нет реального расхождения позиций, то спор вырождается в разговор о словах, т.е. оппоненты говорят об одном и том же, но используя при этом разные слова, что и создает видимость расхождения. Необходима также некоторая общая основа спора, т.е. какие-то принципы, положения, убеждения, которые признаются обеими сторонами. Если нет ни одного положения, с которым согласились бы обе стороны, то спор оказывается невозможным. Требуется некоторое знание о предмете спора: бессмысленно вступать в спор о том, о чем ты не имеешь ни малейшего представления. К условиям плодотворного спора относятся также способность быть внимательным к своему противнику, умение выслушивать и желание понимать его рассуждения, готовность признать свою ошибку и правоту собеседника. Только при соблюдении перечисленных условий дискуссия или спор могут оказаться плодотворными, т.е. могут привести к обнаружению истины или выявлению ложности, к согласию или к победе истинного мнения.

Спор — это не только столкновение противоположных мнений, но и борьба характеров. Приемы, используемые в споре, разделяются на *допустимые и недопустимые* (т.е. *лояльные и нелояльные*). Когда противники стремятся установить истину или достигнуть общего согласия, они используют только лояльные приемы. Если же кто-то из оппонентов прибегает к нелояльным приемам, то это свидетельствует о том, что его интересует только победа, добытая любыми средствами. С таким человеком не следует вступать в спор. Однако знание нелояльных приемов спора необходимо: оно помогает людям разоблачать их применение в конкретном споре. Иногда их используют бессознательно или в запальчивости, в таких случаях указание на использование нелояльных приемов служит дополнительным аргументом, свидетельствующим о слабости позиции оппонента.

А.Л. Никифоров выделяет следующие *лояльные (допустимые) приемы спора*, которые просты и немногочисленны. Важно с самого начала *захватить инициативу*, предложить свою формулировку предмета спора, план обсуждения, направлять ход полемики в нужном для вас направлении. В споре важно *не обороняться, а наступать*. Предвидя возможные аргументы оппонента, следует высказать их самому и тут же ответить на них. Важное преимущество в споре получает тот, кому удастся *возложить бремя доказывания или опровержения на оппонента*. И если он плохо владеет приемами доказательства, то может запутаться в своих рассуждениях и будет вынужден признать себя побежденным. Рекомендуется *концентрировать внимание и действия на* *наиболее слабом звене в аргументации оппонента*, а не стремиться к опровержению всех ее элементов. К лояльным приемам относится также использование *эффекта внезапности:* например, наиболее важные аргументы можно приберечь до конца дискуссии. Высказав их в конце, когда оппонент уже исчерпал свои аргументы, можно привести его в замешательство и одержать победу. К лояльным приемам относится и стремление взять *последнее слово* в дискуссии: подводя итоги спора, можно представить его результаты в выгодном для вас свете.

Некорректные, нелояльные приемы используются в тех случаях, когда нет уверенности в истинности защищаемой позиции или даже осознается ее ложность, но тем не менее есть желание одержать победу в споре. Для этого приходится ложь выдавать за истину, недостоверное — за проверенное и заслуживающее доверия.

Большая часть нелояльных приемов связана с сознательным нарушением правил доказательства[1]. Сюда относится подмена тезиса: вместо того чтобы доказывать или опровергать одно положение, доказывают или опровергают другое положение, лишь по видимости сходное с первым. В процессе спора часто стараются тезис противника сформулировать как можно более широко, а свой — максимально сузить. Более общее положение труднее доказать, чем положение меньшей степени общности.

Значительная часть нелояльных приемов и уловок в споре связана с использованием недопустимых аргументов. Аргументы, используемые в дискуссии, в споре, могут быть разделены на два вида: аргументы *ad rem* (к делу, по существу дела) и аргументы *ad hominem* (к человеку). Аргументы первого вида имеют отношение к обсуждаемому вопросу и направлены на обоснование истинности доказываемого положения. В качестве таких аргументов могут быть использованы суждения об удостоверенных единичных фактах; определения понятий, принятых в науке; ранее доказанные законы науки и теоремы. Если аргументы данного вида удовлетворяют требованиям логики, то опирающееся на них доказательство будет корректным.

Аргументы второго вида не относятся к существу дела, не направлены на обоснование истинности выдвинутого положения, а ис-

---

[1] Об этих уловках писали философы и логики. См., например: *Аристотель.* О софистических опровержениях // Соч.: в 4-х т. М., 1978. Т. 2; *Шопенгауэр А.* Эристическая диалектика // Полн. собр. соч. М., 1903. Т. IV. С. 617—645; *Поварнин С.И.* Искусство спора. Петроград, 1923; Теория и практика полемики. Томск, 1989; *Ивин А.А.* Основы теории аргументации. М., 1997. С. 294—299,311—313, 320—327, 332—347.

пользуются лишь для того, чтобы одержать победу в споре. Они затрагивают личность оппонента, его убеждения, апеллируют к мнениям аудитории и т.п. С точки зрения логики, все аргументы *ad hominem* некорректны и не могут быть использованы в дискуссии, участники которой стремятся к выяснению и обоснованию истины. Наиболее распространенными разновидностями аргументов *ad hominem* являются следующие:

1. *Аргумент к личности* — ссылка на личные особенности оппонента, его убеждения, вкусы, внешность, достоинства и недостатки. Использование этого аргумента ведет к тому, что предмет спора остается в стороне, а вместо него обсуждается личность оппонента, причем обычно в негативном освещении. Разновидностью этого приема является «навешивание ярлыков» на оппонента, его утверждения, на его позицию. Встречается аргумент к личности и с противоположной направленностью, т.е. ссылающийся не на недостатки, а, напротив, на достоинства человека. Такой аргумент часто используется в юридической практике защитниками обвиняемых.

2. *Аргумент к авторитету* — ссылка на высказывание или мнения великих ученых, общественных деятелей, писателей и т.п. в поддержку своего тезиса. Такая ссылка может показаться вполне допустимой, однако и она некорректна. Так, ученый, ставший выдающимся в какой-то области, может не быть столь же авторитетен в других областях и может ошибаться. Поэтому ссылка на то, что какой-то великий человек придерживается такого-то мнения, ничего не говорит об истинности этого мнения.

Аргумент к авторитету имеет множество разнообразных форм: ссылаются на авторитет общественного мнения, авторитет аудитории, авторитет оппонента и даже на собственный авторитет. Иногда изобретают вымышленные авторитеты или приписывают реальным авторитетам такие суждения, которых они никогда не высказывали.

3. *Аргумент к публике* — ссылка на мнения, настроения, чувства слушателей. Человек, пользующийся таким аргументом, обращается уже не к своему оппоненту, а к присутствующим или даже случайным слушателям, стремясь привлечь их на свою сторону и с их помощью оказать психологическое давление на противника. Одна из наиболее эффективных разновидностей аргумента к публике — ссылка на материальные интересы присутствующих. Если одному из оппонентов удается показать, что отстаиваемый его противником тезис затрагивает материальное положение, доходы и т.п. присутствующих, то их сочувствие будет, несомненно, на стороне первого.

4. *Аргумент к тщеславию* — расточение неумеренных похвал оппоненту в надежде сделать его мягче и покладистей. Выражения вроде: «Я верю в глубокую эрудицию оппонента». «Оппонент — человек выдающихся достоинств» и т.п. — можно считать завуалированными аргументами к тщеславию.

5. *Аргумент к силе* («к палке») — угроза неприятными последствиями, в частности угроза применения или прямое применение каких-либо средств принуждения. У всякого человека, наделенного властью, физической силой или вооруженного, всегда велико искушение прибегнуть к угрозам в споре с интеллектуально превосходящим его противником. Однако следует помнить о том, что согласие, вырванное под угрозой насилия, ничего не стоит и ни к чему не обязывает согласившегося.

6. *Аргумент к жалости* — возбуждение в другой стороне жалости и сочувствия. Этот аргумент бессознательно используется многими людьми, которые усвоили себе манеру постоянно жаловаться на тяготы жизни, трудности, болезни, неудачи и т.п. в надежде пробудить в слушателях сочувствие и желание уступить, помочь в чем-то.

7. *Аргумент к невежеству* — использование таких фактов и положений, о которых оппонент ничего не знает, ссылка на сочинения, которых он, как заведомо известно, не читал. Люди часто боятся признаться в том, что они чего-то не знают, считая, что они якобы роняют свое достоинство. В споре с такими людьми аргумент к невежеству действует безотказно. Однако если не бояться признать, что чего-то не знаешь, и попросить противника рассказать подробнее о том, на что он ссылается, может выясниться, что его ссылка не имеет никакого отношения к предмету спора.

Все перечисленные аргументы являются некорректными и не должны использоваться в строго логичном и этически корректном споре. Заметив аргумент подобного рода, следует указать оппоненту на то, что он прибегает к некорректным способам ведения спора, следовательно, не уверен в прочности своих позиций. Добросовестный человек должен будет признать, что ошибся. *С недобросовестным человеком лучше вообще не вступать в спор.*

Глава 5
Гипотеза

Гипотеза — научно обоснованное предположение о причинах или закономерных связях каких-либо явлении или событий природы, общества и мышления. Гипотеза не сводится к одной форме мышления — *понятию, суждению* или *умозаключению*, а включает все эти формы.

В зависимости от степени общности объяснения класса однородных явлений выделяются такие виды гипотез: общие, частные и единичные. **Общая гипотеза** — это научно обоснованное предположение о причинах, законах и закономерностях природных и общественных явлений, а также закономерностях психической деятельности человека (например, гипотеза Демокрита об атомистическом строении вещества, гипотеза К.Э. Циолковского о возможности космических полетов). В случае подтверждения общая гипотеза превращается в научную теорию. **Частная гипотеза** — научно обоснованное предположение о причинах, происхождении и о закономерностях части объектов, выделенных из класса рассматриваемых объектов природы, общественной жизни или психической деятельности человека (например, в биологии выдвинуты гипотезы о возникновении злокачественных опухолей, о происхождении вирусов и др.). **Единичная гипотеза** — научно обоснованное предположение о причинах, происхождении и закономерностях единичных фактов, конкретных событий или явлений (например, гипотезы о Тунгусском метеорите, упавшем 30 июня 1908 г. в Сибири). В научной работе и других видах деятельности используются **рабочие гипотезы** — предположения, выдвигаемые чаще всего в начале исследования явления и не ставящие еще задачу выяснения его причин или закономерностей. Рабочие гипотезы используют ученые в ходе их работы по исследованию определенных проблем. Гипотезы, выдвигаемые в судебном расследовании, называются **версиями.** Версии бывают общими, частными и единичными (например, версии, которые строятся в процессе расследования аварии на электростанции или крушения поезда и др.). Гипотезы могут быть **конкурирующими,** т.е. по-разному объясняющими одно и то же явление, событие (например, гипотеза об органическом или неорганическом происхождении нефти).

В ходе построения и развития гипотезы выделяют следующие этапы: 1) выделение группы фактов, которые не укладываются в прежние теории или гипотезы и должны быть объяснены новой гипотезой;

2) формулировка гипотезы (или гипотез), объясняющих данные факты; 3) выведение из данной гипотезы всех вытекающих из нее следствий; 4) сопоставление выведенных из гипотезы следствий с имеющимися наблюдениями, результатами экспериментов, с научными законами; 5) подтверждение гипотезы: установление, что все или большинство выведенных из гипотезы следствий являются истинными и что не существует ее противоречия с ранее известными законами науки.

Способы подтверждения гипотезы делятся на прямые и косвенные. Прямым и самым действенным способом является обнаружение предполагаемого объекта, явления или свойства, которое является причиной рассматриваемого явления (например, открытие планеты Нептун, открытие особого вируса, вызывающего определенное заболевание). Основным прямым способом подтверждения гипотезы является выведение из нее следствий и верификация (подтверждение). Косвенный способ подтверждения гипотезы состоит в опровержении, всех ложных гипотез (или версий), после чего умозаключают об истинности одного оставшегося предположения по следующей схеме:

Явление *А* могло быть вызвано либо *В*, либо *С*, либо *Д*
Явление *А* не вызвано ни *В*, ни *С*
———
Явление *А* вызвано *Д*.

При применении этого метода необходимо перечислить все возможные гипотезы и следует опровергнуть все ложные гипотезы.

Способом опровержения гипотез является опровержение (фальсификация) следствий, вытекающих из данной гипотезы. При этом используется отрицающий модус *(modus tollens)* условно-категорического умозаключения, дающий достоверное заключение, выраженное формулой $((a \to b) \land \overline{b}) \to \overline{a}$. Схема опровержения гипотезы такая (здесь буква *Н* обозначает гипотезу, C_1 C_2, ..., C_n — следствия из этой гипотезы, «$\to$» — *импликацию*, $\overline{C}$ — отрицание С).

$$\frac{\begin{array}{l} H \to (C_1 \land C_2 \land C_3 \land \ldots \land C_n) \\ \overline{C_1} \lor \overline{C_2} \lor \overline{C_3} \lor \ldots \lor \overline{C_n} \end{array}}{\overline{H}}$$

Чем большее число следствий отсутствует, тем выше степень опровержения высказанной гипотезы. Гипотеза окончательно опровергается, если обнаруживаются факты, явления, противоречащие вытекающим из данной гипотезы следствиям. Гипотеза — необходимый этап познания: все законы науки и теории до их подтверждения прошли стадию гипотезы.

Глава 6
Единство и многообразие логики

6.1. Развитие логики: основные этапы

Как и всякая наука, логика также развивается. Четкое выделение основных этапов, анализ особенностей и закономерностей этого развития также представляет одну из главных философских проблем логики. В развитии формальной логики принято выделять два основных этапа: этап традиционной логики и современной этап математической логики. Основанием деления на эти этапы явилось существенное развитие применяемых в логике для решения ее проблем средств и методов исследования.

Начало *первого этапа* связано с работами древнегреческого философа и ученого Аристотеля (384—322 гг. до н.э.), в которых впервые дано систематическое изложение логики. Логику Аристотеля и всю доматематическую логику обычно называют «традиционной» формальной логикой. Традиционная формальная логика включала и включает такие разделы, как понятие, суждение, умозаключение (в том числе и индуктивное), законы логики, доказательство и опровержение, гипотеза. Аристотель видел в логике орудие (или метод) исследования. Основным содержанием Аристотелевой логики является теория дедукции. В логике Аристотеля содержатся элементы математической (символической) логики, у него имеются «начатки исчисления высказываний»[1].

Второй этап — это появление математической (или символической) логики.

Немецкий философ Г.В. Лейбниц (1646—1716) по праву считается основоположником математической (символической) логики.

Начиная с Лейбница, в логике используется в качестве метода исследования метод формализации, который традиционной логикой относился только к методам математического исследования, а Лейбниц показал, что он имеет общенаучный характер. Лейбниц пытался построить универсальный язык, с помощью которого споры между людьми можно было бы разрешать посредством вычисления. В XIX в. математическая логика получила интенсивное развитие в работах Д. Буля, Э. Шрёдера, П.С. Порецкого, Г. Фреге и других логиков.

---

[1] *Стяжкин Н.И.* Формирование математической логики. М., 1967. С. 39.

Математическая (или символическая) логика изучает логические связи и отношения, лежащие в основе дедуктивного (логического) вывода. При этом в математической логике для выявления структуры вывода строятся различные логические исчисления, прежде всего исчисление высказываний и исчисление предикатов в их различных модификациях. Можно сказать, что математическая логика разрабатывает применение математических методов к анализу форм и законов доказательного рассуждения.

Видный отечественный логик А.Л. Субботин в своей обстоятельной монографии «Традиционная и современная формальная логика», рассматривая аристотелевскую силлогистику и силлогистику в математической логике, пишет о взаимоотношении традиционной логики и математической (символической) логики так: «В математической логике содержательное логическое мышление (процессы умозаключения, рассуждения и доказательства) изучаются посредством его отображения в формальных логических системах, или исчислениях, что дает исключительно эффективный метод для постановки и решения многих существенных задач логического исследования. Математическая логика значительно расширила и углубила область исследования формальной логики, приблизила ее проблематику к интересам конкретных (прежде всего, математических) наук... В современной логике достигается не только более общее, но и более точное, содержательное и конкретное, чем в традиционной логике, представление о законах логики, структуре логических выводов и доказательств»[1].

Другим основанием деления логики служит различие применяемых в ней принципов, на которых базируются исследования. В результате такого деления имеем *классическую логику* и *неклассические логики*.

Математическая логика

Математическая логика (или символическая логика) является современным этапом развития формальной *логики*. Основоположником математической логики считают *Г.В. Лейбница*, пытавшегося построить универсальный язык исчислений, с помощью которого можно было бы разрешать споры между людьми. Однако свое собственное основание и специфическую форму математическая логика приобрела лишь в XIX в. благодаря работам *Д. Буля, Э. Шрёдера, П.С. Порецкого, Г. Фреге, С. Джевонса, Ч.С. Пирса* и др.

[1] *Субботин А.Л.* Традиционная и современная формальная логика. М., 1969. С. 5—6; см. также: *Маркин В.И.* Силлогистические теории в современной логике. М., 1991.

В определении понимания сущности и предмета математической логики среди ученых полного единства нет. Так, американский математик и логик С.К. Клини пишет: «*Математическая логика* (называемая также *символической логикой*) — это логика, развиваемая с помощью математических методов. Этот термин имеет и другой смысл: изучать математическую логику — значит изучать логику, используемую в математике»[1]. Известный специалист в области математической логики американский математик и логик А. Чёрч так определяет математическую логику: «Предмет формальной логики, изучаемый методом построения формализованных языков, называется *символической логикой*, или *математической логикой*»[2]. А. Чёрч предпочитает термин «математическая логика», понимая под этим «содержательную логику, изучаемую математическими методами, в частности формальным аксиоматическим методом»[3].

Видный американский математик и логик *X. Карри* вводит различные смыслы термина «логика» и употребляет термин «философская логика» и термин «математическая логика», считая вторую ветвью математики. «Математическая логика, — пишет X. Карри, — является ветвью математики, примерно так же связанной с анализом и критикой мышления, как геометрия с наукой о пространстве»[4]. При этом X. Карри считает, что «достаточно бывает сформулировать центральную идею или цель предмета, не претендуя на уточнение его границ»[5].

Отечественные математики Ю.Л. Ершов и Е.А. Палютин о математической логике пишут так: «Математическая логика как самостоятельный раздел современной математики сформировалась сравнительно недавно — на рубеже XIX—XX вв. Возникновение и быстрое развитие математической логики в начале нашего века было связано с так называемым кризисом в основаниях математики»[6]. Так же как и X. Карри, они считают математическую логику самостоятельным разделом (ветвью) математики, и с этим можно согласиться.

Математическая логика имеет много направлений. Во-первых, она делится на классическую логику и неклассическую логику. Классическая логика включает в себя логику высказываний и логику предикатов и другие разделы. Неклассическая логика в современный период

---

[1] *Клини С.* Математическая логика. М., 1973. С. 11.
[2] *Чёрч А.* Введение в математическую логику. М., 1960. С. 6, 10.
[3] Там же. С. 15.
[4] *Карри X.* Основания математической логики. М., 1969. С. 18.
[5] Там же.
[6] *Ершов Ю.Л., Палютин Е.А.* Математическая логика. М., 1979. С. 9.

включает разветвленную цепь направлений: многозначная логика, конструктивная логика, интуиционистская логика, положительная (позитивная) логика, модальная логика (в том числе деонтическая логика), паранепротиворечивая логика, релевантная логика и другие направления.

6.2. Основные направления современной логики

Одним из оснований деления современной логики на различные направления служит различие применяемых в ней принципов, на которых базируются исследования. В результате такого деления различают прежде всего *классическую логику* и *неклассические логики*. В.С. Меськов выделяет следующие основополагающие принципы *классической* логики:

«1) область исследования составляют обыденные рассуждения, рассуждения в классических науках;

2) допущение разрешимости любой проблемы;

3) отвлечение от содержания высказываний и от связей по смыслу между ними;

4) абстракция двузначности высказываний»[1].

Неклассические логики отступают от этих принципов. Среди различных видов неклассических логик различают: интуиционистскую логику, многозначную, модальную, паранепротиворечивую и др.

6.3. Классическая логика: исчисление высказываний (пропозициональная логика)

В традиционной логике одной из форм абстрактного мышления является суждение, например, «всякая трапеция четырехугольник». В математической логике используется для этого термин «высказывание». Понятия «суждение» и «высказывание» являются синонимами. В математической логике построено **исчисление высказываний** — один из ее важнейших разделов.

I. Символы исчисления высказываний состоят из знаков трех категорий:

1. a, b, c, d, e, f... и те же буквы с индексами $a_1, a_2, \ldots$. Эти символы называются *переменными высказываниями*, или *пропозициональ-*

[1] *Меськов В.С.* Очерки по логике квантовой механики. М., 1986. С. 9.

ными переменными. С помощью этих символов записываются повествовательные предложения, выражающие суждения (высказывания)[1].

2. Символы, обозначающие логические термины: —, $\wedge$, $\vee$, $\dot{\vee}$, $\rightarrow$, $\equiv$. Эти символы выражают следующие логические операции (логические связки): отрицание («не»), конъюнкция («и»), нестрогая дизъюнкция (нестрогое «или»), строгая дизъюнкция (строгое «или»), импликация («если... то»), эквиваленция («если и только если, то...»).

Скобки: ().

Иных символов, кроме указанных, исчисление высказываний не имеет.

II. Определение формулы (или правильно построенной формулы — ППФ).

Переменное высказывание есть формула $(a, b, c, \ldots)$.

Если A и B есть ППФ, то $\overline{A}$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \dot{\vee} B)$, $(A \equiv B)$ и $(A \rightarrow B)$ есть ППФ. (Здесь буквы A, B, C... не являются символами исчисления высказываний. Они представляют собой только условные сокращенные обозначения формул.)

Ничто иное не является формулой (ППФ).

Так, не являются формулами: $(a \wedge b$; $a — b$; $\wedge a$; $a \rightarrow b$; $a \wedge b$; $a \vee b$. Первое из этих слов содержит незакрытую скобку. Второе и третье слова никак не могут быть построены на основании пункта 2. Четвертое слово не является формулой потому, что хотя a и b — *формулы, но соединение формул связкой $\rightarrow$ всегда сопровождается заключением в скобки; то же самое можно сказать и о двух последних словах.*

---

[1] У П.С. Новикова «символы первой категории представляют собой большие латинские буквы A, B, ... , X, Y, Z и те же буквы с индексами A_1, A_2, ... Эти символы мы будем называть переменными высказываниями» (Элементы математической логики. М., 1973. С. 67). У С. Клини в главе I «Исчисление высказываний» приняты другие обозначения: «Мы назовем эти предложения *элементарными формулами*, или *атомами*, и будем обозначать их прописными буквами конца латинского алфавита «P», «Q», «R», ... , «P_1», «P_2», «P_3», ... Различные буквы будут представлять различные атомы, а каждая из них на протяжении любого конкретного рассуждения должна обозначать один и тот же атом» (т. е. одно и то же высказывание. — *А. Г.*) (*Клини* С. Математическая логика / Пер. с англ. М., 1973. С. 13). У других авторов имеются другие обозначения. *В.А. Светлов* пишет: «Знаки для обозначения высказываний (пропозициональных переменных): A, B, C, ... , A_1, B_1, C_1...» (Практическая логика. СПб., 1995. С. 263.)

Существуют правила опускания скобок. При этом исходят из того, что связка $\wedge$ связывает сильнее, чем все остальные; связка $\vee$ сильнее, чем $\rightarrow$. В силу этих правил формулу $(a \wedge b) \vee c$ будем писать в виде $a \wedge b \vee c$. Формулу $(a \vee b) \rightarrow (c \wedge d)$ будем писать в виде $a \vee b \rightarrow c \wedge d$[1].

Однако не всякая формула может быть записана без употребления скобок. Например, в формулах $a \rightarrow (b \rightarrow c)$, $a \wedge (b \rightarrow c)$ исключение скобок невозможно.

Для моделирования с помощью ЭВМ текстов естественного языка, включающих отрицание, возможно записать некоторые выражения на языке алгебры логики (*A, B, C, D* — высказывания, «+» — знак нестрогой дизъюнкции, «•» — знак конъюнкции, «— » — знак отрицания[2]).

Таблица 7

Словесное определение	Логическое высказывание
Не не А.	$\overline{\overline{A}}$
Не А, а В. Не А, но В	$\overline{A}\cdot B$
Не только А, но и **В**.	$A\cdot B$
А, а не В.	$A\cdot\overline{B}$
А, а не В, С, а не D.	$A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D}$
Не то, что А, а В.	$\overline{A}\cdot B$
Не то чтобы А, но В.	$\overline{A}\cdot B$
А, но не В	$A\cdot\overline{B}$
Не А, не В, а С.	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C, \overline{A+B}\cdot C$
Не А, не В, но С.	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C, \overline{A+B}\cdot C$
Не А, не В, не С, а D.	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D, \overline{A+B+C}\cdot D$
А, а не В, не С	$A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}, A\cdot\overline{B+C}$
Ни А, ни В одновременно	$\overline{A\cdot B}, \overline{A}+\overline{B}$
Ни А, ни В.	$A\cdot\overline{B}, \overline{A+B}$
Ни А, ни В, но С.	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C, \overline{A+B}\cdot C$
А или В, а не С.	$(A+B)\cdot\overline{C}$

[1] *Новиков П.С.* Элементы математической логики. М., 1973. С. 68—71.
[2] См.: *Ледли Р.* Программирование и использование цифровых вычислительных машин / Пер. с англ. М., 1966. С. 55. *Ледли Р.* пользуется иной символикой, чем в нашей книге.

В логике как синонимы используются термины «суждение» и «высказывание», второй из них используется в математической логике, первый — в традиционной формальной логике.

Способы отрицания простых суждений (высказываний)

Два суждения называются ***отрицающими***, или ***противоречащими*** друг другу, если одно из них истинно, а другое ложно (т. е. не могут быть одновременно истинными и одновременно ложными).

Отрицающими являются следующие пары суждений:

1. A — O. «Все *S* суть *P*» и «Некоторые *S* не суть *P*».

2. E — I. «Ни одно *S* не суть *P*» и «Некоторое *S* суть *P*».

3. «Это *S* суть *P*» и «Это *S* не суть *P*».

a	$\bar{a}$
и	л
л	и

Способы отрицания сложных суждений (высказываний)

Чтобы получить отрицание сложных суждений, имеющих в своем составе лишь операции конъюнкции и дизъюнкции, необходимо поменять знаки операций друг на друга (т. е. конъюнкцию на дизъюнкцию и наоборот) и над буквами, выражающими элементарные высказывания, написать знак отрицания, а если он уже есть, то отбросить его.

Имеем:

$$\overline{a \vee b} \equiv \bar{a} \wedge \bar{b}.$$

$$\overline{\bar{a} \vee \bar{b}} \equiv a \wedge b .$$

$$\overline{\bar{a} \wedge \bar{b}} \equiv a \vee b.$$

$$\overline{a \wedge b} \equiv \bar{a} \vee \bar{b}.$$

Эти четыре формулы называются законами де-Моргана. Применив их к сложному суждению, получим его отрицание:

$(a \vee \bar{b}) \wedge (c \vee e)$.

$\overline{(a \vee \bar{b}) \wedge (c \vee e)} \equiv (\bar{a} \wedge b) \vee (\bar{c} \wedge \bar{e})$.

Если в сложном суждении имеется импликация, то ее необходимо заменить на тождественную формулу без импликации (с дизъюнкцией), а именно:

$(a \to b) \equiv (\bar{a} \vee b)$,

затем по общему методу находить противоречащее суждение, т. е. находить отрицание сложного суждения. Пример: «Если я буду иметь свободное время *(a)*, то буду вязать *(b)* или посмотрю телевизор *(c)*». Формула этого сложного суждения: $a \to (b \vee c)$.

Противоречащее суждение будет:

$$\overline{a \to (b \vee c)} \equiv \overline{\bar{a} \vee (b \vee c)} \equiv a \wedge (\bar{b} \wedge \bar{c}).$$

Оно читается так: «У меня будет свободное время, но я не буду вязать и не буду смотреть телевизор».

Выражение логических связок (логических постоянных) в естественном языке

В мышлении мы оперируем не только простыми, но и сложными суждениями, образуемыми из простых посредством логических связок (или операций) — конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции, отрицания, которые также называются логическими константами или логическими постоянными. Проанализируем, каким образом перечисленные логические связки выражаются в естественном (русском) языке

Конъюнкция (знак «$\wedge$») выражается союзами: «и», «а», «но», «да», «хотя», «который», «зато», «однако», «не только... но и» и др.

В логике высказываний действует закон коммутативности конъюнкции $(a \wedge b) \equiv (b \wedge a)$. В естественном русском языке такого закона нет, так как действует фактор времени. Там, где учитывается последовательность во времени, употребление союза «и» некоммутативно. Поэтому не будут эквивалентными, например, такие два высказывания: 1) «Джейн вышла замуж, и у нее родился ребенок» и 2) «У Джейн родился ребенок, и она вышла замуж».

В естественном языке конъюнкция может быть выражена не только словами, но и знаками препинания: запятой, точкой с запятой, тире. Например: «Сверкнула молния, загремел гром, пошел дождь».

О выражении конъюнкции средствами естественного языка пишет С. Клини в книге «Математическая логика». В разделе «Анализ рассуждений» он приводит (не исчерпывающий) список выражений естественного языка, которые могут быть заменены символами «$\wedge$» (или «&»). Формула $A \wedge B$ в естественном языке может выражаться так:

«Не только *A*, но и *B*.	Как *A*, так и *B*.
B, хотя и *A*.	*A* вместе с *B*.
B, несмотря на *A*.	*A*, в то время как *B*»[1].

С. Клини показывает, какими разнообразными способами /могут быть выражены в естественном языке *импликация ($A \supset B$)* и *эквиваленция ($A \sim B$)*. (Буквами *A* и *B* обозначены переменные высказывания.)

Приведем структуры и соответствующие им примеры, иллюстрирующие разнообразные способы выражения *импликации* $A \supset B$ (где *A* — антецедент, а *B* — консеквент):

1. *Если A, то B. Если* пойдет дождь, *то* экскурсия в лес не состоится.

2. *Коль скоро A, то B. Коль скоро* приближается буря, *то* медузы уплывают от берега моря.

3. *В случае A имеет место B.*

В случае когда наступает инфляция, *имеет место* снижение жизненного уровня трудящихся

4. *Для B достаточно A.*

Для того чтобы металл расплавить, *достаточно* его нагреть до температуры плавления.

5. *Для A необходимо B.*

Для сохранения мира на Земле *необходимо* увеличить усилия всех государств в борьбе за мир.

6. *A (материально) влечет B.*

Овладение искусством общения *влечет* улучшение межличностных отношений.

7. *A, только если B.*

Ваши коммуникации будут успешнее, *только если* вы займете позицию: «У меня все в порядке — у тебя все в порядке» (Р. Шмидт).

8. *B, если A.*

[1] *Клини С.* Математическая логика. М., 1973. С. 81.

Мы поедем отдыхать в санаторий, *если* у нас будет путевка.

Приведем структуры и соответствующие им примеры разнообразных способов выражения *эквиваленции:*

1. *А, если и только если В.*

Посевная пройдет успешно, *если и только если* вовремя будут отремонтированы сельскохозяйственные машины.

2. *Если А, то В, и обратно.*

«Если вы твердо уверены, что ваши аргументы убедительнее, но ваш коллега, стоящий на той же ступеньке служебной лестницы, не хочет этого замечать, *то* избегайте призывать на помощь вашего начальника»[1], и обратно.

3. *А, если В, и В, если А.*

Всякое число является четным, *если* оно делится на 2, *и* число делится на 2, *если* оно является четным.

4. *Для А необходимо и достаточно В.*

Для того чтобы число без остатка делилось на 5, *необходимо и достаточно*, чтобы его последняя цифра была 0 или 5.

5.*А тогда и только тогда, когда В.*

В коллективе возникает хороший психологический климат *тогда и только тогда, когда* будут однозначно определены задачи, ответственность и компетенция каждого сотрудника.

Из приведенных выше схем и соответствующих им высказываний с конкретным разнообразным содержанием становится ясно, насколько многогранны в естественном языке (в частности, русском) средства выражения импликации и эквиваленции и других логических связок (логических терминов). Это можно сказать и о других естественных языках.

Логическое следствие

Эффективность средств математической логики видна и тогда, когда средствами традиционной формальной логики трудно установить, вытекает ли какое-либо логическое следствие из данных посылок или нет, в случае когда мы имеем дело с большим количеством посылок (но не имеем еще дела с формулами, содержащими кванторы).

Выведение следствий из данных посылок — широко распространенная логическая операция. Как известно, условиями истин-

[1] *Шмидт Р.* Искусство общения / Пер. с нем. М., 1992. С. 59.

ности заключения являются истинность посылок и логическая правильность умозаключения. Иногда в ходе доказательства от противного допускаются в рассуждении заведомо ложные посылки (так называемый антитезис при косвенном доказательстве) или принимаются посылки недоказанные, однако эти посылки обязательно подлежат в дальнейшем исключению. Человек, не изучивший логики, делает эти выводы, не применяя сознательно фигур и правил умозаключения. Изучивший формальную логику знаком с правилами силлогизмов, условно-категорических умозаключений, дилемм и прочих видов умозаключений. Математическая же логика дает формальный аппарат, с помощью которого в таких частях логики, которые не выходят за пределы так называемого комбинированного исчисления классов (исчисления классов, соединенного определенным образом с исчислением высказываний), можно выводить все попарно неэквивалентные между собою следствия из данных посылок. Очень уместно показать этот аппарат в действии на примере получения всех таких следствий из совокупности данных посылок в исчислении высказываний.

С помощью этого аппарата мы сможем, имея некоторые данные (некоторую информацию, какие-либо сведения), получить из них новые сведения, непосредственно не очевидные из этой информации, но заключенные в ней, т. е. сумеем выводить логические следствия, вытекающие из данной информации[1].

Логическое следствие из данных посылок есть выражение, которое не может быть ложным, когда эти посылки истинны. То, что b есть логическое следствие из посылок $a_1, a_2, \ldots, a_n$, можно записать так: $(a_1 \wedge a_2 \wedge \ldots \wedge a_n \rightarrow b)^*$ есть тождественно-истинное высказывание, или закон логики. Звездочка здесь служит обозначением того, что в выражении, стоящем в скобках, произведена замена конкретных элементарных высказываний переменными.

Иными словами, некоторое выражение b есть логическое следствие из формулы a, если, заменив те элементарные высказывания, которые входят в a и b, переменными, мы получим тождественно-истинное выражение $(a \rightarrow b)^*$, или закон логики.

---

[1] Строгое определение того, что такое «логическое следствие», представляет большие трудности. Наиболее естественным представляется такое определение, в основе которого лежит понимание логического следствия (из данных посылок) как такого знания, для получения которого не требуется никакой дополнительной информации по сравнению с той, которая уже содержится в посылках. Именно из этого понимания логического следования, не претендующего на достаточную строгость, мы здесь и исходим.

Так, категорический силлогизм можно записать в виде выражения $((a \to b) \wedge (b \to c)) \to (a \to c)$, где первая посылка $a \to b$, вторая посылка $b \to c$, а заключение, или логическое следствие, $a \to c$. Все это сложное выражение есть закон логики. Это можно доказать по таблице, как это мы делали выше, или другими путями, в частности, приведением к так называемой *конъюнктивной нормальной форме*.

Конъюнктивная нормальная форма выражения есть конъюнкция из дизъюнкций элементарных высказываний или их отрицаний, эквивалентная данному выражению[1]. Конъюнктивная нормальная форма позволяет проверить, является ли данное выражение тождественно-истинным.

Покажем на примере, как данное выражение приводится к конъюнктивной нормальной форме.

Пусть дано выражение:

$$\overline{(a \vee (b \to \bar{c}))} \to (a \to d).$$

Прежде всего, это выражение нужно заменить эквивалентным выражением такого вида, в котором нет никаких знаков операций, помимо «∧», «∨» и отрицания, причем знак отрицания может стоять только над переменными. Эквивалентные преобразования выполняются в соответствии с уже известными нам формулами (запишем справа от вертикальной черты используемые нами при этом формулы).

$\overline{(a \vee (b \to \bar{c}))} \to (a \to d) \equiv \overline{(a \vee (\bar{b} \vee \bar{c}))} \to (\bar{a} \vee d) \equiv$	$m \to n \equiv \bar{m} \vee n$
$\equiv \overline{\overline{(a \vee (\bar{b} \vee \bar{c}))}} \vee \overline{(\bar{a} \vee d)} \equiv a \vee (\bar{b} \vee \bar{c}) \wedge \overline{\bar{a} \vee d} \equiv$	$\overline{m \vee n} \equiv \bar{m} \wedge \bar{n}$
$\equiv (a \vee \bar{b} \vee \bar{c}) \vee a \wedge \bar{d} \equiv (a \vee \bar{b} \vee \bar{c}) \wedge a \wedge \bar{d}.$	$\bar{\bar{m}} \equiv m$
Итак, $\overline{(a \vee (b \to \bar{c}))} \to (a \to d) \equiv (a \vee \bar{b} \vee \bar{c}) \wedge a \wedge \bar{d}.$	

Последнее выражение есть конъюнкция, состоящая из трех членов: $a \vee \bar{b} \vee \bar{c}$; a; $\bar{d}$. Второй и третий члены состоят из одной буквы и трактуются здесь как «вырожденная» дизъюнкция из одной переменной или ее отрицания. Таким способом выражение приводится к конъюнктивной нормальной форме.

[1] В этом определении учитываются как «вырожденные» случаи и такие, где дизъюнкция (или конъюнкция) состоит только из одного члена.

Для того чтобы обнаружить, имеем ли мы дело с законом логики, надо привести выражение к конъюнктивной нормальной форме, и если в каждом члене конъюнкции есть одновременно какая-нибудь переменная и ее отрицание, то это — закон логики; если же есть хотя бы один член конъюнкции, в котором нет такой пары, то, значит, данное выражение не является законом логики. Проверим, является ли выражение $(a \to b) \to (\bar{b} \to \bar{a})$ законом логики. С этой целью проведем сначала следующие преобразования: $(a \to b) \to (\bar{b} \to \bar{a}) \equiv$
$\equiv (\bar{a} \lor b) \to (\bar{\bar{b}} \lor \bar{a}) \equiv \overline{\bar{a} \lor b} \lor (b \lor \bar{a}) \equiv (\bar{\bar{a}} \land \bar{b}) \lor (b \lor \bar{a})$.
Чтобы воспользоваться навыками, приобретенными учащимися в средней школе, заменим в конъюнктивной нормальной форме знаки дизъюнкции на знаки умножения (на точку), а знаки конъюнкции — на знаки сложения, после чего, пользуясь законом дистрибутивности дизъюнкции относительно конъюнкции, т.е. формулой $(a \land b) \lor c \equiv$
$\equiv (a \lor c) \land (b \lor c)$, «откроем» скобки, $(a \land \bar{b}) \lor (b \lor \bar{a})$ заменим на $(a + \bar{b}) \bullet b \bullet \bar{a}$. Открыв скобки, получим выражение $a \bullet b \bullet \bar{a} + \bar{b} \bullet$
$\bullet\ b \bullet \bar{a}$, в котором два члена. В первом члене видим a и $\bar{a}$, во втором — b и $\bar{b}$, значит, $(a \to b) \to (\bar{b} \to \bar{a})$ есть закон логики.

Так мы можем проверить, является ли некоторое выражение следствием из данных посылок или не является. Но это еще не аппарат, позволяющий выводить логические следствия из данных посылок.

Знание изложенного нами аппарата математической логики уже позволяет решать задачи не только логического, но и технического характера. С целью раскрытия роли математической логики в технике можно показать решение 1—2 задач на упрощение релейно-контактных схем.

Задача. Упростить релейно-контактную схему. Эта задача сформулирована известным логиком С. *А. Яновской.*

Дана схема (рис. 8). Требуется ее максимально упростить.

Параллельное соединение проводников соответствует дизъюнкции, так как ток пойдет или по одному проводнику, или по другому; последовательное соединение — конъюнкции, ибо ток пойдет и по одному проводнику, и по другому. Запишем данную схему с помощью символов математической логики, затем, произведя ряд преобразований, упростим ее.

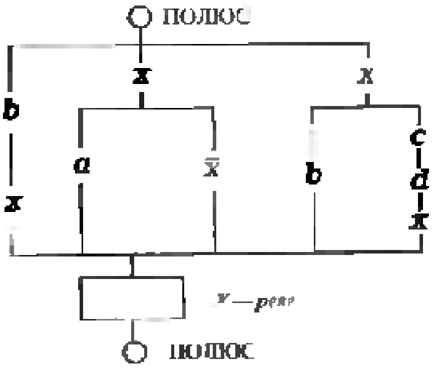


Рис. 8

Ток пойдет от одного полюса к другому по пути bxX, или по пути xaX, или по $x\bar{x}X$, или по $\bar{x}bX$, или по пути $\bar{x}cdxX$. Получим выражение: $bxX \vee xaX \vee x\bar{x}X \vee \bar{x}bX \vee \bar{x}cdxX$, в котором третий и пятый члены можем отбросить как тождественно-ложные члены дизъюнкции (содержащие x и $\bar{x}$) и общий член X вынести за скобки.

Получим: $(bx \vee ax \vee b\bar{x}) \cdot X \equiv (b(x \vee \bar{x}) \vee ax) \cdot X \equiv (ax \vee b) \cdot X$. (1)

$x \vee \bar{x}$ — тождественно-истинный член конъюнкции можно отбросить. Итак, выражение (1) упростили до вида $(ax \vee b) \cdot X$.

Для последнего выражения составим релейно-контактную схему (рис. 9).

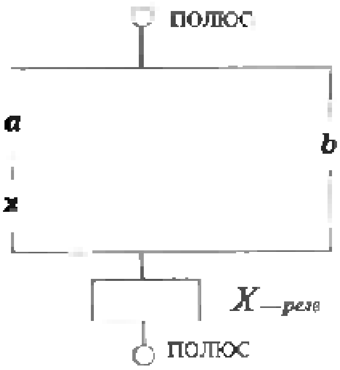


Рис. 9

Сравнение рис. 8 и 9 показывает простоту последней. Без знания математической логики упростить даже такую несложную схему, как первоначально данная, было бы затруднительно.

6.4. Классическая логика: исчисление предикатов

В исчислении высказываний не происходит расчленения суждения на субъект *(S)* и предикат *(P)*. Суждения рассматриваются как единое целое.

Но для суждений и других разделов формальной логики (например, категорический силлогизм, полисиллогизм и др.) исчисления высказываний недостаточно.

Суждения надо рассматривать глубже, т. е. расчленять их на субъект и предикат. Для этой цели вводятся понятия ***«предикат» или «пропозициональная функция»***. Иногда их называют функция-высказывание, или логическая функция.

Пример.

1) x — город;

2) x — ученый y;

3) x расположен между y и z.

Подставив вместо переменных (x, y, z) их имена из определенной предметной области, получим истинное или ложное высказывание. «Саратов — город» (истинное высказывание), «Байкал — город» (ложное высказывание), «Дмитрий Иванович Менделеев — ученый России» (истинное высказывание), «Курск расположен между Архангельском и Норильском» (ложное высказывание).

В исчислении предикатов существуют кванторы: квантор общности ($\forall$) и квантор существования ($\exists$). О них подробно было написано в этой книге ранее.

Используя кванторы и предикаты, можно записывать суждения (простые и сложные) на языке математической логики. Возьмем определение и примеры из книги Стефана Клини «Математическая логика». *С. Клини* пишет: «Мы будем называть предикатом всякую пропозициональную функцию $P(x_1, \ldots x_n)$ с любым числом $n \geq 0$ (независимых) переменных. Такая терминология коротка и удобна. Объектом или индивидом мы будем называть значения любой из этих переменных. Если $n = 0$, то предикат оказывается высказыванием (предельный случай); если $n = 1$, то предикат соответствует тому, что называют ***свойством:***

если $n = 2$, то предикат — это *(бинарное) отношение;* если $n = 3$, то это *тернарное отношение* и т. д.»[1].

Далее С. Клини приводит примеры высказываний и их записи в исчислении предикатов.

(a_1) «Кто-то любит Джейн».

(a_2) «Есть некто, кто любит Джейн».

(b) «Никто не любит Джейн».

(c) «Все любят Джейн».

(d) «Каждый кого-нибудь любит».

(e) «Кого-то любят все».

(f) «Всяк любит себя».

(g) «Не существует никого, кто не любил бы себя».

Обозначим через $L(x, y)$ выражение «x любит y» (x, y — переменные из области людей). Используя кванторы ($\forall$) и ($\exists$) и — знак отрицания, можно эти фразы в исчислении предикатов записать следующим образом (табл. 7).

Таблица 7

(a_1), (a_2) $(\exists x)L(x, \text{Джейн})$,	(b) $\neg(\exists x)L(x, \text{Джейн})$,
(c) $(\forall x)L(x, \text{Джейн})$,	(d) $(\forall x)(\exists y)L(x, y)$,
(e) $(\exists y)(\forall x)L(x, y)$,	(f) $(\forall x)L(x, x)$,
(g) $\neg(\exists x)\neg L(x, x)$[2]	

С. Клини употребляет понятия *«предикат»* и *«пропозициональная функция»* как синонимы.

Мы здесь не приводим строго определения исчисления предикатов. Оно включает в себя полностью исчисление высказываний и дополнено некоторыми сведениями, связанными с употреблением квантора общности и квантора существования. Дается алфавит исчисления предикатов и определение правильно построенной формулы исчисления предикатов.

Мы покажем применение исчисления предикатов к различным разделам формальной логики (например, в теме «Суждение»).

В теме приходится вводить так называемые *кванторы* — *квантор существования* ($\exists x$) и *квантор общности* ($\forall x$), которые называются *двойственными* друг другу. Запись $(\forall x)P(x)$ читается как «все

---

[1] *Клини С.* Математическая логика / Пер. с англ. М., 1973. С. 94, 96.
[2] Там же. С. 95.

x обладают свойством P», а запись $(\exists x)P(x)$ читается как «существуют такие x, которые обладают свойством P».

Запись $(\forall x)$P(x) (если x есть металл, то x является теплопроводным) читается как «для всякого x, если x — металл, то x — теплопроводен», где под x подразумеваются физические тела.

Не вызывает трудности понимание понятия *логической функции (функции-высказывания)*, или «пропозициональной функции». Логические функции «x — четное число», «y — страна» при подстановке вместо переменной x или y имен единичных предметов из той предметной области, о которой мы говорим, превращаются в истинные или ложные суждения. Например, «2 — четное число» (истинное суждение), «Азия — страна» (ложное суждение).

Важно добиться четкого понимания того, как записываются суждения видов *A, I, E, O* (традиционной формальной логики) в терминах математической логики, ибо это будет необходимо для усвоения темы «Отрицание суждений».

Суждение *A*: «Все распространенные предложения имеют второстепенные члены». Запись этого суждения средствами исчисления предикатов (т. е. с помощью употребления кванторов) выглядит так: $(\forall x)$ (если x — распространенное предложение, то x имеет второстепенные члены).

В общем случае конкретные предикаты заменяются предикатными переменными S и P: $(\forall x)$ (если x есть S, то x есть P) или полностью в символическом виде: $(\forall x)\ (S(x) \rightarrow P(x))$. Последняя запись читается так: «Для всякого предмета x, если он обладает свойством S, т. е. является элементом класса предметов, имеющих свойство S, то он обладает и свойством P (является элементом класса предметов, имеющих свойство P)», или «все S суть P». В нашем примере x был взят из предметной области предложений, S означает класс распространенных предложений, а P — класс предложений, имеющих второстепенные члены.

В действительности этими формами содержание аристотелевских суждений еще не выражается полностью, так как у Аристотеля предполагается, что классы, о которых идет речь (классы рыб, классы животных и др.), не пусты. Можно было бы записать средствами исчисления предикатов и это дополнительное требование. Но мы не будем этого делать, чтобы не вводить усложнений; к тому же в обыденной речи нам часто приходится высказывать суждения о пустых классах (например, «не существует вечный двигатель», «не существует человек в возрасте 300 лет»).

Суждение *E*: «Ни одно сказуемое не является второстепенным членом предложения». Последовательные записи расположатся в следующем порядке: $(\forall x)$ (если x — сказуемое, то *x* не является второстепенным членом предложения), $(\forall x)$ (если *x* есть *S*, то *x* не есть *P*), $(\forall x)\,(S(x) \to \overline{P(x)})$. То есть: «Для всякого предмета *x* верно, что если он обладает свойством *S*, то он не обладает свойством *P*». Ни одно *S* не есть *P*. В нашем примере *x* принадлежит к области членов предложения.

Суждение *I*: «Некоторые подлежащие выражаются местоимением в именительном падеже». Это суждение можно записать посредством квантора существования.

$(\exists x)$ (*x* — подлежащее и *x* — местоимение в именительном падеже), $(\exists x)$ (*x* есть *S* и *x* есть *P*), $(\exists x)\,(S(x) \wedge P(x))$. Последняя формула читается так: «Существует предмет *x*, который обладает свойством *S* и свойством *P*». Некоторые *S* суть *P*. В нашем примере *x* взят из области слов.

Суждение *O*: «Некоторые предложения не имеют сказуемого». $(\exists x)$ (*x* есть предложение и *x* не имеет сказуемого), $(\exists x)$ (x есть *S* и *X* не есть *P*), $(\exists x)\,(S(x) \wedge \overline{P(x)})$, т. е. существует такой предмет *x*, который обладает свойством *S* и не обладает свойством *P*, или короче: некоторые *S* не суть *P*. Здесь *X* взят из области сочетаний слов, выражающих законченную мысль.

$\overline{A} = O$
$\overline{E} = I$
$\overline{I} = E$
$\overline{O} = A$

Средствами математической логики можно вывести эти четыре эквивалентности из правил, являющихся обобщениями правил де-Моргана. Для этого необходимо предварительно объяснить способ образования формул, эквивалентных отрицанию суждений, начинающихся с кванторов общности или существования, а именно:

$$(\overline{\forall x})\,P(x) = (\exists x)\overline{P(x)},$$

$$(\overline{\exists x})\,P(x) = (\forall x)\overline{P(x)}.$$

При отрицании формулы, имеющей впереди квантор, знак отрицания (черту над выражением) условимся ставить только над квантором. В результате преобразования, о котором идет здесь речь, квантор меняется на двойственный, а отрицание переходит на подкванторную часть. Первая формула означает: «Неверно, что все x обладают свойством *P*» эквивалентно тому, что «существуют такие x, которые не обладают свойством *P*». Например, неверность того, что «все школьники являются спортсменами», эквивалентна тому, что «некоторые школьники не являются спортсменами».

Далее приведем следующие эквивалентности, которые нам понадобятся[1]:

1. $\overline{a\to b}=a\wedge\overline{b}$ — отрицание импликации эквивалентно конъюнкции первого члена импликации и отрицания второго ее члена.
2. $\overline{a\wedge b}=\overline{a}\vee\overline{b}$ — отрицание конъюнкции эквивалентно дизъюнкции отрицаний.
3. $\overline{a\vee b}=\overline{a}\wedge\overline{b}$ — отрицание дизъюнкции эквивалентно конъюнкции отрицаний.
4. $\overline{\overline{a}}=a$ — двойное отрицание эквивалентно утверждению.
5. $a\to b=\overline{a}\vee b$ — импликацию можно выразить через дизъюнкцию и отрицание первого числа.

Теперь мы можем доказать следующие эквивалентности:

1. $\overline{A}=O$, т.е. $(\overline{\forall x})(S(x)\to P(S(x))=(\exists x)(S(x)\wedge\overline{P(x)})$.
2. $\overline{E}=I$. т.е. $\overline{(\forall x)(S(x)}\to\overline{P(x))}=(\exists x)(S(x)\wedge P(x))$.
3. $\overline{I}=E$, т.е. $(\overline{\exists)}x(S(x)\wedge P(x))=(\forall x)(S(x)\to\overline{P(x))}$.
4. $\overline{O}=A$, т.е. $\overline{(\exists}x(S(x)\wedge\overline{P(x))}=(\forall x)(S(x)\to P(x))$.

Предварительно заметим еще, что истинность (соответственно, ложность) высказывания не нарушится, если какую-нибудь часть его, также имеющую смысл высказывания, мы заменим эквивалентным ей высказыванием. Такое преобразование будем называть *правилом замены равным* или просто *правилом замены*. Напомним, что знак отрицания над квантором означает отрицание всего суждения в целом.

Выписываем левую часть эквивалентности № 1 и путем ряда последовательных замен эквивалентным приводим ее к тому виду, который имеет правая часть. Каждый шаг вывода может быть осуществлен на основании какого-то одного правила (или закона). Эти правила записаны справа за вертикальной чертой:

$(\overline{\forall x})(S(x)\to P(x))=$	$(\overline{\forall x})Q(x) = (\exists x)\overline{Q(x)}$
$=(\exists x)\overline{(S(x)\to P(x))}=$	$\overline{a\to b}=a\wedge\overline{b}$,
$=(\exists x)(S(x)\wedge\overline{P(x)})$.	где за a берем $S(x)$, а за b берем $P(x)$; правило замены

[1] Под a, b здесь могут подразумеваться любые, сколь угодно сложные высказывания.

Итак, $\overline{(\forall x)(S(x) \to P(x))} =$ $= (\exists x)(S(x) \wedge \overline{P(x)})$.	

6.5. Интуиционистская логика

Интуиционистская логика была построена в связи с развитием интуиционистской математики. Интуиционистская школа основана в 1907 г. голландским математиком и логиком Л. Брауэром (1881—1966)[1], но некоторые ее идеи выдвигались и ранее.

Интуиционизм — философское направление в математике и логике, отказывающееся от использования абстракции актуальной бесконечности, отвергающее логику как науку, предшествующую математике, и рассматривающее интуитивную ясность и убедительность («глобальную интуицию») как последнюю основу математики и логики. Интуиционисты строят свою математику с помощью финитных (конечных) средств на основе системы натуральных чисел, которая считается понятной на основе интуиции. Необходимо отметить, что интуиционизм включает в себя две стороны — философскую и математическую.

Математическое содержание интуиционизма изложено в ряде работ математиков. Ведущие представители отечественной школы конструктивной математики отмечают положительное значение многих математических идей интуиционистов.

Если математический аспект интуиционизма имеет рациональный смысл (в этой связи предпочтительнее говорить об интуиционистской математике или интуиционистской логике, а не об интуиционизме), то второй его аспект — философско-методологический — весьма спорен.

Так, Брауэр считал, что чистая математика представляет собой свободное творение разума и не имеет никакого отношения к опытным фактам. У интуиционистов единственным источником математики оказывается интуиция, а критерием приемлемости математических понятий и выводов является «интуитивная ясность». Однако, видный интуиционист Гейтинг честно признавал тот факт, что само понятие интуитивной ясности в математике само не является интуитивно ясным.

[1] *Brouwer L.E.J.* Intuitionism and Formalism // Bulletin of American Mathematical Society. 1913. Vol. 20. The Effect of Intuitionism on Classical Algebra of Logic // Proceedings of the Royal Irish Academy. 1955. Vol. 57. P. 113—116.

С точки зрения многих математиков основой происхождения математики в конечном итоге является не какая-то «интуитивная ясность», а отражение в сознании пространственных форм и количественных отношений действительного мира.

Еще в 1936 г. известный советский математик А.Н. Колмогоров подверг критике философские основы интуиционизма, заявив, что невозможно согласиться с интуиционистами, когда они говорят, что математические объекты являются продуктом только конструктивной деятельности нашего сознания. С его точки зрения математические объекты являются абстракциями реально существующих форм независимой от нашего сознания действительности.

Особенности интуиционистской логики вытекают из характерных признаков интуиционистской математики.

В современной классической математике часто прибегают к косвенным доказательствам. Но их почти невозможно ввести в интуиционистскую математику и логику, так как там не признаются закон исключенного третьего и закон $\bar{\bar{a}} \rightarrow a$ и которые участвуют в косвенных доказательствах. Но закон непротиворечия представители как интуиционистской, так и конструктивной логики считают неограниченно применимым.

Закон исключенного третьего для бесконечных множеств в интуиционистской логике не проходит потому, что $p \vee \bar{p}$ требует общего метода, который по произвольному высказыванию p позволил бы получать доказательство p, либо доказательство отрицания p. Гейтинг считает, что так как интуиционисты не располагают таким методом, то они не вправе утверждать и принцип исключенного третьего. Покажем это на таком примере. Возьмем утверждение: «Всякое целое число, большее единицы, либо простое, либо сумма двух простых, либо сумма трех простых». Неизвестно, так это или не так в общем случае, хотя в рассмотренных случаях, которых конечное число, это так. Существует ли число, которое не удовлетворяет этому требованию? Мы не можем указать такое число и не можем вывести противоречие из допущения его существования.

Эта знаменитая проблема Х. Гольдбаха была поставлена им в 1742 г. и не поддавалась решению около 200 лет. Гольдбах высказал предположение, что всякое целое число, большее или равное шести, может быть представлено в виде суммы трех простых чисел. Для нечетных чисел это предположение было доказано только в 1937 г. советским математиком академиком И.М. Виноградовым: все достаточно большие нечетные числа представимы в виде суммы трех простых чисел. Это — одно из крупнейших достижений современной математики.

Брауэр первый наметил контуры новой логики. Идеи Брауэра формализовал Гейтинг, в 1930 г. построивший интуиционистское исчисление предложений с использованием импликации, конъюнкции, дизъюнкции и отрицания на основе 11 аксиом и двух правил вывода — modus ponens и правила подстановки. Гейтинг утверждает, что, хотя основные различия между классической и интуиционистской логиками касаются свойств отрицания, эти логики не совсем совпадают и в формулах без отрицания. Он отличает математическое отрицание от фактического: первое выражается в форме конструктивного построения (выполнения) определенного действия, а второе говорит о невыполнении действия («невыполнение» чего-либо не является конструктивным действием). Интуиционистская логика имеет дело только с математическими суждениями и лишь с математическим отрицанием, которое определяется через понятие противоречия, а понятие противоречия интуиционисты считают первоначальным, выражающимся или приводящимся к форме 1 = 2. Фактическое отрицание не связано с понятием противоречия.

Проблемами интуиционистской логики занимаются также российские философы К.Н. Суханов, М.И. Панов, А.Л. Никифоров и др.[1]

6.6. Конструктивная логика

Конструктивная логика, отличная как от логики классической, так и от интуиционистской, своим рождением обязана конструктивной математике. *Конструктивная математика* может быть кратко охарактеризована как абстрактная умозрительная наука о конструктивных процессах и нашей способности их осуществлять. В результате конструктивного процесса возникает конструктивный объект, т.е. такой объект, который задается эффективным (точным и вполне понятным) способом построения (алгоритмом).

Конструктивное направление (в математике и логике) ограничивает исследование конструктивными объектами и проводит его в рамках абстракции потенциальной осуществимости (реализуемости), т.е. игнорирует практическое ограничение наших возможностей построений в пространстве, времени, материале.

Между идеями конструктивной логики российских исследователей и некоторыми идеями интуиционистской логики (например, в по-

---

[1] См.: *Суханов К.Н.* Критический очерк гносеологии интуиционизма. М., 1973; *Никифоров А.Л., Петров Ю.А.* Логика и методология научного познания. М., 1982; *Панов М.И.* Методологические проблемы интуиционистской математики. М., 1984; *Никифоров А.Л.* Философия науки. История и теория. М., 2006.

нимании дизъюнкции, в отказе от закона исключенного третьего) имеются точки соприкосновения.

Однако между конструктивной и интуиционистской логиками имеются и *существенные отличия.*

1. **Различные объекты исследования.** В основу конструктивной логики, которая является логикой конструктивной математики, положена абстракция потенциальной осуществимости, а в качестве объектов исследования допускаются лишь конструктивные объекты (слова в определенном алфавите).

В основу интуиционистской логики, которая является логикой интуиционистской математики, положена идея «свободно становящейся последовательности», т.е. строящейся не по алгоритму, которую интуиционисты считают интуитивно ясной.

2. **Обоснование интуиционистской математики и логики** делается на основе полагания такой познавательной способности, как глобальная интуиция. Обоснование же конструктивной математики и логики дается на базе математического понятия алгоритма (например, нормального алгоритма А.А. Маркова) или эквивалентного ему понятия рекурсивной функции.

3. **Различные методологические основы.** Методологической основой конструктивного направления в математике является признание практики источником познания и критерием его истинности (в том числе и научного).

Интуиционисты же считают источником формирования математических понятий и методов первоначальную «интуицию», а критерием истинности в математике — «интуитивную ясность».

6.7. Конструктивные исчисления высказываний В.И. Гливенко и А.Н. Колмогорова

Первыми представителями конструктивной логики были математики А.Н. Колмогоров (1903—1987) и В.И. Гливенко (1897—1940). Первое исчисление, не содержащее закон исключенного третьего, было предложено в 1925 г. А.Н. Колмогоровым в связи с его критикой концепции Л. Брауэра, а в дальнейшем развито В.И. Гливенко. Позже было опубликовано исчисление Гейтинга, которое Колмогоров интерпретировал как исчисление задач, что породило содержательное истолкование исчислений, не пользующихся законом исключенного третьего, а это, в свою очередь, легло в основу всех дальнейших подлинно научных исследований таких исчислений.

Введя понятия «псевдоистинность» (математика псевдоистинности»), Колмогоров доказал, что всякий вывод, полученный с помощью закона исключенного третьего, верен, если вместо каждого суждения, входящего в его формулировку, поставить суждение, утверждающее его двойное отрицание. Тем самым он показал, что в «математике псевдоистинности» законно применение принципа исключенного третьего.

Колмогоров различает две логики суждений — общую и частную. Различие между ними заключается в одной аксиоме $\bar{\bar{A}} \to A$, которая имеется лишь среди аксиом частной логики. Интересна диалектика соотношения содержания и областей применения этих логик: содержание частной логики суждений богаче, чем общей, так как частная логика дополнительно включает аксиому $\bar{\bar{A}} \to A$, но область применения ее ýже. *Из системы частной логики можно вывести все формулы традиционной логики суждений.*

Какова же область применения частной логики суждений? Все ее формулы верны для суждения типа $A^{\cdot}$, в том числе для всех финитных и для всех отрицательных суждений, т.е. область применимости ее совпадает с областью применимости формулы двойного отрицания $\bar{\bar{A}} \to A$. (Символами A, $B^{\cdot}$ ... обозначены произвольные суждения, для которых из двойного отрицания следует само суждение.)

6.8. Конструктивная логика А.А. Маркова

Проблема конструктивного понимания логических связок, в частности отрицания и импликации, требует применения в логике специальных точных формальных языков. В основе конструктивной математической логики А.А. Маркова (1903—1979) лежит идея *ступенчатого построения формальных языков.* Сначала вводится формальный язык $Я_0$, в котором предложения выражаются по определенным правилам в виде формул; в нем имеется определение смысла выражения этого языка, т.е. семантика. Правила вывода позволяют исходя из верных предложений всегда получать верные предложения.

В конструктивной математике формулируются теоремы существования, утверждающие, что существует объект, удовлетворяющий таким-то требованиям. Под этим подразумевается, что построение такого объекта потенциально осуществимо, т.е. что мы владеем способом его построения. Это конструктивное понимание высказываний о существовании отличается от классического. В конструктивной математике и логике иной является и трактовка дизъюнкции, которая понимается как осуществимость указания ее верного члена. «Осуществимость» означает потенциальную осуществимость конструктивного процесса, дающего в результате один из членов дизъюнкции, который должен быть истинным. Классическое же понимание дизъюнкции не предполагает нахождения ее истинного члена.

Новое понимание логических связок требует новой логики. Мы считаем утверждение А.А. Маркова о неединственности логики верным и весьма глубоким[1].

В конструктивную математическую логику А.А. Марков вводит понятие «разрешимое высказывание» и связанное с ним понятие «прямое отрицание». В логике А.А. Маркова имеется и другой вид отрицания — усиленное отрицание, относящееся к так называемым полуразрешимым высказываниям.

Кроме материальной и усиленной импликации, при становлении истинности которых приходится заботиться об истинности посылки и заключения, А.А. Марков вводит дедуктивную импликацию, определяемую по другому принципу. Дедуктивная импликация «если *A*, то *B*» выражает возможность выведения *B* из *A* по фиксированным правилам, каждое из которых в применении к верным формулам дает верные формулы. Всякое высказывание, выводимое из истинного высказывания, будет истинным.

Через дедуктивную импликацию А.А. Марков определяет редукционное отрицание (reductio ad abdurdum). Редукционное отрицание высказывания *A* (сформулированного в данном языке) понимается как дедуктивная импликация «если *A*, то *Л*», где через *Л* обозначен абсурд. Это определение отрицания соответствует обычной практике рассуждений математика: математик отрицает то, что можно привести к абсурду. Для установления истинности редукционного отрицания высказывания не требуется вникать в его смысл. Высказывание, для которого установлена истинность редукционного отрицания, не может быть истинным.

Эти три различных понимания отрицания не вступают в конфликт друг с другом, они согласованы, что, по мнению А.А. Маркова, дает возможность объединить все эти понимания отрицания.

---

[1] См.: *Марков А.А.* О логике конструктивной математики // Вестник МГУ. Серия «Математика, механика». 1970. № 2. С. 13.

Показательно такое обстоятельство. А.А. Марков строит свои конструктивные логические системы для обоснования конструктивной математики таким образом, что у него получается *не одна законченная система, а целая иерархия систем*. Это система языков $Я_0$, $Я_1$, $Я_2$, $Я_3$, $Я_4$, $Я_5$, … $Я_n$ (где n — натуральное число) и объемлющего их языка $Я_\omega$; после $Я_\omega$ строится язык $Я_\omega$[1].

Итак, мы склонны думать, что развивающуюся конструктивную логику и математику невозможно вместить в одно формальное исчисление, для этого нужна система, состоящая из целой иерархии систем, в которой будет иерархия отрицаний.

Проблемами конструктивной логики и теории алгоритмов занимается в настоящее время известный отечественный математик Н.М. Нагорный. В 1984 г. вышла фундаментальная монография А.А. Маркова и Н.М. Нагорного «Теория алгорифмов». В аннотации написано: «В книге на основе понятия нормального алгорифма излагается общая теория алгорифмов и некоторые ее применения. Значительное внимание уделяется логическим и, в частности, семантическим аспектам этой теории»[2].

Выдающийся отечественный математик, академик П.С. Новиков, читавший лекции по конструктивной математической логике на механико-математическом факультете в 1955 г., в своей фундаментальной монографии «Конструктивная математическая логика с точки зрения классической» вторую главу называет так: «Конструктивная (интуиционистская) логика высказываний». В этой главе § 2 называется «Конструктивное (интуиционистское) исчисление высказываний». П.С. Новиков пишет: «Логика, к изучению которой мы теперь переходим, называется *интуиционистской* или *конструктивной*»[3]. Однако это терминологическое двойное обозначение, которым пользовались ранее и некоторые математики и некоторые философы для конструктивной математической логики затем было уточнено, и они не стали писать: «конструктивная (интуиционистская) логика», ибо хотя эти два разных направления и имеют сходство, однако они имеют и существенные отличия, о трех из которых было сказано выше.

---

[1] См.: Доклады АН СССР. 1974. Т. 214. № 1—6; Т. 215. № 1.

[2] *Марков А.А., Нагорный М.Н.* Теория алгорифмов. М., 1984. С. 1.

[3] *Новиков П.С.* Конструктивная математическая логика с точки зрения классической. М., 1977. С. 48.

6.9. Многозначные логики

В отличие от классической, двузначной логики в многозначных логиках число значений истинности аргументов и функций для высказываний может быть любым конечным (больше двух) и даже бесконечным. В настоящем разделе статьи используются так называемая польская запись, которую применял Лукасевич, и обычная, применяемая в двузначной логике: отрицание обозначается через *Nx* или $\bar{X}$, конъюнкция — через *Kxy* или $X \wedge y$, нестрогая дизъюнкция — через *Axy* или $X \vee y$, материальная импликация — через *Cxy* или $X \rightarrow y$. Значение функции от аргумента *a* записывается так: [*a*]. *Тавтологией* (или общезначимой, или законом логики, или тождественно-истинной) называется формула, которая при любых комбинациях значений входящих в нее переменных принимает выделенное (или отмеченное)значение: как правило, это значение «истина» (чаще всего в рассматриваемых системах «истина» обозначается цифрой 1).

Развитие многозначных логик подтверждает мысль, что истина всегда конкретна, а также положение об относительном характере конкретно-научных знаний: то, что является тождественно-истинным в одной логической системе, не оказывается тождественно-истинным в другой.

6.10. Трехзначная система Лукасевича

Трехзначная пропозициональная логика (логика высказываний) была построена в 1920 г. польским математиком и логиком Я. Лукасевичем (1878—1956)[1]. В ней «истина» обозначается 1, «ложь» — 0, «нейтрально» — ½. В качестве основных функций взяты отрицание (*Nx*) и импликация (*Cxy*): производными являются конъюнкция (*Kxy*) и дизъюнкция (*Axy*). Тавтология принимает значение 1[2].

Отрицание и импликация соответственно определяются матрицами табл. 8 и 9):

Таблица 8

Импликация Лукасевича

$x \backslash y$	1	½	0
1	1	½	0
½	1	1	½
0	1	1	1

[1] См.: *Lukasiewicz J.* O pojeciu mozliewosci // Buch Filozoficzny. Lwow. 1920. Vol. 5. N 9.
[2] См., например: *Зиновьев А.А.* Философские проблемы многозначной логики. М., 1960.

Таблица 9

Отрицание Лукасевича

x	Nx
1	0
½	½
0	1

$[Nx] = 1 - [x]$

Конъюнкция определяется как минимум значений аргументов: $[Kxy] = \min([x], [y])$; дизъюнкция — как максимум значений x и y $[Axy] = max([x], [y])$.

Пользование таблицей для импликации Лукасевича, выраженной в форме $x \rightarrow y$, происходит так. Слева в первой колонке написаны значения для x, а сверху — значения для y. Возьмем, например $[x] = ½$ (т.е. значение для x, равное ½), а $[y] = 0$, получаем импликацию ½ → 0. На пересечении получаем результат ½.

Если в формулу входит одна переменная, как, например, в случае формулы $a \vee \overline{a}$, то таблица истинности для этой формулы, включающая все возможные значения истинности, или ложности, или неопределенности ее переменной в таблице, будет состоять из $3^1 = 3$ строки; при двух переменных в таблице будет $3^2 = 9$ строк; при трех переменных в таблице имеем $3^3 = 27$ строк; при n переменных будет 3^n строк.

Покажем, как происходит доказательство для формул $a \vee \overline{a}$ (закон исключенного третьего) и для $\overline{a \wedge \overline{a}}$ (закон непротиворечия), содержащих одну переменную, т.е. a. В таблице будет всего $3^1 = 3$ строки (табл. 10).

Таблица 10

a	$\overline{a}$	$a \vee \overline{a}$	$a \wedge \overline{a}$	$\overline{a \wedge \overline{a}}$
1	0	1	0	1
½	½	½	½	½
0	1	1	0	1

Для доказательства формулы $a \vee \overline{a}$ используем знание о том, что дизъюнкция берется по максимуму. В третьей колонке, соответствующей $a \vee \overline{a}$, видим, что вместе со значениями 1 есть значение ½.

Следовательно, эта формула не есть закон логики. Аналогично строятся колонки 4 и 5 (табл. 10), только соблюдая условие, что конъюнкция берется по минимуму значений. Формула $a \wedge \bar{a}$ также не является законом логики.

Теперь посмотрим, является ли законом логики формула $(x \to (\bar{y} \wedge y)) \to \bar{x}$, содержащая две переменные x и y. В таблице будет $3^2 = 9$ строк (табл. 11). Распределение значений истинности для x и y показано в первой и второй колонках.

Вывод: так как в последней колонке встречается два раза значение неопределенности (т.е. ½), то данная формула не является законом логики.

На основе данных определений отрицания, конъюнкции и дизъюнкции Лукасевича не будут тавтологиями (законами логики) закон непротиворечия и закон исключенного третьего двузначной логики. В системе Лукасевича не являются тавтологиями и отрицания законов непротиворечия и исключенного третьего двузначной логики. *Поэтому логика Лукасевича не является отрицанием двузначной логики.* В логике Лукасевича тавтологиями являются: правило снятия двойного отрицания, все четыре правила де Моргана и правило контрапозиции: $a \to b \equiv \bar{b} \to a$. Не являются тавтологиями правила приведения к абсурду двузначной логики; $(x \to \bar{x}) \to \bar{x}$ и $(x \to (\bar{y} \wedge y)) \to \bar{x}$ (т.е. если из x вытекает противоречие, то из этого следует отрицание x). Это было доказано (см. табл. 11).

Таблица 11

x	y	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{y} \wedge y$	$x \to (\bar{y} \wedge y)$	$(x \to (\bar{y} \wedge y)) \to \bar{x}$
1	1	0	0	0	0	1
1	½	0	½	½	½	½
1	0	0	1	0	0	1
½	1	½	0	0	½	1
½	½	½	½	½	1	½
½	0	½	1	0	½	1
0	1	1	0	0	1	1
0	½	1	½	½	1	1
0	0	1	1	0	1	1

В системе Лукасевича не являются тавтологиями и некоторые формулы разделительно-категорического силлогизма с нестрогой дизъюнкцией.

Все тавтологии логики Лукасевича являются тавтологиями в двузначной логике, ибо если отбросить значение ½, то в логике Лукасевича и в двузначной логике определение функций конъюнкции, дизъюнкции, импликации и отрицания соответственно совпадут. Но так как в логике Лукасевича имеется третье значение истинности — ½, то не все тавтологии двузначной логики являются тавтологиями в логике Лукасевича.

6.11. Трехзначная система Гейтинга

В двухзначной логике из закона исключенного третьего выводятся: 1) $\bar{\bar{x}} \to x$; 2) $x \to \bar{\bar{x}}$. Исходя из утверждения, что истинным является лишь второе, нидерландский логик и математик А. Гейтинг (1898—1980) разработал трехзначную пропозициональную логику. В этой логической системе импликация и отрицание отличаются от определений этих операций у Лукасевича лишь в одном случае. «Истина» обозначается 1, «ложь» — 0, «неопределенность» — ½. Тавтология принимает значение 1 (табл. 12 и 13).

Таблица 12

Импликация Гейтинга

x \ y	1	½	0
1	1	½	0
½	1	1	0
0	1	1	1

Таблица 13

Отрицание Гейтинга

x	Nx
1	0
½	0
0	1

Конъюнкция и дизъюнкция определяются обычным способом как минимум и максимум значений аргументов.

Если учитывать лишь значения функций 1 и 0, то из матриц системы Гейтинга вычленяются матрицы двузначной логики. В этой трехзначной логике закон непротиворечия является тавтологией, но ни закон исключенного третьего, ни его отрицание тавтологиями не являются. Оба правильных модуса условно-категорического силлогизма, формула $(x \to y) \to (\bar{y} \to \bar{x})$, правила де-Моргана и закон исключенного четвертого $(x \vee \bar{x} \vee \bar{\bar{x}})$ — тавтологии.

Хотя по сравнению с логикой Лукасевича в матрицах отрицания и импликации Гейтингом в его системе были произведены небольшие изменения, результаты оказались значительными: в системе Гейтинга являются тавтологиями многие формулы классического двузначного исчисления высказываний.

Системами многозначных логик занимается А.С. Карпенко[1].

6.12. m–значная система Поста (P_m)[2]

Система американского математика и логика Э.Л. Поста (1897—1954) является обобщением двузначной логики, ибо при $m = 2$ в качестве частного случая мы получаем двузначную логику. Значения истинности суть 1, 2, …, m (при $m \geq 2$), где m — конечное число. Тавтологией является формула, которая всегда принимает выделенное значение, лежащее между 1 и $m - 1$, включая их самих.

Пост вводит два вида отрицания (N^1x и N^1x), соответственно называемые циклическим и симметричным. Они определяются путем матриц и посредством равенств. Первое отрицание определяется двумя равенствами:

1. $[N^1x] = [x] + 1$ при $[x] \leq m - 1$.
2. $[N^1m] = 1$.

Второе отрицание определяется одним равенством:

$[N^2x] = m - [x] + 1$.

Характерной особенностью двух отрицаний Поста является то, что при $m = 2$ эти отрицания совпадают между собой и с отрицанием двузначной логики, что подтверждает тезис: многозначная система Поста есть обобщение двукзначной логики (табл. 14).

Таблица 14

x	N^1x	N^2x
1	2	m
2	3	m – 1
3	4	m – 2
4	5	m – 3
.	.	.
.	.	.
.	.	.
m – 1	m	2
m	1	1

[1] См.: *Карпенко А.С.* Матричная логика простых чисел // Модальные и интенсиональные логики. М., 1962. С. 51—54; *он же*. Фактор — семантика и классы многозначных систем логики // Релевантные логики и теория следования. М., 1979. С. 67—75.

[2] См.: *Post E.L.* Introduction to a General Theory of Elementary Propositions // American Journal of Mathematics. 1921. Vol. 43. N 3.

Конъюнкция и дизъюнкция определяются соответственно как максимум и минимум значений аргументов. При указанных определениях отрицания, конъюнкции и дизъюнкции обнаруживается, что при значении для x, большем двух, законы непротиворечия и исключенного третьего, а также отрицание этих законов не являются тавтологиями.

Трехзначная система P_3 Поста имеет следующую указанную в таблицах форму (табл. 15 и 16). В этих таблицах приняты обозначения, введенные Постом при $m = 3$: первое отрицание обозначается через $(\sim_3 p)$, второе отрицание — через $(\eqsim_3 p)$, конъюнкция через $(p \cdot_3 q)$, дизъюнкция — через $(p \vee_3 q)$, импликация — через $(p \supseteq_3 q)$, эквиваленция — через $(p \equiv_3 q)$.

Таблица 15

p	$\sim_3 p$	$\eqsim_3 p$
1	2	3
2	3	2
3	1	1
Пояснения	Первое отрицание	Второе отрицание

Таблица 16

$p \backslash q$	$p \cdot_3 q$			$p \vee_3 q$			$p \supseteq_3 q$			$p \equiv_3 q$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	1	2	3	1	1	1	1	2	3	1	2	3
2	2	2	3	1	2	2	1	2	2	2	2	2
3	3	3	3	1	2	3	1	1	1	3	2	1
Пояснения	max(p,q)			min(p,q)			$(\eqsim_3 p) \vee_3 q$			$(p \supseteq_3 q) \wedge_3$ $\wedge_3 (q \supseteq_3 p)$		

Если в качестве значений истинности взяты лишь 1 «истина» и 3 «ложь», то из таблиц системы P_3 Поста вычленяются таблицы для отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации и эквиваленции двузначной логики.

В системе P_3 тавтология принимает значение 1; закон исключенного третьего не является тавтологией ни для первого, ни для второго отрицания Поста, но является тавтологией закон исключенного четвертого для первого отрицания.

6.13. Две бесконечнозначные системы Гетмановой: «Логика истины» и «Логика лжи»

Бесконечнозначная «Логика истины» как обобщение многозначной системы Поста

Исходя из m-значной системы Э.Л. Поста автор этой книги А.Д. Гетманова построила бесконечнозначную систему $G\aleph_0$. В ней значениями истинности являются: 1 («истина»), 0 («ложь») и все дробные числа в интервале от 1 до 0, построенные в форме $(1/2)^k$ и в форме $(1/2)^k \cdot (2^k - 1)$, где k — целочисленный показатель. Иными словами, значениями истинности являются: $1, 1/2, 1/4, 3/4, 1/8, 7/8, 1/16, 15/16, \ldots, (1/2)^k, (1/2)^k \cdot (2^k - 1), \ldots, 0$.

Операции: отрицание, дизъюнкция, конъюнкция, импликация и эквивалентция в $G\aleph_0$ — определены следующими равенствами:

1. Отрицание: $[\sim_{\aleph_0} p] = 1 - [p]$.
2. Дизъюнкция: $[p \vee_{\aleph_0} q] = \max([p],[q])$.
3. Конъюнкция: $[p \wedge_{\aleph_0} q] = \min([p],[q])$.
4. Импликация: $[p \supset_{\aleph_0} q] = [\sim_{\aleph_0} p \vee_{\aleph_0} q]$.
5. Эквиваленция: $[p \equiv_{\aleph_0} q] = [(p \supset_{\aleph_0} q) \wedge_{\aleph_0} (q \supset_{\aleph_0} p)]$.

Отрицание в системе $G\aleph_0$ является обобщением второго (симметричного) отрицания m-значной логики Поста. Посредством именно этого отрицания строятся конъюнкция, импликациям эквиваленция. Система $G\aleph_0$, построенная предложенным способом, имеет множество тавтологий. (Тавтология принимает значение 1.)

Тавтологии в бесконечнозначной «Логике истины» (т.е. в $G\aleph_0$) являются тавтологиями в двузначной логике, ибо $G\aleph_0$ является обобщением системы P_m Поста, а последняя есть обобщение двузначной логики. Из системы $G\aleph_0$ вычленяются G_3, G_4, G_5, G_6, …, G_n, т.е. любая конечнозначная «Логика истины».

Об интерпретации системы $G\aleph_0$

В системе $G\aleph_0$ между крайними значениями истинности: 1 («истина») и 0 («ложь») лежит бесконечное число значений истинности: $1/2$, $1/4$, $3/4$, $1/8$, $7/8$ и т.д. Процесс познания осуществляется таким образом, что мы идем от незнания к знанию, от неполного, неточного знания к более полному и точному, от относительной истины к абсолютной. Абсолютная истина (в узком смысле) складывается из бесконечной суммы относительных истин. Если значению истинности, равному 1, придать семантический смысл абсолютной истины, а значению 0 — значение лжи (заблуждения, отсутствия знания), то промежуточные значения истинности отразят процесс достижения абсолютной истины как бесконечный процесс, складывающийся из познания относительных истин, значениями которых в системе $G\aleph_0$ являются $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{8}$ и т.д. Чем ближе значение истинности переменных (выражающих суждения) к 1, тем бóльшая степень приближения к асболютной истине. Так осуществляется процесс познания: от незнания к знанию, от явления к сущности, от сущности первого порядка к сущности второго порядка и т.д. Этот бесконечный процесс познания и отражает бесконечнозначная система $G\aleph_0$, построенная автором как обобщение двузначной классической логики, характеризующей процесс познания в рамках оперирования лишь предельными значениями истинности — «истина» и «ложь». Такова семантическая интерпретация системы $G\aleph_0$ («Логика истины»), вскрывающая ее роль к процессе познания истины.

Многозначные логики (в частности, система $G\aleph_0$ — «Логика истины») могут применяться в социологии при моделировании систем с наличием элемента неопределенности. Простейшим примером применения трехзначной логики является голосование: «за», «против», «воздержался» или ответы на вопросы: «да», «нет», «затрудняюсь ответить». Более сложной методологической проблемой является применение многозначных логик при построении социологических анкет. Обычно предлагается ряд ответов на один вопрос: «да», «нет», «скорее да, чем нет», «скорее нет, чем да», «удовлетворен в значительной степени», «мало удовлетворен» и т.п. Они включают значительный элемент неопределенности, что затрудняет выявление мнения людей.

Автор считает возможным использовать многозначные логики с различными значениями истинности, т.е. 7-, или 9-, или 11-значные логики. Составляющий анкету должен предусмотреть точные оценки, которые даст сам человек, работающий с анкетой. Например, в 9-значной логике значения истинности такие: $1, \frac{15}{16}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, 0$.

При ответе на вопрос «Удовлетворены ли Вы своим трудом!», если человек полностью согласен, то он напишет 1; если же он полностью не удовлетворен, то напишет значение 0; если он почти согласен (удовлетворен), то напишет либо $\frac{15}{16}$, либо $\frac{7}{8}$; если же он почти не удовлетворен, то напишет $\frac{1}{16}$ или $\frac{1}{8}$. Если он не знает ответа или думает неопределенно, то напишет $\frac{1}{2}$.

При обработке информации на ЭВМ на основе данных числовых характеристик ответов можно получить более точные знания о мнении в репрезентативной выборке любого вида (стихийной, квотной, вероятностной и др., когда применяется неполная индукция), или во всей генеральной совокупности (т.е. при сплошном обследовании, когда применяется полная индукция).

В 1992 г. мною была построена система $L\aleph_0$ («Логика лжи»), в которой осуществлено объединение двух систем в единую бесконечнозначную систему. Бесконечнозначная система $G\aleph_0 - L\aleph_0$ представляет процесс познания, который идет от неопределенности, обозначенной через 0, либо в сторону истины, (обозначенной через +1), либо в сторону лжи (заблуждения), (обозначенной через –1). В своих крайних проявлениях это — абсолютная истина (т.е. +1) или абсолютная ложь, доходящая до абсурда (т.е. –1). В интервале между +1 и –1 лежит бесконечное множество значений истинности, выраженных дробными числами, построенными в форме $\pm\left(\frac{1}{2}\right)^k$ и в форме $\pm\left(\frac{1}{2}\right)^k\cdot(2^k-1)$, где к — целочисленный показатель.

Иными словами, значениями истинности являются числа:

$$\pm 1,\ \pm\frac{1}{2},\ \pm\frac{1}{4},\ \pm\frac{1}{8},\ \pm\frac{7}{8},\ \pm\frac{1}{16},\ \pm\frac{15}{16},\ \ldots,\ \pm\left(\frac{1}{2}\right)^k, \pm\left(\frac{1}{2}\right)^k\cdot\left(2^k-1\right), \ldots, 0.$$

Логические операции — отрицание, дизъюнкция, конъюнкция, импликация и эквиваленция — в объединенной системе $G\aleph_0 - L\aleph_0$ («Логика истины — логика лжи») определены следующими равенствами:

1. Отрицание: $\left[\neg_{\aleph_0} p\right] = \pm 1 - [p]$.
2. Дизъюнкция: $\left[p \vee_{\aleph_0} q\right] = \max(\ [p]\ ,[q]\ )$.
3. Конъюнкция: $\left[p \wedge_{\aleph_0} q\right] = \min(\ [p]\ ,[q]\ )$.
4. Импликация: $\left[p \supset_{\aleph_0} q\right] = \left[\neg_{\aleph_0} p \vee_{\aleph_0} q\right]$.
5. Эквиваленция: $\left[p \equiv_{\aleph_0} q\right] = \left[\ \left(p \supset_{\aleph_0} q\right) \wedge_{\aleph_0} \left(q \supset_{\aleph_0} p\right)\right]$.

Здесь знак $\aleph_0$ (алеф-ноль) обозначает счетную бесконечность. Отрицание в системе $G\aleph_0 - L\aleph_0$ является обобщением второго (симметричного) отрицания m-значной логики Поста.

Тавтология в системе $G\aleph_0 - L\aleph_0$ принимает значение +1. Заметим, что ранее, в системе $G\aleph_0$ («Логика истины») тавтология принимала значение 1, а в системе $L\aleph_0$ («Логика лжи») тавтология принимала значение 0. В единой системе $G\aleph_0 {}^{-} L\aleph_0$ обозначение иное (иная интерпретация значения 0); а именно: 0 обозначает неопределенность, промежуточное значение между –1 (заблуждением, ложью) и +1 (истиной), поэтому тавтология не может принимать значение 0.

Любой человек в процессе познания, например, поиска правильного решения выхода из сложной ситуации, сталкивается с неопределенностью, обозначенной нами 0. Процесс познания осуществляется таким образом, что мы идем от незнания к знанию, затем от неполного, неточного знания, приобретая новую информацию, к более полному и точному, от относительной истины к абсолютной. Абсолютная истина (в узком смысле) складывается из бесконечной суммы относительных истин. Так осуществляется процесс познания: от незнания к знанию, от явления к сущности, от сущности первого порядка к сущности второго порядка и т.д. Этот бесконечный процесс познания и отражает бесконечнозначная система $G\aleph_0$, построенная автором как обобщение двузначной классической логики, характеризующей процесс познания в рамках оперирования лишь предельными значениями истинности — «истина» и «ложь».

В новой единой (объединенной системе) $G\aleph_0 {}^{-} L\aleph_0$ отражены две ветви (два направления) в процессе познания:

1) от неопределенности, обозначенной 0, человек продвигается в сторону истины, обозначенной +1, т.е. достигает правильного решения, правильного выхода из создавшейся ситуации, ставит правильный диагноз, в ходе расследования преступления выдвигает истинные версии и проверяет их, строит в высокой степени правдоподобные гипотезы, производит оптимальное планирование и дает прогноз экономических, экологических, социальных, политических и других процессов, иными словами, движется в сторону истины;

2) но в реальной жизни человек часто, не имея достаточной информации, не обладая методами ее обработки, в силу своих психологических особенностей и многих других причин, пойдет в сторону заблуждения, т.е. от неопределенности (обозначенной 0) «двинется» влево, к –1 (лжи, заблуждению, ошибкам). В результате человек приходит

к ложным суждениям — в юридической деятельности (неверно построенные версии), в медицинской практике (постановка ошибочного диагноза или неверного способа лечения больного), в научном творчестве (выдвижение ложных гипотез) и ошибкам в других сферах человеческой деятельности. Степень заблуждения бывает различной и может доходить до абсурда. Причем процесс возможного заблуждения потенциально бесконечен, что отражено в системе $G\aleph_0 - L\aleph_0$ в ее левой части, обозначаемой значениями истинности от 0 (неопределенности) до –1 (абсолютной лжи). Причины заблуждения многочисленны: умышленная дезинформация, незнание объекта исследования, неправильное истолкование результатов эксперимента, допущение логических ошибок, попадание (введение) в компьютер противоречивой информации и многие другие причины.

Из бесконечнозначной системы $G\aleph_0 - L\aleph_0$ вычленяются следующие логические системы:

1. Конечнозначные системы G_2 (двузначная классическая логика), G_3, G_4, G_5, G_6, ... , G_m, т. е. любая конечнозначная «Логика истины».

2. Конечнозначные системы L_3, L_4, L_5, L_6, ... , L_m, т. е. любая конечнозначная «Логика лжи».

3. Объединенные конечнозначные логики G_m–L_m («Логика истины — логика лжи»), т. е. любая конечнозначная система $G_3 - L_3$, G_4–L_4, G_5–L_5, G_6–L_6, ... , G_m–L_m.

Автор, а затем его последователи построили:

1. Исходя из бесконечнозначной «Логики истины» $G\aleph_0$ семизначную «Логику истины» (G_7).

2. Из бесконечнозначной «Логики лжи» $L\aleph_0$ семизначную «Логику лжи» (L_7).

3. Объединив обе системы G_7 и L_7, построили объединенную систему $G_7 - L_7$. Обнаружена поразительная симметричность при табличном построении системы $G_7 - L_7$. Применив семь цветов радуги, раскрасив в таблице каждое значение истинности своим цветом, получили красивую картину, прямо таки изящный красочный орнамент, с интересными узорами, красивыми симметричными сочетаниями всех цветов радуги — результат интеллектуального открытия с его выражением в красках, в живописи, в искусстве.

Эта прекрасная изящная картина впервые была получена без компьютера кандидатом физико-математических наук, президентом Международной ассоциации учителей информатики И.А. Смольниковой и преподавателем информатики И.А. Бутениной. Последующие построения систем G_{15}, L_{15} были сделаны на компьютере в цветном оформлении Д. Аликиным (1999 и 2000 г.).

Дитрих Дернер, автор книги «Логика неудачи» (1997), крупнейший немецкий психолог, специалист в области исследований мышления. В аннотации книги, ставшей европейским бестселлером, написано: «Представлены материалы многолетних исследований реального мышления в сложных практических ситуациях с помощью специально разработанных компьютерных игр. В книге главное внимание уделено разбору часто встречающихся в повседневности мыслительных ошибок. Автор не только вскрывает их природу, но и намечает пути повышения эффективности практического интеллекта».

Дитрих Дернер как психолог в содержательном аспекте исследовал «Логику неудачи» (а в нашей терминологии это «Логика лжи»). Наше же исследование этого направления в мышлении проведено средствами современных (бесконечнозначных) логик. Мы надеемся, что содержательный и формализованный аспекты взаимодополняют друг друга.

Сошлемся и на статью российского математика Н.К. Косовского «Обобщение логики Гетмановой на предикаты и секвенции», в которой дано обобщение нашей бесконечнозначной «Логики истины» с помощью исчисления предикатов и с помощью секвенции[1].

6.14. Паранепротиворечивые логики

Одним из направлений современной неклассической математической логики являются *паранепротиворечивые логики*. Объективными основами их появления является стремление отразить средствами логики специфику мышления человека о переходных состояниях, которые (наряду с устойчивостью и относительным покоем) наблюдаются в природе, обществе и познании. В природе и обществе происходят изменения, предметы и их свойства переходят в свою противоположность, поэтому нередки переходные состояния, промежуточные ситуации, неопределенность в познании, переход от незнания или неполного знания к более полному и точному.

[1] См.: Научная конференция «Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке». Тезисы докладов. Ч. I. Современные направления логических исследований. СПб., 1994. С. 28—30.

Действие законов двузначной логики — закона исключенного третьего и закона непротиворечия — в этих ситуациях ограничено или вообще неприменимо.

В определенном временнóм интервале в паранепротиворечивых логиках допускается как истинность высказывания А, так и не-А. Кроме этого, мышление имеет дело с так называемыми нечеткими понятиями (нежесткими, расплывчатыми, размытыми), отражающими нежесткие множества, концепция которых предложена в 1965 г. американским математиком Л. Заде. Паранепротиворечивые логики — логические исчисления, которые могут лежать в основе противоречивых формальных теорий.

Противоречивые данные возникают в судебных заседаниях, дискуссиях, полемике, постановке диагноза болезни, в научных теориях (прежних и новых), в ситуациях, связанных с решением политических, экономических, нравственных проблем, и в других сферах интеллектуальной деятельности. В связи с этим встала проблема создания информационной системы, работающей с противоречивыми данными.

Предшественниками паранепротиворечивых логик явились русский логик Н.А. Васильев и польский логик Я. Лукасевич. Паранепротиворечивая логика разрабатывается в работах польского логика С. Яськовского, в трудах бразильского математика Н. да Коста и других ученых. Эта логика должна удовлетворять следующим условиям: 1) из двух противоречащих формул А и ¬А в общем случае нельзя вывести произвольную формулу В; 2) дедуктивные средства классической логики должны быть максимально сохранены, поскольку они основа всех обычных рассуждений.

Интересны и оригинальны статьи американского математика Н. Белнапа «Как нужно рассуждать компьютеру» (1976) и «Об одной полезной четырехзначной логике» (1976), посвященные формализации общения с информационными системами, в которых содержится противоречивая информация. Н. Белнап отмечает, что входные данные поступают в компьютер из нескольких независимых источников, и в таких условиях проявляется угроза противоречивости информации. Что в таком случае должен делать компьютер, особенно если в системе содержится необнаруженное противоречие? Свою четырехзначную логику он и предлагает в качестве практического руководства в рассуждениях[1].

---

[1] См.: *Белнап Н., Стил Т.* Логика вопросов и ответов. М., 1981. С. 208—215.

Итак, возможно наличие очень сильных противоречивых, но нетривиальных (т.е. паранепротиворечивых) теорий. Паранепротиворечивые логики связаны с многозначными логиками, в которых закон непротиворечия двузначной логики также не является тождественно-истинной формулой (тавтологией).

6.15. Законы исключенного третьего и непротиворечия в неклассических логиках (многозначных, интуиционистской, конструктивных)

Специфика действия закона исключенного третьего при наличии «неопределенности» в познании проявляется в том, что закон этот применяется там, где познание имеет дело с жесткой ситуацией: или — или, истина — ложь. Во многих неклассических логических системах формулы, соответствующие законам исключенного третьего и непротиворечия, не являются тавтологиями.

Ниже приведена таблица, в которой знаком «+» обозначено то, что в указанной логической системе закон непротиворечия и закон исключенного третьего, т.е. формулы $\overline{a \wedge \overline{a}}$ и $a \vee \overline{a}$, являются тавтологиями (или выводимыми формулами), и соответственно знаком «–», когда не являются. Рассмотрено, кроме того, отрицание закона непротиворечия, выражающееся формулой $\overline{\overline{a \wedge \overline{a}}}$, и отрицание закона исключенного третьего, выражающееся формулой $\overline{a \vee \overline{a}}$. В этих формулах имеется в виду та форма отрицания, которая принята в указанной логической системе.

В интуиционистской и конструктивных логиках закон исключенного третьего для бесконечных множеств «не работает». Осуществимость в конструктивной математике понимается как потенциальная осуществимость конструктивного процесса, дающего в результате один из членов дизъюнкции, который должен быть истинным. Но так как для бесконечных множеств нет алгоритма распознавания, что является истинным: *А* или *не-А*, то конструктивная логика отвергает закон исключенного третьего в пределах конструктивной математики.

Итак, из табл. 17 видно, что формула $a \vee \bar{a}$, соответствующая закону исключенного третьего, из рассмотренных 12 видов отрицания не является тавтологией, или доказуемой формулой, для 10 видов.

Таблица 17

Вид логической системы	Закон исключенного третьего $a \vee \bar{a}$	Закон непротиворечия $\overline{a \wedge \bar{a}}$	Отрицание закона исключенного третьего $\overline{a \vee \bar{a}}$	Отрицания закона непротиворечия $\overline{\overline{a \wedge \bar{a}}}$	Формальное противоречие $a \wedge \bar{a}$
1. Двузначная классическая логика	+	+	—	—	—
2. Трехзначная логика Лукасевича	—	—	—	—	—
3. Трехзначная логика Гейтинга	—	+	—	—	—
4. Трехзначная логика Рейхенбаха: а) циклическое отрицание	—	—	—	—	—
б) диаметральное отрицание	—	—	—	—	—
в) полное отрицание	+	+	—	—	—
5. m-значная логика Поста: а) первое отрицание	—	—	—	—	—
б) второе отрицание	—	—	—	—	—
6. Конструктивная логика Маркова	—	+	—	—	—
7. Конструктивная логика Гливенко	—	+	—	—	—
8. Конструктивная логика Колмогорова	—	+	—	—	—
9. Интуиционистская логика Гейтинга	—	+	—	—	—

Специфика закона непротиворечия в неклассических логиках

В результате исследования 9 формализованных логических систем выявлено, что из 12 приведенных видов отрицания для семи видов закон непротиворечия является тавтологией (или доказуемой формулой), для остальных же пяти закон непротиворечия тавтологией (доказуемой формулой) не является. По сравнению с законом исключенного третьего закон непротиворечия более устойчив.

Закон непротиворечия не является тавтологией во многих многозначных логиках. В классической, интуиционистской и конструктивных логиках закон непротиворечия, наоборот, признается неограниченно действующим. Причина в том, что в многозначных логиках число значений истинности может быть как конечным (бóльшим 2), так и бесконечным. В логических системах, в которых отражена жесткая ситуация, «или—или» (истина — ложь), закон непротиворечия и закон исключенного третьего — тавтологии. Но это предельные случаи в познании (истина или ложь). Если же в процессе познания мы еще не достигли истины или еще не опровергли какое-либо утверждение (доказав его ложность), то нам приходится оперировать не истинными или ложными, а неопределенными суждениями.

Классическая двузначная логика должна быть дополнена многозначными логиками, в частности бесконечнозначной логикой, которая применима в процессе рассуждения об объектах, отражаемых в понятиях с нефиксированным объемом, и бесконечное число значений истинности которой лежит в интервале от 1 до 0.

Совсем другие ситуации в познании отражены в конструктивных и интуиционистской логиках: конструктивный процесс или имеется (осуществляется), или его нет, но то и другое не может иметь места одновременно по отношению к одному и тому же конструктивному объекту или процессу, поэтому закон непротиворечия в этих логиках действует неограниченно. В конструктивных логиках приняты абстракции, отличные от тех, которые приняты в многозначных логиках. В конструктивных и интуиционистской логиках принимаются лишь два значения истинности — истина и ложь, доказуемо (выводимо) или недоказуемо (невыводимо), поэтому закон непротиворечия — выводимая формула.

Однако независимо от того, является ли закон непротиворечия в той или иной логической системе тавтологией или не является, сами логические системы строятся непротиворечиво: иными словами, метатеория (металогика) построения формализованных систем подчиняется закону непротиворечия, иначе такие системы были бы бесполезными, так как в них было бы выводимо все что угодно — как истина, так и ложь.

Очень важным в гносеологическом и логическом плане результатом является то, что закон непротиворечия и закон исключенного третьего нельзя опровергнуть, так как отрицание этих законов ни в одной из известных форм, ни в одной из исследованных автором 18 логических системах не является тавтологией (или выводимой, доказуемой формулой), что свидетельствует об их фундаментальной роли в познании. Закон непротиворечия — один из основных законов правильного человеческого мышления — устойчив, его нельзя опровергнуть и заменить другим, в противном случае стерлось бы различие в познании между истиной как его целью и ложью.

6.16. Единство логики

Покажем единство рассмотренных выше различных направлений современной логики (двузначной, многозначной, модальной, конструктивной и др.).

Взаимосвязь логических систем внутри одного направления логики

1. Классическая логика

Основными исчислениями классической математической логики являются: 1) исчисление высказываний и 2) исчисление предикатов. Первое полностью включено во второе. Во втором добавлены правила, определяющие оперирование кванторами (квантор общности и квантор существования). Существуют различные способы построения классической логики (Генцена, исчисление Жегалкина и др.).

2. Многозначные логики

Внутри этого направления неклассических логик имеются трехзначные, четырехзначные, *m*-значная логика Поста, три бесконечнозначные логики Гетмановой. Внутри бесконечнозначной логики «Логика истины» ($C\aleph_0$) присутствуют (входят в ее состав): двухзначная логика, трехзначная, четырехзначная, *m*-значная логика Поста, любая конечнозначная логика $C_3, C_4, C_6, \ldots, C_n \ldots$ (Это было показано выше.)

3. Конструктивные логики

А.А. Марков логику строит не как одну законченную систему. В «башню» языков А.А. Маркова входит целая иерархия систем. Это система языков: $Я_0, Я_1, Я_2, Я_3, \ldots Я_n$ (где n — натуральное число) и объемлющего их языка $Я_\omega$; после $Я_\omega$ строится язык $Я_{\omega 1}$.

4. *Модальные логики*

Многие модальные системы взаимосвязаны между собой. К.И. Льюис в 1918 г. сформулировал модальное исчисление S3. В 1932 г. совместно с К. Лэнгфордом он сформулировал еще пять модальных логических систем, связанных с S3 и между собой. Это — S1, S2, S4, S5, S6.

Взаимосвязь логических систем, относящихся к различным направлениям

Классическая двузначная логика входит в состав многих других логик, а именно в состав многозначных логик: *m*-значной логики Поста; в состав бесконечнозначной «Логики истины» (G $\aleph_0$) Гетмановой; в состав некоторых положительных логик (т.е. квазипозитивных логик).

Модальные логики связаны с многозначными логиками.

Немецкий математик и логик Аккерман построил свою модальную логику. Системы Льюиса и Аккермана являются бесконечнозначными.

Модальная логика Льюиса взаимосвязана с двузначной классической логикой. Льюис построил модальную пропозициональную логику S1 в виде расширения немодального (ассерторического) пропозиционального исчисления. При этом основные черты S1 и других его исчислений были скопированы с формализованной логической системы Principia Mathematica Рассела и Уайтхеда, сформулированы с помощью понятий, только терминологически отличающихся от понятий, использованных в Principia Mathematica (т.е. в классической логике). Исчисления Льюиса построены аксиоматически по образцу Principia, и по аналогии с Principia Льюис доказывает ряд специфических теорем.

Итак, в модальных системах Льюиса прослеживается взаимосвязь как с двузначной классической логикой, так и с многозначными, ибо его модальная логика является бесконечно-значной.

Известный финский логик и философ Г. фон. Вригт в статье «О логике норм и действий» в разделе «Деонтическая логика как модальная логика» пишет: «Каждая тавтология пропозициональной логики (PL), в которой пропозициональные переменные заменяются деонтическими формулами, доказуема в этой системе»[1]. Он подчеркивает ведущую (основную) роль классической логики: «Насколько я понимаю, классическая логика является только предельным, но в то же вре-

[1] *Вригт Г.Х. фон.* Логико-философские исследования // Избр. тр. / Пер. с англ. М.: Прогресс, 1986. С. 248.

мя и основным случаем внутри некоторого множества логик, которые можно назвать логиками истины (truth — logics). Основной случай здесь несколько напоминает положение евклидовой геометрии по отношению к множеству эллиптических и гиперболических геометрических пространств»[1].

Теорией модальных логик и построением новых модальных систем занимаются отечественные логики А.А. Ивин[2], Ю.А. Ивлев[3] Я.А. Слинин и др.

В *паранепротиворечивых логиках* дедуктивные средства классической логики должны быть максимально сохранены, поскольку они — основа всех обычных рассуждений. В первую очередь должен быть сохранен modus ponens, т.е. рассуждение по формуле $((a \rightarrow в) \wedge a) \rightarrow в$.

Паранепротиворечивая логика связана со многими видами неклассических логик: с модальной логикой (системой S5 К.И. Льюиса), с многозначными логиками, с релевантной логикой, где тоже не принимается принцип: из противоречия следует все, что угодно.

В трехзначной логике Гейтинга если учитывать лишь значения функций 1 и 0, то из матриц системы Гейтинга вычленяются матрицы двузначной логики. В логике Гейтинга являются тавтологиями (законами логики) многие формулы классического двузначного исчисления высказываний. Российский философ А.И. Панченко в книге «Логика квантовой механики. Философия, физика, микромир» в главе VI «Логика и физика» отдельные разделы называет так: «О практических основах логики», «Из новейшей истории логики», «Рациональное содержание идеи взаимосвязи логики и физики». Приведем высказывание А.И. Панченко: «…в основе тезисов о взаимосвязи логики и физики и о дополнительности классической и квантовой логик лежат, по крайней мере, следующие два положения». Раскрывая эти положения, автор пишет так: «…характеристика логики как закрепленного в сознании человека отражении общих, многократно в истории повторяющихся элементов практики. Отсюда следует, что логика, в том числе и формальная, хотя в конечном счете и относится к миру, но это ее отношение не непосредственное, а опосредованное практикой, зафиксированного прежде всего в языке и в формах мышления»[4]. И отсюда автор делает заключение о взаимосвязи логики классической и других разно-

---

[1] *Фригт Г.Х. фон.* Указ. соч. С. 32—33.
[2] См.: *Ивин А.А.* Основания логики оценок. М., 1970; *он же.* Логика норм. М., 1973.
[3] См.: *Ивлев Ю.А.* Содержательная семантика модальной логики. М., 1985.
[4] *Панченко А.И.* Логика квантовой механики. М., 1988. С. 143.

видностей логики. «Любые модификации логики, — пишет А.И. Панченко, — претендующие на общезначимость, должны так или иначе согласовываться с фундаментальной, классической «макроскопической» логикой субъекта, опирающейся на эту самую многовековую практику. Иными словами, логикой метавысказываний, логикой анализа любого специального объектного, в том числе и квантовой механики, языка, остается обычная классическая логика»[1].

Эти идеи о взаимосвязи и о доминирующем месте классической логики в исследовании различных предметных областей являются истинными. То же самое мы видим и у Г. Рейхенбаха.

Немецкий логик Г. Рейхенбах создал свою трехзначную логику для исследования проблем квантовой механики[2].

Рейхенбах построил свою трехзначную систему для описания явлений квантовой механики. По его мнению, говорить об истинности или ложности высказываний правомерно лишь тогда, когда возможно осуществить их проверку. Если нельзя ни подтвердить истинность высказывания (т.е. верифицировать его), ни опровергнуть его с помощью проверки (фальсифицировать), то такое высказывание должно оцениваться третьим значением — неопределенно. К числу таких высказываний относятся высказывания о ненаблюдаемых объектах в микромире.

Сам Рейхенбах так пишет о значении трехзначной логики для квантовой механики: «Введение третьего значения истинности не делает все высказывания квантовой механики трехзначными. Рамки трехзначной логики достаточно широки, чтобы включать класс истинно-ложных формул. Когда мы хотим все высказывания квантовой механики ввести в состав трехзначной логики, то руководящей идеей будет: поместить в истинно-ложный класс те высказывания, которые мы называем законами квантовой механики»[3]. В этом высказывании Г. Рейхенбаха четко сказано, что высказывания о ненаблюдаемых объектах в микромире подчиняются трехзначной логике, а высказывания о законах науки квантовой механики формулируются с помощью классической двузначной логики. Такова взаимосвязь классической и трехзначной логики.

---

[1] *Панченко А.И.* Указ. соч. С. 143.
[2] См.: *Гетманова А.Д.* Учебник логики. М., 2003. С. 313—315.
[3] *Reichenbach H.* Philosophical Foundations of Quantum Mechanics. Berkeley — Los Angeles, 1946. P. 160.

Взаимосвязь или сравнение различных направлений логики по их «силе»

m-значная логика Поста, являясь обобщением двухзначной классической логики «сильнее» ее. Бесконечнозначная «Логика истины» $C\aleph_0$ «сильнее» двухзначной логики и «сильнее» *m*-значной логики Поста, так как является обобщением той и другой. Логика Косовского «сильнее» системы $C\aleph_0$ Гетмановой, ибо является обобщением последней на предикаты и секвенции.

Эквивалентными являются следующие системы: исчисление высказываний двухзначной логики и конструктивная частная логика суждений Колмогорова, которая имеет среди ее аксиом аксиому $\overline{\overline{A}} \rightarrow A$. А именно из системы частной логики можно вывести все формулы традиционной логики суждений (т.е. двузначной логики высказываний).

Положительные логики (в узком смысле) слова построены без операции отрицания, и отрицание не может быть выражено в их системах[1].

Можно предложить классификацию положительных логик (ПЛ) по такому основанию: числу логических операций, на котором она построена.

Квазипозитивными логиками, построенными на одной операции, являются логика, построенная на операции «штрих Шеффера» (антиконъюнкция), и логика, основанная на операции антидизъюнкции. Квазипозитивная логика, построенная на операции антидизъюнкции, которая соответствует сложному союзу «ни… ни…» и обозначается $\overline{a \vee b}$ («ни *a*, ни *b*), таблично определена (табл. 18).

Таблица 18

a	*b*	$\overline{a \vee b}$
И	И	Л
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И

Ряд квазипозитивных логик основан на двух операциях. ПЛ в узком смысле, основанными на одной операции, являются импликативная логика, основанная на операции импликации, и логика, построенная на операции эквиваленции. Ряд ПЛ основан на следующих операциях:

[1] См.: *Гетманова А.Д.* Логика: Учебник. 8-е изд. М., 2005. С. 292—294.

а) на импликации и конъюнкции;

б) на дизъюнкции и конъюнкции;

в) на импликации и дизъюнкции.

ПЛ (в узком смысле) является подсистемой (частичной системой) более сильных логик — интуиционистской и классической. Все утверждения ПЛ имеют силу как в интуиционистской логике, так и в классической логике. Внутри самих ПЛ также имеются различные по силе системы. Так, импликативная логика, включающая две аксиомы, слабее, чем ПЛ, включающая, кроме этих двух, аксиомы, характеризующие конъюнкцию и дизъюнкцию. Аксиоматическое построение подтверждает это соотношение: *самой сильной является классическая логика, слабее интуиционистская, еще слабее ПЛ.*

Общим для ПЛ в широком и узком смыслах является то, что среди логических констант этих систем нет операции отрицания.

Отличия этих систем следующие:

1) в квазипозитивных логиках операция отрицания выразима средствами этой логики, а в ПЛ в узком смысле операция отрицания не выразима;

2) квазипозитивные логики являются моделями классической логики, т.е. они эквивалентны классической логике высказываний, а ПЛ в узком смысле не эквивалентны классической логике, являясь ее подсистемами (частичными системами), следовательно, они слабее классической логики высказываний. Эти сравнения различий логик по их «силе» можно продолжить. Проанализировав взаимоотношение, взаимосвязь многих логических систем (логик), видим, что классической двухзначной логике принадлежит фундаментальная роль в различных естественных науках: классической математике, классической физике, химии, информатике и др., а также во всех гуманитарных науках (истории, социологии, юриспруденции, лингвистике и др.).

6.17. Теоретическое и практическое значение логики

Можно логично рассуждать, правильно строить свои умозаключения, опровергать доводы противника и не зная правил логики, подобно тому, как нередко люди выражают свои мысли на языке, не зная его грамматики. Однако знание логики повышает культуру мышления, способствует четкости, последовательности и доказательности рассуждения, усиливает эффективность и убедительность дискурса.

Логическая культура — это не врожденное качество. Для ее развития необходимо прежде всего ознакомление с основами логической науки, которая в течение двухтысячелетнего развития накопила теоретически обоснованные и оправдавшие себя методы и приемы рационального рассуждения и аргументации.

Б.Л. Яшин отмечает, что не случайно приоритет логики (наряду с философией) в Европе признавался уже к XIII в., а ее главенство в общеобразовательных программах школ (как основной дисциплины так называемого тривия) сохранялось на протяжении всего Средневековья и подчеркивал, что логика, входившая в программы обучения уже первых европейских университетов как обязательная дисциплина, выполняющая общекультурную функцию, остается в этой своей роли и в настоящее время

Знание логики всегда способствовало выработке элементарных навыков строго и доказательного рассуждения, точной формулировке вопроса или суждения правильному построению гипотезы (версии), логически правильному определению и делению понятий. Изучение логики формирует то, что принято называть логической культурой, культурой мышления.

В настоящее время важной значение принадлежит диалогу «Люди, если они хотят жить в мире, должны научиться договариваться друг с другом. Договариваться не только на международных симпозиумах и конференциях, не только в рамках международных государственных или общественных организаций, какими являются, например, ООН и ЮНЕСКО, но и в повседневной жизни»[1].

Мышление связано с языком, словом. Мы отмечали уже, что слово, по мнению известного древнегреческого софиста Горгия, есть «великий властелин, который, обладая весьма малым и совершенно незаметным телом, совершает чудеснейшие дела. Ибо оно может и страх изгнать, и печаль уничтожить, и радость вселить, и сострадание пробудить».

По мнению Б.Л. Яшина, умение пользоваться словом, публично выступать, вести переговоры, разрешать конфликты — все это крайне редко дается человеку от рождения. Мы подчас болезненно ощущаем недостаток культуры спора, полемики, общения вообще, выражающийся в неумении подобрать нужные слова или тон, которые были бы своеобразным «ключом», раскрывающим душу слушателя или оппонента, которые зарождали бы в ней сопереживание, сочувствование, стремление к соучастию. Логика, с ее традиционным внимание к слову,

---

[1] *Яшин Б.Л.* Логика. М., 2004. С. 8.

к суждению, к аргументации помогает человеку стать компетентным в вопросах теории конфликтологии[1].

Велика роль логики и в расширяющемся применении компьютерных технологий во всех сферах познания и профессиональной деятельности человека. Резкий рост информации требует разработки программного, теоретического и логико-лингвистического обеспечения компьютерной науки и техники. Логике здесь принадлежит безусловно важнейшая роль. Однако адекватное понимание логики, ее содержания, возможностей и перспектив дальнейшего развития во многом зависит от ее правильного философского осмысления. Отечественный логик И.С. Ладенко в монографии: «Интеллектуальные системы и логика» (Новосибирск, 1973) дал классификацию интеллектуальных систем. «Учитывая различные варианты замещения естественных информационных органов человека техническими устройствами, можно указать предельные виды интеллектуальных систем: состоящие только из естественных органов (при вырожденном техническом компоненте); представленные программно управляемыми автоматами (при вырожденном компоненте естественных органов). Системы из естественных органов человека и технических устройств и предельные системы полностью исчерпывают виды интеллектуальных систем»[2].

С.И. Ладенко так поясняет вводимые им понятия: «Доказательства, выполняемые во внутренней или устной речи, осуществляются с помощью естественного интеллекта. При этом элементы системы составляют мозг, речевые, слуховые и зрительные органы. Доказательства, проводимые на вычислительной машине, осуществляются с помощью искусственного интеллекта. В том случае элементами интеллектуальной системы являются технические устройства. Примеры интеллектуальных систем: международная автоматическая служба погоды, автоматизированные системы проектирования и т.п.»[3].

И подчеркивая огромную роль логики в этих процессах, С.И. Ладенко подводит итог: «Применение информационных технических устройств в качестве элементов интеллектуальных систем открыло новую область приложения логики и математики. Автоматическое выполнение интеллектуальных процессов предполагает предварительное проведение их логического анализа и их математическое описание»[4].

---

[1] *Яшин Б.Л.* Указ. соч.
[2] *Ладенко И.С.* Интеллектуальные системы и логика. Новосибирск, 1973. С. 5—6.
[3] Там же. С. 6.
[4] Там же. С. 10.

Символическая логика и другие разделы логики являются предметом обсуждения на Смирновских чтениях. На Международной конференции «Смирновские чтения» (1997) были представлены три секции: Секция 1. «Символическая логика». Секция 2. «Философская логика и логическая философия». Секция 3. «Методология и философия науки»[1].

О значении изучения логики для молодых людей актуально и своевременно звучат мысли, высказанные Г. Струве еще 120 лет назад.

Г. Струве писал: «Введение логики, как предмета преподавания в гимназиях, есть мера столь благоразумная и утешительная, что от нее следует ожидать самых благодатных последствий.

Прежде всего, мера эта устранит ту несообразность, что у нас молодой человек мог окончить курс наук не только в гимназии, но даже и в университете (например по медицинскому, математическому, а иногда и по юридическому факультетам), не получив ни малейшего понятия о самых элементарных основаниях логики, этого необходимого пособия при всяком научном исследовании; условия всякого истинного образования и самостоятельного мышления как в области теории, так и в практической жизни.

Чего же можно ожидать в научном отношении от молодого человека, получившего высшее образование без этого первоначального фундамента? Чем будет он руководиться в жизни при выборе и оценке разнородных, действующих на него взглядов? Не знакомый с самыми простыми средствами истинно критической оценки чужих воззрений, он примет, даже после окончания курса наук в университете, обыкновенно без всякой критической самостоятельности, то воззрение, которое, заслуженно или незаслуженно, пользуется наибольшею популярностью в той тесной среде, к которой он случайно принадлежит»[2].

Фундаментальная роль логики для современной науки (в различных ее аспектах) и для философии науки, что сейчас также актуально, подтверждает ее огромную роль в развитии современного общества.

Правильное осмысление философских проблем науки логики поможет эффективнее использовать фундаментальный арсенал как классической, так и неклассических логик в науке и ее технических приложениях, сделает логику необходимым и неотъемлемым компонентом современного естественно-математического, технического и гуманитарного образования и духовно-нравственного воспитания.

---

[1] См.: Смирновские чтения. Институт философии РАН и др. М., 1997; Логико-философские труды Смирнова В.А. М., 2001; *Смирнов В.А.* Теория логического вывода. М., 1999; *Смирнова Е.Д.* Логика и философия. М., 1996; см.: *Карпенко А.С.* Логика на рубеже тысячелетий // Логические исследования. М., 2000. Вып. 7.

[2] *Струве Г.* Элементарная логика. Предисловие к первому изданию. Варшава, 1884. С. III—IV.

Словарь

АНАЛИЗ (от греч. analysis – разложение, расчленение, разбор) – практическое и мысленное расчленение предметов на их составные части, мысленное выделение в них признаков (т.е. свойств и отношений). А. осуществляется как на практике, так и в теоретической деятельности в процессе познания. А. противоположен *синтезу* и неразрывно с ним связан. Практический А. часто предшествует А. мысленному. А. наряду с синтезом, сравнением, абстрагированием и обобщением является основным логическим приемом формирования *понятий*. При образовании понятия сначала надо произвести анализ предмета, чтобы отделить существенные признаки от несущественных, ибо для образования понятия синтезируются лишь существенные признаки. Кроме процесса образования понятия, А. как мыслительная познавательная операция проявляется и в др. формах научного познания. Например, А. эмпирических данных, полученных при экспериментах и наблюдениях, а также анализ некоторых теорий с целью установления взаимосвязи между этими теориями (напр., А. конкурирующих теорий или гипотез). А. применяется как внутри какой-либо одной научной теории, так и в качестве междисциплинарного познавательного приема. Особенно плодотворен А. научных достижений, полученных на стыке общественных, естественных и технических наук.

АНАЛОГИЯ (от греч. analogia – соответствие, сходство) – *умозаключение* о принадлежности отдельному предмету или классу однородных предметов определенного признака (свойства или отношения) на основании сходства в существенных признаках с др. предметом (или классом однородных предметов). Предмет, к-рый исследуется непосредственно, называется **моделью**, а предмет, о к-ром делается умозаключение по аналогии, – **прототипом** (**оригиналом**). В зависимости от характера информации, к-рая переносится с модели на прототип, выделяется А. свойств и А. отношений. Схема **А. свойств** следующая:

Предмет A обладает свойствами *a, b, c, d, e, f.*
Предмет B обладает свойствами *a, b, c, d.*

Вероятно, предмет B обладает свойствами *e, f.*

В **А. отношений** информация дается об отношениях между двумя предметами или двумя классами однородных предметов. Имеем отношения (*aRb*) и (*cR₁d*). Аналогичными являются отношения *R* и *R₁*, но *a* не аналогично *c* и *b* не аналогично *d*. В качестве примера рассмотрим «планетарную» модель строения атома, предложенную Резерфордом. Здесь аналогичны отношения между Солнцем и планетами, с одной стороны, и ядром атома и электронами – с другой. В науке бионике, к-рая занимается исследованием объектов, процессов и явлений живой природы с целью использования полученных знаний в новейшей технике, часто используется А. отношений (напр., принцип передвижения машин-снегоходов заимствован у пингвинов).

В зависимости от степени достоверности заключения А. делятся на три вида:

1. Строгая А. (дающая достоверное заключение).
2. Нестрогая А. (дающая вероятное заключение).
3. Ложная А. (дающая ложное заключение).

Строгая А. характеризуется наличием необходимой связи между сходными признаками и переносимым. Ее схема такая:

Предмет А обладает признаками *a, b, c, d, e*.

Предмет В обладает признаками *a, b, c, d*.

Из совокупности признаков *a, b, c, d* необходимо следует *e*.

Предмет В обязательно обладает признаком *e*.

Строгая А. применяется в научных исследованиях; на ней основан метод моделирования. Но кроме формально-логических правил, принятых для А., необходим учет методологических требований конкретности истины, т.е. рассмотрения явления в конкретных условиях (интервале).

Нестрогая А. дает вероятное заключение. Если ложное суждение обозначить через 0, а истину через 1, то степень вероятности ее заключений лежит в интервале от 1 до 0, т.е. $1 > P_a > 0$, где P_a – обозначение вероятности заключения по нестрогой А. На использовании нестрогой А. основано испытание модели самолета (или моста) в лабораториях и последующее построение настоящего самолета (моста). Этот способ может давать и достоверное заключение, но чаще – вероятное, так как сказывается разница в масштабах модели и прототипа и отличие лабораторных условий от естественных.

В математических доказательствах используется только строгая А., а при решении задач (арифметических, геометрических и др.) применяется либо алгоритм, либо нестрогая А. с уже решенными однотипными задачами. Для повышения степени вероятности заключений по нестрогой А. надо стремиться к тому, чтобы: 1) число общих признаков было по возможности бо́льшим; 2) сходные признаки были существенными (на несущественных признаках строятся ненаучные или детские А.); 3) общие признаки были по возможности более разнородными; 4) учитывались количество и существенность пунктов различия. Если предметы отличаются существенными признаками, то А. может дать ложное заключение; 5) переносимый признак был того же типа, что и сходные признаки. Если нарушаются эти правило, то А. становится ложной.

А. играет существенную роль в научном познании. Она лежит в основе моделирования.

АРГУМЕНТАЦИЯ – научное рассуждение, включающее *доказательство и(или) опровержение* некоторого тезиса (суждения). Понятие «аргументация» богаче по содержанию, чем понятие «доказательство»: целью доказательства является только установление истинности тезиса, а целью А. еще также и обоснование целесообразности принятия этого тезиса, показ его важного значения в данной жизненной ситуации и т.д. В теории А. «аргумент» также понимается шире, чем в теории доказательства, ибо первый включает не только аргументы, подтверждающие истинность тезиса, но и аргументы, обосновывающие целесообразность его принятия, демонстрирующие его преимущества по сравнению с др. подобными утверждениями (предложениями). Аргументы в процессе А. гораздо разнообразнее, чем в процессе доказательства. Форма А. и форма доказательства также не совпадают полностью. Форма А., так же как и форма доказательства, включает в себя различные виды *умозаключений* (дедуктивные, индуктивные, по аналогии), или их цепь, но, кроме того, сочетая доказательство и опровержение, предусматривает обоснование. Форма А. чаще всего носит характер диалога, ибо аргументатор не только доказывает свой тезис, но и опровергает антитезис оппонента. Диалог как наиболее аргументированная форма ведения беседы пришла к нам из древности (так, Древняя Греция – родина диалогов Платона, техники спора в форме вопросов и ответов Сократа и т.д.). Диалог – это не только внешняя форма А. В процессе А. выработка убеждений у собеседника или аудитории часто связана с их переубеждением. Поэтому в А. велика роль риторики как теории и практики убеждения в процессе научного постижения истины.

ВОПРОС. В. — логическая форма, включающая исходную (или базисную) информацию с указанием на ее недостаточность с целью получения новой информации в виде ответа. Грамматически фиксируется в виде вопросительного предложения (напр., «Имеются ли подводные вулканы?», «Какая самая высокая гора в мире?»). Сам по себе вопрос еще не является суждением, поэтому к нему не применима характеристика истинности или ложности. Всякий В. включает в себя, во-первых, некоторую исходную информацию, называемую **базисом** или **предпосылкой В.** (напр., о подводных вулканах, о горах), во-вторых, указание на ее недостаточность и необходимость дальнейшего дополнения и углубления знаний.

Обычно различают два вида (типа) В.: I тип — уточняющие (определенные, прямые или ли-вопросы) (напр., «Действительно ли в 1979 г. население в Лондоне составляло 7 млн. человек?»). Это так называемые ли-вопросы, в которых присутствуют частицы «ли»: «верно ли», «действительно ли», «надо ли» и т.д.

II тип В. – восполняющие (неопределенные, непрямые, какой-вопросы). Они включают в свой состав вопросительные слова – операторы В.: «Где?», «Когда?», «Кто?», «Что?», «Почему?», «Какие?» и др. Например, «Какие простые числа лежат между 20 и 30?».

В. бывают логически корректными или логически некорректными (т.е. правильно или неправильно поставленными). Предпосылки первых — истинные суждения, предпосылки вторых — ложные или неопределенные (по смыслу) суждения.

Существуют определенные **правила постановки вопросов:** 1) корректность постановки В., т.е. они должны быть правильно поставленными; 2) предусмотрение альтернативности ответа («да» или «нет») на уточняющие вопросы (напр., «Было ли полное солнечное затмение в 1988 г. на территории Франции?»); 3) краткость и ясность формулировки В. и др.

Характер вопроса определяет виды ответов на него: 1. **Ответ на простой В.** первого типа (уточняющий, определенный, прямой, ли-В.) предполагает одно из двух: «да» или «нет» (напр., «Является ли Бальзак автором романа «Шагреневая кожа»?») (ответ — «да»). Ответ на простой В. второго типа (восполняющий, непрямой, какой-вопрос) требует привлечения точной, исчерпывающей информации о времени, месте, причинах, результатах исторического события или природного явления и др. В. в *познании* играет очень важную роль, так как познание мира стимулируется постановкой проблем.

ГИПОТЕЗА — научно обоснованное предположение о причинах или закономерных связях каких-либо явлений или событий природы, общества и мышления. Г. не сводится к одной форме мышления – *понятию*, *суждению* или *умозаключению*, а включает все эти формы.

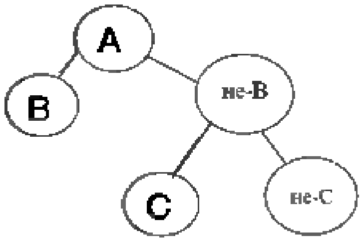
В зависимости от степени общности объяснения класса однородных явлений выделяются такие виды Г.: общие, частные и единичные. **Общая Г.** – это научно обоснованное предположение о причинах, законах и закономерностях природных и общественных явлений, а также закономерностях психической деятельности человека (напр., Г. Демокрита об атомистическом строении вещества, Г. К.Э. Циолковского о возможности космических полетов). В случае подтверждения общая Г. превращается в научную теорию. **Частная Г.** – научно обоснованное предположение о причинах, происхождении и о закономерностях части объектов, выделенных из класса рассматриваемых объектов природы, общественной жизни или психической деятельности человека (напр., в биологии выдвинуты гипотезы о возникновении злокачественных опухолей, о происхождении вирусов и др.). **Единичная Г.** — научно обоснованное предположение о причинах, происхождении и закономерностях единичных фактов, конкретных событий или явлений (напр., гипотезы о Тунгусском метеорите, упавшем 30 июня 1908 г. в Сибири). В научной работе и др. видах деятельности используются **рабочие Г.** — предположения, выдвигаемые чаще всего в начале исследования явления и не ставящие еще задачу выяснения его причин или закономерностей. Рабочие Г. используют ученые в ходе их работы по исследованию определенных проблем. Г., выдвигаемые в судебном расследовании, называются **версиями**. Версии бывают общими, частными и единичными (напр., версии, к-рые строятся в процессе расследования аварии на электростанции или крушения поезда и др.). Г. могут **быть конкурирующими**, т.е. по-разному объясняющими одно и то же явление, событие (напр., Г. об органическом или неорганическом происхождении нефти).

В ходе построения и развития Г. выделяют следующие этапы: 1) выделение группы фактов, к-рые не укладываются в прежние теории или Г. и должны быть объяснены новой Г.; 2) формулировка Г. (или гипотез), объясняющих данные факты; 3) выведение из данной Г. всех вытекающих из нее следствий; 4) сопоставление выведенных из Г. следствий с имеющимися наблюдениями, результатами экспериментов, с научными законами; 5) подтверждение гипотезы: установление, что все или большинство выведенных из Г. следствий являются истинными и что не существует ее противоречия с ранее известными законами науки.

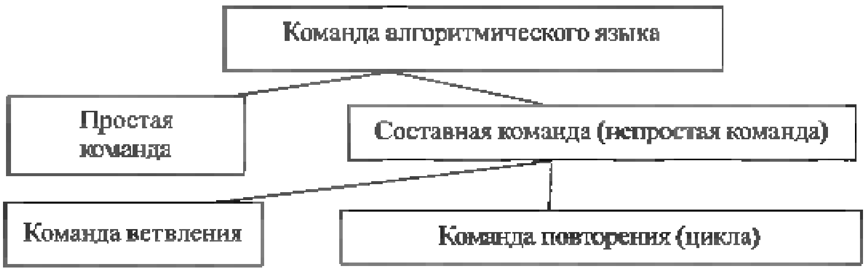
Способами опровержения Г. является: 1) опровержение (фальсификация) следствий, вытекающих из данной Г. При этом используется отрицающий модус (*modus tollens*) условно-категорического *умозаключения*, дающий достоверное заключение, выражающийся формулой $(a \rightarrow b) \wedge \bar{b}) \rightarrow \bar{a}$; 2) демонстрация ее логической несовместимости (противоречия) с другими гипотезами (законами и теориями), принятыми за истинные.

ДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ — это *логическая операция*, позволяющая с помощью избранного основания Д. (признака, по к-рому осуществляется Д.) распределить объем делимого *понятия* (множества) на ряд членов деления (подмножеств). При Д.п. объем делимого (родового) понятия раскрывается путем перечисления его видов (напр., делимое (родовое) понятие «инертный газ» делится на следующие члены деления (виды): «гелий», «неон», «аргон», «криптон», «ксенон», «радон»). В зависимости от цели, практических потребностей одно понятие можно разделить по различным основаниям Д. (напр., по их функционированию во времени вулканы делятся на действующие, уснувшие и потухшие; по форме на центральные и трещинные). Правильное Д.п. предполагает соблюдение определенных правил: **1. Д. должно быть соразмерным**, т.е. сумма объемов видовых понятий должна быть равна объему (делимого) родового понятия (напр., «Материки в современную геологическую эпоху делятся на: Евразию, Африку, Австралию, Северную Америку, Южную Америку и Антарктиду»). Если ряд членов Д. исчисляется десятками, то для соблюдения правила соразмерности после перечисления некоторых членов Д. пишут «и др.», «и т.п.» или «и т.д.» (напр., «Личные документы — это заявления, автобиографии, расписки, доверенности, завещания, удостоверения, паспорта, свидетельства и др.»). **2. Д. должно проводиться только по одному основанию**, чтобы не произошло перекрещивания объемов понятий-членов Д. (напр., «Семенные растения делятся на голосеменные и покрытосеменные»). **3. Члены Д. должны исключать друг друга**, т.е. не иметь общих элементов (не пересекаться) (напр., «Основные компоненты ЭВМ делятся на процессор, память, устройства ввода-вывода»). **4. Д. должно быть непрерывным**, т.е. нельзя делать скачки в Д. (напр., нельзя делить члены предложения на подлежащее, сказуемое и второстепенные члены, а надо сначала разделить на главные и второстепенные, а уже потом главные члены предложения делить на подлежащее и сказуемое). Приведенные примеры Д.п. иллюстрировали Д. по видоизменению признака, когда основанием Д. является признак, по которому образуются видовые понятия (видообразующий). Другим видом Д.п. является дихотомическое Д., или *дихотомия*.

ДИХОТОМИЯ (от греч. *dicha* и *tomē* — сечение на две части), или двучленное деление, — один из видов *деления понятий*, когда объем делимого понятия делится на два противоречащих понятия (*А* и *не-А*). Напр., «Внимание делится на произвольное и непроизвольное», «Животные делятся на позвоночных и беспозвоночных», «Почвы делятся на черноземные и нечерноземные». Иногда понятие *не-А* снова делится на *В* и *не-В*, затем *не-В* делится на *С* и *не-С* и т.д. Схема и пример дихотомического деления.



Дихотомическое деление удобно: оно всегда соразмерно, члены деления исключают друг друга, деление производится только по одному основанию. Однако Д. применима не всегда (напр., нельзя делить науки на точные и неточные, а художественные произведения на хорошие и нехорошие, так как четко указать критерий в этих случаях весьма трудно: это понятия с «размытым» объемом) (см. *Деление понятий*, *Классификация*).



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО (логическое) — совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью др. истинных и связанных с ним *суждений*. Структура Д.: **тезис** (суждение, истинность которого надо доказать), **аргументы** (истинные суждения, используемые при Д. тезиса), **демонстрация**, или форма, Д. (способ логической связи между тезисом и аргументами). В качестве аргументов выступают: 1. **Удостоверенные единичные факты**, т.е. статистические данные (о населении, количестве производимого оборудования и др.); свидетельские показания; научные данные (результаты эксперимента или наблюдения) и др. факты. Чтобы факты играли доказательную роль, необходимо анализировать их в совокупности, относящейся к рассматриваемому вопросу. 2. ***Определение понятий***, к-рые даются в каждой науке. 3. **Аксиомы** (суждения, к-рые принимаются в качестве аргументов без Д., т.к. они уже подтверждены многовековой практикой людей) и **постулаты** (суждения, принимаемые в рамках какой-либо научной **теории** за истинные, хотя и недоказуемые ее средствами, и поэтому играющие в ней роль аксиом) в математике, математической логике и др. 4. **Законы науки** (необходимые, существенные, устойчивые, повторяющиеся отношения между явлениями в природе, обществе и мышлении) и **теоремы**.

Существует два вида Д.: **Прямое** Д., когда истинность тезиса непосредственно обосновывается аргументами. Так, из данных аргументов (A_1, A_2, A_3, ... , A_n) следует тезис — Т. Напр., из двух аргументов: «Все углероды горючи» и «Алмаз — углерод» следует тезис: «Алмаз горюч». 2. **Непрямое (косвенное) Д.** — обоснование тезиса путем Д. ложности **антитезиса**. Имеет две разновидности непрямого Д.: **апагогическое** Д. (Д. «от противного»), которое часто используется в математике (напр., теорема: «Из данной точки на прямую можно опустить только один перпендикуляр») и **разделительное Д.** (Д. методом исключения), схема которого:

$$\frac{a \vee b \vee c \vee d, \ \bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}}{d}$$

(может применяться как нестрогая, так и строгая *дизъюнкция*). В разделительном Д. антитезис представлен одним из членов разделительного суждения, в к-ром обязательно перечисление всех возможных альтернатив.

Преступление могли совершить только либо *А*, либо *В*, либо *С*.
Доказано, что не совершали преступление ни *А*, ни *В*.

Преступление совершил *С*.

В Д. необходимо соблюдать следующие **правила доказательного рассуждения**: 1) правила, относящиеся к тезису (тезис должен быть логически определенным, ясным и точным; тезис должен оставаться тождественным на протяжении всего Д. или опровержения); 2) правила, относящиеся к аргументам (аргументы должны быть истинными и не противоречащими друг другу; они должны являться достаточным основанием для подтверждения тезиса, и истинность аргументов должна быть доказана самостоятельно, независимо от тезиса); 3) правила, относящиеся к демонстрации (необходимо, чтобы тезис был заключением, логически следующим из аргументов по общим правилам умозаключений или был бы получен в соответствии с правилами косвенного Д.). Если эти правила нарушаются, то в Д. и *опровержении* возникают *логические ошибки*. Д. должно основываться на данных науки и социально-исторической практики, поэтому оно не тождественно убеждению, к-рое может опираться на религиозную веру, предрассудки, равно как и на неосведомленность. Д. является обязательным этапом в процессе *аргументации*.

ИНДУКЦИЯ. В определении И. в логике выявляются два подхода: 1) в традиционной логике И. называют *умозаключение* от знания меньшей степени общности к новому знанию большей степени общности, когда от отдельных частных случаев мы переходим к общему суждению; 2) в современной *математической логике* И. называют умозаключение, дающее вероятное суждение. И. бывает *полной* и *неполной*. Кроме того, выделяют еще *математическую И.*

В процессе развития категории И. произошло ее разделение на метод и вывод. Так рассматривали И. в Древней Греции *Аристотель*, в XIX в. — английский философ и экономист Дж.Ст. Милль и английский логик, экономист и статистик Ст. Джевонс. И. как метод научного познания — сложная содержательная операция, включающая в себя наблюдение, анализ, отбор материала, эксперимент и др. средства. И. как вывод относится к классу индуктивных умозаключений.

Позднее И. как вывод разделилась на формальную И. и материальную И. Оба вида И. обозначают любой вывод, посылки которого имеют менее общий характер, чем заключение. Отличие их в том, что первая не учитывает специфики содержания посылок (обыденное, философское, конкретно-научное и др.), а вторая — учитывает, что имеет существенное значение. Далее материальная И. разделилась на научную и ненаучную. Научная И. в посылках опирается только на существенные связи и отношения, благодаря чему достоверность ее заключений носит необходимый характер (хотя она и является неполной И.).

В современной логике термин «И.» часто употребляют как синоним понятий «недемонстративный вывод», «вероятностный аргумент».

Но отождествление понятий «И.», «индуктивный вывод» с понятиями «вероятностный вывод», «недемонстративный аргумент» ведет к терминологическому отождествлению разных понятий, т.к. гносеологическая проблематика И. шире, чем проблематика вероятностных выводов. Необходима четкая фиксация существенного различия классического и современного понимания И., что важно для решения таких вопросов методологии, как И. и проблема открытия научных законов, И. и ее роль в жизни и др. Для различения двух смыслов И. предлагают классическое понимание обозначить термином «индукция$_1$», а современное — «индукция$_2$». И. тесно связана с *дедукцией*.

ИНДУКЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ. Она используется в математике и основана на следующей аксиоме (принципе). Пусть: 1) свойство *А* имеет место при $n = 1$; 2) из предположения о том, что свойством *А* обладает какое-либо натуральное число *n*, следует, что этим свойством А обладает и число $n + 1$. Тогда делаем заключение, что свойством *А* обладает любое натуральное число. Методом математической И. доказывается, что сумма *n* первых натуральных чисел, обозначенная *S (n)*, равна $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$, т.е. $S(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots + n = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$

ИНДУКЦИЯ НЕПОЛНАЯ. Она применяется тогда, когда мы, не наблюдая все случаи изучаемого явления, заключение делаем для всех. Напр., мы наблюдаем электропроводность металлов меди, свинца, железа, золота и делаем заключение, что все металлы электропроводны. По способам обоснования заключения неполная И. делится на три вида:

I. И. через простое перечисление (популярная И.). Если один и тот же признак повторяется у ряда однородных предметов и отсутствует противоречащий случай, то делается заключение, что данный признак присущ всем предметам этого рода (напр., считали, что все собаки лают, пока не встретили у пигмеев собак, к-рые не лают). В популярной И. наблюдаемые объекты выбираются случайно, без всякой системы. Эта И. дает вероятное (не достоверное) заключение. Она применяется в начале построения гипотезы. При использовании этой И. возникает ошибка «поспешное обобщение». Напр., в случае эпидемии гриппа говорят: «Все сейчас болеют гриппом». Популярная И. лежит в основе народных наблюдений (напр., «Грач на горе — весна на дворе» или «Белая радуга зимой — к сильному морозу»).

II. И. через анализ и отбор фактов. Она исключает случайность обобщения, ибо люди изучают планомерно отобранные, наиболее типичные предметы — разнообразные по времени, способу получения и существования и др. условиям. Так, напр., вычисляют среднюю урожайность поля, судят о всхожести семян, о составе полезных ископаемых и т. д. Люди заметили, что пчелиный мед обладает целебными свойствами. Впоследствии научные исследования показали, что в цветочном меде содержится 75—80% углеводов (глюкоза, фруктоза и др.), органические кислоты, ферменты, минеральные и ароматические вещества, ценные для питания человека, следовательно, первоначальный вывод оказался правильным. Аналогично вывели заключение о целебных свойствах ряда лекарственных растений. Чтобы повысить степень вероятности выводов с помощью этого вида И., необходимо: 1) взять достаточно большое количество исследуемых экземпляров; 2) элементы класса должны быть отобраны планомерно и быть более разнообразными; 3) изучаемый признак должен быть типичным для всех элементов этого класса; 4) данный признак должен быть для них существенным.

III. Научная И. — это И. на основе установления важнейшей из необходимых связей — причинной. Иными словами, это умозаключение, в котором на основании познания необходимых признаков или необходимой связи части предметов класса делается заключение обо всех предметах этого класса. Напр., «Всем людям для их жизнедеятельности необходима влага». Человек без пищи (при полном голодании) может прожить 30—40 дней, а воду он должен пить ежедневно, ибо процесс обезвоживания ведет к нарушению внутриклеточного обмена веществ, что приводит к гибели. Применение научной И. позволяет формулировать общие суждения, в том числе научные законы (естественных, технических и общественных наук). Научная И. опирается не на количество исследованных фактов, а на всесторонность их анализа и установление причинной зависимости, на выделение необходимых признаков или необходимых связей предметов и явлений. Поэтому научная И., так же как и полная, способна дать достоверное заключение.

ИНДУКЦИЯ ПОЛНАЯ — это значит, что изучаются все предметы данного класса, а посылками служат либо единичные, либо общие *суждения*. Напр., суждение «Все планеты Солнечной системы вращаются вокруг Солнца по эллиптической орбите» получено посредством полной И. Приведем пример полной И., посылками к-рой являются общие суждения.

Все моржи — водные млекопитающие.

Все ушастые тюлени — водные млекопитающие.

Все настоящие тюлени — водные млекопитающие

Моржи, ушастые тюлени, настоящие тюлени представляют семейство ластоногих.

Все ластоногие — водные млекопитающие.

Полная И. дает достоверное заключение. Применяя полную И., необходимо: 1) точно знать число предметов или явлений, подлежащих изучению; 2) убедиться, что признак принадлежит каждому элементу этого класса; 3) число элементов изучаемого класса должно быть конечно обозримым.

ЛОГИЧЕСКИЕ ОШИБКИ встречаются в *доказательстве* и *опровержении* и являются результатом нарушения правил доказательного рассуждения. Логические ошибки разделяются на три группы.

I. Ошибки, совершаемые относительно доказываемого тезиса:

1) «п о д м е н а т е з и с а». Об этой ошибке можно говорить, когда один тезис умышленно или неумышленно подменяют др. и начинают доказывать или опровергать новый тезис. В результате доказательство становится неосуществимо, т. к. нарушается *закон тождества*, т.е. отождествлению подвергаются различные тезисы *(суждения)*. Эта логическая ошибка встречается как в обыденной жизни, так и в научных дискуссиях и работах, когда с целью более компактного изложения мысли подменяют ее другой. Напр., вместо того чтобы доказывать тезис: «Язык не тождествен мышлению», начнут доказывать др., более сильный, но ложный тезис: «Язык не связан с мышлением»;

2) «д о в о д к человеку». Эту ошибку совершают в том случае, когда доказательство тезиса подменяется ссылками на личные качества человека, его выдвинувшего. Напр., вместо того чтобы обсуждать, насколько разумно и реально выполнимо предложенное решение проблемы, начинают ссылаться на авторитет и прошлые заслуги того, кто его внес. Случается, что в научных работах вместо доказательства приводят ссылки на цитаты из работ авторитетных ученых, писателей, видных деятелей, полагая, что этого достаточно. Разновидностью ошибки «довод к человеку» является ошибка «довод к публике» (напр., когда на судебном заседании вместо доказательства невиновности обвиняемого адвокат пытается воздействовать на чувства судей и заседателей, чтобы вызвать сочувствие к своему подзащитному);

3) «переход в другой род». Эта ошибка имеет две разновидности: **«кто слишком мало доказывает, тот ничего не доказывает»** (напр., если, пытаясь доказать, что это вещество алмаз, мы доказываем, что оно является углеродом, то практически наш тезис остался недоказан-

ным, так как углеродом является не только алмаз, но и графит и др.) и **«кто слишком много доказывает, тот ничего не доказывает»** (напр., если в случае, когда авария автомашины произошла из-за неисправности тормозов, начнут доказывать, что ее причиной явилось плохое освещение на автодороге, то ничего не докажут, т.к. перейдут в др. род доказательства).

II. Ошибки, допускаемые в аргументах доказательства. К ним относятся:

1) «ложность оснований» или «основное заблуждение». В этом случае в качестве аргументов берутся ложные суждения (напр., долгое время атом считался неделимым, а потом физики открыли его делимость);

2) «предвосхищение о с н о в а н и й», т. е. тезис опирается на недоказанные аргументы, которые не доказывают его, а только предвосхищают);

3) «п о р о ч н ы й   к р у г», т. е. когда тезис обосновывается аргументами, а аргументы обосновываются этим же тезисом (напр., «Опиум усыпляет потому, что имеет усыпляющую силу»).

III. Ошибки в форме доказательства бывают следующими:

1) «м н и м о е   с л е д о в а н и е», т.е. случай, когда тезис не следует из приводимых в его подтверждение аргументов;

2) «от сказанного с условием к сказанному б е з у с л о в н о», т.е. аргумент, истинный только при соблюдении определенного условия — времени, отношения, меры, приводят в качестве безусловного, т. е. верного во всех случаях (напр., в небольших дозах лекарство может быть полезным, а в больших вредным, ибо вызывает какое-либо побочное действие);

3) нарушение правил умозаключений (дедуктивных, индуктивных и по аналогии). К их числу относятся, напр., ошибки в *умозаключениях* по *индукции* (когда производится «поспешное обобщение», или когда допускается ошибка под названием «После этого — значит по причине этого».

ОПРЕДЕЛЕНИЕ (ДЕФИНИЦИЯ) ПОНЯТИЯ (от лат. *definition* — определение) — *логическая операция* раскрытия содержания *понятия* или значения термина (напр., одно из современных определений информатики: «Информатика — наука, предметом которой являются процессы и системы получения, хранения, передачи, распространения, использования и преобразования информации»; «Правильной дробью называется простая дробь, числитель которой меньше знаменателя»). Понятие, содержание которого надо раскрыть, называется определяемым понятием, а то понятие, посредством которого оно определяется, называется определяющим понятием. Существуют различные виды О.п.: **реальные** (которые определяют само понятие, напр, «информатика») и **номинальные** (дают О. термина, который обозначает понятие, или вводят знаки, заменяющие понятие). Напр., «Шаровым сегментом называется тело, отсекаемое от шара плоскостью»; «*g* — ускорение свободнопадающего тела»). О. делятся также на **явные** и **неявные.** В **явном О.** даны определяемое понятие и определяющее, объемы которых равны. К их числу относится самый распространенный способ О. через ближайший род и видовое отличие, где формулируются существенные признаки определяемого понятия (напр., «Правильный многогранник — это многогранник, у которого все грани — правильные многоугольники и все многогранные углы равны»). В этом О. понятие «многогранник» — родовое, а понятия «правильный многоугольник» и «равенство многогранных углов» — два видовых отличия. Разновидностью О. через род и видовое отличие служит **генетическое О.**, в котором указывается способ образования только данного предмета («Круглый цилиндр можно получить, вращая прямоугольник вокруг одной из его сторон»).

Чтобы О. было правильным, надо соблюдать три правила явного О.: 1. **О. должно быть соразмерным**, т.е. должно быть соблюдено равенство объемов определяемого и определяющего понятий. Нарушение этого правила О. может привести к *логическим ошибкам.* Пример одной из них — широкое О. В истории философии известен такой случай. Древнегреческий философ Платон дал определение человека: «Человек — это двуногое животное без перьев». На лекцию Платона другой философ Диоген принес ощипанного петуха и выпустил его в аудиторию со словами: «Вот человек Платона». Утверждают, что Платон признал свою ошибку и уточнил первоначальное определение: «Человек — это двуногое животное без перьев с широкими ногтями». Другая логическая ошибка — узкое О. (напр., «Вершина — самая высокая часть холма», однако и у горы есть вершина). 2. **О. не должно содержать круга**, т.е. не быть, тавтологичным. Неверно: научные знания - это знания, получаемые в науке. 3. **О. должно быть четким, ясным.** В О. не должно содержаться двусмысленности, оно не должно подменяться метафорами, сравнениями. Не является О. следующее высказывание: «Природа — это наука, способствующая пониманию вопросов, относящихся к духовной истине» (Р. Эмерсон). В отличие от явных О. **в неявных О.** место определяющего понятия занимает контекст, через к-рый выясняется содержание незнакомого понятия, или понятие определяется с помощью аксиом, или дается описание способа построения определяемого объекта. Кроме указанных формально-логических требований при О. понятий надо учитывать и методологические требования: О. понятия формулировать после по возможности всестороннего изучения предмета; изучать предмет не в статике, а в развитии; учитывать критерий практики и принцип конкретности истины. О.п. — один из важнейших способов передачи информации в концентрированном виде, поэтому оно широко применяется в науке. В каждой науке ученые стремятся многим основным понятиям дать определение.

ОПРОВЕРЖЕНИЕ (логическое) — *логическая операция*, направленная на разрушение *доказательства* путем установления ложности или необоснованности ранее выдвинутого тезиса. Структура О. аналогична структуре доказательства: **тезис О.** (*суждение*, к-рое надо опровергнуть), **аргументы О.** (суждения, с помощью к-рых опровергается тезис), **способ О.** (состоит в О. тезиса, или в критике аргументов, или в выявлении несостоятельности демонстрации). О. тезиса осуществляется тремя способами: 1. О. фактами — самый верный и успешный (прямой) способ. Как и при доказательстве, при О. единичными фактами являются: события, статистические данные, результаты наблюдений и экспериментов (в том числе социальных), научные данные, к-рые противоречат опровергаемому суждению (тезису О.). Напр., чтобы опровергнуть тезис «Выстрел в *N* был сделан с далекого расстояния», достаточно сослаться на удостоверенный факт — вокруг раны на теле *N* обнаружен несгоревший порох, что всегда свидетельствует о близком выстреле. 2. Установление ложности (или противоречивости) следствий, вытекающих из тезиса («сведение к абсурду»). Если из тезиса *a* вытекают ложные или противоречивые следствия, то тезис считается опровергнутым. 3. О. через доказательство антитезиса. Если антитезис (*не-a*) истинен, то тезис (*a*) — ложен, ведь по *закону исключенного третьего* ($a \vee \bar{a}$) «третьего не дано». Если тезис выражен общеутвердительным суждением *A*, то антитезис будет выражен частноотрицательным суждением O. (см. Отношения между суждениями), а для подтверждения частноотрицательного суждения достаточно привести хотя бы один пример. Так, для опровержения тезиса «Все птицы летают» (*A*) достаточно привести суждение O. «Некоторые птицы не летают», а для подтверждения последнего достаточно привести хотя бы единичный пример или указать вид нелетающих птиц («Страусы не летают»). **Критика аргументов** может доказать их ложность или несостоятельность, но это еще не означает ложности тезиса, ибо тезис, будучи истинным, просто может быть недоказанным. **Выявление несостоятельности, демонстрации**, т.е. показ ошибок, допущенных оппоцентом в форме доказательства. Наиболее распространена ошибка, когда из аргументов не следует (не вытекает) истинность опровергаемого тезиса. Может быть нарушенным какое-либо правило умозаключения или допущено «поспешное обобщение». Обнаружив ошибки в ходе демонстрации, мы опровергаем ее ход, но не опровергаем сам тезис. Часто все перечисленные способы О. тезиса, аргументов, хода доказательства применяются не изолированно, а в сочетании друг с другом.

ПОНЯТИЕ — форма абстрактного мышления, отражающая существенные признаки *класса* однородных предметов или отдельного предмета. Напр., П. «человек» отражает следующие существенные признаки: способность к *мышлению абстрактному*, наличие речи, способность создавать средства производства; в П. «озеро Байкал» — существенный единичный признак: самое глубокое озеро мира. **Существенными признаками** являются такие, каждый из к-рых, взятый отдельно, необходим, а взятые в совокупности достаточны для отличения данного П. от остальных. П. в языке выражаются с помощью слов («человек») и словосочетаний («озеро Байкал»).

Основные логические приемы формирования П.: *анализ*, *синтез*, сравнение, абстрагирование, обобщение. Важнейшие логические характеристики П.: содержание и объем. Под **содержанием П.** понимается совокупность основных существенных признаков класса однородных предметов или отдельного предмета, отраженных в этом П. Так, содержанием П. «равнобедренный прямоугольный треугольник» является совокупность трех основных существенных признаков: 1) наличие прямого угла, 2) равенство катетов, 3) то, что это многоугольник с тремя сторонами. **Объемом П.** называют совокупность (класс) предметов, к-рая мыслится в П. Напр., под объемом П. «наука» подразумевается класс всех отдельных наук (физика, химия и т.д.).

Содержание и объем П. тесно связаны друг с другом: чем шире содержание П., тем у́же его объем, и наоборот. Этот закон обратного отношения между объемом и содержанием П. применим к П., находящимся в родо-видовых отношениях. Напр., содержание П. «съедобный гриб» шире, т.е. содержит больше признаков, чем П. «гриб»; объем же П. «съедобный гриб» у́же, чем П. «гриб». Т.о., чем больше информация о предметах, заключенная в П., тем у́же класс предметов и определенное его состав, и наоборот.

На характеристике П. со стороны содержания и объема основана их классификация. По объему П. делятся на **единичные**, объем к-рых составляет один элемент («планета Юпитер»); **общие**, объем к-рых включает больше одного элемента («человек»); **пустые**, в объем к-рых не входит ни один элемент. Среди общих выделяют П. **универсальные**, объем к-рых равен универсальному классу, т.е. классу, в к-рый входят все предметы в данной области знания или в пределах данных рассуждений.

СУЖДЕНИЕ. *Суждение* — это форма мышления, в к-рой что-либо утверждается или отрицается о существовании предметов, связях между предметом и его свойствами или об отношениях между предметами («Космонавты существуют», «Париж больше Марселя», «Некоторые числа не являются четными числами»). Если то, о чем говорится в С., соответствует действительному положению вещей, то С. истинно. (Указанные выше С. истинны.) В противном случае С. ложно («Все растения съедобны»).

В *двузначной логике* С. либо истинно, либо ложно. В трехзначных логиках — разновидности многозначных логик — С. может быть либо истинным, либо ложным, либо неопределенным. Многие С. о будущих единичных событиях являются неопределенными. Об этом писал еще *Аристотель*, когда приводил пример неопределенного С.: «Завтра необходимо будет морское сражение».

С. состоит из *субъекта*, *предиката*, связки и кванторного слова. Так, в С. «Некоторые птицы являются перелетными птицами» субъектом является понятие «птица», предикатом — понятие «перелетная птица», связкой — «являются», кванторным словом — «некоторые». Субъектом С. называется понятие о предмете С. Предикат С. выражает признак предмета, о к-ром говорится в С. Связка выражается словами «есть», «суть», «является» («4 есть четное число», «Все бабочки суть насекомые», «Париж является столицей Франции»), или группой слов («Некоторые книги не относятся к букинистическим»), или тире («Все киты – млекопитающие»), или согласованием слов («Наука развивается»). Если в С. есть кванторное слово, то оно стоит перед субъектом. Кванторные слова: «все», «ни один», «некоторые» и др.

С. выражается повествовательным предложением, содержащим какую-то информацию («Свет состоит из корпускул»). Вопросительные же предложения не являются С., т.к. в них ничего не утверждается и не отрицается. Поэтому они не истинны и не ложны. Побудительные предложения побуждают человека к совершению действия, высказывают совет, просьбу, приказ и т.д. Но они также не являются суждениями («Стремитесь к истине в науке» и т.п.).

СУЖДЕНИЕ ПРОСТОЕ (ассерторическое) — это С., в к-ром один *субъект* (S) и один *предикат* (P). Напр., «Некоторые звери делают запасы корма на зиму». Простые С. бывают трех видов: 1) **С. свойства (атрибутивные)** в к-рых у предметов утверждается или отрицается определенное свойство, состояние, вид деятельности — «Атомы делимы» (S есть P), «Шопен не является драматургом» (*S* не есть P); 2) **С. с отношениями** фиксируют отношения между двумя или большим числом предметов — «Французский писатель Виктор Гюго родился позже французского писателя Стендаля», «Город Вашингтон находится между городами Монреаль и Мехико»; 3) **С. существования (экзистенциальные)** утверждают или отрицают существование в мире материальных или идеальных предметов — «Существуют атомные электростанции», «Мыслей без языка не существует». В *двузначной логике,* атрибутивные С. иначе называются категорическими.

По качеству (качеству связки) С. делятся на утвердительные (связка выражена словами «есть», «является» и др.) и отрицательные (связка — «не есть», «не является» и др.). По количеству (т.е. в зависимости от того, обо всем классе предметов, или о его части, или об одном предмете идет речь в субъекте) категорические С. делятся на общие, частные и единичные. Структура **общего С.** — «Все S есть (не есть) P» («Все жидкости упруги»). Среди общих С. встречаются выделяющие С., включающие слово «только» («Среди всех металлов только натрий легче воды») и исключающие С. (напр., «Все металлы при температуре 20°C, за исключением ртути, твердые»). Исключения из правил грамматики в естественных языках выражаются посредством исключающих С. Структура **частного С.** — «Некоторые S есть (не есть) P». Они делятся на неопределенные («Некоторые рыбы являются хищными») и определенные («Только некоторые рыбы являются хищными»). В **единичном С.** субъектом является единичное понятие («Озеро Виктория не находится в США», «Аристотель — воспитатель Александра Македонского»). Структура единичного С.: «Это S есть (не есть) P».

Объединив количественную и качественную характеристики, получим *классификацию* С., в которой выделяются четыре типа суждений: 1) **A — общеутвердительное С.**, структура которого «Все S есть P» («Все озера — водоемы»); 2) **J — частноутвердительное С.**, структура которого «Некоторые S есть P» («Некоторые спортсмены — чемпионы Олимпийских игр»). (Обозначения A и J — первые гласные буквы слова *affirmo* — утверждаю); 3) **E — общеотрицательное С.**, его структура: «Ни одно S не есть P» («Ни один океан не является пресноводным»); 4) **O — частноотрицательное С.**, структура которого «Некоторые S не есть P» («Некоторые государства не являются монархическими»). (Обозначения E и O — гласные буквы слова *nego* — отрицаю.)

СУЖДЕНИЕ СЛОЖНОЕ — это С., которое образуется из простых С. с помощью логических связок (операций): конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции и отрицания. Так, С.с. «Наступила осень, дни стали короче, и перелетные птицы отправились в теплые края» состоит из трех простых С., к-рые можно обозначить любыми буквами, напр., *a, b, c* (каждая из них представляет С. как нерасчлененное целое). Оно выражается формулой: $a \wedge b \wedge c$. Знак, «$\wedge$» соответствует союзу «и». В *математической логике* «$\wedge$» обозначает конъюнкцию, а сложное С. называют конъюнктивным.

Дизъюнктивными С.с. являются: «Я отправляюсь путешествовать на юг поездом или полечу самолетом». Формула его $a \dot{\vee} b$, где «$\dot{\vee}$» обозначает строгую дизъюнкцию. С.с. «Этот студент является шахматистом или велосипедистом» выражается формулой $a \vee b$. Условное С. «Если коровам улучшить корм, то увеличатся надои молока» выражается формулой $a \to b$.

Конъюнкция ($a \wedge b$) истинна тогда, когда оба (или все) простые С. истинны. Строгая дизъюнкция ($a \dot{\vee} b$) истинна тогда, когда только одно простое С. истинно. Нестрогая дизъюнкция ($a \vee b$) истинна тогда, когда хотя бы одно простое С. истинно. Импликация ($a \to b$) истинна во всех случаях, кроме одного: когда a — истинно и b — ложно. Эквиваленция ($a \equiv b$) истинна тогда, когда оба С. истинны или оба ложны. Отрицание ($\bar{a}$) *истины* дает *ложь* и наоборот. Если в формулу входят три переменные ($n = 3$), то таблица истинности для этой формулы (включающая все возможные комбинации истинности или ложности ее переменных) будет состоять из $2^3 = 8$ строк; при $n = 4$ будет $2^4 = 16$ строк и т. д., при n переменных — 2^n строк.

Тождественно-истинной формулой называется формула, которая при любых комбинациях значений для входящих в нее переменных принимает значение «истина». Тождественно-ложная формула та, которая соответственно принимает только значение «ложь». Выполнимая формула может принимать как значение «истина», так и значение «ложь». Приведем доказательство тождественной истинности формулы: $((\bar{a} \to b) \wedge (\bar{a} \to c) \wedge (\bar{b} \vee \bar{c})) \to a$. Алгоритм распределения значений И и Л для переменных (в частности, трех: *a, b, c*) может быть, напр., таким: в столбце для a сначала пишем 4 раза «истина» «(И)» и 4 раза «ложь» «(Л)»; в столбце для b сначала пишем 2 раза «И» и 2 раза «Л», затем повторяем и т. д.

a	b	c	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{c}$	$\bar{a} \to b$	$\bar{a} \to c$	$\bar{b} \vee \bar{c}$	$(\bar{a} \to b) \wedge (\bar{a} \to c) \wedge \wedge (\bar{b} \vee \bar{c})$	$((\bar{a} \to b) \wedge (\bar{a} \to c) \wedge \wedge (\bar{b} \vee \bar{c})) \to a$
И	И	И	Л	Л	Л	И	И	Л	Л	И
И	И	Л	Л	Л	И	И	И	И	И	И
И	Л	И	Л	И	Л	И	И	И	И	И
И	Л	Л	Л	И	И	И	И	И	И	И
Л	И	И	И	Л	Л	И	И	Л	Л	И
Л	И	Л	И	Л	И	И	Л	И	Л	И
Л	Л	И	И	И	Л	Л	И	И	Л	И
Л	Л	Л	И	И	И	Л	Л	И	Л	И

Так как в последней колонке мы имеем только значение «истина», то формула является тождественно-истинной, или законом логики (такие выражения называют тавтологии).

Структуру С.с. естественного языка можно записать в виде формулы на языке *математической логики* (точнее, на языке исчисления высказываний). Напр., С.с. «Сгущающаяся осенняя темнота гонит всех по своим углам, и величайшее счастье, если есть свой угол и есть куда торопиться» (Д.Н. Мамин-Сибиряк) в виде формулы записывается так: $a \wedge ((c \wedge d) \to e)$.

Выражение структуры сложных суждений с помощью символического языка помогает хорошо обозревать и контролировать правильность мышления особенно сложных и длинных его цепочек.

УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ — форма мышления, в к-рой из одного или нескольких истинных суждений на основании определенных правил вывода получается новое *суждение, с* необходимостью или определенной степенью вероятности следующее из них. Пример У.:

Все кенгуру — сумчатые млекопитающие.
Это животное — кенгуру.
____
Это животное — сумчатое млекопитающее.

Первые два суждения, написанные над чертой, называются посылками, третье суждение называется заключением.

У. делятся на дедуктивные *(дедукция)*, индуктивные *(индукция)* и У. *по аналогии*. Дедуктивные У. в свою очередь делятся на непосредственные У. (делаемые из одной посылки) и опосредствованные У. (делаемые из двух или большего числа посылок). Среди дедуктивных У. широко распространен в мышлении категорический *силлогизм*, *дилемма*, иногда применяется трилемма. К дедуктивным относятся и У., посылками которых являются условные или разделительные суждения. Это выводы, основанные на логических связях между суждениями, т.е. выводы логики высказываний, в которой суждения не расчленяются на субъект и предикат, а из простых суждений с помощью логических связок образуются сложные. Используя правила прамых выводов, мы из истинных посылок выводим истинное заключение.

Если на металле появились следы ржавчины, то началась коррозия.
Коррозия не началась.

На металле не появились следы ржавчины.

Условные У. делятся на две группы: чисто-условные и условно-категорические. В чисто-условном У. все посылки являются условными суждениями. Его структура (при наличии двух посылок) такая:

Если a, то b.	Схема:
Если b, то c.	$a \to b,\ b \to c$
Если a, то c	$a \to c$

Формула: $((a \to b) \wedge (b \to c)) \to (a \to c)$.

Напр.:

Если количество холестерина в плазме крови превышает норму, то он откладывается в стенках кровеносных сосудов.

Если холестерин откладывается в стенках кровеносных сосудов, то сосуды теряют эластичность.

Если количество холестерина в плазме крови превышает норму, то сосуды теряют эластичность.

В условно-категорическом У. одна посылка — условное суждение, а др. — простое категорическое суждение. В нем два правильных модуса, дающих заключение, которое с необходимостью следует из посылок:

1) модус, утверждающий *(modus ponens)*, формула которого $((a \to b) \wedge a) \to b$. Напр.:

Если магнит ударить, то он размагнитится.
Магнит ударили.

Магнит размагнитился.

2) модус отрицающий *(modus tollens)*, формула которого $((a \to b) \wedge \bar{b}) \to \bar{a}$. Напр.:

Если у больного гипотония, то у него пониженное артериальное давление.

У данного больного не понижено артериальное давление.

У данного больного нет гипотонии.

Т.о., при истинных посылках можно получить истинное заключение, если умозаключать от утверждения основания к утверждению следствия или от отрицания следствия к отрицанию основания.

В условно-категорическом У. заключение может оказаться суждением не истинным, а вероятным, если У. построено от утверждения следствия к утверждению основания или от отрицания основания к отрицанию следствия — это два вероятных модуса. Их формулы $((a \to b) \land b) \to a$ и $((a \to b) \land \bar{a}) \to \bar{b}$ не являются законами логики (т.е. тождественно-истинными формулами). Напр.:

Если это животное пантера, то оно хищное.

Это животное хищное.

Вероятно, это животное — пантера.

В разделительных У. одна или несколько посылок являются разделительными суждениями. Они делятся на две группы.

1. **Чисто-разделительные У.**, в которых все посылки являются разделительными суждениями:

Всякая кислота является органической или неорганической.

Неорганическая кислота является кислородсодержащей или бескислородной.

Всякая кислота является органической, или кислородосодержащей, или бескислородной.

Структура:

$$\text{(общая)}\quad \frac{\begin{array}{l} A \text{ есть } B, \text{ или } C, \text{ или } Д. \\ B \text{ есть } B_1, \text{ или } B_2. \end{array}}{A \text{ есть } B_1, \text{ или } B_2, \text{ или } C, \text{ или } Д.}$$

2. **В разделительно-категорических У.** одна посылка — разделительное суждение, а др. — простое категорическое суждение. В этом У. есть два модуса: утверждающе-отрицающий и отрицающе-утверждающий, структуры к-рых представлены так:

1) $\dfrac{a \dot{\lor} b, a}{\bar{b}}$; $\dfrac{a \dot{\lor} b, b}{\bar{a}}$;

2) $\dfrac{a \lor b, \bar{a}}{b}$; $\dfrac{a \lor b, \bar{b}}{a}$; $\dfrac{a \dot{\lor} b, \bar{a}}{b}$; $\dfrac{a \dot{\lor} b, \bar{b}}{a}$.

В первом модусе союз «или» употребляется только как строгая дизъюнкция ($\dot{\lor}$), а во втором — дизъюнкция может быть как строгой, так и нестрогой. Напр.:

Фосфор бывает белый или красный.
Этот фосфор белый.
Этот фосфор не является красным.

Семенные растения делятся на голосемянные или покрытосемянные.
Данное семенное растение не является голосемянным.
Данное семенное растение является покрытосемянным.

В разделительной посылке должны быть предусмотрены все возможные альтернативы, т.е. должно соблюдаться правило соразмерности (полноты) деления.

Огромна познавательная роль У. в науке. На них в существенной степени построена вся система *доказательств или опровержений*, они играют большую роль в выдвижении и развитии *гипотез*, построении научных теорий. Везде, где возникает проблемная ситуация, где необходимо опровергнуть ложное высказывание, где необходимо размышлять, т.е. сопоставлять, анализировать, сравнивать, мы обращаемся к У.