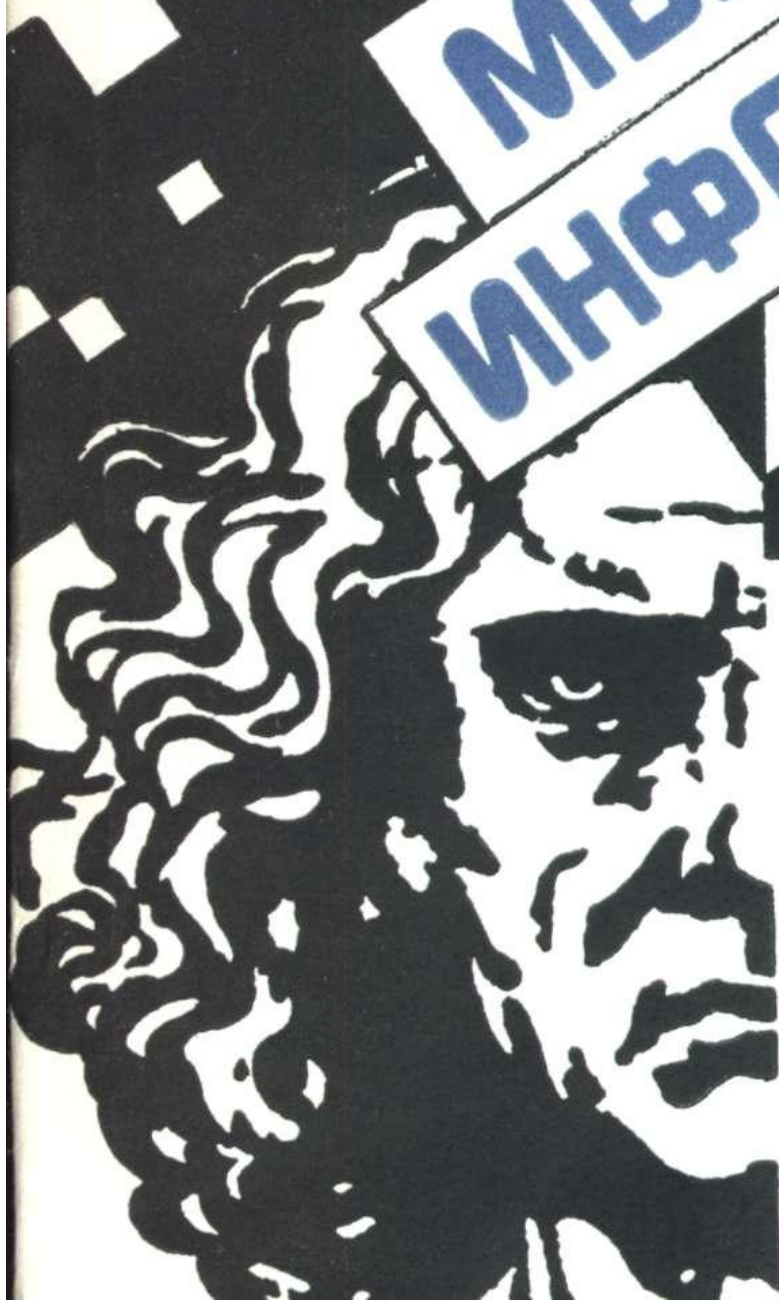


В.Н. БРЮШИНКИН

ЛОГИКА,  
МЫШЛЕНИЕ,  
ИНФОРМАЦИЯ



МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР  
КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

В. Н. БРЮШИНКИН

ЛОГИКА,  
МЫШЛЕНИЕ,  
ИНФОРМАЦИЯ



ЛЕНИНГРАД  
ИЗДАТЕЛЬСТВО ЛЕНИНГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
1988

ББК 15.13  
Б87

Рецензенты: д-р филос. наук *В. А. Смирнов* (Ин-т философии АН СССР), д-р филос. наук *В. Н. Садовский* (ВНИИ системных исследований)

**Брюшинкин В. Н.**

Б87      **Логика, мышление, информация.** — Л.: Издательство Ленинградского университета, 1988. — 152 с.  
ISBN 5—288—00158—8

В монографии рассматривается соотношение дедуктивных логических процедур и человеческого мышления в аспекте моделирования эвристических процессов. Разрабатывается новый подход к проблеме логического моделирования мышления — программа метапсихологизма, устанавливающая связи между формализованными логическими процедурами и процессами естественного мышления, в свете которой критически анализируются взгляды Жана Пиаже, проводится логическое моделирование психологических моделей мышления и предлагаются формальные модели некоторых эвристических процессов.

03010440100—182  
076(02)—88      3—89

ББК 15.13

ISBN 5—288—00158—8

Издательство  
Ленинградского  
университета,  
1988

## ВВЕДЕНИЕ

Еще недавно приложения логики в основаниях математики и построении ЭВМ требовали рассматривать логику как независимый от субъекта инструмент преобразования символьных структур. В настоящее время приложения логики, связанные с ЭВМ, парадоксальным образом привели к возрождению в ней «человеческого фактора». В конце семидесятых годов в работах Б. В. Бирюкова было заявлено, что «в логику... все явственнее вторгается требование учета человеческого фактора в разных его аспектах: творчества и открытия, наблюдения и эксперимента, естественного языка и содержательного мышления... Реальной основой этого синтеза являются кибернетические исследования и разработки в области моделирования интеллектуальных процессов, создания человеко-машинных комплексов и систем „искусственного интеллекта”». <sup>1</sup> Тенденция к введению человеческого фактора в логику заставляет нас критически пересмотреть философские взгляды на логику, сложившиеся под влиянием «математической» тенденции, отбросить устаревшие взгляды и, если потребуется, выработать новые, поддерживающие «гуманитарную» тенденцию.

Разработке системы взглядов на некоторые философские проблемы логики, соответствующей «гуманитарной» установке, посвящена эта книга. Хотя обычно «гуманитарной» частью логики считается традиционная логика, мы почти не будем возвращаться к ее проблематике. Соответствующая времени задача состоит в том, чтобы найти «человеческий фактор» в современной символической логике.

С этой целью в качестве главного объекта нашего исследо-

---

<sup>1</sup> Бирюков Б. В. 1) Человеческий фактор в логике в свете проблемы «искусственного интеллекта» // Кибернетика и диалектика / Под ред. А. Д. Урсула. М., 1978. С. 235; 2) Актуальные проблемы философско-кибернетических исследований // Философские науки. 1981. № 2. С. 24—33.

вания, служащего основанием для философских обобщений, выделяется *теория поиска вывода* — новая и не вполне еще оформившаяся область символической логики. Начиная с конца 50-х годов в логике и так называемой computer science широко развернулась практическая разработка методов автоматического поиска доказательств логических и математических теорем. К настоящему времени стали уже традиционными такие методы, как метод резолюций, обратный метод и различные их модификации. Разрабатываются также новые методы поиска, связанные с семантическими сетями, представлением знаний во фреймах и др. Первые компоненты теории поиска вывода стали появляться в работах С. Ю. Маслова начиная лишь с середины 70-х годов. Однако уже в сегодняшнем виде эта теория заключает в себе заряд информации, необходимой для решения многих философских проблем, связанных с логикой. Не претендуя на целостное осмысление развития теории поиска вывода, мы попытаемся извлечь из него некоторые философские уроки.

Стратегию исследования, принимаемую в нашей книге, определяет тенденция к возрождению «человеческого фактора» в логике. Общим основанием для всего исследования являются присущие марксистской философии установки на эвристичность логических процедур: «Даже формальная логика представляет собой прежде всего метод для отыскания новых результатов для перехода от известного к неизвестному»<sup>2</sup> и на связь логики с деятельностью: «Практика человека, миллиарды раз повторяясь, закрепляется в сознании человека фигурами логики».<sup>3</sup> Для более точного проведения этих установок на материале современной логики мы выделяем специализированную область исследования — *философию логики*, представляющую собой попытку систематизации комплекса логико-философских проблем, т. е. проблем, в формулировку которых входит ссылка на конкретные объекты логического исследования, но которые вместе с тем имеют философский статус. Выделение философии логики не означает превращение ее в раздел или часть диалектического материализма. Скорее это нечто вроде «временной исследовательской группы» проблем, систематизируемых для эффективного применения философских принципов к конкретным вопросам логических исследований. Потребность в систематическом анализе комплекса логико-философских проблем подсказывает нам некоторые подходы к современному философскому осмыслению логических исследований.

Такое понимание философии логики показывает, что ее целостность является относительной. Другими словами, она открыта как для новых логических данных, так и для новых философ-

---

<sup>2</sup> Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 20. С. 138.

<sup>3</sup> Ленин В. И. Полн. собр. соч. Т. 29. С. 198.

ских принципов. По окончании исследований того или иного комплекса проблем философия логики как бы самораспускается, а полученные результаты входят в соответствующие разделы диалектического материализма (если, конечно, они этого заслуживают). Таким образом, получается, что философия логики представляет собой комплекс проблем и их решений, образуемый по мере насущной потребности в решении той или иной проблемы, обеспечивающий (по мере возможности) максимальную эффективность ее решения и «распускающийся» по мере решения поставленной проблемы. Сознание такой относительности выделения философии логики из круга исследований по диалектическому материализму позволяет избежать концентрации на чисто логическом материале и принципах объяснения и призывает к максимальному синтезу логических и философских компонентов исследования. В этом мы видим смысл использования понятия «философия логики» в диалектическом материализме.

Поэтому не следует думать, что в диалектическом материализме существует только одна «философия логики». Таких временных объединений проблем может быть множество в зависимости от задач исследования. Именно эти задачи, связанные с применением философских принципов к тому или иному конкретному логическому материалу, диктуют способ систематизации. Различные ориентации на приложения могут влиять, к примеру, на способы систематизации проблем философии логики и тем самым на решения отдельных логико-философских проблем. Тем не менее при фиксации комплекса проблем этот плюрализм подходов перестает существовать, и его место занимают жесткие способы систематизации. Причем, как мы покажем, можно даже проводить сравнительный анализ этих способов и выбирать из них наилучшие.

Весь рассматриваемый нами материал в конечном счете ориентирован на решение проблемы *эвристичности логических процедур*, которая и подсказывает способы систематизации других затрагиваемых логико-философских проблем. Насколько успешно нам удалось применить разработанную стратегию к обоснованию эвристичности логических процедур, покажет сама книга.

## Глава 1

### СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕДУРАМ

---

#### § 1. Основные проблемы философии логики

В самом начале философских рассуждений о логике (или любой другой науке) неизбежно появляется вопрос: каким образом обеспечить систематичность исследования, чем она должна диктоваться — системой философии, системой самой исследуемой науки или какими-либо иными принципами? Во «Введении» мы предлагали ввести определенный способ систематизации философских проблем логики, называемый философией логики. Теперь настало время более подробно разобраться, какой же смысл можно вложить в понятие «философия логики» с точки зрения диалектического материализма и каким образом выделение такой области исследования влияет на систематизацию философских проблем логики и тем самым на их решение.

На наш взгляд, можно продвинуться в решении этой проблемы, отталкиваясь от положений, высказанных А. И. Ракитовым в связи с философскими проблемами физики и философией физики. А. И. Ракитов предлагает различать среди философских проблем физики две группы. К первой группе он относит собственно философские проблемы, которые «сформулированы в терминах философии, хотя и адресованы в той или иной мере физике... Эти проблемы не содержат в своей формулировке понятий из языка физики, адресованных объектам ее изучения или относящихся к специфически физической деятельности. К числу таких вопросов относятся, например, „что такое физика?“, „какова структура классической и квантовой механики?“, „каково их взаимоотношение?“ и т. п.».<sup>1</sup> Другую группу проблем А. И. Ракитов называет «собственно философскими проблемами физики». Для этих вопросов характерно то, что «они формулируются на смешанном лингвологическом словаре,

---

<sup>1</sup> Ракитов А. И. О смысле философских проблем физики // Вопросы философии. 1983. № 6. С. 65.

включающем в каждой отдельной формулировке как термины из словаря физики, так и категории философии».<sup>2</sup> Совокупность проблем второго типа образует *философию физики*, которая представляет собой «особую систему проблем и полученных в ходе их обсуждения знаний, объектом которых является не природа (как в физике), а специфически физическая деятельность по изучению природы».<sup>3</sup>

Предпринятая А. И. Ракиным попытка систематизации некоторого класса философских проблем физики при помощи выделения философии физики навела нас на мысль о возможности проведения такой же систематизации и по отношению к философским проблемам логики. В этом случае можно различить три группы теоретических проблем, так или иначе связанных с логикой: (1) собственно логические, (2) философские и (3) логико-философские.

(1) *Собственно логические проблемы* — это вопросы, связанные с конструированием формализованных языков, формальных систем, их интерпретаций и доказательством метатеорем об этих объектах и их соотношении.

(2) *Философские проблемы* — вопросы, имеющие философский характер и не включающие терминов, обозначающих объекты, вводимые при решении проблем группы (1) (Что такое логика? Что такое классическая и неклассическая, традиционная и нетрадиционная логика? Каковы взаимоотношения различных типов логики? Каково место логики в процессе познания? Какова природа логического?).

(3) *Логико-философские проблемы* — вопросы, в формулировку которых наряду с философскими категориями входят термины, обозначающие объекты, вводимые при решении проблем группы (1) (Что такое «логическая форма»? Каковы онтологические допущения языка первого порядка? Являются ли логические истины тавтологиями? Увеличивается ли информация в ходе логических процедур? Является ли логический вывод отражением процесса мышления? Каково соотношение дедуктивных логических процедур и естественного мышления?).

Систематическая трактовка первой группы проблем обеспечивается *системностью логики* как науки, проблем группы (2) — *системностью философии*. Но где же источник системной трактовки проблем группы (3)?

Рассмотрим различные возможности систематизации логико-философских проблем.

1. Философская систематизация логико-философских проблем означает субординацию этих проблем и поиск их решений, исходя из заранее установленных философских принципов.

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> Там же. С. 68.



Такая установка обычно приводит к недооценке логического содержания этих проблем. Философская систематизация логико-философских проблем была характерна, например, для Канта, который судил о характере «общей логики», исходя из специфического для критической философии разделения рассудка и чувственности и учения о чистых формах рассудка. Это учение вместе с явной непоследовательностью в проведении принципа синтеза рассудка и чувственности в области логики обусловили принятие Кантом концепции «пустоты» логических форм, из которой вытекают все характерные особенности его трактовки комплекса логико-философских проблем.<sup>4</sup> Философская систематизация логико-философских проблем свойственна, например, традиционной метафизике, которая пыталась навязать науке «философские» решения проблем, затрагивающих конкретно-научный материал.

2. Противоположный пример дает *логическая* систематизация логико-философских проблем, при которой сами проблемы субординируются по степени важности входящих в них понятий для самой логики, а термины, относящиеся к объектам логического исследования, отождествляются с какими-либо формальными объектами или их свойствами (логическая форма выражений некоторого языка — с формулами этого языка,<sup>5</sup> логическая истина — с классом общезначимых формул конкретного языка, дедуктивные логические процедуры — с формальным выводом и т. п.). Поскольку же в базисе этих *философских* вопросов так или иначе заложены субъект-объектные отношения, образующие условие применимости данного вопроса, то непосредственное применение их к структурам формализованных языков, не включающим ссылок на такие отношения, ведет к *тривиализации* решений этих проблем. К примеру, у Витгенштейна времен «Логико-философского трактата» отождествление логической истины с общезначимыми формулами логики высказываний и логических процедур — формальным выводом дает концепцию неинформативности логических истин и логических процедур. Нетрудно заметить, что логическая систематизация логико-философских проблем является в некотором смысле реализацией позитивистского лозунга «Наука сама себе философия».

3. Парадоксальным образом разнонаправленность философской и логической систематизации не мешает им иногда получать одинаковые решения логико-философских проблем. Приме-

---

<sup>4</sup> Подробнее о концепции «пустоты» логических форм и ее роли в философском истолковании логики у Канта см.: Брюшинкин В. Н. Парадигмы Канта: Логическая форма // Кантовский сборник. Вып. 10 / Под ред. Л. А. Калининкова. Калининград, 1985. С. 30—40.

<sup>5</sup> Об ошибочности такого отождествления и его философских следствиях см.: Смирнова Е. Д. Логическая семантика и философские основания логики. М., 1986. С. 127—140.

ром такого совпадения может служить решение проблем информативности и эвристичности логических процедур Кантом и Витгенштейном. Неудовлетворительность этих систематизаций заставляет нас искать способ систематизации логико-философских проблем, более соответствующий их пограничному характеру. Эта систематизация должна органично сочетать философские принципы и логические понятия, участвующие в постановке и решении этих проблем. Поэтому мы предлагаем следующую стратегию систематизации логико-философских проблем: 1) выделение в данной группе логико-философских проблем некоторой центральной проблемы по философским соображениям, 2) рассмотрение механизма, порождающего остальные логико-философские проблемы, 3) выявление тех логических понятий, которые играют главную роль в решении этих проблем. Таким образом, получается некоторая «двойная» систематизация: сначала субординация проблем по их философской значимости, затем систематизация их решений на основе базисных логических понятий. Эта двойная систематизация дает нам инструмент постановки и решения логико-философских проблем, которым мы будем пользоваться на протяжении всей книги, особенно в этом и следующем параграфе. Упорядоченные таким образом логико-философские проблемы образуют относительно данного способа систематизации целостную систему, которую уместно называть некоторого рода *философией логики*.

Центральной проблемой любого философского исследования, связанного с рассмотрением какой-нибудь конкретной формы знания, является вопрос о соотношении этого знания и реальности, которая им отображается. Поскольку в логике такой реальностью выступают содержательные рассуждения, проводимые в процессе естественного мышления, а знания о них кодифицируются в формализованных языках посредством логических процедур, постольку центральной проблемой философии логики при данной систематизации оказывается *вопрос о соотношении формализованных логических процедур и естественного мышления*, связанного с процессами рассуждения и аргументации.<sup>6</sup> Эта проблема дает способ построения многих других проблем философии логики (ПФЛ), имеющих подчиненное значение в рамках нашей систематизации. Поскольку в философии логики везде речь идет в конечном счете о соотношении характеристик, полученных на основе представления рассуждений в формальных системах, и свойств естественного мышления, мы в рамках нашей систематизации можем формировать

---

<sup>6</sup> Ответ на этот вопрос опосредованно говорят нам нечто о соотношении логики и объективной реальности, поскольку отношения между естественным мышлением и объективной реальностью фиксируются ответом на основной вопрос философии.

подчиненные проблемы философии логики по следующей матрице:

(M) Процессы естественного мышления обладают характеристикой  $P$ , присуща ли  $P$  логическим процедурам?

Имеет смысл рассмотреть и ее обращение:

(M)' Логические процедуры обладают характеристикой  $P'$ , присуща ли  $P'$  естественному мышлению?

Подчиненные проблемы, образованные по матрице (M), в свою очередь, могут упорядочиваться по степени существенности свойств естественного мышления и логических процедур, рассматриваемых в соответствующем вопросе. Для этого, безусловно, требуется независимое определение логических процедур и процессов естественного мышления. Это определение обеспечивается автономностью наук, их изучающих: логики и психологии.<sup>7</sup>

Матрицы (M) и (M)' имеют неодинаковое значение для философии логики. Для нее типичной является матрица (M), а матрица (M)' скорее должна характеризовать некоторые классы проблем философии психологии. Действительно, проблема соотношения логики и естественного мышления, преобразованная по матрице (M)', приобретает психологическую окраску.<sup>8</sup> Например, психологизм в логике оборачивается логицизмом в психологии.<sup>9</sup> Психологизм в логике является ответом на вопрос, образованный по матрице (M), а логицизм в психологии — ответом на вопрос, образованный по матрице (M)', и поэтому принадлежит уже не к философии логики, а к философии психологии. Конечно, столь жесткие границы в реальных исследованиях провести трудно. Такая область исследования, как философия логики, имеет междисциплинарный характер, так что при решении проблемы психологизма в логике приходится учитывать и информацию, полученную при решении проблемы логицизма в психологии.

Теперь перейдем к образованию проблем философии логики по матрице (M).

(1) Для естественного мышления характерно изменяющееся соотношение *субъекта и объекта* в различных видах позна-

<sup>7</sup> Аргументацию в пользу автономности логики и психологии см.: Beth E., Piaget J. *Mathematical epistemology and psychology*. Dordrecht. 1966.

<sup>8</sup> О том, что эта проблема имеет существенное значение для психологии, свидетельствует, например, следующее высказывание: «На первый план выдвинулась проблема соотношения объективно-логической и субъективной, психологической структуры мыслительного процесса — проблема, которая в известной мере и в самой психологии не имеет окончательного решения» (Гурова Л. Л. *Интуиция и логика в психологической структуре решения задач* // Семантика, логика и интуиция в мыслительной деятельности человека / Под ред. А. Н. Соколова и др. М., 1979. С. 9). Употребляемые здесь термины не очень определены, но наша проблема вполне узнаваема.

<sup>9</sup> Beth E., Piaget J. *Mathematical epistemology and psychology*. P. 139.

ния. Какую роль субъект и объект познания играют в логических процедурах? — Проблема *субъекта и объекта познания* в логике.

(2) Процессам естественного мышления обычно свойственна эвристичность. В каком отношении находятся логические процедуры и эвристические процессы? — Проблема *эвристичности* логических процедур.

(3) Естественное мышление в конечном счете направлено на приобретение информации о мире. Участвуют ли логические процедуры в процессе приращения информации? — Проблема *информативности* логических процедур (частным случаем этой проблемы является проблема информативности логических истин).

(4) Процесс естественного мышления характеризуется взаимодействием процедур анализа и синтеза. Характерно ли это взаимодействие для логических процедур? — Проблема *анализа-синтеза* в логике.

(5) В процессе естественного мышления происходит его взаимодействие с языком. Характерно ли это взаимодействие для логических процедур? — Проблема соотношения *языка и мышления* в логике.

По матрице ( $M$ ) нетрудно построить сколько угодно много проблем, если вводить в нее все новые характеристики естественного мышления. Однако мы ограничимся набором проблем (1) — (5). Эти проблемы и их решения в целом достаточно полно характеризуют место логических процедур в общем процессе познания. Их решения в общем достаточно для того, чтобы дать убедительный ответ на центральную проблему философии логики (ЦПФЛ) — вопрос о соотношении логики и мышления.

Безусловно, между ЦПФЛ и ПФЛ (1) — (5) существует взаимозависимость, как всегда при решении философских проблем. Так, если мы в предварительном порядке отвечаем на вопрос о связи логики и мышления утвердительно, то это диктует нам определенный критерий верности решений ПФЛ: некоторое решение ПФЛ верно, если предлагаемые в нем характеристики логических процедур в некотором приближении совпадают с характеристиками содержательных рассуждений, которые были заложены в нашу матрицу ( $M$ ) при формулировке самой проблемы. При противоположной установке — на отрицание связи между логикой и мышлением — мы должны принять противоположный критерий верности решений ПФЛ: некоторое решение ПФЛ верно, если оно предлагает отрицание той характеристики естественного мышления, которая была заложена в матрицу ( $M$ ) при образовании этой проблемы. Таким образом, мы видим, что наше предварительное решение ЦПФЛ определяет направление поисков при решении ПФЛ (1) — (5), а решение последних обосновывает решение ЦПФЛ.

Конечно, можно было бы не связывать себя этой взаимозависимостью, а жестко определить, что от чего зависит, и считать, например, что решения ПФЛ (1) — (5) диктуют нам решение ЦПФЛ. Однако в решении философских вопросов априорные установки всегда играют значительную роль и выявляют зависимость решения конкретных философских проблем от общего мировоззрения и общих философских принципов. Так, и в данном случае общие философские установки подсказывают нам определенный ответ на ЦПФЛ, который мы можем принять в предварительном порядке для того, чтобы проверить его на решении остальных ПФЛ. И если этот ответ выдержит проверку, а те ориентировочные решения, которые дает его *отрицание*, будут признаны неудовлетворительными, то можно сказать, что этот общий ответ на ЦПФЛ получает поддержку на материале философии логики, в свою очередь, опирающейся непосредственно на логический материал.

Такая схема взаимодействия общефилософских установок, решения проблем философии логики и результатов, получаемых в самой логике, образует систему взаимодействия результатов, получаемых в конкретных науках, с философскими принципами через промежуточную систему философии данной науки как временно специализированной области философского исследования.

Предлагаемый в этой книге подход к систематизации логико-философских проблем не является общепринятым. Так, по мнению Е. Д. Смирновой, основной вопрос обоснования логики связан с выяснением *природы логического*, которое, по существу, сводится к трем следующим вопросам: «Что изучает логика?», «Является логика наукой эмпирической или теоретической?», «Имеет ли она собственный базис, или ее основания лежат в психологии, в теории познания, в математике?». <sup>10</sup> Первый вопрос имеет общий характер. Ответом на него служит либо определение предмета науки в педагогических целях, либо сама наука. По нашей классификации он формулируется в рамках собственно философии. Ответ на второй вопрос, по существу, вытекает из ответа на третий. Ведь логика является эмпирической наукой только в том случае, если ее основания «лежат» в эмпирической психологии. Если же она имеет собственный базис либо основывается на теории познания или математике, то она, безусловно, имеет теоретический статус.

Иначе говоря, ответ на второй вопрос целиком зависит от того, обосновывается ли логика при помощи эмпирической психологии или нет. Так мы снова приходим к центральной роли проблемы *психологизма* в философских основаниях логики.

---

<sup>10</sup> Смирнова Е. Д. Логическая семантика и философские основания логики. М., 1986. С. 5.

По существу, от решения проблемы психологизма зависят ответы на все остальные вопросы, связанные с философским обоснованием логики. Поэтому именно ее естественно считать центральной проблемой философии логики, а вопрос о природе логического — производным от нее.

## § 2. Рассуждения как системы

Мы уже говорили, что философия логики начинается с разделения *логических процедур*, совершаемых при помощи формализованных языков, и *естественного мышления*, не пользующегося формализованными языками. Для сопоставления логических процедур и естественного мышления нам необходимо независимое определение обоих. Определение логических процедур мы отложим до конца этого параграфа, а сейчас займемся рассмотрением естественного мышления.

При рассмотрении естественного мышления возможен либо путь перечисления его феноменологических характеристик, либо путь выдвижения его психологических моделей. Оба пути представляются плодотворными в рамках нашего исследования. Действительно, феноменологические характеристики мышления могут служить эмпирическим базисом при проверке логических моделей на адекватность. Скажем, на основании феноменологических характеристик выдвигается некоторая логическая модель мышления, затем из нее и некоторых утверждений, интерпретирующих эту модель на процессах мышления, выводятся «эмпирические» следствия, а эти следствия уже сравниваются с заранее определенными феноменологическими характеристиками мышления. Мера совпадения полученных следствий с этими характеристиками будет служить мерой адекватности предложенной модели. Здесь нетрудно заметить некоторую реализацию гипотетико-дедуктивного метода. Однако в данном случае этот метод имеет свои особенности. Дело в том, что «эмпирические» феноменологические характеристики мышления всегда сугубо предположительны. Они являются подытоживанием опыта исследования мышления, а потому сильно зависят от принимаемых теоретических предпосылок, от тех психологических моделей, в рамках которых они могут быть объяснены. Тем не менее в рамках философии логики мы можем временно отвлечься от теоретической нагруженности феноменологических характеристик. Поэтому, когда речь идет о естественном мышлении, особое значение приобретает очевидность выделяемых характеристик. В понятие естественного мышления включаются те его приемы, которые встречаются в обыденной практике, науке и других областях человеческой деятельности. Иначе говоря, естественное мышление рассматривается как обычный «массовидный» процесс, данный нам в повседневном внутрен-

нем опыте. «Массовидность» естественного рассуждения<sup>11</sup> позволяет нам выделить феноменологические характеристики, без которых оно не может начаться, а начавшись, не может продолжаться.

**Наличие объекта.** Рассуждение всегда бывает рассуждением о чем-то.

**Опора на запас знаний и навыков субъекта** и его психологические особенности. Эта характеристика присуща большинству естественных рассуждений. При этом во внимание принимаются запасы знаний как субъекта, проводящего рассуждение, так и адресата.<sup>12</sup>

**Эвристичность.** Рассуждение обычно предпринимается ради того, чтобы обнаружить *ранее неизвестные характеристики* некоего объекта или обосновать его характеристики, представляющиеся (самому объекту или адресату) сомнительными.

**Информативность.** В результате успешного естественного рассуждения субъект приобретает некоторые *новые сведения, информацию*, которой не располагал ранее. Это может быть фактическая информация, а может быть информация о включении тех или иных сведений в запас знаний (метаинформация).

**Взаимодействие анализа и синтеза.** В процессе рассуждения мы анализируем объект рассуждения для того, чтобы в акте синтеза присоединить затем к нему интересующую нас характеристику (признак или место в системе знаний).

Список феноменологических характеристик мышления можно, конечно, продолжить.<sup>13</sup> Однако для нас существенно выделить только те характеристики, которые имеют отношение к ПФЛ. Именно эти характеристики мы будем использовать в дальнейшем как критерий адекватности логических моделей естественного мышления (рассуждения). Если наши теоретические реконструкции будут совпадать (хотя бы в определенном приближении) с этими характеристиками, то мы сможем говорить о (хотя бы относительной) адекватности наших моде-

<sup>11</sup> Нас, безусловно, интересуют не всякие характеристики естественного мышления, а только те, которые связаны с процессами рассуждения и аргументации. Поэтому вместо термина «естественное мышление» мы иногда будем использовать термин «естественное рассуждение» или даже просто «рассуждение».

<sup>12</sup> В случае логических рассуждений (силлогизмов) достаточно вспомнить опыты А. Р. Лурия 30-х годов с испытуемыми, не владевшими грамотой. Даже в простейших опытах несформированность навыков рассуждения они стремились компенсировать мобилизацией имеющихся знаний. Если же испытуемым давалась задача, выходящая за пределы их практического опыта (в Средней Азии спрашивали о белых медведях), то они просто отказывались отвечать, ссылаясь на недостаток опыта. Таким образом, в каждом конкретном случае любое рассуждение исходит из запаса знаний субъекта и степени сформированности навыков рассуждения (см.: Лурия А. Р. Язык и сознание. М., 1979. С. 261—262). Ср. с «незаинтересованностью в следствиях» как одной из особенностей рассуждения человека (см.: Поспелов Д. А. Ситуационное управление: Теория и практика. М., 1986. С. 250).

<sup>13</sup> См., напр.: Поспелов Д. А. Ситуационное управление. С. 249—251.

лей. Стремление к адекватности требует от нас проработки психологических моделей мышления и выяснения, в каких отношениях эти модели могут (или не могут) быть промоделированы логическими конструкциями. Мы будем вводить психологические модели мышления по мере надобности, поэтому сейчас нет необходимости рассматривать их специально.

Каким же должно быть понятие рассуждения для того, чтобы соответствовать выделенным нами феноменологическим характеристикам? Обычно под рассуждением понимают *переход от одних утверждений (высказываний) к другим*, порождающий некоторую структуру (последовательность, дерево, граф) высказываний. Однако согласно этому пониманию процесс рассуждения рассматривается в изоляции от других действий мышления в то время, как он является всего лишь подсистемой системы мышления субъекта познания. Стало быть, в определение рассуждения должно явно входить указание на эту более широкую систему. Кроме того, любое рассуждение предпринимается для того, чтобы сделать некоторые мысли если не общезначимыми, то по крайней мере приемлемыми для другого человека или, в случае мысленного диалога, для себя самого. Иначе говоря, рассуждение является актом коммуникации и поэтому должно входить в структуру коммуникации. С этой точки зрения можно сказать, что рассуждение включает в себя субъекта, процесс перехода от одних высказываний к другим, и адресата, обеспечивающего интересубъективность рассуждения (в предельном случае мысленного диалога адресат совпадает с субъектом).

В отличие от некоторых других действий мышления рассуждению свойственны психологические признаки *сознательности* и *произвольности*. Действительно, субъект, производящий рассуждение, волен прекратить его на любом этапе, а неосознаваемые компоненты в рассуждении подлежат осознанию и развертыванию. С сознательностью связана такая черта рассуждения, как последовательность. Рассуждения обычно развертываются по определенным правилам, и для них характерна довольно жесткая структура, описываемая графом определенного вида. Указанные характеристики рассуждений можно подытожить в одной: рассуждению обычно свойственна *планомерность*. Наконец, рассуждение характеризуется своим *влиянием на адресата*. В роли адресата может выступать и сам субъект, проводящий рассуждение, и другой субъект, и общество. Результатом рассуждения является определенное изменение в системе знаний, мнений, установок адресата.

Теперь можно дать определение понятия «рассуждение».

*Рассуждение — это акт коммуникации, состоящий в планомерном преобразовании определенных структур языкового мышления некоторого субъекта с целью изменения соответствующих структур другого субъекта.*



При таком понимании рассуждение трактуется как система, складывающаяся из взаимодействия субъекта, объекта и адресата рассуждения, в результате которого возникает последовательность (дерево, граф) высказываний, обладающая (или не обладающая) свойствами доказательности и убедительности. Ясно, что так понимаемые рассуждения не могут целиком и полностью изучаться одной наукой — логикой. Рассуждения, как и любое другое явление, изучаются комплексом наук, в который входят и логика, и теория коммуникации, и теория аргументации, и психология, и социология, и теория культуры. В контексте нашего исследования для нас особенно важны две дисциплины — *логика и теория аргументации*. Сейчас мы займемся вопросом, в каком отношении к рассуждениям находятся эти дисциплины.

Рассмотрение сходств и различий в предметах этих дисциплин поможет нам точнее подойти к тому специфическому углу зрения, под которым логика изучает рассуждения. Для этого мы обратимся к различию между «предметной областью исследования» («предметным миром теории») и «объектом исследования» теории в том его варианте, который был предложен Б. С. Грязновым. «Предметной областью исследования, — писал он, — будем называть совокупность вещей (явлений и их отношений), которая существует независимо от деятельности человека... Объектом же научного исследования является не сам предметный мир (или его фрагмент) такой, какой он есть, а свойства и отношения этого мира, зафиксированные человеком».<sup>14</sup> Из этого определения ясно, что и логика, и теория аргументации изучают один и тот же предметный мир — *рассуждения*. Конечно, рассуждение *не* «существует независимо от деятельности человека» — это зафиксировано в нашем определении рассуждения. Однако оно определено существует независимо от деятельности субъекта познания логики и теории аргументации<sup>15</sup> и поэтому подходит под данное Б. С. Грязновым определение предметной области исследования. Общность предметного мира делает возможным сравнение этих дисциплин и позволяет говорить о применении методов более развитой дисциплины (логики) в менее развитой дисциплине (теории аргументации).

Установив общий предметный мир логики и теории аргументации, можно раскрыть различие их объектов. Поскольку предметный мир этих теорий — рассуждения, то объектом их должны быть некоторые *свойства* или *отношения* рассуждений. При этом объектом логики является такое свойство рассуждений, как *доказательность*, а объектом теории аргументации —

---

<sup>14</sup> Грязнов Б. С. Логика, рациональность, творчество. М., 1982. С. 10.

<sup>15</sup> По-видимому, этот факт побудил К. Поппера поместить рассуждения в свой «мир 3» — мир объективного, не зависящего от субъекта знания.

такое свойство рассуждений, как *убедительность*. Это две связанные, но тем не менее различные характеристики рассуждений. Если мы рассмотрим современную символическую логику, то увидим, что именно доказательные рассуждения являются ее объектом, обычно выступающим под именем правильных способов рассуждения. Доказательность как свойство рассуждений моделируется в символической логике при помощи понятия «логический вывод» (и его частного случая «логическое доказательство»). Теория аргументации не предлагает таких жестких моделей свойства убедительности рассуждений, но тем не менее с самого начала размышлений философов об аргументации убедительность всегда фигурировала на первом плане.

Кстати, интересно, что логика рождалась из искусства аргументации и была, пожалуй, первой теорией аргументации. Так аристотелевская силлогистика рождалась из ораторской практики античности и из знаменитой сократической беседы. Но Аристотель потому и был отцом логики, что не просто искал убедительные рассуждения (это было дело софистов), а пытался решить проблему совмещения истины (знания) с убедительностью. Аристотель различал по крайней мере две науки о рассуждениях. Первая наука изложена в «Аналитиках». «Прежде всего, — писал Аристотель, — следует сказать, о чем исследование и дело какой оно науки: оно о доказательстве, и это дело доказывающей науки».<sup>16</sup> Вторая наука — риторика и, отчасти, диалектика, изложена в «Риторике», ее задача — «в каждом данном случае находить способы убеждения».<sup>17</sup> Эти науки Аристотель различал по свойствам рассуждений: доказательности и убедительности. При этом собственно силлогистика считалась аппаратом вывода и той, и другой науки, т. е. стояла у истоков обеих дисциплин.

Попытаемся по этим признакам выделить класс рассуждений, характерных для логики и теории аргументации. Для этого сформулируем четыре сочетания двух главных характеристик рассуждений — доказательности и убедительности: недоказательная убедительность; неубедительная доказательность; убедительная доказательность; доказательная убедительность. Остальные сочетания либо совпадают с перечисленными, либо не представляют интереса ни для теории аргументации, ни для логики (например, сочетания, где оба слова начинаются с «не»).

*Недоказательная убедительность* — характеристика рассуждений, не удовлетворяющих логическим стандартам доказательности, но тем не менее признаваемых приемлемыми в рамках некоторой теории или культурной парадигмы. Большинство убедительных рассуждений из области недедуктивных наук,

<sup>16</sup> Аристотель. Первая аналитика // Соч. В 4 т. Т. 2. М., 1978. С. 119.

<sup>17</sup> Аристотель. Риторика // Античные риторики. М., 1978. С. 18.

разнообразных дискуссий, ораторской практики, а также индукция, аналогия и другие правдоподобные рассуждения относятся к этому классу. Такие рассуждения — специфическое содержание теории аргументации, для исследования которого требуются специальные (нелогические) методы. Методы эти связаны с исторической эволюцией стандартов приемлемости рассуждений, а следовательно, с уровнем развития философского и научного мышления и разрабатываются по крайней мере начиная с софистов.

*Неубедительная доказательность* — характеристика рассуждений, которые «в себе» удовлетворяют логическим стандартам доказательности и в то же время слишком сложны (запутаны, длинные) для того, чтобы субъект познания на данном уровне логической компетенции мог оценить их правильность. В существовании таких неубедительных доказательств можно удостовериться на примере машинного доказательства, математических или логических теорем, не поддающихся оценке человеком. Доказательства, не обязательно обладающие свойством убедительности, являются объектом изучения теории логического вывода и полностью выпадают из компетенции теории аргументации.

*Убедительная доказательность* — свойство рассуждений, с одной стороны, представляющих собой доказательства, а с другой — имеющих достаточно прозрачную структуру или известный субъекту эффективный способ построения. Убедительная доказательность математических утверждений — одна из целей интуиционистской математики, где доказанными считаются утверждения, для которых можно предъявить соответствующую умственную конструкцию. С логической точки зрения проблема убедительной доказательности — это проблема обнаружения наиболее простого (в некотором заранее фиксированном смысле) доказательства данного утверждения. Эта проблема может быть точно поставлена в теории поиска вывода как вычленение наиболее простого доказательства из множества возможных доказательств, а убедительность доказательства может отождествляться с информативностью успешного поиска его.<sup>18</sup>

*Доказательная убедительность* — свойство рассуждений, построенных по принципу снижения сложности первоначального высказывания при помощи «локальных» преобразований его структуры и в итоге приводящих к доказательству исходного высказывания. Простым примером таких рассуждений является процедура поиска доказательства с помощью таблиц Бета, которая, по выражению Дж. А. Робинсона, «организует нашу способность различать очевидное».<sup>19</sup> Условием этой процедуры

<sup>18</sup> См. § 4 главы 3 данной книги.

<sup>19</sup> Robinson J. A. Logic: form and function. Edinburg, 1979. P. 55.

является убежденность субъекта, производящего поиск, в том, что каждая подтаблица представляет собой решение той же задачи, что и исходная таблица, достигаемая за счет локальности преобразований и активного участия субъекта в построении таблицы.

Рассмотрение характера рассуждений и их основных характеристик показывает, что рассуждения, как они имеют место в науке или обыденной жизни, являются целостными системами, включенными в более широкий контекст научного исследования или человеческого общения. Поэтому при анализе степени адекватности представлений рассуждения, лежащих в основе решения ПФЛ, следует учитывать особенности построения теорий целостных объектов. Как показывает пример «Капитала» К. Маркса, построение теории целостного объекта, грубо говоря, состоит из двух этапов: формирования исходных теоретических абстракций путем анализа эмпирического материала и построения на этой основе теории данного целостного объекта, воспроизводящей его особенности с той степенью адекватности, которая допускается исходными абстракциями (*синтез*). При этом исходные абстракции выделяют наиболее существенные свойства и отношения предметного мира теории, определяющие характер решения основных проблем теории.

При рассмотрении способов формирования исходных абстракций особый интерес представляет проведенное Л. С. Выготским различие «анализа по элементам» и «анализа по единицам». Кратко говоря, анализ по элементам дает в результате такие структуры, которые не сохраняют системных свойств целого (например, выделение в речевом мышлении собственно мышления и собственно речи), а анализ по единицам выделяет такие минимальные структуры, которые сохраняют системные свойства анализируемых объектов (например, значение слова, сохраняющее единство мышления и речи). Л. С. Выготский считал анализ по единицам важнейшим средством исследования системных объектов и видел в нем «коренное изменение метода психологического эксперимента», заключающееся, в частности, в «замене анализа, разлагающего сложное психологическое целое на составные элементы и вследствие этого теряющего в процессе разложения целого на элементы подлежащие объяснению свойства, присущие целому как целому, анализом, расчленяющим сложное целое на далее неразложимые единицы, сохраняющие в наипростейшем виде свойства, присущие целому как известному единству».<sup>20</sup> Думается, что различие этих видов анализа имеет не только психологическое, но и общенаучное значение, примерно соответствуя классическому (имея в виду классическую науку нового времени) и системному типам анализа.

<sup>20</sup> Выготский Л. С. Психология и учение о локализации психических функций // Соч.: В 6 т. Т. 1, М., 1982. С. 174.

В применении к философии логики описанный способ построения теории целостных объектов включает анализ рассуждений и выделение исходной теоретической абстракции — способа представления рассуждений и построение на основе этого способа представления систематических решений ПФЛ. Из приведенных соображений следует, что стадия анализа и представления рассуждений может иметь двойкий характер в зависимости от типа применяемого анализа.

В качестве удобной модели прослеживания соотношения между рассуждениями и способами их представления рассмотрим интерпретацию силлогистики Аристотеля, данную Я. Лукасевичем.<sup>21</sup> Она служит предметом особого интереса, потому что, с одной стороны, легко предположить, для каких содержательных рассуждений Аристотель сформулировал свои схемы силлогизмов, а с другой — из текстов самого Аристотеля нельзя установить, какими структурами формализованных языков следует представлять эти схемы.<sup>22</sup> Последнее обстоятельство говорит о том, что выбираемый способ представления силлогизмов скорее свидетельствует о характере установок на анализ рассуждений, принимаемых интерпретатором, чем о взглядах Аристотеля. Если же мы вспомним, что задачей Лукасевича было исследование силлогистики «с точки зрения современной формальной логики», то можно предположить, что используемый им способ представления рассуждений в какой-то мере характерен для философии ранней символической логики.<sup>23</sup>

Напомним, что Лукасевич предлагает представлять аристотелевский силлогизм в виде импликации  $(\alpha \& \beta) \supset \gamma$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  — посылки, а  $\gamma$  — заключение силлогизма, и приводит аргументы в пользу того, что это и есть аутентичное прочтение аристотелевских текстов. Для нас здесь важно одно: Лукасевич представляет аристотелевские силлогизмы как некоторые *высказывания* объектного языка. Таким образом, намечается следующая цепочка: форма определенных образцов рассуждений представляется как *силлогизм* (Аристотель), а силлогизм представляется как импликативное высказывание (Лукасевич). Отсюда можно сделать вывод, что для подхода Лукасевича характерно представление рассуждений как высказываний объектного языка. Но при таком подходе имеется возможность отрыва представлений от своих прообразов-рассуждений. Не случайно Б. С. Грязнов, анализируя подход Лукасевича, сде-

<sup>21</sup> Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М., 1959.

<sup>22</sup> Бочаров В. А. Аристотель и традиционная логика: Анализ силлогистических теорий. М., 1984. С. 46.

<sup>23</sup> Под ранней символической логикой подразумевается символическая логика до начала 30-х годов, т. е. до результатов Гёделя, Тарского и Чёрча о неполноте, невыразимости и неразрешимости и работ Яськовского и Генцена по натуральным и секвенциальным исчислениям.

лал вывод, согласно которому силлогистика «не является теорией о доказательствах, но теорией о предложениях... Она ничего и не говорит о рассуждениях».<sup>24</sup> В этом утверждении силлогистика Лукасевича и рассуждения разводятся, пожалуй, слишком резко. В действительности, Лукасевич прибегает к представлению силлогических рассуждений в виде высказываний и строит аксиоматическую теорию этих высказываний, чтобы привести силлогистику Аристотеля в соответствие с «точкой зрения современной формальной логики». Дело в том, что подход Лукасевича к силлогистике сформировался уже к 1929 г.,<sup>25</sup> когда в символической логике единственным способом формализации рассуждений было построение аксиоматических систем гильбертовского типа (по терминологии В. А. Смирнова<sup>26</sup>), а натуральные и секвенциальные исчисления еще не были известны.

Таким образом, из интерпретации силлогистики Лукасевичем можно извлечь следующий вывод: одним из способов формализации рассуждений в ранней символической логике было *представление их как высказываний объектного языка*. Этот тезис мы будем называть «*высказывательным подходом*» к представлению рассуждений. Однако Лукасевич не был «изобретателем» такого подхода. На указанную особенность способа представления рассуждений в ранней символической логике обращает также внимание Д. Правиц, характеризуя теорию доказательств Г. Фреге. По его мнению, хотя Фреге и стремился представлять содержательные доказательства формальными выводами, «однако это представление относится только к доказуемым теоремам, т. е. к результатам доказательств, поскольку формальный вывод может основываться на понятиях или дедуктивных операциях, совершенно отличных от доказательств».<sup>27</sup> Другими словами, в ранней символической логике Фреге, Рассела, Гильберта способы моделирования содержательных рассуждений были настолько далеки от характеристик этих рассуждений, что, по существу, представляли их только в отношении доказуемых теорем-высказываний.<sup>28</sup> На наш

<sup>24</sup> Грязнов Б. С. Логика, рациональность, творчество. С. 234.

<sup>25</sup> Łukasiewicz J. Elementy logiki matematycznej. Warszawa, 1929.

<sup>26</sup> Смирнов В. А. Формальный вывод и логические исчисления. М., 1972. С. 22—25.

<sup>27</sup> Prawitz D. The philosophical position of proof theory // Contemporary philosophy in Scandinavia. Baltimore and London, 1972. P. 132.

<sup>28</sup> Г. Генцен писал: «...Формализация логических выводов, проведенная, в частности, Фреге, Расселом и Гильбертом, очень далека от тех способов рассуждений, которые применяются в действительности при математических доказательствах. Этим достигаются значительные формальные преимущества» (Генцен Г. Исследования логических выводов // Математическая теория логического вывода / Под ред. А. В. Идельсона и Г. Е. Минца. М., 1967. С. 10). Следует отметить, что именно с «исчисления натуральных выводов» Генцена начинается более «реалистичский» подход к представлению рассуждений.

взгляд, это обстоятельство также могло стимулировать «высказывательный подход» к представлению рассуждений.

Говоря о способах представления рассуждений в ранней символической логике, нельзя обойти гильбертовскую теорию доказательств. На первый взгляд подход Гильберта противостоит представлению рассуждений с помощью высказываний. Действительно, Гильберт в явной форме говорит, что «логические умозаключения» выражаются «с помощью формальных процессов», а «содержательные выводы подменяются внешними действиями согласно правилам».<sup>29</sup> Как мы видим, содержательным рассуждениям здесь сопоставляются не высказывания, а действия с формулами формальной системы. Однако имеется ряд обстоятельств, позволяющих говорить, что реализация программы Гильберта имела отношение к распространению «высказывательного подхода». На эти обстоятельства указывает критика гильбертовской теории доказательств Д. Правицем<sup>30</sup> (общая теория доказательств) и Г. Крайзелем (структурная теория доказательств).

Крайзель, вслед за Правицем, пользуется термином «редуктивная теория доказательств» для обозначения исследований, проводимых по типу программы Гильберта. Источник успехов этой теории, а также ее недостатков Крайзель видит в том, что на место изучения самих доказательств она ставит изучение таких свойств высказываний или множеств высказываний, как общезначимость, доказуемость, выводимость. В этом он находит сходство между редуктивной теорией доказательств, теоретико-множественным подходом к основаниям математики и теорией моделей. «...Доказуемость и выводимость  $B$  из  $A$ , — пишет Крайзель, — изучались и в теоретико-множественных основаниях, и в гильбертовской теории доказательств. Однако от этих исследований не следует ожидать даже первых шагов по направлению к теории самих доказательств. Наоборот, их целью является устранение всех деталей, связанных с доказательствами, которые не имеют отношения к утверждениям о доказуемости (или общезначимости) и выводимости (или следовании)».<sup>31</sup> Поэтому, по мнению Крайзеля, ряд важнейших результатов, полученных в рамках гильбертовской теории доказательств (например, неполнота формальной арифметики, результаты о консервативности), «говорят не о самих доказательствах, а о множествах доказуемых теорем».<sup>32</sup>

---

<sup>29</sup> Гильберт Д. О бесконечном // Основания геометрии. М.; Л., 1948. С. 359. (Курсив наш. — В. Б.)

<sup>30</sup> Prawitz D. On the idea of general proof theory // Synthese 1974. Vol. 27, N 1—2. P. 63—77.

<sup>31</sup> Kreisel G. Perspectives in the philosophy of pure mathematics // Logic, Methodology, and Philosophy of Science. IV. Amsterdam, 1973. P. 263.

<sup>32</sup> Крайзель Г. Исследования по теории доказательств. М., 1981. С. 267

Еще более радикальное заключение получает из своего анализа гильбертовской теории доказательств Э. Бет, который утверждает, что «теория доказательств для некоторой формальной системы  $L$  сводится к изучению *структурных свойств выражений* (курсив наш. — В. Б.), имеющих место в  $L$ , или некоторых классов таких выражений (например, класса всех формул, доказуемых в  $L$ )».<sup>33</sup>

Итак, из анализа теории доказательств в ранней символической логике, предпринятого Э. Бетом, Г. Крайзелем, Д. Правцем, следует, что стремление к формализации рассуждений (математических доказательств), вдохновлявшее пионеров математической логики, реализовывалось по преимуществу в результатах, относящихся не к самим рассуждениям, а к свойствам теорем или множеств теорем формализованных теорий. Эта особенность представления рассуждений, по всей вероятности, была вызвана ориентацией логики на приложения в основаниях математики, поскольку стандартной математической задачей в этой области является как раз «исследование множества доказуемых формул»,<sup>34</sup> диктующее определенные формы представления рассуждений. Это обстоятельство, которое, без сомнения, сыграло позитивную роль в развитии самой символической логики и исследований по основаниям математики, в философии логики стимулировало появление «высказывательного подхода» к представлению рассуждений, в рамках которого свойства рассуждения описываются при помощи результатов, относящихся к свойствам высказываний и множеств высказываний. Реализацию подобного «высказывательного подхода» мы уже видели на примере представления силлогизмов в системе Лукасевича. Но, пожалуй, наиболее ярким примером влияния такого подхода на решение ПФЛ является «Логико-философский трактат» Л. Витгенштейна, который во многом выразил «идеологию» ранней символической логики и внимание к которому не ослабевает до настоящего времени. «Трактат» Витгенштейна оказал огромное влияние на формирование философии символической логики. Именно в «Трактате» были предложены достаточно определенные решения ПФЛ (1) — (5), которые благодаря усилиям логических позитивистов стали практически общепринятыми в философии логики первой половины XX в. Поэтому «Трактат» является, пожалуй, наилучшим материалом для выявления связи между способом анализа рассуждений, способом представления их и решениями ПФЛ.

Вся онтология «Трактата», изложенная в группе афоризмов 1 и 2, есть не что иное, как семантика термина «предложе-

<sup>33</sup> Beth E. The foundations of mathematics: A study in the philosophy of science. Amsterdam, 1959. P. 72.

<sup>34</sup> Неспейвода Н. Н. Выводы в форме графов // Семиотика и информатика. Вып. 26. М., 1985. С. 52.



ние». <sup>35</sup> С введением понятия «предложение» в «Трактате» начинается рассмотрение собственно логической проблематики. Центральная роль «предложения» в философии логики «Трактата» подчеркивается афоризмом: «Предложение конструирует мир с помощью логических строительных лесов, поэтому в предложении можно также видеть, как обстоит дело со всем логическим, когда это предложение истинно» (4.023). <sup>36</sup> Таким образом, структура предложения определяет «логический срез действительности» и тем самым детерминирует самую логику. Понятие предложения содержит в себе все, что необходимо для построения логики.

Через рассмотрение предельных случаев условий истинности предложений (тавтологических и противоречивых) Витгенштейн вводит понятия логически истинного и логически ложного высказываний (4.431; 4.46). Этот же подход он распространяет и на понятие логического вывода, вводимое через понятие семантического следования, а это последнее вводится через понятие оснований истинности предложений (строки входа таблицы, в которых предложение принимает значение «истина»). «Если основания истинности, общие для некоторого количества предложений, — пишет Витгенштейн, — представляют в то же время основания истинности некоторого определенного предложения, то мы говорим, что истинность этого предложения следует из истинности упомянутых предложений» (5.11). И далее Витгенштейн еще раз подчеркивает эту зависимость: «Тот факт, что истинность одного предложения следует из истинности других предложений, мы усматриваем из структуры предложений» (5.13). На основании понятия логического следования он легко вводит понятие вывода: «Если  $p$  следует из  $q$ , то я могу заключить от  $q$  к  $p$ ; вывести  $p$  из  $q$ . Способ вывода всегда познается из обоих предложений. Только они могут оправдывать вывод» (5.132). Как мы видим, подчеркивая центральную роль понятия «предложение», Витгенштейн игнорирует даже очевидную важность для определения вывода понятия правила вывода.

Таким образом, Витгенштейн подводит нас к тезису о том, что *предложение есть способ представления рассуждений*: «В логике каждое предложение является формой доказательства» (6.1264). Это дает нам основание заключить, что предложение, как способ представления рассуждений, является единицей анализа в «Трактате». Теперь нам предстоит показать, что выбор такого способа представления рассуждений приводит к вполне определенным решениям ПФЛ.

Для начала рассмотрим проблему *информативности логических истин*. Решение этой проблемы в «Трактате» стоит в на-

<sup>35</sup> Витгенштейн не различает понятий предложения и высказывания.

<sup>36</sup> Здесь и далее ссылки на «Трактат» даются в тексте с указанием номера афоризма по: Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. М., 1958.

чале традиции, вошедшей в логический позитивизм и во многие другие направления философии логики. Витгенштейн, исходя из своей — образной — теории отношения предложений к реальности, а также понятия условий истинности предложений, так определяет познавательный статус логических истин: «В тавтологии условия соответствия с миром — отношения изображения — взаимно аннулируются тем, что они не стоят ни в каком отношении изображения к действительности» (4.462). Принятие такого своеобразного отношения логических истин к действительности немедленно приводит к следующей оценке информационного содержания логических истин: «Предложения логики суть тавтологии» (6.1); «Предложения логики, следовательно, ничего не говорят (Они являются аналитическими предложениями.)» (6.11). Таким образом, мы можем зафиксировать, что «высказывательный подход» приводит к отрицательному решению проблемы информативности логических истин.

Следующая проблема — ~~информативность логических процедур~~. Основываясь на зависимости понятия следования от структуры предложения (5.13), Витгенштейн формулирует концепцию неинформативности логического следования, которая, по существу, является определением логического следования как включения по информации: «Если какое-нибудь предложение следует из другого, то последнее говорит больше, чем первое; первое меньше, чем последнее» (5.14). Теперь, если учесть уже цитированный афоризм 5.132, мы получим концепцию неинформативности логического вывода: ~~информация заключения правильного логического вывода не превосходит информацию его посылок~~.

Из тех же предпосылок исходит у Витгенштейна отрицание возможности рассмотрения *субъекта познания* в логике. Предполагая, что истины логики суть тавтологии, допускающие любое положение дел в мире и не исключающие ни одной возможности, Витгенштейн делает вывод: «Логика наполняет мир: границы мира являются также ее границами... (Логика не может) выйти за границы мира, чтобы она могла рассматривать эти границы также и с другой стороны» (5.61). Далее из анализа проблемы субъекта следует, что «субъект не принадлежит миру, но он есть граница мира» (5.632). А из этих двух высказываний уже несложно получить третье: «Мыслящего субъекта нет» (5.631). Конечно, это положение не следует воспринимать как отрицание существования субъекта. Это скорее отрицание возможности рассмотрения субъекта рациональными логическими средствами.

Вообще выбор предложения в качестве единицы анализа делает философию логики тривиальной. Все, что можно сказать о логических истинах и логических процедурах, по Витгенштейну, дано уже в явной структуре предложений: «Специфическим признаком логических предложений является то, что их

истинность узнается из символа самого по себе, и этот факт заключает в себе всю философию логики» (6.113).

Развивая свои взгляды на логику, Витгенштейн получает еще более сильные (и, как показывает дальнейшее развитие символической логики, еще более неверные) следствия. К этим следствиям, в частности, относится крайнее пренебрежение ролью доказательства в логике. «...Для логики, — пишет Витгенштейн, — совершенно не важен способ показа того, что ее предложения суть тавтологии» (6.126); «Доказательство в логике есть только механическое средство распознавания тавтологии там, где она усложнена» (6.1262).

Подведем некоторые итоги разбора взглядов Витгенштейна. Мы хотели показать, что решение ПФЛ в «Трактате» во многом диктовалось вполне определенной «парадигмой» — выбором в качестве единицы анализа ПФЛ понятия предложения (высказывания). Важно понять, что Витгенштейн здесь не оригинален, он только ясно выразил «идеологию» ранней символической логики и довел до конца многие следствия такого выбора, способа представления рассуждений. Предложенные в «Трактате» решения ПФЛ, как нетрудно заметить, решительно расходятся с характеристиками содержательных рассуждений, о которых мы говорили в начале этого параграфа. На наш взгляд, это свидетельствует о неприемлемости упомянутых решений ПФЛ и тем самым о том, что представление рассуждений как высказываний и выбор высказывания в качестве единицы анализа в философии логики не может служить адекватной основой решения ПФЛ.

Вопрос о том, каким требованиям должна удовлетворять системная единица анализа, разбирает В. П. Зинченко.<sup>37</sup> Если несколько обобщить его требования, то можно сказать, что единица анализа должна: 1) быть некоторой связной структурой, далее неразложимым целым; 2) содержать в себе системообразующие связи и отношения анализируемого объекта или процесса; 3) включать в себя некоторый порождающий механизм, обеспечивающий ее динамику (если целое динамично); 4) служить основой синтеза свойств, присущих анализируемому целому; 5) позволять исследовать отношение изучаемого объекта или процесса к более широкой системе, включающей этот объект или процесс как подсистему.

Таким образом, единица анализа целостной системы — это минимальная в некотором отношении система, обладающая достаточно сложным строением, чтобы отображать по крайней мере некоторые системообразующие связи целого и служащая основанием для теоретического синтеза характеристик, присущих исходному целому. Несложно заметить, что понятие вы-

---

<sup>37</sup> Зинченко В. П. Идеи Л. С. Выготского о единицах анализа психики // Психологический журнал. 1981. Т. 2. № 2. С. 120—127.

сказывания или последовательности высказываний является плохим кандидатом на роль единицы анализа рассуждений, так как не удовлетворяет по крайней мере требованиям 2), 3), 4), 5). В связи с этим встает вопрос о выборе лучшего кандидата на роль системной единицы анализа в философии логики (и одновременно лучшего способа представления рассуждений). На наш взгляд, хорошим кандидатом на эту роль является понятие логической процедуры, соответствующей «процедурному» подходу к ПФЛ.<sup>38</sup>

Что же такое логическая процедура, и в чем значение этого понятия для философии логики?

Процедура вообще есть последовательность действий, выполняемая по более или менее определенным правилам. Тогда логическую процедуру в первом приближении можно определить как последовательность действий, выполняемых в соответствии с правилами преобразования выражений некоторого естественного или формализованного языка.<sup>39</sup> Однако уже это определение подымает ряд вопросов: если логическая процедура есть последовательность действий, то: что это за действия? чьи это действия? каков объект этих действий? Иначе говоря, возникает задача описания логической процедуры как системы, т. е. выделения в ней компонент, системообразующих связей, уровней, подсистем.

Первое, что требуется при системной трактовке логической процедуры, — это сознание того факта, что логическая процедура является одним из видов познавательных процедур, а следовательно, имеет *субъект-объектную структуру*. На наш взгляд, нет необходимости конструировать какой-либо особый «логический» субъект. Субъектом действий, составляющих логическую процедуру, является субъект познания, решающий познавательные задачи при помощи формализованных языков или использования логической структуры естественного языка. Специфика субъект-объектных отношений в логических процедурах связана скорее с понятием объекта действий. На первый

---

<sup>38</sup> Оппозиция «высказывательного» и «процедурного» подходов к представлению рассуждений, по-видимому, связана с оппозицией декларативного и процедурного подходов к представлению знаний в системах искусственного интеллекта, которые, по выражению В. М. Сергеева, «выявляют две стороны, два способа человеческого мышления и являются дополнительными» (Сергеев В. М. «Искусственный интеллект» как метод исследования сложных систем // Системные исследования: Методологические проблемы: Ежегодник. 1984. М., 1984. С. 122).

<sup>39</sup> Конечно, логические процедуры всегда совершаются в рамках некоторого языка (пропозиционального, первопорядкового и т. п., модального или эпистемического и т. п.) с некоторой логикой (классической, интуиционистской и т. п.). Поскольку наш анализ носит методологический характер и не касается особенностей совершения логических процедур в различных языках, мы будем иногда просто говорить о языке  $L$ , подразумевая, что для конкретных логических процедур значение переменной  $L$  должно конкретизироваться.

взгляд субъект действует с формулами или множествами формул языка *L*. Однако являются ли формулы и предложения объектами логических процедур? Конечно, если встать на позиции крайнего формализма, то придется признать, что формулы, в частности доказуемые формулы, являются объектами логического исследования, поскольку вся логика есть не что иное, как игра с символами. Но такой формализм не выдерживает критики с философской точки зрения, и его не придерживался даже основатель формализма как направления в основаниях математики Д. Гильберт. Из принципа единства языка и мышления следует, что формулы наших формализованных языков суть отражение некоторой реальности вне данного языка, выражение определенного мыслительного содержания. Связь синтаксиса формализованных языков с реальностью и мышлением осуществляется при помощи семантической интерпретации. Поэтому именно в семантике рассматриваемых языков следует искать объекты логических процедур.

В основе любого формализованного языка лежит определенная система анализа выражений на семантические категории, которые раскрывают исходные абстракции этого языка. Так, в языках типа исчисления предикатов первого порядка лежит членение выражений по принципу функтор-аргумент и соответственно категории собственного имени и предложения. Для языка аристотелевской силлогистики характерны категории общего имени и предложения. Семантические категории представляют собой исходные абстракции, которые мы принимаем вместе с принятием языка. Этот язык может сложиться естественно или быть сконструирован человеком, но если мы приняли определенную систему семантического анализа, т. е. определенные семантические категории и разделение выражений языка по этим категориям, то нам придется признать, что «в сфере этих абстракций, идеальных конструкторов складываются определенные объективные, от воли и сознания людей независимые отношения. Именно такого рода отношения, например отношения между объемами понятий — классами, детерминируют необходимый характер логических связей».<sup>40</sup> Таким образом, вместе с принятием некоторого языка и установленном способе анализа его выражений мы неявно принимаем и объективные отношения между логическими формами выражений этого языка. Это и есть то, что мы обычно называем *логическими отношениями* между высказываниями. Нам сейчас важно подчеркнуть, что такие отношения независимы от субъекта познания в том смысле, что диктуются, навязываются ему самой структурой языка. Приняв язык, субъект сталкивается

---

<sup>40</sup> Смирнова Е. Д. Логика, научные идеализации и онтологические допущения // Методология развития научного знания / Под ред. А. А. Старченко. М., 1982. С. 98.

с присущими ему логическими отношениями как с независимой от него реальностью. Именно эта реальность и является *объектом* логических процедур, совершаемых в данном языке. Строя выводы, доказательства, опровержения, субъект ставит своей целью обнаружить те или иные логические отношения, выраженные формулами, претендующими на статус общезначимых, или утверждениями о выводимости. Поэтому объектом данной логической процедуры естественно считать не формулы формализованного языка, а некоторое подмножество множества объективных отношений между логическими формами выражений языка  $L$  — логических отношений.

При таком понимании субъекта и объекта логических процедур в качестве системообразующих связей между ними как компонентами системы выступают действия субъекта по исследованию объекта — логических отношений. Первым кандидатом на роль логического аналога такого рода действий представляется понятие вывода (доказательства, опровержения). В любом стандартном руководстве по логике мы найдем такое определение понятия вывода (для аксиоматических систем): вывод формулы  $A$  из множества формул  $\Gamma$  есть последовательность формул  $B_1, \dots, B_n$ , каждая из которых является либо одной из гипотез  $\Gamma$ , либо одной из аксиом, либо получена из предыдущих по одному из правил вывода, а  $B_n = A$ . Однако по этому определению в вывод не входят собственно действия: он суть некоторая конструкция в объектном языке, формальный объект определенного вида. Если определять место логического вывода в системе логической процедуры, то можно сказать, что вывод есть средство фиксации логических отношений, развернутое «изображение» отношения логического следования. Отсюда следует, что логический вывод есть *результат* действий субъекта логических процедур. Но в таком случае к какой категории отнести сами эти действия?

Мы уже выяснили, что рассматриваемые действия субъекта познания имеют своим объектом логические отношения между высказываниями данного языка, которые на синтаксическом уровне фиксируются выводами (доказательствами, опровержениями). Отсюда можно заключить, что эти действия, как они проявляются на уровне синтаксиса языка, суть *действия* субъекта познания *по построению выводов, доказательств, опровержений*, фиксирующих те логические отношения, в выяснении которых «заинтересован» субъект. Иначе говоря, это действия *по поиску вывода*. Таким образом, на уровне работы с выражениями языка  $L$  логическая процедура состоит из двух подсистем: вывода и поиска вывода, которые в совокупности образуют те «внешние действия» (по выражению Гильберта), при помощи которых субъект познания исследует логические отношения между высказываниями языка  $L$ . В таком случае *процесс* рассуждения в системе логической процедуры представ-

ляется подсистемой *поиска вывода*, а *результат* — подсистемой *вывода*.

Рассмотрим, каким образом это понимание логических процедур может быть проведено по отношению к формализованным логическим системам. С этой точки зрения можно выделить два типа логических систем: во-первых, системы, в которых формализуются понятие общезначимой формулы или отношения следования, и, во-вторых, системы, в которых наряду с формализацией логического следования имеет место хотя бы частичная формализация принципов поиска вывода. Примером систем, в которых в «чистом виде» формализуются понятия общезначимости и логического следования, могут быть аксиоматические системы гильбертовского типа и системы натурального вывода. В них, по существу, формулируются критерии отличия формальных объектов, являющихся выводами от формальных объектов, таковыми не являющихся, но не дается никаких указаний, каким образом искать вывод некоторой формулы из множества аксиом или гипотез. Отсутствие формализации элементов поиска вывода в данных системах, по-видимому, имеют в виду, когда говорят о «неэвристичности» подобных исчислений.

Примером систем второго типа, в которых сочетается реализация обеих задач, могут служить секвенциальные системы. В них сама формулировка правил, на основе которых определяется понятие вывода, при применении правил «снизу вверх» (контрприменении) указывает путь поиска вывода. Так, правила  $V \rightarrow$  и  $\rightarrow \bar{A}$  в системах канторовского типа, которые по выражению В. А. Смирнова, «удобны для осуществления процедур поиска доказательства»,<sup>41</sup> включают в свою формулировку оговорку: терм, встречающийся выше черты, должен встречаться ниже черты. При движении «снизу вверх» эта оговорка подсказывает нам некоторую стратегию поиска вывода, ограничивая возможный перебор термов.<sup>42</sup>

Теперь можно сказать, что более полная формализация процесса дедуктивного рассуждения происходит в системах второго типа. На основе этих систем можно точно ставить вопрос об эвристических возможностях логических процедур и положительно отвечать на него.<sup>43</sup> В системах первого типа формализуется только подсистема логического вывода, а системные принципы строения логической процедуры не находят пол-

---

<sup>41</sup> Смирнов В. А. Формальный вывод и логические исчисления. С. 160.

<sup>42</sup> Подробнее о поиске «снизу вверх» и минус-нормализации мы будем говорить в § 4 главы 2 данной книги.

<sup>43</sup> Маслов С. Ю. Теория поиска вывода и вопросы психологии творчества // Семиотика и информатика. Вып. 13. М., 1979. С. 17—46; Хинтика Я. Логико-эпистемологические исследования. М., 1980. См. также § 4 главы 2 и главу 3 данной книги.

ного выражения. В таком случае логические процедуры развертываются как бы в «двух измерениях»: в формальной системе, в которой выписывается вывод, и в «уме» субъекта, работающего с этой формальной системой. Каждый, кто имеет опыт построения выводов в таких системах, представляет, что субъекту приходится производить многочисленные пробы подстановки в аксиомы или выбор конкретных аксиом по схемам аксиом, введение дополнительных допущений и т. д., а также устранять допущенные ошибки. Процесс этот совершенствуется с накоплением опыта, с выработкой в «уме» субъекта запаса допустимых правил, позволяющих быстро находить подстановки и нужные допущения, но тем не менее никогда не устраняется полностью. Все такого рода умственные действия субъекта относятся к *поиску вывода*. В ходе поиска вывода происходит как бы перебор возможных путей построения вывода, отбрасываются пути, не ведущие к выводу, и в конце концов обнаруживается тот путь, который может стать правильным логическим выводом, если таковой существует. В таких системах явно фиксируется только результат поиска вывода — формальный вывод. Разделение вывода и поиска вывода, перенесение их в разные плоскости (вывод имеет место на объектном уровне логической системы, поиск вывода — на неформализованном метауровне) связано, в частности, с тем, что в такого рода системах правила не включают никаких указаний на то, каким образом анализировать структуру доказываемой формулы или заключения вывода и его посылок для того, чтобы обнаружить сам вывод. Анализ выпадает на долю субъекта и происходит в «уме». <sup>44</sup>

Главное отличие систем второго типа — секвенциальных систем, таблиц Бета, модельных множеств — заключается в том, что в них явным образом указываются некоторые способы, позволяющие строить искомый вывод. Так, в классической логике высказываний все эти системы дают одновременно разрешающий метод, который не только в конечном, заранее предсказуемое число шагов выдает ответ, доказуема ли данная формула или нет, но вместе с тем дает и вывод данной формулы, если

---

<sup>44</sup> О. Ф. Серебрянников отмечает этот факт в такой форме: «... в натуральных исчислениях мы располагаем эвристическими средствами и не располагаем предписаниями относительно рационального целесообразного использования этих средств в поиске решения логической задачи. Поэтому работа по организации эвристического поиска средствами натуральных исчислений зависит от памяти и изобретательности человека, использующего эти средства» (см.: Серебрянников О. Ф. Теория логического вывода и эвристические методы мышления: Автореф. докт. дис. Л., 1975. С. 15—16). Память и изобретательность человека используются при решении любой задачи. Нас интересует вопрос о том, насколько эти эвристические приемы передаются логическими исчислениями. Поскольку натуральными исчислениями они явно не моделируются, мы, в отличие от О. Ф. Серебрянникова, не считаем возможным говорить об эвристичности натуральных исчислений.



он имеется, или контрпример, если эта формула невыводима. Это говорит о том, что для разрешимых систем типа классической логики высказываний поиск вывода может быть полностью формализован. Однако этот факт не снимает задачу обнаружения наилучшего выражения принципов поиска вывода в данных системах. Для неразрешимых систем задача полной формализации поиска вывода невыполнима, т. е. нельзя построить такую процедуру, которая в конечном, заранее предсказуемое число шагов давала бы ответ, выводима данная формула или нет. Поэтому такого рода системы представляют простор для частичной формализации принципов поиска вывода.<sup>45</sup>

Характерной чертой систем второго типа, тесно связанной с возможностью моделирования процессов поиска вывода, является фиксация в них принципов анализа условий задачи. Действительно, решение задачи на поиск вывода в секвенциальных системах, таблицах Бета и т. п. начинается с «конца», с доказываемой формулы или с желаемого отношения выводимости, и происходит обычно путем разложения их до тех пор, пока мы не приходим к некоторым очевидно истинным или ложным выражениям.<sup>46</sup> Тогда — если следовать известной схеме — вступают в свою роль правила синтеза, по которым окончательно строится нужный вывод.

Проведенный анализ понятия логической процедуры показывает, что логическая процедура является целостной системой. Базисный уровень ее представляет собой субъект-объектную структуру, связанную действиями субъекта по исследованию логических отношений; на уровне «внешних действий» (семантики и синтаксиса языка) эта субъект-объектная структура проявляется как динамическое взаимодействие двух подсистем: вывода и поиска вывода.

Теперь мы можем дать определение логической процедуры: *логическая процедура* есть последовательность действий субъекта познания с формулами (или множествами формул) и терминами формализованного языка или предложениями и терминами естественного языка, направленных на обнаружение отношений логических форм высказываний этого языка и выполняемых в соответствии с правилами некоторой логической системы, сформулированной в этом языке.

---

<sup>45</sup> Это, однако, не исключает полноту процедуры поиска вывода в следующем смысле: для каждой выводимой формулы (секвенции) рано или поздно вывод будет построен в соответствии с данной процедурой.

<sup>46</sup> Интересна модификация соотношения правил анализа и синтеза в обратном методе Маслоу. Там по виду секвенции, испытываемой на выводимость, сразу определяется вид аксиом, из которых она возможно выводима (исходные благоприятные наборы), а затем демонстрируется, каким образом набор, соответствующий выводимой секвенции, получается из исходных. Анализ здесь совершается в свернутом виде и в некотором смысле моделирует «догадку» об аксиомах, необходимых для получения данной секвенции.

Рассмотренная организация логических процедур, в фундаменте которых лежат субъект-объектные отношения, проявляющиеся во взаимодействии подсистем вывода и поиска вывода, в принципе соответствует структуре содержательных рассуждений. Мы можем поэтому с уверенностью утверждать, что понятие логической процедуры выполняет основные методологические требования к единице анализа. Действительно, выполнимость требований 1) — 3) следует из нашего анализа структуры логических процедур. Выполнимость требования 5) следует из того, что логические процедуры являются разновидностью познавательных процедур. А выполнимостью требования 4) мы сейчас займемся. Для этого нам необходимо выяснить, каким образом выбор логической процедуры в качестве единицы анализа влияет на решение ПФЛ.

### § 3. Логическая процедура как системная единица анализа в философии логики

Логическая процедура, рассматриваемая как система, включает в себя две подсистемы: вывод и поиск вывода, взаимодействие которых обеспечивает центральную роль понятия «логическая процедура» в философии логики. Однако эти подсистемы выполняют весьма различные функции в системе логической процедуры. Мы уже говорили, что для логической процедуры характерно то, что она представляет собой последовательность действий по исследованию логических отношений и имеет субъект-объектную структуру. Уместно задать вопрос: принадлежат ли эти свойства обеим подсистемам? Из изложенных ранее соображений следует, что логический вывод есть некоторая объектная структура, не зависящая от субъекта познания, но определяемая структурой объекта — объективных логических отношений; вывод вместе с тем не включает в себя *действий*. Поэтому главные для философии логики свойства логических процедур концентрируются в одной из подсистем — в поиске вывода. Различение в структуре логических процедур двух подсистем: вывода и поиска вывода, и четкое проведение этого различения имеют первостепенное значение при решении задач из области философии логики. Сейчас мы постараемся кратко проиллюстрировать значение этого различения для решения уже упоминавшихся проблем философии логики (более подробное их рассмотрение будет предпринято в следующих главах книги).

Само различие между понятиями вывода и поиска вывода достаточно очевидно: вывод — это структура *формул* (последовательность, дерево, граф), обладающая определенными свойствами, поиск вывода — последовательность *действий* с формулами для обнаружения и построения логического вывода. Однако всегда ли это различение последовательно проводится?

Начнем с проблемы информативности логических процедур: способны ли логические средства познания (доказательство, вывод и т. п.) приумножать наши знания, т. е. (если использовать терминологию теории информации) могут ли логические процедуры увеличивать информацию преобразуемых в ходе них утверждений?

Уже рассмотрение понятия логического следования порождает проблему. Напомним, что понятие логического следования определяется через включение по информации: высказывание *B* следует из высказывания *A*, если и только если информация, сообщаемая логической формой высказывания *B*, является частью информации, сообщаемой логической формой высказывания *A*. Если мы принимаем это определение логического следования, то возникает своего рода *парадокс*: наши интуитивные представления об информативности логических процедур парадоксально сочетаются с определением логического следования как включения по информации. Найти выход из указанного парадокса нам поможет различение понятий вывода и поиска вывода. Действительно, если предположить, что наше содержательное представление о приращении знаний субъекта познания в ходе совершения логических процедур относится не к процедурам типа логического вывода, а к процедурам типа *поиска* логического вывода, то парадокс информативности немедленно устраняется. Такой подход и вытекающие из него следствия будут подробно разобраны в главе 3 данной книги.

Последовательное проведение различения понятий «вывод» и «поиск вывода» позволяет также внести некоторую ясность в философскую проблему *соотношения анализа и синтеза* в логических процедурах.

Понимание метода анализа как метода поиска геометрического доказательства было выработано еще в античности в работах Евклида и его комментаторов, в частности Прокла и Паппа Александрийского. Однако в традиционной логике эта связь метода анализа с процедурами поиска доказательства была утеряна, и понятие анализа стало применяться к процедурам типа вывода. При этом считалось, что под анализом следует понимать «сведение частных положений к основным принципам, а под синтезом следует понимать выведение следствий из основных принципов».<sup>47</sup> Иначе говоря, анализ — это движение от заключения некоторого вывода к его посылкам, а синтез — это движение от посылок к заключению. Такое понимание анализа и синтеза имеет источником традиционное применение этих понятий к логическому выводу, доказательству и т. п., поэтому при применении к семантическим таблицам Бета или секвенциальным исчислениям, служащим основой для процедур поиска вывода, теряется связь метода анализа-син-

---

<sup>47</sup> Челпанов Г. И. Учебник логики. М., 1909. С. 148.

теза с эвристическими возможностями этих систем. Особенно неудовлетворительной при этом оказывается трактовка синтеза как простого обращения анализа.

Применение понятий анализа и синтеза к процедурам поиска вывода позволяет уточнить значение этих понятий в логике, показать ограниченность «направленных» их интерпретаций, раскрыть эвристические возможности метода анализа-синтеза в логике и выявить некоторые новые черты этого метода. В частности, анализ можно трактовать как построение дерева поиска вывода, в процессе которого в большинстве процедур происходит выявление языковых фикций.<sup>48</sup> Синтез тогда трактуется как вычленение вывода (выводов) из его «заготовки», получающейся в результате построения дерева поиска вывода. На долю синтеза выпадает устранение языковых фикций и построение собственно вывода. Такое устранение языковых фикций соответствует устранению неопределенности относительно вывода данной секвенции, а следовательно, прямо связано с информативностью поиска вывода данной секвенции. Таким образом, наше понимание синтеза укладывается в рамки философской традиции, которая именно с процедурой синтеза связывает приращение, расширение нашего знания, а следовательно, и приобретение новой информации об объектах исследования. Подробнее о взаимодействии анализа-синтеза в логических процедурах будет говориться в § 5 главы 2.

Наше различие позволяет по-новому проанализировать также проблему *субъекта познания*, совершающего логические процедуры. В чем же, собственно говоря, здесь проблема?

Известно, что значительный прогресс современной формальной логики был связан с отказом основоположников математической логики (Фреге, Рассела) от претензии на воспроизведение в логических системах процессов мышления субъекта познания и с построением логических систем, исходя из определенных абстракций, идеальных конструкторов, детерминирующих приемлемые формы рассуждений. Такое понимание логики на первый взгляд выводит субъекта познания за рамки рационального (т. е., по Витгенштейну, логического) исследования так же, как глаз находится вне своего поля зрения. Впрочем, и независимо от Витгенштейна вместе с ростом математизации логики полностью объективистская интерпретация логических систем стала устойчивой традицией.<sup>49</sup>

<sup>48</sup> Языковые фикции — выражения или последовательности выражений объект-языка, на определенном этапе анализа претендующие на то, чтобы иметь интерпретацию, но на самом деле ее не имеющие. О понятии языковых фикций см.: Брюшинкин В. Н. Принцип единства языка и мышления и проблема информативности логических процедур // Идеалы и нормы научного исследования / Под ред. В. С. Степина. Минск, 1981. С. 395—410. См. также § 1 главы 3 данной книги.

<sup>49</sup> Некоторое исключение из этой традиции всегда составлял интуитивизм.

Такая трактовка логики делает рассмотрение зависимости логических процедур от характеристик и возможностей субъекта познания весьма проблематичным делом. Однако не будем спешить с выводами. Сначала разберем, какое отношение к этой проблеме имеет наше различие.

Основным логическим отношением между высказываниями является отношение логического следования, которое, как уже отмечалось, обычно определяется через включение высказываний по информации, зависящей только от их логических форм. Поскольку логическая форма высказываний задается, как только задан язык, отношение логического следования оказывается объективным отношением, не зависящим (раз задан язык) от субъекта познания. Синтаксическим аналогом отношения логического следования (в случае полных систем совпадающим с ним по объему) является отношение выводимости, которое поэтому также представляет собой объективное отношение. В то же время логический вывод представляет собой развернутое изображение отношения выводимости в синтаксисе системы. Следовательно, можно говорить и об объективности логического вывода, его независимости от характеристик и возможностей субъекта познания.

В таком случае «присоединение» субъекта познания к процедурам типа логического вывода противоречит признанию объективности логических отношений между высказываниями, приводит к философски неоправданной субъективизации их, а следовательно, является неприемлемым.

Тем не менее имеются основания предполагать, что, поскольку логические системы играют определенную роль в человеческом познании<sup>50</sup> и, следовательно, содержат в себе некоторую информацию о нем, в них должны в той или иной мере отражаться субъект-объектные отношения. И не только, так сказать, в глобальной форме, когда субъект рассматривается как носитель того или иного языка, но и в более локальном виде, когда субъект познания оценивает высказывания логического языка с точки зрения их истинности и ложности и выполняет определенные процедуры в рамках логических систем.

Таким образом, наша проблема принимает следующую форму: как возможно совместить рассмотрение субъекта познания как субъекта, совершающего логические процедуры, с признанием объективности логических отношений, их независимости от субъекта познания? Ответ на этот вопрос подсказывает наше различие понятий «вывод» и «поиск вывода». Если применительно к понятию вывода рассмотрение субъекта познания представляется неприемлемым, то совсем иное положение наблюдается в отношении понятия поиска вывода. Напомним,

---

<sup>50</sup> Например, в дедуктивном развертывании теории.

что поиск вывода представляет собой последовательность *действий* по обнаружению и построению вывода. Нетрудно заметить, что понятие действия непосредственно предполагает некоторого субъекта действия, от возможностей которого зависит характер этого действия.

В число самых дискуссионных проблем философии логики традиционно входит проблема *психологизма*: отражают ли логические системы и логические процедуры процесс человеческого мышления либо между ними нет непосредственной связи? Психологистская ориентация логики на исследование законов и форм человеческого мышления как психического процесса была господствующей в XIX в. и в начале XX в., когда быстрые успехи символической логики постепенно похоронили психологизм. Здание логики стало строиться на твердом непсихологистском фундаменте, а сама логика — трактоваться как наука о формах языка, имеющая к психологической реальности мышления весьма опосредованное отношение: «Эмпирическое исследование того, как мы мыслим, не является задачей логики. Логика изучает не закономерности мышления как психологического процесса и не результаты мыслительной деятельности людей... перенесение такого рода рассмотрений в логику есть признак психологизма».<sup>51</sup>

Не вызывает сомнения, что логика не является эмпирическим исследованием мышления. Однако факт использования логических результатов в психологическом исследовании мышления — от Аристотеля до когнитивной психологии — позволяет нам предположить, что символическая логика также способна давать нам информацию (по крайней мере) о некоторых аспектах процесса мышления. При этом возникает проблема: как возможно, чтобы символическая логика, строящаяся на непсихологическом базисе, давала нам информацию о психологических характеристиках мышления? Для того чтобы ответить на этот вопрос, необходимо уточнить требование непсихологического обоснования логических систем. Представляется, что для построения логики на непсихологистском базисе необходимо и достаточно обосновать логические отношения, лежащие в основе той или иной логической системы, независимо от психологических особенностей субъекта познания. Следовательно, если бы мы решили потребовать, чтобы логические процедуры типа *вывода* отражали какую-либо психологическую реальность мышления, то это (в силу уже указанной связи понятия логического вывода с понятием логического следования) противоречило бы непсихологистскому обоснованию логики и привело к психологизму. Иное дело, если мы попытаемся поставить этот вопрос относительно понятия *поиска* логического вывода.

---

<sup>51</sup> Смирнова Е. Д. Логика, научные идеализации и онтологические допущения. С. 94.

В этом случае объективность логических отношений, их независимость от психологических особенностей субъекта познания, с одной стороны, и признание отражения логическими процедурами определенных сторон мышления как психического процесса — с другой, вполне совместимы, поскольку поиск вывода основывается на объективных отношениях и в то же время представляет собой последовательность действий субъекта познания.<sup>52</sup>

О том, что поиск вывода может отражать некоторые характерные черты психической деятельности субъекта познания, свидетельствует применение теории поиска вывода к исследованию психологии творчества, предпринятое С. Ю. Масловым. По его мнению, при помощи методов теории поиска вывода намечается продвижение в изучении «самого процесса мышления», а «вся совокупность идей и методов теории поиска вывода» может рассматриваться в качестве «своеобразной модели человеческого интеллекта».<sup>53</sup> Следовательно, поиск вывода основывается на объективных отношениях между высказываниями, но не сводится к ним, оставляя место «человеческому» психологическому элементу.

Таким образом, «процедурный» подход к анализу рассуждений дает решение ПФЛ, противоположное тем решениям, которые были получены в рамках «высказывательного подхода», и, что главное, совпадающие с выделенными ранее характеристиками содержательных (естественных) рассуждений. Отсюда можно заключить, что понятие логической процедуры является системной единицей анализа рассуждений и служит адекватной основой для решений проблем философии логики.

---

<sup>52</sup> Эта точка зрения будет развита в § 2 главы 2 данной книги в виде программы метапсихологизма.

<sup>53</sup> Маслов С. Ю. Теория поиска вывода и вопросы психологии творчества. С. 18, 25.

## Глава 2

### ЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕДУРЫ И МЫШЛЕНИЕ

---

#### § 1. Проблема психологизма в философии логики

Рассмотрев в предыдущей главе механизм взаимосвязи основных проблем философии логики и наметив их предварительные решения, мы теперь в состоянии перейти к более основательному решению нашей центральной проблемы — соотношения формализованных логических процедур и естественного мышления. На более традиционном языке философии логики она обычно называется проблемой психологизма, с которой связаны острые философские дискуссии конца XIX — начала XX в. Однако при ближайшем рассмотрении оказывается, что традиционная постановка проблемы психологизма значительно отличается от нашей ЦПФЛ. Действительно, в проблеме психологизма мы можем различить две взаимосвязанные, но тем не менее различные составляющие: (1) вопрос об обосновании логики и (2) вопрос о типе отношений между логическими законами и формами, с одной стороны, и эмпирическими (психологическими) данными о мышлении — с другой, хотя, надо сказать, что ни классические психологи XIX в., ни их критики в начале XX в. эти два вопроса не различали. Для нас же эти вопросы существенно разнородны хотя бы потому, что наша ЦПФЛ является некоторой модификацией вопроса (2), а вопрос (1) выходит за ее пределы.

На минуту отвлечемся от рассмотрения логико-философской традиции решения проблемы психологизма и посмотрим на ее решения с точки зрения «человека с улицы», не посвященного в тонкости философских рассуждений о логике. Опыт общения со студентами, получившими первоначальные знания по логике, свидетельствует о том, что если вопрос об обосновании логики не является для них существенным, то интерпретация законов логики и логических форм как форм и законов мышления является в их глазах единственным оправданием всего сложного комплекса логических исследований. Можно



сказать, что «человек с улицы» всегда является «наивным психологистом» в смысле вопроса (2). Это, конечно, не аргумент в пользу определенного решения этой проблемы, но дает нам некоторый материал для размышления.

Каковы же отношения между нашей ЦПФЛ и проблемой психологизма? Связать две эти проблемы можно при помощи простого на первый взгляд утверждения: формализованные логические процедуры изучаются дедуктивной логикой, а естественное мышление — экспериментальными методами психологии. Это позволяет нам с самого начала дать независимые определения логических процедур и естественного мышления, что и позволяет поставить проблему психологизма как реальную проблему. Мы не предполагаем а priori никакой «логики» в мышлении и никакого мыслительного содержания в логических процедурах, мы берем их как автономные процессы. И только затем уже ставим вопрос: каковы же отношения между этими процессами? Такая постановка проблемы сразу же исключает как априорный психологизм, так и априорный антипсихологизм и делает решение этой проблемы зависимым от «эмпирических» факторов, от нашего исследования соотношения логических процедур и процессов естественного мышления.

Проблема психологизма в последнее время привлекает повышенный интерес философов и логиков. Уже в конце 70-х годов Б. В. Бирюков зафиксировал факт «возрождения» психологизма или по крайней мере потребность в нем.<sup>1</sup> Примерно к этому же времени относится работа Сьюзен Хаак, в которой предлагается версия «слабого психологизма».<sup>2</sup> В начале 80-х годов появляются работы П. Тэгарда,<sup>3</sup> Г. Б. Сориной,<sup>4</sup> автора данной книги, в которых разрабатываются позитивные аспекты психологизма, а в середине 80-х появляется резкая критика попыток «возрождения» психологизма в работах Е. Д. Смирновой и В. А. Смирнова.<sup>5</sup> Как же ставится проблема психологизма в этих работах и в нарождающейся дискуссии?

У Б. В. Бирюкова проблема психологизма поставлена чисто декларативно. По существу, он только указывает на тенденцию к возрождению «логического психологизма» в свете новых ис-

---

<sup>1</sup> Бирюков Б. В. Человеческий фактор в логике в свете проблемы «искусственного интеллекта» // Кибернетика и диалектика / Под ред. А. Д. Урсула. М., 1978. С. 212—235.

<sup>2</sup> Haack S. Philosophy of logics. Cambridge, 1979.

<sup>3</sup> Thagard P. Frames, knowledge, and inference // Synthese, 1984. Vol. 61, N 2. P. 233—259.

<sup>4</sup> Сорина Г. Б. Психологизм и антипсихологизм о роли логики в научном познании (конец XIX — начало XX в.) // Философские науки. 1986. № 6. С. 60—68.

<sup>5</sup> Смирнова Е. Д. Логическая семантика и философские основания логики. М., 1986; Смирнов В. А. Творчество, открытие и логические методы поиска доказательства // Природа научного открытия / Под ред. В. С. Готта. М., 1986. С. 101—114.

следований по «искусственному интеллекту», не подвергая ни эту тенденцию, ни само понятие психологизма какому-либо анализу.<sup>6</sup> С. Хаак уже различает логику и процессы мышления и ведет обсуждение проблемы психологизма в рамках оппозиции дескриптивного и нормативного. Она говорит о *сильном психологизме*, в котором логика признается дескриптивной по отношению к мышлению, и *слабом психологизме*, в котором логика прескриптивна по отношению к процессам мышления. Нормативность логики видится в следующем: если логический вывод  $q$  из  $p$  правилен, то умозаключение субъекта от  $p$  к  $q$  никогда не будет вести от истинных убеждений к ложным. Нетрудно видеть, что С. Хаак признает психологистской концепцию, согласно которой процесс мышления, состоящий в переходе от убеждения  $p$  к убеждению  $q$ , совпадает по результату с логическим выводом  $q$  из  $p$ .<sup>7</sup> Поэтому логика может быть использована в таком случае только как средство некоторого упорядочения результатов мышления, отделения надежных умозаключений от ненадежных, выполняемого *post factum*, после завершения самого процесса мышления. Однако логика есть, собственно говоря, совокупность принципов (аксиом и правил), обосновывающих переход от одних высказываний к другим. У Хаак же с мышлением связаны не сами эти принципы (логика), а некоторые результаты их применения к конкретным высказываниям. Поэтому использование логики здесь не специфично, и, по существу, слабый психологизм не устанавливает каких-либо связей между логикой и процессом мышления, поскольку самим логическим принципам в мышлении ничего не сопоставляется. Таким образом, слабый психологизм в смысле Хаак вряд ли можно отнести к числу психологистских концепций.

В более широком теоретико-познавательном контексте анализирует эту проблему Г. Б. Сорина. Если выделить из ее определения психологизма характеристики, относящиеся к логике, то мы получим, что психологизм в логике характеризуется пониманием логики как части психологии, редукцией логических законов к эмоциональным состояниям индивида и использованием их как ориентиров при решении субъектом своих психологических проблем.<sup>8</sup> Заметим, что здесь проблема логики и мышления вообще не поставлена, а психологизм рассматривается только в плане редукции логического вообще к психологическому вообще, т. е. все его содержание сводится к решению первого вопроса из нашего анализа проблемы психологизма. Однако, как показывает пример С. Хаак, мы мо-

<sup>6</sup> Бирюков Б. В. Актуальные проблемы философско-кибернетических исследований // Философские науки. № 2. С. 24—33.

<sup>7</sup> Haak S. Philosophy of logics. P. 239.

<sup>8</sup> Сорина Г. Б. Психологизм и антипсихологизм о роли логики в научном познании... С. 62.

жем говорить о психологизме и антипсихологизме, не входя в проблемы редукции логики и психологии, а оставаясь только на почве анализа отношения логических процедур к процессу мышления.

Решая задачу критики психологизма в логике, формулирует понятие психологизма Е. Д. Смирнова. Она описывает психологизм как теорию, согласно которой «логика — эмпирическая наука, ее объекты существуют независимо от нее самой так же, как существуют процессы, изучаемые физикой, химией и т. п. Логика лишь изучает способы рассуждений, существующие до и независимо от нее».<sup>9</sup> Иначе говоря, в понятие психологизма включаются два признака: эмпиричность логики, которую, видимо, следует понимать как возможность подтверждения или опровержения утверждений логики фактами мышления, полученными психологическими методами, и существование объектов — способов рассуждений — независимо от самой логики. Нетрудно заметить, что первый признак является ответом на первый вопрос, выделенный нами в структуре проблемы психологизма, об обосновании логики в рамках психологии. Мы уже видели, что психологизм по крайней мере нельзя свести к этому признаку, он обязателен не для любой формы психологизма, например даже для сильного психологизма в смысле Хаак. Таким образом, первый признак слишком сильно ограничивает круг концепций, претендующих на статус психологических. Второй признак, наоборот, слишком широк, под него подходят и концепции явно антипсихологического плана. Мы можем, например, считать, что способы рассуждений детерминируются независимо от всякой психологии структурой языка, а задача логической системы заключается в выделении из них правильных способов рассуждений. При таком явно антипсихологическом подходе способы рассуждений также существуют «до и независимо» от логики, которая их только кодифицирует и систематизирует.

Разобрав недостаточность современных понятий психологизма, обратимся к анализу позиции классического психологизма. В ней, как мы уже видели, можно различить два тезиса: (1) логика редуцируема к психологии и (2) логические структуры и процессы тождественны психологическим структурам и процессам. Разберем эти тезисы по отдельности.

(1) Известно, что для редуцируемости области знания  $A$  к области знания  $B$  необходимы: а) определимость основных понятий  $A$  в терминах  $B$  и б) выводимость утверждений  $A$  из утверждений  $B$ . Оба эти положения в более или менее чистом виде встречаются в концепциях психологизма XIX в. Из них обычно получают утверждения типа: логика есть часть или

---

<sup>9</sup> Смирнова Е. Д. Логическая семантика и философские основания логики. С. 5.

ветвь психологии, обоснование логических структур и процессов следует искать в психологическом эксперименте и т. п. Показательны в этом отношении взгляды Д. С. Милля, который считал логику ограничением психологических исследований областью процессов, связанных с умозаключением, а логические законы мысли — некоторым огрублением более глубоких психологических законов, достаточным для анализа этих процессов.<sup>10</sup>

(2) Жан Пиаже видит причины отождествления логических и психологических структур и процессов в недостаточной развитости логики и особенно экспериментальной психологии во время складывания концепции классического психологизма. По его мнению, «полное отсутствие систематического экспериментирования с реальными и в особенности генетическими механизмами мышления наряду с приоритетом интроспекции привело к концентрации исключительно на нормативном аспекте мышления субъекта и, следовательно, к тому, что описания, даваемые логикой, стали считаться характеристиками действительных форм познавательной деятельности субъекта».<sup>11</sup>

Отождествление логических и психологических структур и процессов ведет к тому, что логические законы представляются ассоциативными связями между состояниями психики некоторого субъекта, а логические процедуры есть правила перехода от одного состояния психики к другому.

Таким образом, в классическом психологизме выделяются достаточно разнородные составляющие. В связи с этим возникает вопрос: нельзя ли представить себе концепцию, в которой принимается один из этих тезисов, но не принимается другой? Для начала рассмотрим концепцию с тезисом (1). Если логика редуцируема к психологии в указанном выше смысле, то логические структуры и процессы не имеют самостоятельного значения и в процессе редукции отождествляются с некоторым подклассом психологических структур и процессов. Иначе говоря, принимая тезис (1), мы вынуждены принять и тезис (2). Эту концепцию мы будем называть *редукционистским психологизмом*. В таком случае, возможна ли концепция, принимающая только тезис (2)? Мы уже видели, что отождествление логических и психологических процессов может иметь в основе признание различных способов их обоснования. Иначе говоря, в основание этой концепции может быть заложено отнесение логических и психологических структур к различным категориям, предполагающим независимые друг от друга способы обоснования. Однако уже затем по эмпирическим соображениям может происходить отождествление структур, принадлежащих

<sup>10</sup> Милль Д. С. Система логики. СПб., 1865. С. 17.

<sup>11</sup> Beth E., Piaget J. Mathematical epistemology and psychology. Dordrecht, 1966. P. 138.

разным категориям.<sup>12</sup> Из этого отождествления может получиться психологизм в логике или логицизм в психологии. Но в таком случае признание тезиса (2) не обязательно приводит к признанию тезиса (1). Эту концепцию мы будем называть *наивным психологизмом*. Наивный психологизм, настаивая на тождестве логических и психологических структур и процессов, тем самым кладет в основание логики ее дескриптивность по отношению к процессам мышления. Эта стратегия соотношения логики и мышления реализована Ж. Пиаже, хотя сам он, похоже, настаивал на квалификации своей концепции как антипсихологической. Однако, отталкиваясь от факта автономности логики и психологии (т. е. отрицательно отвечая на наш вопрос (1)), он в результате приходит к тезису о тождестве логико-алгебраических структур и процесса естественного мышления. Подробнее концепцию Пиаже мы будем обсуждать в § 3 данной главы.

Круг концепций, претендующих на звание психологических, на этом не замыкается. Следующим шагом можно было бы считать «слабый психологизм» Хаак. Однако достаточно ли самого по себе признания нормативности логики для квалификации некоторой концепции как психологической? Напомним, что основоположник антипсихологизма в философии ранней символической логики Г. Фреге не отрицал нормативности логики, но считал, что логические нормы порождаются в ходе анализа регулятивной идеи истины, для осуществления которого нам ничего не надо знать о фактическом протекании процесса мышления субъекта, поскольку «описание психического процесса, который приводит к некоторому умозаключению, не может прояснить то, к чему относится соответствующее умозаключение».<sup>13</sup> Получается, что психологизм или антипсихологизм нормативистского подхода к логике зависит от принимаемого соотношения фактов и норм, дескриптивного и нормативного аспектов логики. Если в «подкладке» нормативного подхода к логике лежит *дуализм фактов и норм*, то эта концепция сразу становится антипсихологической.<sup>14</sup> Но нормативистская кон-

<sup>12</sup> В исследованиях по психофизической проблеме эта процедура известна под названием межкатегорного тождества (см.: Марголис Дж. Личность и сознание: Перспективы нередуктивного материализма. М., 1986. С. 90—92).

<sup>13</sup> Фреге Г. Мысль: логическое исследование // Философия, логика, язык / Под ред. Д. П. Горского и В. В. Петрова. М., 1987. С. 19.

<sup>14</sup> Здесь становится понятным, почему отнесение Канта к «сильным психологистам», произведенное С. Хаак, является ошибочным. Признание нормативности логики у Канта основывается на дуализме фактов и норм. Поэтому естественно считать Канта антипсихологистом по отношению к «общей логике». Используемый Кантом термин «форма мышления» не должен вводить в заблуждение, ибо его по видимости психологическое содержание нейтрализуется концепцией «пустоты» логических форм, их безразличием к содержанию (см.: Брюшинкин В. Н. Парадигмы Канта: логическая форма // Кантовский сборник. Вып. 10 / Под ред. Л. А. Калиникова. Калининград, 1985. С. 30—40).

цепция вполне может относиться и к «сильному психологизму», по терминологии С. Хаак, как об этом свидетельствует пример Д. С. Милля. Для этого достаточно принять тезис о сводимости норм к фактам. Поскольку же С. Хаак не конкретизирует свой взгляд на отношение фактов и норм, то по ее характеристике нельзя точно квалифицировать ее концепцию как психологистскую или антипсихологистскую. Поэтому «слабый психологизм», к сожалению, выпадает из нашего ряда психологистских концепций. Зато мы теперь можем квалифицировать как психологистскую такую нормативистскую концепцию, в которой логические нормы так или иначе сводимы к фактам мышления, а дескриптивный аспект считается более фундаментальным, чем нормативный. Эту концепцию мы будем называть *умеренным психологизмом*.

Для того чтобы выявить следующее звено в цепочке психологистских концепций, являющееся ослаблением умеренного психологизма, нам придется обратиться к рассмотрению концепций противоположного толка — антипсихологистских. Мы, так сказать, попытаемся пойти по этой цепочке решений проблемы психологизма с другого конца. Если говорить об антипсихологизме абстрактно, то его ядром является отрицание основного тезиса редукционистского психологизма о сводимости логики как науки к психологии мышления. Таким образом, антипсихологизм в чистом виде должен включать положения: (1) о неопределенности основных терминов логики в терминах психологии и (2) о невыводимости утверждений логики из утверждений психологии. Однако в своих реальных исторических формах начала XX в. антипсихологизм включал также и прямую реакцию на отождествление логических структур со структурами мыслительной деятельности человека. Б. Рассел в работе 1901 г. так характеризовал установки Дж. Буля на анализ законов мышления логическими средствами: «Он (Буль. — В. Б.) ошибался также, предполагая, что он занимается законами мысли: вопрос о том, как люди действительно думают, совершенно не затронут в этой книге; если его книга действительно содержит в себе законы мысли, то было бы странно, что никто никогда не думал таким способом. Его книга занимается формальной логикой, т. е. математикой».<sup>15</sup> Тезис об отсутствии связи логики и мышления можно найти у Витгенштейна, неопозитивистов. Так, Р. Карнап утверждает, что «в любом случае мышление является объектом психологии, а не логики».<sup>16</sup> Эмоционально этот тезис выражен у Лукасевича. «Однако неверно, — пишет он, — что логика — наука о законах мышления. Исследовать, как мы действительно мыслим

<sup>15</sup> Рассель Бертран. Новейшие работы о началах математики // Новые идеи в математике. Сб. 1. Математика: Метод, проблемы и значение ее. СПб., 1913. С. 82—83.

<sup>16</sup> Carnap R. Philosophy and logical syntax, London, 1935. P. 34.

или как мы должны мыслить — не предмет логики. Первая задача принадлежит психологии, вторая относится к области практического искусства наподобие мнемоники. Логика имеет дело с мышлением не более, чем математика. Вы, конечно, должны думать, когда вам надо решить математическую проблему. Но при этом законы логики к вашим мыслям имеют отношение не в большей мере, чем законы математики. То, что называется „психологизмом” в логике — признак упадка логики в современной философии». <sup>17</sup> Традиция антипсихологизма не является достоянием только первой половины XX в. В более умеренной форме она имеет место и сегодня. Г. Хармэн недавно предпринял попытку выяснить, обладает ли логика каким-либо особенным отношением к мышлению, отличающим ее от других наук? Анализируя различные утвердительные ответы на этот вопрос, он приходит к пессимистическому выводу об отсутствии аргументов в пользу такого особого отношения. <sup>18</sup>

Сказанное позволяет различить в антипсихологизме два тезиса — сильный и слабый.

*Слабый тезис:* логика как наука не редуцируема к психологии, т. е. (1а) логические понятия не определены в терминах психологии, (1б) утверждения логики не выводимы из утверждений психологии, (2) для обоснования логических процедур нет необходимости прибегать к психологическим фактам.

*Сильный тезис:* (1а), (1б), (2) и (3) методы и результаты, получаемые в символической логике, не дают нам никакой информации о «естественном» мышлении субъекта познания.

Различение этих двух тезисов будет играть значительную роль в нашем исследовании проблемы «логика и мышление». Дело в том, что сильный тезис антипсихологизма, не ограничиваясь размежеванием логики и психологии, настаивает и на разрыве *всякой* связи между логикой и мышлением, тогда как слабый тезис не запрещает по крайней мере некоторые виды такой связи, сосредоточиваясь на независимых от психологии способах обоснования логических процедур. Однако исторически под антипсихологизмом имели в виду сильный тезис. Мы будем придерживаться этой традиции и в дальнейшем именовать сильный тезис *крайним антипсихологизмом*, а слабый — *непсихологизмом*. Между крайним антипсихологизмом и непсихологизмом остается место для уже упоминавшейся концепции, признающей нормативность логики в сочетании с дуализмом фактов мышления и логических норм. Такой антипсихологизм мы будем называть *умеренным*. Умеренный антипсихологизм до-

---

<sup>17</sup> Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М., 1959. С. 48.

<sup>18</sup> Harman G. Logic and reasoning // Synthese. 1984. Vol. 60. P. 107—127.

пускает дескриптивность логики по отношению к результатам мышления (логические процедуры есть некоторый способ упорядочения этих результатов), но отрицает дескриптивность ее по отношению к процессу мышления.

Рассматривая сложившуюся в результате нашего анализа картину в целом, мы можем построить следующий ряд ответов на нашу ЦПФЛ: *редукционистский психологизм — наивный психологизм — умеренный психологизм — . . . — непсихологизм — умеренный антипсихологизм — крайний антипсихологизм*. Неудовлетворительность ответов, расположенных слева от многоочия, вытекает из несводимости логических норм к фактам мышления, которую легко продемонстрировать с современной точки зрения, поскольку уже понятие общезначимого высказывания неопределимо в психологических терминах. При помощи фактов мышления мы не можем обосновать статус этих высказываний как элементов соответствующей логической системы. Действительно, почему формула  $\neg p \supset (p \supset q)$  является общезначимой в классической логике высказываний? Потому что психологическим фактом является то, что в естественном мышлении мы из принятия двух противоречащих высказываний можем вывести все, что угодно? Но это не является фактом нашего мышления. В естественном мышлении мы как раз не делаем таких выводов, прибегая к каким-либо способам изоляции противоречий, которые теперь активно разрабатываются релевантной и паранепротиворечивой логикой. Ответить на этот вопрос можно, только (а) обратившись к рассмотрению дедуктивной системы классической логики высказываний либо (б) проанализировав смысл связок « $\supset$ » и « $\neg$ ». Казалось бы, психологистское обоснование может проникнуть в пункт (б), однако это не так. Термин «смысл» здесь имеет объективное содержание, зафиксированное таблицами истинности или постулатами системы, а психологистская интерпретация связок как личностного значения для некоторых субъектов может быть только производной. Таким образом, логические нормы нельзя вывести из природы нашего мышления, и поэтому при философском анализе логики ее нормативный аспект является более фундаментальным, чем дескриптивный.

Однако признание нормативности логических процедур и несводимости норм к фактам ведет к некоторой форме непсихологизма в обосновании логики. Что же, мы зря оставили пробел между умеренным психологизмом и непсихологизмом в нашем ряду ответов на вопрос о соотношении логики и мышления? Получается, что у психологизма в философии логики нет никаких перспектив? На наш взгляд, это не совсем так. Дело в том, что, разбирая умеренный психологизм, мы оставили неисследованной еще одну возможность: в теории, сочетающей признание нормативного и дескриптивного аспекта логики, по-



пытаться обосновать не нормы на основе фактов, а наоборот, дескриптивный аспект логики на основе нормативного. Иначе говоря, попытаться, учитывая фундаментальность для логики нормативного аспекта, вывести из него дескриптивность логики по отношению к процессу мышления. Такой подход явно несовместим с редукционистским психологизмом, ибо признание первичным нормативного аспекта сразу же делает логику несводимой к психологии. Этот подход несовместим с наивным психологизмом, потому что нормы логики при таком толковании не могут быть отождествлены с фактами мышления. Несовместим он и с умеренным психологизмом в том варианте, который разбирался выше, потому что он принимает противоположную стратегию обоснования: не от фактов к нормам, а от норм к фактам. Такой подход также несовместим со всеми формами антипсихологизма, так как признает дескриптивность логики по отношению к процессу мышления. Весь вопрос теперь упирается в его внутреннюю состоятельность. Этим мы займемся в следующем параграфе.

Из предпринятого анализа психологистских и антипсихологистских концепций вытекает, что *минимальным* условием для признания некоторой концепции *психологистской* является признание логики *дескриптивной по отношению к процессам мышления*. Мы пока будем называть эту предполагаемую концепцию *минимальным психологизмом*. Из сказанного вытекает, что он совместим с непсихологизмом, а потому образует соединительное звено между психологистскими и антипсихологистскими концепциями.

## § 2. Программа металпсихологизма

История логики показывает, что смена парадигм в философии логики возможна даже при относительной стабильности самой логики. Чем же тогда объяснить смену парадигм типа перехода от психологизма к антипсихологизму на рубеже XIX в.? Думается, здесь решающую роль играет изменение ориентации логики на приложения. Ведь основной областью приложения логики до Фреге была интроспективная психология и методика мышления. Другими словами, до рождения экспериментальной психологии единственными более или менее твердо установленными положениями в области психологии мышления были описания форм мыслей, даваемые логикой.<sup>19</sup> Эта ориентация непосредственно вела к психологизму в обосновании логики. Считалось, что если основным занятием логики является производство информации о естественном мышлении, то и обосновываться она должна исходя из данных о естест-

---

<sup>19</sup> Здесь уместно вспомнить цитированное на с. 43 высказывание Ж. Пиаже.

венном мышлении. Ориентация на приложения к интроспективной психологии была свойственна не только представителям традиционной логики, но и пионеру алгебраической логики Дж. Булю.

Конечно, как любое философское устремление ориентация на психологию находила и своих критиков. Отход от такой ориентации был четко выражен Кантом в его концепции «чистой логики», свободной от всех психологических соображений, что, кстати, повлияло на формирование антипсихологизма Фреге,<sup>20</sup> с работами которого был связан сдвиг в ориентации логики. Немецкий логик не только стал отцом символической логики, но и применил ее к обоснованию математики, сформулировав программу логицизма. С Фреге начинается ориентация логики на приложения к основаниям математики. Влияние плодотворности этих приложений на умы логиков и философов было так велико, что символическая логика стала считаться (а многими считается до сих пор) ветвью математики. Однако сейчас нас интересует не эта проблема. Нам важно то обстоятельство, что ориентация логики на приложения к основаниям математики привела в философии логики к смене парадигмы психологизма на парадигму антипсихологизма. Можно даже сказать, что эта переориентация породила антипсихологизм, поскольку тезис о связи логических процедур и мышления для исследований по основаниям математики не является необходимым и поэтому чаще всего просто отбрасывается. Действительно, если считать логику ветвью математики, то нет никаких оснований предполагать, что по своему отношению к мышлению она чем-то выделяется среди других областей математики. Если она даже и применима к мышлению, то это применение случайно в том смысле, что оно имется наряду с другими применениями. Так, булева алгебра имеет некоторое отношение к мышлению, но «законы мышления» — только одна из ее интерпретаций как математической теории: наряду с интерпретациями на релейно-контактных схемах или на множествах.

До недавних пор рассмотренные нами ориентации на приложения продолжали существовать при полном господстве второй «математической» ориентации. «Психологическая ориентация» по существу ограничивалась учебниками по традиционной логике и рассуждениями в преподавании общего курса логики в университетах. Однако начиная с 50—60-х годов картина начала изменяться под влиянием новой области приложений логики, связанной с моделированием на ЭВМ по крайней мере некоторых процессов, характерных для мыслительной деятельности человека. В наиболее четком виде эти приложения проявились в бурно развивающейся ныне области искусст-

<sup>20</sup> Хаппаранта Л. Кант и философские основания логики Фреге // Кантовский сборник. Вып. 11 / Под ред. Л. А. Калининкова. Калининград, 1986.

венного интеллекта (ИИ). Фактически, логические исчисления (классическая логика предикатов первого порядка) были первыми способами представлений знаний, используемыми при решении проблем ИИ. Универсальность исчисления предикатов первого порядка давала заманчивые перспективы для использования его как средства представления «практически всех знаний, необходимых системам ИИ».<sup>21</sup> В так называемой «cognitive science», ориентированной в основном на проблемы ИИ, разрабатываются модели психики и мышления, в которых языком внутренних представлений (типа широко известного «Mentalese» Дж. Фодора<sup>22</sup>) также является первопорядковое исчисление предикатов. При этом решение задачи отождествляется с поиском вывода в соответствующем варианте прикладного исчисления предикатов.

Однако такой способ представления знаний и решения задач сразу же натолкнулся на теоретические и практические ограничения. Теоретические были связаны с неразрешимостью исчисления предикатов, а практические — с тем, что программы, строящиеся на основе такого представления, быстро исчерпывали возможности компьютера, сталкиваясь с так называемым комбинаторным взрывом, т. е. с необходимостью экспоненциального роста вычислительных возможностей машины при решении достаточно простых задач. Эти и другие ограничения, связанные с применением языков формальной логики для решения проблем ИИ, вызвали критическую реакцию многих специалистов, требующих более содержательных по богатству отношений между объектами языков представления знаний. Отсюда берут начало понятия фрейма, схемы, сцены и т. п. и соответствующие виды логик: естественная, практическая, логика фреймов.

Независимо от эффективности приложения логики в системах ИИ<sup>23</sup> эта ориентация вызвала изменения как в самой логике, так и в философии логики. В логике она породила новую область исследования — *теорию поиска вывода* (ТПВ).<sup>24</sup> Хотя базисный аппарат этой теории был создан еще в 30-х годах в классических работах Г. Генцена по теории логическо-

<sup>21</sup> Нильсон Н. Принципы искусственного интеллекта. М., 1985. С. 48.

<sup>22</sup> Анализ основных положений «когнитивной науки» в стиле Дж. Фодора см. в: Putnam H. Reflexive reflections // Erkenntnis. 1985. Vol. 22. P. 143—144.

<sup>23</sup> Некоторые специалисты и в настоящее время придерживаются оптимистических оценок применимости исчисления предикатов в ИИ (см., напр.: Nilsson N. Artificial Intelligence prepares for 2001 // The Artificial Intelligence Magazine. 1983. Vol. 4. P. 7—14).

<sup>24</sup> Теорию поиска вывода можно определить как «область математической логики, занимающаяся выявлением по гипотезе структуры ее возможных доказательств или, говоря в общем, выявлением по исчислению и объекту в языке исчисления структуры возможных выводов этого объекта» (см.: Маслов С. Ю. Теория дедуктивных систем и ее применения. М., 1986. С. 91—92).

го вывода и в работах по теории алгоритмов (Пост, Клини, Черч), тем не менее в самостоятельную область исследования она выделилась именно под влиянием приложений логики к проблемам ИИ. В настоящее время не существует широких обобщений теории поиска вывода, кроме разве что ранних работ С. Ю. Маслова. Но мы не будем их здесь анализировать.

Сейчас важнее выяснить, какое влияние ориентации логики на приложения в области ИИ оказывает на решение проблем философии логики. Для этого придется проследить сдвиг в характере исследования проблем ИИ. Об этом сдвиге говорит, например, эволюция позиции такого специалиста по ИИ, как Н. Нильсон, первоначально ориентированного исключительно на инженерные аспекты.<sup>25</sup> В своей новой книге он пишет, что «искусственный интеллект ставит перед собой и более серьезную задачу построения теории интеллекта, базирующегося на обработке информации», которая представляла бы интерес для «психологии познания и других областей, нацеленных на понимание естественного интеллекта».<sup>26</sup> Ту же тенденцию подчеркивает А. Эндрю, для которого «сама поставленная цель — построить „интеллект“ — предполагает моделирование действий человека на некотором уровне, а следовательно, и возможность более глубокого понимания естественного интеллекта».<sup>27</sup> Конечно, это автоматически не означает, что используемая в системах ИИ логика есть логика естественного мышления, однако наводит на мысль о том, что если система ИИ, использующая исчисление предикатов, в целом может рассматриваться как модель естественного мышления, то и используемая в ней логика может быть моделью мышления на том или ином уровне анализа. Даже критики применения логических исчислений в системах ИИ признают, что исчисление предикатов «способно предложить *сильный* аппарат вывода умозаключений»<sup>28</sup> в таких системах.

Конечно, мы не сможем из исследований по ИИ дедуктивно вывести ответ на нашу центральную проблему философии логики, однако указанная связь ИИ и естественного интеллекта, с одной стороны, и использование логических исчислений для представления знаний и совершения выводов в системах ИИ — с другой, дают нам некоторые «эвристические» аргумен-

<sup>25</sup> «Моя точка зрения, — пишет Н. Нильсон, — состоит в том, что искусственный интеллект представляет собой... инженерную дисциплину» (Нильсон Н. Искусственный интеллект. М., 1973. С. 7).

<sup>26</sup> Нильсон Н. Принципы искусственного интеллекта. М., 1985. С. 12—13.

<sup>27</sup> Эндрю А. Искусственный интеллект. М., 1985. С. 30—31. — Ср., однако, критику подобной позиции в кн.: Дрейфус Х. Чего не могут вычислительные машины? М., 1978. С. 113—142; и критику этой критики в послесловии Б. В. Бирюкова к последней книге.

<sup>28</sup> Чарняк Ю. Умозаключения и знания // Новое в зарубежной лингвистике. Вып. 12: Прикладная лингвистика. М., 1982. С. 185—186.

ты в пользу пересмотра парадигмы антипсихологизма. «Новый психологизм» должен дать нам такую теорию логических процедур, в которой они считались бы моделями естественного мышления, а это возможно только в том случае, если мы признаем определенную зависимость способов построения логических процедур от процессов естественного мышления использующего их субъекта. Однако в таком случае мы вступаем в противоречие не только с тезисом антипсихологизма, но и с тезисом непсихологизма, отказываться от которого у нас нет оснований, т. е. попадаем в типичную проблемную ситуацию: как возможно *непсихологистски истолкованную логику рассматривать как модель процессов естественного мышления?* В основание этого вопроса заложено два стремления: сохранить непсихологистское обоснование логики, поскольку оно является минимальным основанием для признания автономности логики, а отказ от непсихологизма действительно означал бы «упадок логики в современной философии» (по выражению Лукасевича), и учесть то новое, что привносится в проблему соотношения логических процедур и мышления исследованиями по ИИ.

«Новый психологизм» не сразу вписывается в ставшие ныне традиционными взгляды на логику. Так, практически общепринятой является выдвинутая еще Кантом концепция нормативности логики, согласно которой общезначимые формулы, логические доказательства и выводы представляют собой нормы, которым необходимо должно соответствовать мышление, если оно стремится к истине. В интересующем нас аспекте нормативность обычно противопоставляется дескриптивности, т. е. описанию фактов, связанных с процессом мышления. Фактуальным аспектом мышления в таком случае занимается психология. Эту распространенную концепцию можно найти, например, в работах Ж. Пиаже.<sup>29</sup> Концепция нормативности логики и дескриптивности психологии дает тезис умеренного антипсихологизма, который признает за логикой чисто нормативное содержание и, основываясь на дуализме фактов и норм,<sup>30</sup> выводит отсутствие связи логических процедур с процессом естественного мышления. В то же время признание дескриптивности логики, как мы уже отмечали, является минимальным условием для концепции психологизма в любой его форме. Тогда вопрос о возможности «нового психологизма» принимает форму: как возможно, чтобы логика имела *одновременно нормативный и дескриптивный* характер?

Попытка преодолеть эту трудность содержится в концепции слабого психологизма, предложенной С. Хаак. Согласно этой

<sup>29</sup> Beth E., Piaget J. Mathematical epistemology and psychology. P. 149—162.

<sup>30</sup> Защиту дуализма фактов и норм см. в кн.: Поппер К. Логика и рост научного знания. М., 1983. С. 398—403.

концепции (в изложении П. Тэгарда) «логика играет по отношению к психическим процессам предписывающую роль».<sup>31</sup> Слабый психологизм, по мнению Хаак, отличается от антипсихологизма (Фреге, Поппер) и сильного психологизма, согласно которому логика одновременно и дескриптивна, и прескриптивна. Однако, как мы уже видели, признания нормативности (прескриптивности) логики недостаточно для реставрации психологизма, для этого нужно еще отказаться от дуализма фактов и норм, лежащего в основе и крайнего антипсихологизма Поппера, и, по-видимому, «слабого психологизма» Хаак. Отказ же от дуализма фактов и норм влечет за собой признание фактуального содержания норм, а следовательно, и *дескриптивности* логики, что уже несовместимо со слабым психологизмом. Как мы уже видели, слабый психологизм Хаак является просто вариантом умеренного антипсихологизма.

Отказ от дуализма фактов и норм не означает сведения норм к фактам. Нормы всегда имеют содержание, выходящее за пределы любых имеющихся фактов, что и обуславливает их регулятивную и оценочную функции. Поэтому связь между нормативным и дескриптивным аспектами логики бессмысленно искать в прямом соответствии фактов и норм. Фактуальное содержание норм можно выявить только при анализе их *генезиса*, т. е. того процесса, в котором норма возникает. Генезис нормы воспроизводит те факты, которые исторически лежали в основе нормы, послужили основанием для ее выдвижения, факты, за пределы которых норма выходит в процессе своего конструирования. Логические нормы — это законы логики (общезначимые высказывания), правила вывода, доказательства и выводы. Как же мы узнаем, что тот или иной формальный объект является некоторой нормой, общезначимым высказыванием, выводом? Ответ на этот вопрос прост — в процессе *поиска вывода* теорем данной логической системы. Отсюда следует, что *процесс поиска вывода должен отражать фактуальное содержание логических норм*. Это положение проливает свет на всю нашу проблему. Действительно, дескриптивность процесса поиска вывода, помогает нам удачно сочетать нормативный и дескриптивный аспекты логики: общезначимые формулы, выводы и т. п. считаются *нормами*, а *дескриптивный* аспект передается процедурами поиска вывода.

Естественное мышление человека является процессом приобретения знаний (о внешнем мире и самом процессе мышления). Поэтому от моделей мышления естественно требовать, чтобы они включали в себя эвристический аспект. Иначе говоря, для того чтобы система могла служить моделью мышления, она должна удовлетворять определенным условиям, харак-

---

<sup>31</sup> Thagard P. Frames, knowledge, and inference // Synthese. 1984. Vol. 61. P. 34.

теризующим способность к порождению знаний. Вопрос о таких условиях рассматривается В. М. Сергеевым, представляющим интеллект как некоторую иерархию порождения знаний, в которой выделяются по крайней мере три уровня: (1) действия с объектами, (2) логика этих действий, (3) металогика, причем существенна формализованность не только логики, но и металогики. Глубина такой иерархии является «одним из важнейших показателей интеллектуальной мощи. В огромном большинстве построенные до сих пор искусственные интеллектуальные системы обладали очень небольшой глубиной этой иерархии, не более двойки. В настоящее время... очевидна необходимость создания систем, способных действовать „металогически“... Такие системы должны иметь глубину порождения знаний не менее трех».<sup>32</sup> В поисках таких трехуровневых иерархий В. М. Сергеев рекомендует обращаться к «неевропейским» системам логики. Мы рассмотрим, однако, не могут ли удовлетворять такому критерию системно трактуемые процедуры обычной «европейской» логики.

С точки зрения системного подхода логическая процедура представляет собой последовательность действий субъекта познания, регулируемых постулатами некоторой формализованной логической системы. Известно, что при формализации необходимо рассматривать по крайней мере два уровня — объектный, на котором происходит формализация некоторого фрагмента знаний о мире и его логики, и метауровень — уровень рассуждений о системе объектного уровня, а также соответствующие этим уровням языки — объектный язык и метаязык. Какое же место занимают формализованные таким образом логические процедуры в иерархии порождения знаний? Очевидно, что логическая система, формализующая некоторый фрагмент знаний и его логику, принадлежит второму уровню. Тогда ее метауровень принадлежит третьему уровню иерархии. Однако при обычной трактовке логических процедур в силу неформализованности метаязыка такая иерархия имеет глубину 2 и, как следует из соображений В. М. Сергеева, не обладает способностью к порождению знаний. Для того чтобы логические процедуры стали компонентами системы, порождающей знания, и сами участвовали в порождении знаний, необходимо, чтобы метауровневые действия субъекта познания по исследованию отношений между высказываниями объектного языка также были формализованы.

Для исследования этой возможности нам придется вернуться к предмету логики. В самом первом приближении логику можно определить как теорию того, «что из чего следует».

---

<sup>32</sup> Сергеев В. М. «Искусственный интеллект» как метод исследования сложных систем // Системные исследования: Методологические проблемы: Ежегодник. 1984. М., 1984. С. 127.

В соответствии с таким определением основным занятием логика является формулировка утверждений о следовании или выводимости и разработка способов их обоснования и опровержения. Стало быть, даже при работе с формализованными языками сама задача обнаружения логических отношений между высказываниями ставится и решается в метаязыке. Работу логика и вообще любого субъекта, занимающегося выведением одних утверждений из других, в таком случае можно описать как обоснование или опровержение метаутверждений о выводимости или следовании. Если рассматриваемый метаязык не формализован, то эти метаутверждения и метапроцессы их обоснования или опровержения относятся к числу процессов естественного мышления данного субъекта.

Такого рода связь логики с процессом естественного мышления проанализирована Дж. А. Робинсоном. Он утверждает, что секвенция  $\Gamma \rightarrow \Delta$  является осмысленным утверждением о формулах объектного языка из списков  $\Gamma$  и  $\Delta$ . «Секвенции говорят нечто совершенно определенное, — пишет Робинсон, — и то, что они говорят, либо имет место, либо не имеет места. следовательно, они истинны или ложны».<sup>33</sup> В изучении секвенций он видит «настоящее занятие логики, понимаемой как наука о том, что из чего следует».<sup>34</sup> Интересно заметить, что Робинсон, по существу, предлагает считать, что логика (подобно другим наукам) занимается установлением истинности и ложности некоторых утверждений, а именно секвенций. Он пишет: «...задача логики — отделять истинные секвенции от ложных, и обнаруживать пути установления истинности истинных секвенций и ложности ложных».<sup>35</sup> При таком понимании задач логического исследования происходит важный сдвиг в истолковании логики: логика более не представляет собой совокупности аналитических предложений, не сообщающих нам никакой внелингвистической информации, а оказывается информативной наукой, формулирующей (в метаязыке) свои утверждения, которые могут быть (фактически!) истинными или ложными, и изобретающей способы проверки их на истинность. Логические процедуры становятся средствами установления истинности или ложности фактуальных утверждений. Действительно, метаязыковое утверждение  $\Gamma \rightarrow \Delta$  истинно тогда и только тогда, когда формула объектного языка  $\bigwedge \Gamma \supset \bigvee \Delta$  логически общезначима. Другими словами, понимание логики как «квазиэмпирической» науки о метаутверждениях типа секвенций может повлечь за собой переоценку роли психологических соображений в логике.

Примечательным фактом является то, что в логике выработаны способы формализации логической деятельности по

<sup>33</sup> Robinson J. A. Logic: form and function. Edinburg, 1979. P. 93.

<sup>34</sup> Ibid. P. 94.

<sup>35</sup> Ibid.



формулированию метаутверждений о выводимости и их обоснованию. Это — исчисления секвенциального типа: генценовские и кангеровские системы, семантические таблицы Бета, модальные множества Хинтикки и т. п. Что такое секвенция? Секвенция  $\Gamma \rightarrow \Delta$  есть не что иное, как метаутверждение о выводимости множества формул  $\Delta$  из множества формул  $\Gamma$  в логике объектного языка. Так можно интерпретировать уже классическую работу Г. Генцена, хотя он сам формулировал свои секвенции как выражения объектного языка. В секвенциальных исчислениях Генцен «аксиоматизировал часть металогики... систем натурального вывода. Элементарные предложения его метатеории имеют вид  $U_1, \dots, U_n \rightarrow Z$ , где  $U_1, U_2$  и т. п. и  $Z$  — предложения языка, для которого была сформулирована система натурального вывода. Эти новые элементарные предложения называются секвенциями и их предлагаемая интерпретация заключается в том, что  $Z$  может быть „гарантированно“ выведено из посылок  $U_1, \dots, U_n$  при помощи правил его системы натурального вывода».<sup>36</sup>

Еще более примечательным фактом является то, что в логике выработаны и модели деятельности по обоснованию этих метаутверждений, т. е. *процедуры поиска вывода*. Системы секвенциального типа хорошо приспособлены для организации процедур поиска вывода. Поскольку поиск вывода служит средством обоснования метаутверждений и включает обычно объекты метауровня (например, метаперменные), то его можно отнести к числу *метапроцессов*. Возможность формализации той части метаязыка, в которой формулируются секвенции и разрабатываются способы их обоснования, создает новую ситуацию в трактовке самих логических систем: становится возможным переход от двухуровневой трактовки к трехуровневой. Действительно, логическая система в таком случае может быть представлена как состоящая из: (а) *объектного уровня*, на котором формулируется некоторая формальная система, формализующая класс общезначимых формул и их доказательств, (б) *метауровня*, на котором формализуются метаутверждения о выводимости на объектном уровне и способы обоснования этих утверждений, (в) *метаметауровня*—уровня содержательных рассуждений о (а) и (б), соответствующего метаязыку при обычной двухуровневой трактовке логических систем.

Такие трехуровневые системы (без теоретического осознания) применяются в логике. Примером их могут служить семантические таблицы в оригинальной формулировке Э. Бета. В них логика объектного уровня строится в форме натурального исчисления, логика метауровня — в форме семантических таб-

---

<sup>36</sup> Barth E., Krabbe E. From axiom to dialogue: a philosophical study of logic and argumentation. Berlin, 1982. P. 10—11. См. также: Beth E. Formal methods. Dordrecht, 1962. P. XIV.

лиц, выявляется некоторая связь между этими уровнями, выражающаяся в алгоритме перестройки результатов поиска вывода в семантических таблицах в натуральные выводы в объектном языке. Другой пример дает алгоритм поиска вывода АЛПЕВ — ЛОМИ, в котором поиск вывода ведется в секвенциальном исчислении, а сам вывод выдается в натуральной форме. Таким образом, можно заключить, что «трехуровневое» построение логических систем является достаточно типичным при организации процедур поиска вывода.

Существенное значение для такой трехуровневой трактовки логических систем имеют *стили формализации*, среди которых по отношению к нашей задаче выделяются два главных: формальные системы, включающие в себя формализацию (хотя бы элементов) поиска вывода, и формальные системы, не включающие такой формализации. К числу первых относятся упомянутые системы секвенциального типа, к числу вторых — аксиоматические системы гильбертовского типа и системы натурального вывода. Отсюда можно заключить: логике объектного языка соответствует второй стиль формализации, логике метаязыка — первый. (Метаметаязык в таком случае есть просто часть естественного языка, логика которого не подвергается формализации.) Таким образом, напрашивается следующая картина логической системы: (1) объектный уровень с системой аксиоматического или натурального типа, (2) метауровень с формальной системой секвенциального типа, в которой формализуются записи о выводимости на объектном уровне, (3) метаметауровень, на котором производятся содержательные рассуждения о первых двух уровнях.

Трехуровневая трактовка логических процедур позволяет нам сделать заключение о том, что так понимаемые логические процедуры дают нам формализованные второй и третий уровни иерархии порождения знаний глубины 3, описываемые на содержательном метаязыке, расположенном на четвертом уровне иерархии. Наша трактовка логических процедур подсказывает, что порождение знаний о логических отношениях между высказываниями объектного языка происходит на метауровне и связано с метапроцессами поиска вывода.

Сравнение предложенной трехуровневой трактовки логических систем с проведенным нами ранее рассмотрением логических процедур как систем, складывающихся из взаимодействия двух подсистем: вывода и поиска вывода,<sup>37</sup> наводит на мысль о том, что логические процедуры включают два уровня логической системы: объектный и метауровень. Для объектного уровня характерно осуществление подсистемы вывода, для метауровня — осуществление подсистемы поиска вывода, а описание совершения этих процедур происходит на метаме-

---

<sup>37</sup> См. § 2 главы 1 данной книги.

тауровне логической системы. В работах С. Ю. Маслова,<sup>38</sup> а также в наших работах<sup>39</sup> обосновывается тезис, согласно которому подсистема вывода моделирует результаты естественного мышления, а подсистема поиска вывода — процессы естественного мышления. Это дает нам основание выдвинуть тезис *метапсихологизма: структуры и процессы естественного мышления, связанные с рассуждениями и аргументацией, моделируются структурами и процессами, имеющими место на метауровне логических систем.*

Тезис метапсихологизма представляется естественным следствием ориентации на приложения логики к решению проблем ИИ, трехуровневой трактовки логических систем, возможности формализации на метауровне тех действий мышления, которые направлены на поиск и обнаружение логических отношений между высказываниями данной логической системы, а также непсихологической ориентации на обоснование этих отношений. Метапсихологизм как бы приподнимает обычные психологические соображения на один уровень вверх по иерархии логической процедуры, оставляя на объектном уровне возможность непсихологического обоснования логических отношений. В то же время процессы, имеющие место на метауровне (метапроцессы), ставятся в зависимость от характеристик субъекта познания (запаса его знаний, логической компетентности, даже скорости совершения логических действий) и, следовательно, самой своей структурой и характером протекания дают нам информацию о существенных особенностях процессов естественного мышления субъекта познания, связанных с рассуждениями и аргументацией. Тезис метапсихологизма, таким образом, является синтезом тезисов психологизма и антипсихологизма, реставрирующим на метауровне наиболее существенную черту психологической трактовки логических процедур — возможность рассматривать информацию, сообщаемую логическими процедурами о мышлении, и вместе с тем сохраняющим рациональное содержание тезиса антипсихологизма, т. е. непсихологическую программу обоснования логических отношений между высказываниями на объектном уровне. Это указывает нам выход из той проблемной ситуации, которая была описана в начале этого параграфа, т. е. позволяет объяснить, как возможно, чтобы непсихологически обоснованные логические процедуры рассматривались в качестве моделей про-

---

<sup>38</sup> Маслов С. Ю. Теория поиска вывода и вопросы психологии творчества // Семiotика и информатика. Вып. 13. М., 1979. С. 17—46. См. также работу, упомянутую в прим. 24 к этой главе.

<sup>39</sup> Брюшинкин В. Н. 1) О методологическом значении различения понятий «вывод» и «поиск вывода» // Философские науки. 1984. № 4. С. 48—54; 2) Информативность логических процедур // Системные исследования: Методологические проблемы: Ежегодник. 1984. М., 1984. С. 194—206. См. также § 3 главы 1, § 4, 5 главы 2, § 3 главы 3 данной книги.

цессов естественного мышления. Таким образом, предлагаемый нами метапсихологизм оказывается наиболее подходящим кандидатом на оставленное пустым место в нашем ряду ответов на вопрос о соотношении логики и мышления.

Существенным отличием тезиса метапсихологизма от традиционного психологизма является то, что в нем на место отношения тождества логических структур и структур естественного мышления ставится отношение *моделирования*, позволяющее говорить только о частичном воспроизведении характеристик оригинала моделями и о возможности многих моделей одного и того же процесса, воспроизводящих различные характеристики этого процесса и как бы дополняющих друг друга. Именно этим, по-видимому, объясняется замечание С. Ю. Маслова о том, что только теория поиска в целом служит моделью мышления.<sup>40</sup> Таким образом, на метауровне наблюдается своеобразный плюрализм логических моделей мышления, поскольку с любой логической системой, в частности с классическим исчислением предикатов первого порядка, можно связать самые разнообразные процедуры поиска вывода. Это освобождает нас от жесткого требования о том, что именно эти и только эти логические структуры, имеющие место в объектном языке исчисления предикатов (формулы, выводы и т. п.), воспроизводят структуры мышления, как это было в традиционном психологизме.

Явная непригодность объект-языковых структур и соответствующих им стилей формализации к воспроизведению особенностей естественного мышления субъектов познания обусловила крайние формы антипсихологизма, широко распространенные в философии логики XX в. Тезис метапсихологизма, настаивая на плюрализме логических моделей мышления на метауровне, не отождествляет мышление с каким-либо одним видом логических структур, а позволяет говорить о воспроизведении различных сторон процессов естественного мышления различными процедурами поиска вывода. Кроме того, тезис метапсихологизма, ориентируя нас на рассмотрение отношения моделирования, подсказывает, что реально мы можем претендовать только на моделирование психологических *моделей мышления*, поскольку само мышление в непосредственном виде нам не дано. Во всяком случае, для того чтобы доказать, что процесс естественного мышления моделируется метапроцессами поиска вывода, следует брать различные психологические модели мышления и рассматривать вопрос о тех процедурах поиска вывода, которые в некотором отношении моделируют процессы мышления. В научном познании ситуация, когда приходится моделировать некоторые модели, не так уж

---

<sup>40</sup> Маслов С. Ю. Теория поиска вывода и вопросы психологии творчества. С. 25.

редка.<sup>41</sup> Таким образом, тезис метапсихологизма предлагает одновременно *программу* исследования логических процедур в их отношении к процессам естественного мышления, ориентирующую на рассмотрение моделирования психологических моделей мышления логическими процедурами поиска вывода.

Однако тезис о возможности моделирования процессов естественного мышления процедурами поиска вывода не является общепринятым. С критикой его выступает, например, Е. Д. Смирнова. Разбирая вопрос о соотношении логики и мышления, она наряду с такими традиционными разделами логики, как теория дедуктивных способов рассуждений, теория определенности и определений, теория индуктивных способов рассуждения, упоминает еще и сравнительно новую область — разработку процедур поиска доказательства. При этом Е. Д. Смирнова утверждает, что обращение к проблемам разработки методов поиска не заставляет «оставить жесткие антипсихологические установки и вернуться к некоторой версии психологизма»,<sup>42</sup> и выдвигает следующие аргументы:

(1) Логические методы поиска доказательств не преследуют цель изучить, как человек изобретает доказательство.

(2) Логика изучает возможные методы поиска доказательств, их сравнение и систематизацию независимо от того, как и кем они реализуются: людьми или компьютерами.

(3) В общем способ реализации процедур интеллектуального характера, который разрабатывается в рамках «искусственного интеллекта», может существенно отличаться от тех процедур, которые осуществляются человеком.

(4) Задача логики состоит не в том, чтобы описать, как человеком или компьютером извлекаются следствия из посылок (или как ищут доказательства), а в том, чтобы обосновать возможные способы рассуждения и т. п.<sup>43</sup>

Заметим, что все аргументы, выдвигаемые Е. Д. Смирновой в пользу своего тезиса, носят общий характер, основываются на анализе *понятия* поиска вывода и задач логики по отношению к нему, а не на рассмотрении конкретных процедур поиска вывода. Поэтому мы также в начале выскажем некоторые общие соображения, которые в дальнейшем будут подкреплены анализом соотношения конкретных процедур поиска вывода и процессов естественного мышления.

(1)' Конечно, теория поиска вывода не преследует цель изучить, каким образом человек изобретает доказательства, это — задача психологии творчества. Однако, думается, не следует отбрасывать возможность того, что, преследуя цель органи-

<sup>41</sup> О многоуровневом моделировании см.: Неуймин Я. Г. Модели в науке и технике: История, теория, практика. Л., 1985. С. 48.

<sup>42</sup> Смирнова Е. Д. Логическая семантика и философские основания логики. С. 8.

<sup>43</sup> Там же. С. 8—9.

зации наиболее рациональных процедур поиска вывода, логика моделирует некоторые стороны изобретения доказательств человеком, поскольку *человеческие способы поиска вывода одновременно могут оказаться и наиболее рациональными*. Последнее утверждение не является верным или неверным а priori. Вопрос о его истинности — вопрос факта. Следовательно, аргумент (1) Е. Д. Смирновой не достигает своей цели. Он, по существу, сводится к *априорному* отрицанию совпадения способов поиска вывода, предлагаемых ТПВ, и процессов естественного мышления. А это становится вопросом факта, т. е. сравнения конкретных процедур поиска вывода с процессами естественного мышления.

(2)' Аргумент (2) Е. Д. Смирновой также не является аргументом в пользу антипсихологизма хотя бы потому, что в ТПВ можно в принципе провести различие между человечески-ориентированными и машинно-ориентированными методами поиска вывода. Такое различие проводится, например, Дж. А. Робинсоном, который к человечески-ориентированным методам поиска вывода относит процедуры поиска вывода, основанные на секвенциальном исчислении и таблицах Бета, а к машинно-ориентированным — метод резолюций.<sup>44</sup> Хотя с фактическим проведением такой границы Робинсоном можно не соглашаться (мы в дальнейшем выдвинем против нее свои аргументы), тем не менее различие Робинсона показывает принципиальную возможность проведения такой границы. Иначе говоря, в логике также можно провести грань между методами поиска вывода, более приспособленными для реализации человеком, чем компьютером. В принципе нельзя отвергать возможность сравнения и систематизации методов поиска вывода именно по этому основанию.

(3)' Аргумент (2) Е. Д. Смирновой, впрочем, вообще не может считаться действительным доводом в пользу антипсихологизма, если не соединять его с аргументом (3), утверждающим возможность существенного отличия интеллектуальных процедур, разрабатываемых в рамках ИИ, от аналогичных процедур, осуществляемых человеком. Но в современных исследованиях по ИИ этот вопрос не является окончательно решенным.<sup>45</sup> Из них нельзя получить определенного вывода о прин-

<sup>44</sup> Robinson J. A. Logic: form and function. P. 169.

<sup>45</sup> Даже в цитате из П. Уинстона, которую приводит Е. Д. Смирнова с целью продемонстрировать антипсихологистские установки исследований по ИИ, не отрицается возможность совпадения процедур ИИ с процедурами, используемыми человеком. Кстати, раздел книги Уинстона, из которого Е. Д. Смирнова заимствует цитату, называется «Понимание интеллекта компьютера — это путь изучения интеллекта вообще». А несколько дальше, отвечая на вопрос: «Что могут делать вычислительные машины?» (явно перекликающийся с названием известной книги Дрейфуса «Чего не могут вычислительные машины?»), Уинстон утверждает, что «на вычислительных машинах можно моделировать психические процессы». В основе этого утвер-

ципальной возможности или невозможности моделирования процессов естественного мышления системами ИИ. По-видимому, это также вопрос факта, и решение его зависит от степени успешности систем ИИ, претендующих на моделирование особенностей естественного интеллекта. В силу такой неопределенности в качестве исходного пункта философского исследования можно взять и гипотезу о моделируемости естественного интеллекта искусственным, и гипотезу, запрещающую такое моделирование. Выбор между этими гипотезами в конечном счете будет зависеть от фактического положения дел в области ИИ. Таким образом, мы не можем сказать, что из исследований по ИИ вытекает однозначный антипсихологизм. На наш взгляд, большая часть исследований по ИИ, особенно в последнее время, склоняется как раз к некоторого рода психологизму, связанному с возможностью моделирования определенных сторон естественного интеллекта в системах ИИ.

(4)' В аргументе (4) речь идет о выделении собственно логического аспекта проблемы поиска вывода, который, по мнению Е. Д. Смирновой, заключается в обосновании логических процедур. Нам представляется, что нет никакой необходимости противопоставлять задачи *описания* и *обоснования*. Логические процедуры не даны логике извне, поскольку логика работает не с самими естественными рассуждениями, а с их *представлениями* в точных формализованных языках. Но эти представления в некотором (пока не уточняемом) смысле и являются описаниями (точнее сказать, моделями) естественных рассуждений. Не случайно в связи с мотивом представления рассуждений в формализованных языках у Е. Д. Смирновой появляется и мотив моделирования рассуждений. «... Построение искусственных языков логики, — пишет она, — позволяет моделировать различные способы рассуждений», и далее: «... логические системы являются... приблизительными моделями или описаниями... „естественных“ рассуждений...».<sup>46</sup>

---

ждения лежит убеждение в том, что «если люди и машины в своей разумной деятельности должны опираться на одни и те же фундаментальные механизмы, то программы для интеллектуальных вычислительных машин должны бы служить богатым источником метафор и аналогий для исследований и прогресса в области естественного интеллекта» (Уинстон П. Искусственный интеллект. М., 1980. С. 13, 24). Эти и даже более сильные убеждения, утверждающие моделируемость человеческой психики при помощи компьютерных программ, лежат в основании многих исследований по когнитивной психологии, основывающихся на так называемых компьютерной или программной метафорах (см.: Величковский Б. М. Современная когнитивная психология. М., 1982. С. 54—65).

<sup>46</sup> Там же. С. 16. — Кстати, если бы перед логикой стояла только задача обоснования методов поиска вывода, то логика, по-видимому, не пошла бы далее процедуры простого перебора (метода Британского музея), поскольку простой перебор является *самым обоснованным* методом поиска. В силу рекурсивной перечислимости множества теорем исчисления предикатов первого порядка он рано или поздно выдаст вывод любой теоремы это-

Думается, что этого вполне достаточно, чтобы показать, что аргумент (4) Е. Д. Смирновой также не является убедительным.

Думается, критика нами аргументов (1)—(4) позволяет, перефразировав Е. Д. Смирнову, утверждать: «Теория поиска вывода не дает основания не возвращаться к „логическому психологизму“ на новом уровне». Возможность снять двойное отрицание, фигурирующее в этом утверждении, мы попытаемся показать в нашем дальнейшем изложении.

Моделирование психологических моделей мышления логическими процедурами — дело практически не исследованное. Имеются исследования, посвященные построению моделей силлогистического рассуждения, но там задача скорее обратная — по определенному логическому аппарату строится модель его использования в процессе естественного мышления.<sup>47</sup> Имеются также работы, посвященные моделированию психологических характеристик мышления процессами поиска вывода в исчислениях нелогического типа — так называемых дедуктивных системах, берущих начало от постовских систем продукций.<sup>48</sup> Поставить вопрос о моделировании психологических моделей мышления логическими процедурами, по-видимому, мешала программа антипсихологизма, согласно которой аппараты логического типа могут моделировать в лучшем случае результаты мышления, но не его процесс.

В качестве реализации программы метапсихологизма и соответственно подтверждения тезиса метапсихологизма мы предложим четыре ряда соображений: 1) реставрацию теории возрастания психологической очевидности в ходе дедукции, 2) разбор трудностей теории связи логики и мышления Ж. Пиаже и поиск выхода из этих трудностей на путях метапсихологизма, 3) моделирование известной психологической модели мышления как анализа через синтез в процедуре поиска вывода для секвенциальных исчислений кангеровского типа, 4) моделирование эвристического метода анализа, систематизирующего процессы мышления при доказательстве геометрических теорем, процедурой поиска вывода для семантических таблиц Бета.

Первый ряд соображений мы рассмотрим здесь, остальным посвятим соответственно § 3, 4 и 5 данной главы.

---

го исчисления. Однако логика развивается не только из своих собственных потребностей, на нее оказывают влияние и приложения, например, приложения в области искусственного интеллекта. Поэтому внутри нее возникает задача разработки наиболее *эффективных* и *рациональных* способов поиска вывода. При этом наиболее эффективными не всегда бывают наиболее обоснованные с логической точки зрения процедуры.

<sup>47</sup> См., напр.: Johnson-Laird Ph., Steedman M. The psychology of syllogisms // Cognitive psychology. 1978. Vol. 10. P. 64—99.

<sup>48</sup> Маслов С. Ю. Теория дедуктивных систем и ее применения. М., 1986. С. 18—19, 90—128.



Традиционная психологистская теория, представленная уже у Аристотеля, истолковывала дедукцию как способ сведения неочевидно истинных положений теоретической системы к очевидно истинным. Аксиомами теории признавались очевидно истинные положения, остальные положения теории выводились из них при помощи дедукции.<sup>49</sup> Такое убеждение продержалось, по существу, до середины XIX в., когда возникновение неевклидовых геометрий нанесло серьезный удар по психологистской трактовке аксиом. Решающим же аргументом против психологистской интерпретации дедукции такого типа послужило, однако, распространившееся лишь в XX в. убеждение в произвольности выбора аксиом логических исчислений. От системы аксиом теперь требовалась полнота: каждое утверждение теории должно быть выводимо из аксиом при помощи правил вывода. Интуитивность и очевидность аксиом при этом значения уже не имели. Вместе с падением требования очевидности аксиом пало и понимание дедукции как возрастания степени очевидности утверждений теории.

Тезис метапсихологизма подсказывает нам, что это понимание дедукции может быть реставрировано на метауровне. Мы находим такую психологистскую трактовку дедукции в секвенциальных системах у Дж. Робинсона. Он понимает секвенции как истинные или ложные утверждения об отношениях множеств формул объектного языка и утверждает, что аксиомы в секвенциальных исчислениях выбираются по принципу самоочевидности.<sup>50</sup> Действительно, аксиомы имеют вид  $\Gamma_1, A, \Gamma_2 \rightarrow \Delta_1, A, \Delta_2$  и выделяются среди других истинных секвенций по тому признаку, что некоторая формула встречается одновременно справа и слева от стрелки. Этот признак непосредственно распознаваем по виду секвенции. Нам достаточно ознакомиться с секвенцией и установить вхождение в нее формул для того, чтобы решить, является она аксиомой или нет. Такие аксиомы представляют некоторое тривиальное, очевидное отношение выводимости типа  $A \vdash A$ . Сочетание непосредственной распознаваемости аксиом и тривиальности описываемого в них отношения выводимости дает нам их очевидную истинность. Но тогда приходится пересмотреть и подход к интерпретации дедукции. Робинсон считает, что процедуры проверки секвенций обязывают логику обратиться к методам «открытия» или «установления очевидности» истинности истинных секвенций и ложности ложных, которые учитывают некоторые характеристики человеческих способностей к «обработке информации». Ключевое понятие здесь — «установление очевидности». Напомним, что требования очевидности (или самооче-

---

<sup>49</sup> Декарт и Кант включали ссылку на очевидность, т. е. интуицию, и в сами дедуктивные средства развертывания теории.

<sup>50</sup> Robinson J. A. Logic: form and function. P. 94.

видности) истинности аксиом были сформулированы еще Аристотелем и играли определяющую роль в его теории «доказывающей науки». Это же требование выдвигалось в классическом рационализме (Декарт, Лейбниц) и стало одним из основных положений традиционной психологистской интерпретации логики. Таким образом, Робинсон восстанавливает требование очевидности на метауровне: очевидность требуется не от формул объектного языка, а от утверждений метаязыка.

Восстановление требования очевидности в применении к метаязыковым утверждениям в некоторой степени обуславливает, следовательно, «возврат» к психологизму. Правда, по Робинсону, этот возврат весьма ограничен, так как учет способа работы человеческой психики он сводит к учету *ограничений* на сложность объектов, с которыми может работать психика. А характер этих ограничений, в свою очередь, выражается в локальном характере преобразований в семантических таблицах и секвенциальных исчислениях. На наш взгляд, программа такого «нового психологизма» может быть проведена полнее: в виде программы метапсихологизма.

Однако вернемся к ходу рассуждений Дж. Робинсона. Требования очевидности он применяет к построению классического первопорядкового исчисления предикатов с  $\varepsilon$ -оператором. Мы не будем входить в детали этого исчисления. Для нас важно лишь, что выбор аксиом и правил объясняется соображениями очевидности.<sup>51</sup> Эти же соображения Робинсон распространяет и на понятие дедукции. «... Мы назвали ... секвенции аксиомами, — пишет он, — так как их можно использовать как аксиомы в некоторых дедукциях, при помощи которых истинные секвенции могут быть выведены из других секвенций. Дедукция в целом есть техника для „раскрытия“ или „придания очевидности“ истинности истинных секвенций, которая не является непосредственно очевидной».<sup>52</sup>

По Робинсону, дедукция основывается на различении непосредственной и опосредованной очевидности истинности секвенций. Ее задача — придать истинной секвенции признак непосредственной очевидности. Таким образом, мы видим, что последовательное проведение требования очевидности по отношению к метаязыковым утверждениям — секвенциям — приводит к психологистской интерпретации дедукции: в качестве аксиом выбираются «самоочевидные» истинные секвенции, а характер преобразования учитывает «способ обработки информации человеком», т. е. имеет локальный характер и тем самым позволяет сводить истинность неочевидных для субъекта познания секвенций к очевидной истинности аксиом.

Таким образом, дедукцию в секвенциальных системах (если

<sup>51</sup> Ibid.

<sup>52</sup> Ibid. P. 98.

рассматривать ее как работу «снизу вверх») можно истолковать как процесс сведения неочевидно истинных секвенций к очевидно истинным. Переход к метауровню обеспечивает нам применимость в логике психологических понятий, которые явным образом неприменимы к логическим системам объектного уровня, и реставрирует психологистское понимание дедукции как метапроцесса, не вступая вместе с тем в противоречие с непсихологистским обоснованием логических отношений между высказываниями объектного языка.

### § 3. Логика и мышление в генетической эпистемологии Жана Пиаже

Как известно, в отличие от мыслителей прежних эпох и большинства современных психологов Жан Пиаже основывался на символической, а не на традиционной логике, и в отличие от специалистов-логиков, придерживающихся в основном антипсихологистских взглядов, настойчиво пытался найти связь логики и мышления. Нет нужды аргументировать психологическую значимость работ Пиаже. Иное дело — логика. Пиаже не изобретал формальных систем и не доказывал теоремы о них. Однако вклад Пиаже в философию логики нуждается в исследовании и оценке: он высказывался по самым важным ее вопросам. В частности, постановка основной проблемы в его «Логике и психологии», по существу, совпадает с нашей центральной проблемой философии логики — вопросом о соотношении логических процедур, совершаемых в формализованных языках, и естественного мышления. В настоящем параграфе мы рассмотрим взгляды Пиаже на соотношение логики и мышления, попытаемся выделить своеобразие его постановки проблемы, выделим основное и вспомогательное решения этой проблемы у Пиаже, дадим критику основного решения и, наконец, покажем перспективы развития его вспомогательной концепции с точки зрения программы метапсихологизма.

Проблема «логические структуры» и мышление, по Пиаже, имеет два аспекта: теоретический и прикладной. Он считал, что в теоретическом плане «важно выяснить, какого типа соответствие существует между структурами, описываемыми логикой, и актуальными процессами мысли, изучаемыми психологией», в прикладном — «каким образом логика может способствовать успеху психологического исследования».<sup>53</sup>

Нас в первую очередь интересует, конечно, теоретический вопрос. В качестве предварительного условия исследования отношения логических и психологических структур Пиаже вы-

---

<sup>53</sup> Пиаже Ж. Логика и психология // Избранные психологические труды. М., 1969. С. 571.

двигает решение проблемы соотношения логики и психологии, которое можно описать следующим образом:

1. Исходный пункт всех рассуждений Пиаже — тезис о радикальной независимости логики от психологии, и наоборот: логика занимается вопросами формальной (нормативной) верности рассуждений, психология — вопросами фактического совершения рассуждений, логика — наука о нормах, психология — о фактах. «...Если логическая проблема, — пишет Пиаже, — в случае математического доказательства состоит в обнаружении того, при каких условиях это доказательство можно принять как правильное, то психологическая проблема состоит только в определении тех психологических механизмов, которые действительно работают в уме математики». <sup>54</sup>

2. Обсуждение соотношения логики и психологии Пиаже проводит в рамках общей теоретико-познавательной схемы, выделяющей в процессе познания три системы и три типа отношений между ними: система  $S$  — деятельность субъекта, система  $F$  — свойства (формы и т. п.) объекта, система  $E$  — типы существования или реальности объекта; отношения —  $SF$ ,  $SE$ ,  $FE$ . В рамках нашей проблемы нас интересует только отношение  $SF$ , которое регулируется следующими методологическими принципами:

«(а) Любое утверждение в  $F$  независимо от утверждений в  $S$  и ни одна проблема в  $S$  не является проблемой в  $F$ ; иначе говоря, фактические данные не могут использоваться в логико-математической области».

«(б) Каждое утверждение и каждая проблема в  $F$ , наоборот, создает проблему в  $S$ , но решение проблем в  $S$  может быть получено только методами, специфичными для  $S$ , а не дедуктивными методами  $F$ ». <sup>55</sup>

3. Пиаже не останавливается на автономности дедуктивной логики и генетической психологии. Он переводит разговор в эпистемологическую плоскость, в которой наука предстает как упорядоченная система, порождаемая естественным мышлением. Поэтому возникает задача координации логики и психологии в рамках единого эпистемологического исследования. «...Координация фактуальных и нормативных проблем, — пишет Пиаже, — означает, что дедуктивное знание  $F$  должно быть включено в структуру отношений между субъектом и объектом, и при этом не должно вноситься искажений в само дедуктивное знание, но должна быть объяснена возможность его функционирования с точки зрения субъекта ... и онтологической природы объекта...» <sup>56</sup>

Своеобразие этой постановки проблемы логики и психоло-

<sup>54</sup> Beth E., Piaget J. Mathematical epistemology and psychology. P. 132.

<sup>55</sup> Ibid. P. 150—151.

<sup>56</sup> Ibid. P. 152.

гии заключается в том, что в отличие от редуccionистского психологизма Пиаже настаивает на радикальной независимости логики от психологии, а в отличие от различных форм антипсихологизма — считает необходимым установление координации между нормами логики и фактами психологии при решении эпистемологических проблем. Правда, координация эта носит односторонний характер: психология не может влиять на логику ни по отношению к проблемам, ни по отношению к методам. Этот уязвимый пункт к концепции Пиаже мы будем иметь возможность разобрать в дальнейшем. Сейчас, приняв к сведению решение проблемы «логика и психология», мы перейдем к рассмотрению проблемы «логика и мышление».

Анализируя связь логики и мышления, Пиаже обращается к развитию мышления ребенка. Мышление взрослых он считает менее пригодным для исследования, поскольку те этапы, которые в более или менее чистом виде могут быть зафиксированы у ребенка, в мышлении взрослого существуют одновременно и перепутаны друг с другом. Основное внимание Пиаже уделяет выделению и исследованию этапов развития мышления ребенка. Он пытается выявить присущие каждому из них структуры мышления, чтобы затем сопоставить эти структуры как структуры естественного мышления с логическими структурами и дать ответ на вопросы: «Соотносятся ли структуры и операции логики с чем-нибудь в нашей действительной мысли, подчиняется ли наше мышление логическим законам?..» Пиаже дает вполне определенный ответ: «С нашей точки зрения алгебра логики может помочь выявить психологические структуры и представить в форме исчисления операции и структуры, являющиеся основанием для наших реальных мыслительных процессов».<sup>57</sup> Основания ответа — в результатах психологических экспериментов и раскрытии генетических связей в психике ребенка. Анализ этих экспериментов и связей выходит за пределы нашей компетенции. Мы рассмотрим лишь, являются ли используемые Пиаже структуры специфичными для логики, можно ли говорить, что в исследованиях Пиаже и его школы найдена *логическая* структура мышления.

Целью Пиаже было показать, что в результате смены стадий развития ребенка (сенсомоторной, конкретных операций, гипотетико-дедуктивных операций) в его мышлении образуются структуры логики высказываний. Анализ этого процесса мы начнем с общих его установок на роль логики и алгебры в таких психологических структурах. Пиаже рассматривает некоторую «психологику», задачей которой является «построение средствами алгебры логики дедуктивной теории, объясняющей некоторые экспериментальные открытия психологии», для чего он выделяет «логические или алгебраические схемы, не забо-

---

<sup>57</sup> П и а ж е Ж. Логика и психология. С. 571.

ться об аксиоматических требованиях формализованной логики». <sup>58</sup>

Из приведенных цитат следует, что, говоря об общих соотношениях формальных структур и мышления, Пиаже все время ссылается на *логику*, по мере приближения к конкретному материалу психологического исследования в его рассуждениях появляется уже *алгебра логики*, когда же речь заходит непосредственно об экспериментальных исследованиях мышления, Пиаже начинает пользоваться осторожной дизъюнкцией: «*логические или алгебраические схемы*». Здесь возникают вопросы: какие структуры мышления раскрывает в своем исследовании Пиаже, — логические, алгебраические или те и другие вместе, и существует ли различие между логическими и алгебраическими структурами?

На первый вопрос вполне определенно отвечает сам Пиаже. Интеллект для него представляет собой систему операций, скоординированных в «операциональных структурах, представляющих законы целостности (законы, которые наблюдатель может описать в терминах решеток, групп и т. п., короче говоря, на языке абстрактной алгебры)». <sup>59</sup> В то же время аксиоматическая формализованная логика не обладает таким свойством, она атомистична, а потому неприменима в психологическом исследовании. Отказываясь от «услуг» аксиоматической логики, Пиаже видит некоторое приближение к «логике целостностей» в алгебраических структурах. «...Математический анализ, — пишет он, — уже давно открыл эту взаимную зависимость операций, образующих некоторые строго определенные системы; понятие „группы“ ...становится в результате этого центральным понятием в самой структуре математического мышления. В случае же качественных систем, характерных для простейших форм логического мышления... мы будем называть соответствующие структуры целого „группировками“». <sup>60</sup> Такой акцент на «логику целостностей» при построении структур мышления обуславливает систематическое *предпочтение алгебраических характеристик операций логическим*.

На стадии конкретных операций структура целого передается *группировками*, которые являются, по существу, определенным ограничением понятия алгебраической группы: базисное множество (классов или отношений) упорядочено по включению, групповая операция не всюду определена, ассоциативность обратной операцией ограничена, а также добавляется условие идемпотентности. «Группировка не обладает логической всеобщностью, так как она в различных отношениях огра-

<sup>58</sup> Там же. С. 593.

<sup>59</sup> Beth E., Piaget J. Mathematical epistemology and psychology. P. 156.

<sup>60</sup> Пиаже Ж. Психология интеллекта // Избранные психологические труды. С. 95.

ничена. Она имеет только психологический интерес. . .».<sup>61</sup> Однако по способу своей организации группировка является алгебраической структурой.

Мы можем сделать вывод: на стадии конкретных операций функционирование мышления описывается Пиаже при помощи *алгебраических структур*, на которые накладываются ограничения, вызванные соображениями психологического порядка. Тем не менее именно в структуре группировки Пиаже находит зародыш будущей логики. «Эти ограничения, — пишет Пиаже, — очень существенны с психологической точки зрения: сочетания, которые могут иметь место только шаг за шагом, фактически выражают начало дедуктивной способности, еще не освобожденной от конкретных манипуляций, происходящей, поэтому, путем непрерывных пересечений и не достигающей комбинаторной системы».<sup>62</sup>

На стадии конкретных операций появляются мультипликативные группировки  $(\wedge q, p \wedge \neg q, \neg p \wedge q, \neg p \wedge \neg q)$  (в логической символике), которые играют важную роль при переходе на следующий этап формальных (гипотетико-дедуктивных) операций. Они образуют основу комбинаторной системы, являющуюся «отличительной чертой структуры пропозициональных операций, поскольку 16 бинарных операций двузначной логики высказываний происходит из сочетаний четырех основных операций  $((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$ , которые, взятые по отдельности, суть не что иное, как элементарные группировки мультипликативного типа».<sup>63</sup> Таким образом, переход к уровню формальных операций идет за счет комбинации группировок, существующих на предыдущем уровне, т. е. за счет соединения некоторых алгебраических структур в более общую алгебраическую структуру. Пиаже уточняет характер этой комбинации, выделяя два типа группировок по признаку формы обратимости, свойственной этой группировке (инверсии или реципрокности), и утверждает, что для формальных операций существенно сочетание обеих этих форм обратных операций в единой структуре. Новая — *пропозициональная* — структура обязана своим появлением (1) работе субъекта с *высказываниями* как «материей» операций и (2) возможностью суперпозиции операций инверсии ( $N$ ) и реципрокности ( $R$ ). Если (1) указывает на продвижение к логике, то согласно (2) переход субъекта на новый уровень заключается в овладении новыми алгебраическими операциями и структурами.

Для описания этой новой структуры Пиаже пользуется

---

<sup>61</sup> Beth E., Piaget J. Mathematical epistemology and psychology. P. 172.

<sup>62</sup> Ibid. P. 174

<sup>63</sup> Ibid.

обозначениями, взятыми из логики высказываний, но только «из соображений удобства». Вместе с тем он подчеркивает, что «это ни в коем случае не означает ни того, что субъект подчиняется правилам, эквивалентным аксиомам логики, ни того, что естественное употребление операций, которое мы будем записывать  $(p \wedge q)$ ,  $(p \vee q)$  и т. п., соответствует способу их использования в логике». <sup>64</sup> Как мы видим, Пиаже сразу же подчеркивает независимость описания психологических структур от логики. С тем же успехом их можно было бы описать «в терминах классов в той же структуре, что и булева алгебра». <sup>65</sup> Правда, здесь Пиаже делает оговорку: поскольку речь идет о гипотезах в мышлении субъекта, то лучше все же использовать описание структур мышления в терминах высказываний. Насколько важен в контексте исследования Пиаже факт использования высказываний, и какие связи с логикой он устанавливает? Сам факт использования субъектом высказываний, а не вещей и их материальных представителей очень важен для освобождения мышления субъекта от ограничений, присущих ему на предыдущих уровнях. Но для Пиаже главное — законы целостности новой структуры, ее структурные закономерности. А эти «законы целостности», по его мнению, наилучшим образом описываются алгебраическими структурами. Поэтому, чем более общую <sup>66</sup> алгебраическую структуру мы выберем, тем лучше она будет описывать эти законы. Но тогда интерпретация алгебраической структуры (допустим, булевой алгебры) на множестве высказываний пропозиционального языка будет только одной из возможных интерпретаций, поэтому главным в такой структуре является алгебраический, а не логический аспект. В соответствии с этим Пиаже постоянно подчеркивает приоритет алгебраического аспекта по отношению к логическому. Он утверждает, что «логика основывается на абстрактной алгебре», и ставит задачу «проанализировать логические операции, рассматривая их как алгебраические исчисления и структурированные целые». <sup>67</sup>

Пытаясь найти достаточно общую алгебраическую структуру, которая бы выражала целостность мышления субъекта, Пиаже в качестве единицы анализа берет уже не пропозициональные операции, а операции над пропозициональными операциями. «Отрицание  $N$ , реципрокность  $R$  и коррелятивность, или отрицание реципрокности  $S$ , — пишет он, — являются в таком случае операциями, выполняемыми над операцией  $p \supset q$ , которая, в свою очередь, есть пропозициональная операция над предшествующими операциями с классами, отношениями и чис-

<sup>64</sup> Ibid. P. 180.

<sup>65</sup> Ibid. P. 181.

<sup>66</sup> В смысле большего множества интерпретаций.

<sup>67</sup> Пи а ж е Ж. Логика и психология. С. 579.



лами». <sup>68</sup> И инверсия, и реципрокность, как они используются Пиаже, являются операциями над операциями, т. е. определенным операциям они сопоставляют другие пропозициональные операции. <sup>69</sup> Это позволяет Пиаже при рассмотрении структур мышления и соответствующих им формальных структур отвлекаться от логических характеристик этих последних. «...Ограничиваясь алгебраическим аспектом структуры и отвлекаясь от аксиоматической системы, — пишет он, — мы затем отмечаем, что субъект ведет себя так, как если бы его поведение можно было бы поставить в соответствие любой из этих пропозициональных операций: с одной стороны, инверсии, а, с другой стороны, реципрокной операции (когда они различны)». <sup>70</sup> Мы видим, что Пиаже использует здесь нечто вроде подмены тезиса: говорит вроде бы о «пропозициональных операциях», классической логике высказываний, в то время как имеет в виду операции над операциями типа инверсии и реципрокности, которые являются составляющими алгебраической структуры. Получается, что Пиаже ставит в соответствие поведению субъекта *не пропозициональные операции в некоторой логике, а операции над пропозициональными операциями*. Эти метаоперации имеют свои «законы целостности», выражающиеся определенной алгебраической структурой. Что это за структура, мы увидим в дальнейшем. Пока зафиксируем тот факт, что, по мнению Пиаже, для того, чтобы установить соответствие «логических» и психологических структур, необходимо «ограничиться алгебраическими аспектами» первых.

Пиаже приводит некоторые структуры мышления субъекта и пытается выявить соответствующие им формальные структуры. По словам Пиаже, субъект, столкнувшись с задачей на выявление причинной зависимости между фактами  $x$  и  $y$ , ставит эту задачу в пропозициональной форме: имплицитно ли утверждение  $p$ , описывающее  $x$ , утверждение  $q$ , описывающее  $y$ ? Для этого субъект пытается установить, имеет ли место контрпример  $p \wedge \neg q$  (инверсия), а также проверяет, не имеет ли места  $q \supset p$  (реципрокность) или ее контрпример  $(\neg p \wedge q)$ . По Пиаже, «сам ход его рассуждения (сопровожаемый словами) будет выражать использование двух процессов, связанных с обратимостью: инверсии (отрицания) и реципрокности». <sup>71</sup>

Таким образом, доказательство импликации  $p \supset q$  ведется

<sup>68</sup> Beth E., Piaget J. Mathematical epistemology and psychology. P. 241.

<sup>69</sup> Даже используя в качестве инверсии отрицание, Пиаже отвлекается от его «пропозициональной» природы (т. е. от того, что отрицание определено на любых, в том числе и элементарных, высказываниях) и рассматривает его только как операцию, сопоставляющую некоторой операции (напр.,  $p \supset q$ ) другую операцию  $p \wedge \neg q$ .

<sup>70</sup> Beth E., Piaget J. Mathematical epistemology and psychology. P. 181. (Курсив наш. — В. Б.).

<sup>71</sup> Ibid. P. 182.

субъектом методом обоснования отсутствия контрпримера. Этот метод сразу же подсказывает нам аналогию с таблицами Бета. Чему же соответствует инверсия в таблицах Бета и как соотносится она с процессом рассуждения. Нетрудно заметить, что образование инверсии (отрицания исходной импликации), которое Пиаже относит к «логике» рассуждения субъекта, в таблицах Бета соответствует акту *начала* таблицы, т. е. акту помещения  $p$  в левый столбец таблицы (содержательно: столбец истинных утверждений, а  $q$  — в правый (содержательно: столбец ложных утверждений). Рассуждение, которое моделируется аппаратом семантических таблиц, начинается *после* этого акта. Строя далее семантическую таблицу, мы ищем контрпример, а в случае неудачи обосновываем его невозможность. В этих поисках заключается «логическая часть» процесса установления истинности или ложности импликации  $p \supset q$  и соответственно установления причинной связи между  $x$  и  $y$ . То же самое можно сказать о реципрокности и ее инверсии. Таким образом, *характеризация рассуждения субъекта в терминах инверсий и реципрокностей не затрагивает собственно логической части установления импликативных логических отношений между высказываниями.*

В то же время для Пиаже эти операции имеют фундаментальное значение. Достижение субъектом уровня формальных (гипотетико-дедуктивных) операций связано с появлением комбинаторной системы, сочетающей группировки с инверсией и группировки с реципрокностью в единую систему. Каковы же законы этой системы? Обратимся к рассмотрению уже упоминающихся операций над импликацией: инверсии  $N(p \supset q) = p \wedge \neg q$ ; реципрокности  $R(p \supset q) = q \supset p$ , коррелятивности  $C(p \supset q) = \neg p \wedge q$ ; тождества  $I(p \supset q) = p \supset q$ . Тогда имеются следующие отношения:  $NR = C$ ,  $NC = R$ ,  $CR = N$ ,  $NRC = I$ , «что представляет собой коммутативную группу с четырьмя преобразованиями».<sup>72</sup>

Таким образом, законы системы классических пропозициональных операций описываются группой четырех преобразований. Думается, это несколько неожиданный результат, так как естественно было бы ожидать, что структуре классических пропозициональных операций, используемых субъектом, должна соответствовать булева алгебра. Однако в том-то и заключается суть подхода Пиаже, что он ставит в соответствие мышлению субъекта не структуру самих пропозициональных операций, а структуру *операций над пропозициональными операциями*, а эта структура и есть группа указанного вида.

Далее Пиаже подчеркивает, что группа  $INRC$  порождается не только задачей на обоснование импликации  $p \supset q$ , но и задачей на установление равновесия между весом и сопротив-

<sup>72</sup> Ibid. P. 183.

лением материала, системой относительных движений. Это говорит о том, что группа *INRC* имеет множество равноправных интерпретаций и, таким образом, не придает особого статуса пропозициональной интерпретации и, естественно, *логике*.

Реализация предложенной Пиаже программы поиска логических структур мышления в процессе его формирования показывает: что группировки и гипотетико-дедуктивные (формальные) операции, сопоставляемые структурам мышления, характеризуются Пиаже чисто алгебраически; что логика высказываний используется только как *промежуточный этап* для перехода к более общим алгебраическим структурам; что в соответствие структурам мышления ставятся не логические, а более общие алгебраические структуры (группа и т. п.), выражающие законы преобразования пропозициональных операций; что в основе систематического предпочтения алгебраических структур логическим лежит стремление Пиаже к построению «логики целостностей» и его убеждение в том, что раскрытию целостности структур мышления соответствуют только алгебраические структуры, но не структуры, принадлежащие «атомистической» логике.

Как мы видим, Пиаже в своем исследовании в некотором отношении руководствуется установками, созпадающими с установками, встроенными в программу метапсихологизма. Действительно, он сопоставляет структурам мышления структуру метаопераций, выполняемых над пропозициональными операциями. В основе этого приема лежит правильная с точки зрения металогического интуиция: сопоставление структурам мышления структур пропозициональных операций — дело бесперспективное, соответствие между структурами мышления и формальными структурами следует искать на формализованном метауровне. Однако здесь имеются и различия. Во-первых, программа метапсихологизма сопоставляет структурам естественного мышления металогические структуры типа метапроцессов поиска вывода и секвенций, а Пиаже сопоставляет мышлению алгебраические структуры. Во-вторых, Пиаже настаивает на тождестве (изоморфизме) этих алгебраических структур со структурами мышления, а в метапсихологизме упор делается на отношение моделирования (гомоморфизме).

Таким образом, можно сделать общий вывод: решая проблему соотношения логики и мышления, Пиаже на самом деле дает решение проблемы описания последовательно возникающих в развитии ребенка структур мышления на языке абстрактной алгебры.

Пиаже постоянно подчеркивает различие двух подходов к логике: логика как алгебра операций и аксиоматическая логика как наука об условиях истинности и отмечает, что для решения проблемы соотношения с мышлением пригоден только первый подход. «Аксиоматическая логика, — пишет он, — не

пригодна для той особой цели, которую мы имеем в виду. Если мы хотели бы формализовать психологические теории, то такая логика была бы единственно подходящим методом, но у нас стоит иная задача, а именно нахождение структур психологических или психических фактов».<sup>73</sup> Однако в своей более поздней книге Пиаже, наряду с уже разбиравшимся основным решением нашей проблемы, по существу, предлагает еще одно решение, оставшееся на втором плане, но, по нашему мнению, открывающее настоящие перспективы для решения проблемы «логика и мышление».

Рассмотрение проблемы соотношения аксиоматической (пользуясь его терминологией) логики и естественного мышления Пиаже начинает с выявления общих функций интеллекта: постановка проблем — вопрос, выдвижение гипотез — изобретение, проверка гипотез — демонстрация. При этом вопрос и изобретение он называет прогрессом, демонстрацию же — регрессом, потому что она включает в себя *возврат к основаниям гипотезы*. Различение таких функций интеллекта позволяет более точно поставить вопрос о соотношении и логики, и мышления при помощи различения двух смыслов регресса: «(а) психологического смысла, относящегося к деятельности по повторному открытию гипотезы; (б) логического смысла, относящегося к деятельности по возвращению к истинам, ранее установленным (теоремам) или принятым (аксиомам), для того, чтобы вывести из них гипотезу».<sup>74</sup> С такой точки зрения вопрос соотношения логики и мышления переформулируется в вопрос «существует ли какое-либо отношение между двумя этими возможными смыслами регресса, т. е. имеет ли аксиоматический регресс какое-либо отношение к обратному генетическому порядку?».<sup>75</sup> Следует заметить, что Пиаже, формулируя проблему соотношения двух типов регресса, делает значительный шаг вперед по сравнению с постановкой проблемы в «Логике и психологии», где речь шла о соответствии между психологическими процессами и логическими структурами. Здесь уже сопоставлялся не *процесс и структура*, а *процесс и процесс*, т. е. намечается проблематика моделирования психического процесса при помощи процесса логического.

В поисках сходства между логическим и психологическим регрессами Пиаже ставит задачу обнаружения их общих оснований: аксиом, которые в точности бы соответствовали генетическим первоначальным элементам, и показывает невозможность обнаружения таких общих оснований, хотя бы в силу произвольности выбора аксиом в логике. Поэтому Пиаже выдви-

<sup>73</sup> Пиаже Ж. Логика и психология. С. 91.

<sup>74</sup> Beth E., Piaget J. Mathematical epistemology and psychology. P. 249.

<sup>75</sup> Ibid.

гает положение о том, что «существует некоторая глобальная или функциональная аналогия между двумя видами регрессивного анализа, хотя между ними и нет никакого прямого взаимодействия, поскольку вопросы о фактах и общезначимости остаются нередуцируемыми».<sup>76</sup> Далее Пиаже пытается уточнить, что же мы должны сопоставлять в этих двух видах регресса, и вводит понятие «элементарных аксиоматических условий» — аксиом, которые необходимы и достаточны для того, чтобы получить некоторую систему формально, и «элементарных генетических условий» — первоначальных структур и операций, позволяющих переходить к структурам, требующим объяснения. Тогда интересующий нас вопрос о соотношении логики и мышления еще раз переформулируется в вопрос «существует ли такое отношение между элементарной аксиоматической и элементарной генетической системами, что знание первой обеспечивает анализ второй?».<sup>77</sup> Пиаже отвечает на этот вопрос утвердительно. «...Между аксиоматической и генетической реконструкцией, — пишет он, — существует такая глобальная или функциональная аналогия в поиске наиболее элементарных условий, которые объясняют систему или структуру. Тем не менее эта аналогия не влечет за собой наличия структурного соответствия, так как аксиоматические условия позволяют дедуцировать систему исключительно в терминах общезначимости, а генетические условия допускают только фактуальную или причинную реконструкцию».<sup>78</sup>

Каковы же основания для такого утвердительного ответа? Пиаже в качестве основания выдвигает различие двух видов фактов, с которыми исследователь сталкивается при воспроизведении генетических процессов: поведенческие факты, связанные с каузальными отношениями, и *нормативные факты*, т. е. те явления, которые психологами наблюдаются как факты, но сам субъект знает их как интроспективные данные, относящиеся к истинности или ложности и имеющие нормативное значение. Выделение таких нормативных фактов имеет, по Пиаже, решающее значение как основание связи логики и мышления. «Исследования в области элементарных аксиоматик, — считает он, — могут пролить свет на некоторые характеристики нормативных фактов, встречающихся в генетических процессах».<sup>79</sup> Конечно, уяснить точный смысл, который вкладывается в эту формулировку, можно только из конкретных образцов сравнения элементарных аксиоматик и элементарных генетик. Пиаже приводит несколько примеров таких исследований: сравнение порядка формирования геометрических структур у ребенка с тео-

---

<sup>76</sup> Ibid. P. 250.

<sup>77</sup> Ibid. P. 251.

<sup>78</sup> Ibid.

<sup>79</sup> Ibid. P. 252.

ретическим порядком обоснования геометрии (топология, потом одновременно проективная и евклидова геометрия); формирование топологических понятий; сопоставление различных аксиоматизаций натуральных чисел с возможными генетическими процессами формирования понятия натурального числа.

Чтобы определить, что конкретно имеется в виду под совпадением аксиоматического и генетического регресса, рассмотрим некоторые выводы из предпринятого Пиаже сопоставления различных аксиоматизаций натуральных чисел с возможными генетическими процессами формирования понятия натурального числа.

Пиаже сравнивает различные аксиоматические определения натурального числа с психологическими (генетическими) данными о формировании понятия числа у ребенка. В качестве предварительного условия для сравнения Пиаже фиксирует общие аксиоматические и генетические условия для формирования понятия числа. «...В области естественного мышления так же, как и с точки зрения формализации, формирование числа, — пишет он, — исходит из логических элементов классов или отношений».<sup>80</sup> Далее Пиаже рассматривает определение натуральных чисел, по Расселу и Уайтхеду, как классов равномошных классов и выясняет, что это определение не соответствует тому порядку, в каком натуральные числа формируются в психике ребенка. В естественном мышлении понятие числа, по Пиаже, рождается из синтеза двух группировок: классификации и несимметричного транзитивного отношения (сериации). Ничего этого нет в определении Рассела — Уайтхеда. Однако означает ли это, что естественному мышлению не соответствует ничего в формализации понятия натурального числа? Нет, поскольку возможна формализация понятия натурального числа (проведенная сотрудником Пиаже Ж.-П. Гризом), которая соответствует порядку естественного мышления.

Таким образом, на этом примере Пиаже раскрывает, что он подразумевает под соответствием аксиоматического и генетического регрессов. Аксиоматический регресс понятия числа к классам и отношениям сопоставляется с регрессом понятия числа в естественном мышлении, т. е. с теми этапами, операциями, которые из более элементарных структур синтезируют понятие натурального числа. Однако в соответствии с психологической традицией Пиаже прежде всего имеет в виду *формирование понятий* (числа, топологических и геометрических понятий). Поэтому генетический регресс — это *прослеживание стадий формирования некоторого понятия* в естественном мышлении из более элементарных структур, а логический регресс — это поиск аксиом, дающих *неявное определение* данного понятия. Однако не-

---

<sup>80</sup> Ibid. P. 263.

трудно заметить, что разобранные нами теоретические положения Пиаже, касающиеся соотношения генетического и формального регрессов, имеют более широкое значение и охватывают не только формирование понятий, но и процессы рассуждения в формальных системах и естественном мышлении.

Действительно, при описании процесса открытия и встроеного в него аксиоматического регресса — демонстрации — Пиаже имеет дело с *гипотезами*, их изобретением и проверкой. Однако когда он обращается к конкретным образцам сопоставления аксиоматического и генетического регрессов, он совершает переход от *гипотез* (утверждений) к *понятиям* и ставит вопрос о соответствии неявных аксиоматических определений понятий и генетических условий их формирования. Конечно, нельзя отрицать возможность такого пути сопоставления логики и психологии, логики и мышления. Но, на наш взгляд, приверженность психологической традиции рассмотрения главным образом процесса формирования *понятий* закрывает для Пиаже возможность движения по более прямому пути сопоставления логики и мышления. Сам Пиаже обращает внимание на психологический смысл регресса — деятельность по повторному открытию гипотезы — и на его логический смысл — деятельность по возвращению к основаниям истинности гипотезы. Однако, обращаясь к анализу конкретного материала, Пиаже как бы забывает об этой возможности, целиком сосредоточиваясь на формировании понятий. Тем не менее, на наш взгляд, более плодотворным является рассмотрение непосредственного смысла обоих регрессов как деятельности, связанной с проверкой именно гипотез.

Что же в таком случае мы имеем в виду под аксиоматическим (или логическим) регрессом? Естественно, аксиоматический регресс более не сводится к поиску неявных аксиоматических определений понятий (например, натурального числа). Исходным пунктом аксиоматического регресса становится утверждение (гипотеза), сформулированное в некотором языке  $L$ . Естественно предполагать, поскольку имеется в виду аксиоматический регресс, что в  $L$  сформулирована некоторая аксиоматическая теория  $T$ , задаваемая множеством нелогических аксиом  $A$  и логикой  $K$  (обычно это классическое исчисление предикатов первого порядка). Множество естественно предполагать уже данным, так как в аксиоматическом регрессе речь идет о «*возвращении*» от некоторого утверждения (гипотезы)  $B$  к множеству аксиом или ранее установленных теорем. Тогда этот аксиоматический регресс может быть представлен как построение вывода гипотезы  $B$  из некоторого подмножества  $A'$  множества аксиом  $A$  в логике  $K$ . Но это — в точности задача на *поиск вывода* гипотезы  $B$  из множества посылок  $A'$  в логике  $K$ . Таким образом, рассмотрение проблемы аксиоматического регресса по отношению к утверждениям (гипотезам) в противоположность понятиям сразу же приводит нас к важному заключению: *акси-*

*оматический регресс, совершаемый от гипотезы В к множеству аксиом А, есть не что иное, как поиск вывода секвенции  $A' \vdash B$  в подходящем логическом исчислении К.*

Отождествление аксиоматического регресса с решением задачи на поиск вывода позволяет по-новому поставить вопрос о соотношении генетического и аксиоматического регрессов. Однако прежде следует ответить на вопрос о том, что же понимать под *генетическим* регрессом в случае утверждений (гипотез)? Общий смысл этого регресса уже указан Пиаже — деятельность по повторному открытию гипотезы, воссоздание истории этапов открытия гипотезы. Если же конкретизировать это положение к нашей задаче, то получится, что генетический регресс есть *рациональная реконструкция деятельности по открытию гипотезы*. Действительно, сам процесс открытия гипотезы, как правило, носит более или менее случайный характер, зачастую регулируется внешними обстоятельствами. Поэтому в целом он трудно воспроизводим. В то же время рациональная реконструкция, воссоздающая основные этапы деятельности субъекта по созданию гипотезы, учитывает в основном внутренние факторы (хотя бы и с психологической окраской), дает описание мышления, как оно *могло бы совершаться* при открытии гипотезы в благоприятных, идеализированных обстоятельствах. Это описание не обязательно полностью совпадает с фактическим процессом открытия гипотезы, который, как уже говорилось, трудно уловим, но оно по крайней мере должно раскрывать его существенные общезначимые черты. Поэтому под *генетическим* (психологическим) *регрессом* мы в дальнейшем будем понимать *деятельность по рациональной реконструкции этапов процесса открытия гипотезы*.

С этой точки зрения наша проблема приобретает следующий вид: обеспечивает ли знание процесса поиска вывода гипотезы В из множества аксиом А в подходящем логическом исчислении какой-либо анализ рациональной реконструкции процесса открытия гипотезы В? Чтобы ответить на этот вопрос, нам придется обратиться к понятию поиска вывода и его теории. Напомним, что, по Маслоу, теория поиска вывода — это область математической логики, занимающаяся обнаружением по гипотезе структуры возможных доказательств этой гипотезы, а центральный вопрос теории поиска вывода — «как можно было бы открыть такую-то истину».<sup>51</sup> Уже из этих определений и формулировок ясно, что задачи теории поиска вывода в целом совпадают с задачей логической реконструкции генетического (психологического) регресса, поскольку в отношении демонстрации и логика, и психология решают одну и ту же проблему: «как можно было бы открыть такую-то гипотезу», а, следовательно, ре-

---

<sup>51</sup> Маслоу С. Ю. Теория поиска вывода и вопросы психологии творчества С. 20.



зультаты, получаемые в теории поиска вывода, и сами процедуры поиска вывода могут сообщать нам информацию о генетическом регрессе.

Однако здесь возникает вопрос, постоянно тревожащий Пиаже: не влияет ли признание такой взаимосвязи логического и психологического регрессов на принятие тезиса о радикальной автономности логики и психологии? Этот вопрос существен, так как если выяснится, что наш тезис о связи логического и психологического регрессов приводит к отказу от тезиса непсихологизма в обосновании логики, то тогда нам придется отбросить первый тезис.

Ответ на этот вопрос дает выдвинутый нами тезис метапсихологизма, согласно которому *процессы мышления субъекта познания, связанные с рассуждениями и аргументацией, моделируются метапроцессами поиска вывода*. Тезис метапсихологизма позволяет соединить непсихологистское обоснование логических отношений между высказываниями, лежащих в основе логических систем на объектном уровне, с признанием возможности моделирования психологических характеристик процесса мышления на метауровне. Основными средствами моделирования при этом предстают процедуры поиска вывода в исчислениях секвенциального типа, формализующих метаутверждения о выводимости на объектном уровне. Таким образом, тезис метапсихологизма сочетает в себе две идеи: сохранения непсихологистского обоснования логических процедур путем перехода к моделированию мышления на метауровне и использования процедур поиска вывода как моделей естественного мышления. Тезис метапсихологизма помогает нам обосновать мысль о возможности глобальной аналогии между генетическим и аксиоматическим регрессами, а, если говорить более конкретно, тезис о моделировании генетического регресса с помощью регресса аксиоматического, подкреплению которого будут посвящены следующие два параграфа.

#### **§ 4. Секвенциальные исчисления и моделирование мышления: анализ через синтез**

Среди рассматриваемых в литературе секвенциальных исчислений для первопорядковой логики можно выделить два типа: *генцевовские и кангеровские* исчисления.<sup>82</sup> Системы генцевовского типа предназначены для исследований по теории доказательств: устранения сечения, доказательств непротиворечивости и т. п. Они как бы в большей степени реализуют пара-

<sup>82</sup> Оригинальную формулировку первых см.: Генцен Г. Исследование логических выводов // Математическая теория логического вывода / Под ред. А. В. Идельсона, Г. Е. Минца. М., 1967. См. описание вторых в Приложении к данному параграфу.

дигму рассмотрения секвенциальных выводов «сверху вниз» (см. Приложение). Системы кангеровского типа приспособлены к формулировке и исследованию процедур поиска вывода. Они в большей степени реализуют парадигму рассмотрения секвенциальных выводов «снизу вверх». Важную роль в системах генцевского типа играют структурные правила, системы кангеровского типа формулируются, как правило, без структурных правил, что автоматически гарантирует выполнение свойства подформульности.

Основным свойством, обуславливающим приспособленность секвенциальных систем для формализации процедур поиска вывода, является свойство *подформульности*: каждая формула, встречающаяся в выводе, является в некотором смысле (с учетом положительных и отрицательных вхождений — см. Приложение) подформулой одной из формул исходной секвенции. Свойство подформульности является непосредственным следствием теоремы об устранимости сечения. Свойство подформульности при поиске вывода «снизу вверх» позволяет по главной формуле применения правила определить вид ее предшественников и тем самым подсказывает направление поиска вывода. Не сложно заметить, что свойство подформульности воплощает понимание анализа как разложения исходного объекта на его компоненты и установления связей между ними. Дж. Робинсон называет выводы, обладающие свойством подформульности, нормальными доказательствами и утверждает, что они обладают замечательными психологическими свойствами.<sup>83</sup> К числу таких свойств он относит следующие: каждый шаг вывода соответствует какой-либо константе, которая встречается в заключении доказательства; каждая формула, встречающаяся в какой-либо секвенции вывода, является составляющей какой-либо формулы, встречающейся в заключении доказательства.

В ходе движения «снизу вверх» порождается дерево поиска вывода исходной секвенции  $S$ . Если в этом дереве поиска все верхние секвенции оказываются основными (т. е. аксиомами), то оно превращается в дерево вывода  $S$ , дающее нам полный вывод  $S$  в данной секвенциальной системе. Если вспомнить метод анализа древних геометров, который мы будем рассматривать в связи с семантическими таблицами в следующем параграфе, то это совпадение свидетельствует о том, что в секвенциальных исчислениях процедуры анализа и синтеза работают одновременно: в силу того, что движение «снизу вверх» носит «обратный» характер, обратимость шагов анализа следует автоматически.<sup>84</sup>

В ходе поиска вывода «снизу вверх» главной проблемой яв-

<sup>83</sup> Robinson J. A. Logic: form and function. P. 108.

<sup>84</sup> Серебрянников О. Ф. Эвристические принципы и логические исчисления. М., 1970.

ляется выбор термов при применении правил  $V \rightarrow$  и  $\rightarrow \exists$ . Напомним формулировку правила  $V \rightarrow$  в секвенциальных системах гёценовского типа:

$$\frac{\Gamma_1, A(t), \Gamma_2 \rightarrow \Delta}{\Gamma_1, \forall x A(x), \Gamma_2 \rightarrow \Delta},$$

где  $t$  — произвольный терм.

Правила, у которых при фиксированном заключении  $S_0$  возможно бесконечное число различных наборов посылок  $S_1, \dots, S_n$ , получили в логике название с-правил (т. е. правил типа сечения). Даже секвенциальные исчисления, обладающие свойством подформульности, обычно содержат с-правила. В классическом исчислении предикатов это правила  $V \rightarrow$  и  $\rightarrow \exists$ , «контрприменения которых допускают бесконечный перебор при варьировании терма  $t \dots$  В результате именно незнание термов является в качестве основной трудности в организации поиска логического вывода».<sup>85</sup>

Для преодоления этой трудности разработаны различные методы. Одним из них является так называемая минус-нормализация: без увеличения множества доказуемых секвенций можно ограничиться только теми термами, которые встречаются свободно в заключении  $S_0$ . Это ограничивает перебор на данном этапе поиска вывода и придает процессу поиска определенную направленность. Минус-нормализация моделирует такое известное методологическое правило с психологическим оттенком, как «брита Оккама»: не следует умножать сущностей сверх необходимости. Действительно, минус-нормализация предлагает нам ограничиться перебором тех термов, которые действительно уже имеются в нашем распоряжении. Другим способом ограничения перебора является метод метанеремных, мы рассмотрим его при обсуждении систем кангеровского типа.

Мы разобрали некоторые характерные черты секвенциальных систем,<sup>86</sup> которые создают возможность «особого» отношения логических процедур, совершаемых в этих системах, к естественному мышлению. Однако, чтобы установить такое отношение согласно тезису метапсихологизма, нужно рассмотреть процедуры поиска вывода для избранной логической системы и выделить в них ту информацию, которую они сообщают о мышлении. Этим мы сейчас и займемся.

Заметим, что в программе метапсихологизма на место непосредственного тождества логических структур и структур мышления (как в наивном психологизме) ставится отношение модели-

<sup>85</sup> Маслов С. Ю., Миц Г. Е. Теория поиска вывода и обратный метод // Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. М., 1983. С. 296.

<sup>86</sup> См. необходимые для дальнейшего изложения характеристики секвенциальных систем в Приложении к данному параграфу.

рования, позволяющее говорить о частичном воспроизведении оригинала, необходимом для решения определенной задачи. Поэтому всякая логическая модель мышления является частичной; возможны различные логические модели одного и того же процесса. К тому же при анализе конкретных логических процедур с точки зрения программы метапсихологизма следует иметь в виду, что реально объектами логического моделирования могут выступать только психологические модели мышления, а не мышление само по себе.

Решающим для реализации программы метапсихологизма является успех или неуспех попыток логического моделирования психологических моделей мышления. Прямое сопоставление логики и естественного мышления мало что дает, поскольку мышление для нас в таком случае — нечто вроде черного ящика. Мы можем либо утверждать, что логические процедуры и есть процесс мышления (т. е. возвратиться к тезису наивного психологизма), либо отрицать всякую связь логических процедур с процессом мышления (возвращаясь к тезису антипсихологизма). Чтобы установить, каким образом логические процедуры моделируют мышление, нам нужно иметь перед собой некоторый фактический материал о мышлении, доставляемый нам психологическими моделями.

В этом параграфе мы рассмотрим моделирование одной из самых распространенных психологических моделей мышления — *анализа через синтез* С. Л. Рубинштейна — при помощи метапроцессов поиска вывода для секвенциальных исчислений кангеровского типа. Мы будем действовать по следующей схеме: вначале дадим очень краткое описание упомянутой процедуры поиска вывода, чтобы читатель мог представлять предлагаемую модель в целом, затем более подробно рассмотрим модель мышления, предложенную С. Л. Рубинштейном, и в заключение покажем, каким образом рубинштейновский анализ через синтез моделируется рассмотренной процедурой поиска вывода.

Секвенциальные исчисления кангеровского типа для логики предикатов первого порядка ( $K$ ) были предложены специально для осуществления на их основе процедур поиска логического вывода. С этим связаны их особенности: (1) отсутствие структурных правил и (2) неявное сокращение в формулировке правил  $V \rightarrow$  и  $\rightarrow E$  (см. Приложение). Благодаря (2) система  $K$  равнообъемна классической логике предикатов. Если мы заменим  $V \rightarrow$  и  $\rightarrow E$  на генценовскую формулировку, то получим разрешимую подсистему классической логики — логику без сокращений.

Однако эти особенности еще не дают кангеровским системам особого отношения к мышлению. Тезис метапсихологизма подсказывает нам, что это отношение нужно искать в рамках процедуры поиска вывода для  $K$ . Формулируя процедуру поиска вывода, Кангер вводит ограничения на правила  $V \rightarrow$  и  $\rightarrow E$  за

счет наложения требований минус-нормальности и метапеременности (см. Приложение), которые составляют существенные особенности этой процедуры. Предположим, что нам надо найти вывод секвенции  $\Gamma \rightarrow \Delta$ . Тогда мы начинаем с этой секвенции и, применяя правила «снизу вверх», строим дерево поиска вывода. Построение естественно разбивается на этапы, внутри которых применяются только правила для логических связок и кванторов. В конце этапа каждая секвенция, расположенная в вершинах ветвей, испытывается на выводимость. Если испытание дает положительный результат, мы прекращаем работу, если нет, то переходим к следующему этапу. Полнота процедуры поиска означает, что для любой истинной секвенции мы рано или поздно найдем доказательство, но для ложных секвенций (в силу неразрешимости) работа этой процедуры может продолжаться бесконечно.<sup>87</sup>

Теперь перейдем к описанию избранной психологической модели мышления. С. Л. Рубинштейн рассматривает мышление как способность человека решать познавательные задачи, находить выход из проблемных ситуаций. Возможность и необходимость мышления обусловлены тем, что «в проблемной ситуации всегда имеется нечто, имплицитно — через свои отношения с тем, что в ней дано, — в нее включающееся, ею предполагаемое, но эксплицитно не определенное».<sup>88</sup> Замстим, что это имплицитное (или, лучше сказать, неявное) содержание задачи (проблемной ситуации) является ее внутренней характеристикой: условия задачи полностью задают систему отношений рассматриваемых объектов, но субъекту, решающему задачу, она неизвестна, не дана явно (эксплицитно). На этой основе Рубинштейн определяет мышление как «опосредованное познание», которое «заключается в том, чтобы, отправляясь от эксплицитно данного, известного, определять то, что дано имплицитно, т. е. задано, неизвестно, выступает по ходу процесса как искомое».<sup>89</sup>

Уже из этого первоначального определения мышления следуют некоторые общие положения о его отношении к логическим процедурам. Действительно, Рубинштейн понимает мышление как *выявление неявного содержания* в ходе решения задачи. Какое же отношение имеет к этому логика? Дело в том, что в логическом содержании любого высказывания, сформулированного в рамках какой-либо дедуктивной системы, можно обычно различить *явное* и *неявное* содержание. Так, взятая са-

<sup>87</sup> Более подробно с этой процедурой мы ознакомимся в конце параграфа. См. также: Кангер С. Упрощенный метод доказательства для элементарной логики // Математическая теория логического вывода / Под ред. А. В. Идельсона и Г. Е. Мишпа. М., 1967. С. 200—207. Единственное отличие от оригинальной системы будет заключаться в том, что мы для краткости будем рассматривать исчисление без равенства.

<sup>88</sup> Рубинштейн С. Л. О мышлении и путях его исследования. М., 1958. С. 14.

<sup>89</sup> Там же. С. 15.

ма по себе схема высказывания «Все  $S$  суть  $P$ » явно выражает отношение термина « $S$ » к термину « $P$ », но непосредственно не говорит об отношении термина «не- $S$ » к термину «не- $P$ ». Такого рода отношение терминов несомненно содержится в первоначальном высказывании, рассматриваемом как элемент дедуктивной системы силлогистики, однако оно принадлежит уже его неявному содержанию.

Вопрос о неявном содержании не является тривиальным. В первопорядковой логике предикатов выявление неявного содержания высказывания, содержащего кванторы, в общем случае затрудняется неразрешимостью, из которой следует, что множество следствий данного высказывания не рекурсивно, хотя и рекурсивно перечислимо. Поэтому в логике предикатов (за исключением разрешимых классов) мы не можем быть уверены в том, что нашли все следствия *определенного вида*. Явно данная нам синтаксическая форма высказывания непосредственно способствует некоторому объективному отношению сущностей, принимаемых в семантике нашего языка, но неявно в ней содержится бесконечное множество отношений, которое субъект познания при совершении логических процедур не может охватить одновременно. Проникновение субъекта в структуру логических отношений, как правило, ограничено более или менее тривиальными отношениями и уже построенными выводами.

С логической точки зрения раскрытие неявного содержания условий задачи сводится к обнаружению логических отношений нетривиального характера, которые неявно задаются условиями и дают нам решение задачи. Известно, что в силу полноты первопорядкового исчисления предикатов можно организовать такую процедуру рекурсивного перечисления его теорем, которая рано или поздно выдаст нам вывод, фиксирующий искомое логическое отношение. Такая процедура может быть более или менее практичной. Но сейчас для нас важно не это, а то, что такая процедура представляет собой *поиск вывода*. Получается, что именно поиск вывода раскрывает нам дотоле неизвестные отношения между высказываниями, т. е. служит средством выявления неявного содержания условий задачи. Отсюда следует, что *процесс поиска вывода является в соответствии с определением Рубинштейна процессом мышления*. В модели Рубинштейна процесс мышления связан с операциями, которые всегда выступают в специализированной форме, относящейся к материалу задачи (геометрическому, физическому и т. п.). Поэтому возникает проблема выделения собственно психологического аспекта. «...Психологическим в операциях являются, конечно, не предметные отношения, которые лежат в их основе, — пишет С. Л. Рубинштейн, — а процесс их выявления и прослеживания...»<sup>90</sup> В качестве собственно психологи-

<sup>90</sup> Там же. С. 49.

ческого аспекта мышления выделяется тот самый процесс (выявление неявного содержания), который, как мы уже говорили, моделируется поиском вывода. Кстати, анализ соотношения мышления и операций у Рубинштейна интересен сам по себе. Для Пиаже, например, мышление на каждом этапе развития (кроме сенсомоторного) представляет собой некоторое множество операций, организованных в целостные структуры. Для Рубинштейна мышление не сводится к операциям, а скорее противопоставляется им. Операция определяется как «умственное действие по правилам»,<sup>91</sup> в частности, по логическим правилам и формулам, под которыми, как видно из дальнейшего изложения,<sup>92</sup> он имеет в виду логические законы, т. е. логические истинные формулы (высказывания) объектного языка. Однако операции не составляют главного содержания процесса мышления: они лишь функционируют в процессе мышления. К собственно мышлению относятся формирование и применение операций (правил, формул). Тогда в логике этому процессу мышления естественно сопоставляются: поиск вывода формулы, определяющей операцию; процедура поиска, определяющая порядок применения правил системы

До сих пор мы занимались общим вопросом о возможности моделирования мышления метапроцессами поиска вывода. Пора более конкретно представить механизм такого моделирования. Конкретизируя свое понимание процесса мышления, Рубинштейн выделяет «особую форму анализа через синтез», который составляет «ведущее звено, основной нерв всей и всякой мыслительной деятельности».<sup>93</sup> Форма анализа через синтез имеет следующее содержание: *«... объект в процессе мышления включается во все новые связи и в силу этого выступает во все новых качествах, которые фиксируются в новых понятиях: из объекта, таким образом, как бы вычерпывается все новое содержание; он как бы поворачивается каждый раз другой своей стороной, в нем выявляются все новые свойства»*.<sup>94</sup> Это описание носит несколько метафорический характер (на что указывают многочисленные «как бы»). Поэтому, опираясь на многочисленные примеры решения в основном геометрических задач путем анализа через синтез, имеющиеся в текстах Рубинштейна, дадим более конкретную его характеристику.

(0) Решение задачи начинается с *анализа условий*, т. е. «данных и положений», которые входят в качестве посылок в процесс рассуждения, приводящий к решению задачи.<sup>95</sup> Этот анализ проводится многократно и каждый раз приводит к переформулированию задачи, что означает новый этап в решении

<sup>91</sup> Там же. С. 50.

<sup>92</sup> Там же. С. 133—134.

<sup>93</sup> Там же. С. 98.

<sup>94</sup> Там же. С. 98—99.

<sup>95</sup> Там же. С. 109.

первоначальной задачи. Направленность анализа определяется «через синтетический акт соотношения условий с требованиями задачи».<sup>96</sup>

(1) Для геометрических задач явное содержание фиксируется в акте наглядного представления элементов задачи, т. е. изображения объектов и их отношений на чертеже. В более общих задачах оно представляется при помощи введения объектов из предметной области задачи и фиксации их свойств и отношений, данных в условиях.

(2а) Прособразование объектов, выявление у них *новых свойств* обуславливают дальнейшее движение анализа.

(2б) Если объектов, введенных при представлении явного содержания задачи, недостаточно для ее решения, то вводятся *новые объекты*, принадлежащие уже неявному содержанию, и

(2в) исследуются их *свойства*. Продуктивность мышления заключается в том, что «мышление в ходе рассуждения добывает все новые данные, выходящие за пределы исходных условий и... включает объекты исходных положений в качестве новых связей».<sup>97</sup>

(3) Как результат обнаружения новых свойств исходных объектов в «доказательном рассуждении» появляются *новые утверждения* (или «малые посылки», как их называет Рубинштейн).

(4) В результате анализа через синтез возникает такое положение, когда условия задачи «раскрываются в тех же характеристиках, что и требования задачи», таким образом, «анализ условий задачи в конечном счете совпадает с анализом и решением самой задачи».<sup>98</sup>

Короче говоря, задачу, по Рубинштейну, можно представить как структуру, состоящую из условий (известного) и требования (неизвестного). Решение задачи есть процесс анализа через синтез, приводящий к построению дедуктивного вывода («доказательного рассуждения») требования задачи из ее условий и, возможно, некоторых общих положений («больших посылок») той области знаний, в которой сформулирована задача. Тогда решение задачи методом анализа через синтез можно представить в виде схемы (см. с. 88).

Теперь мы имеем в своем распоряжении достаточно данных для того, чтобы ответить на наш основной вопрос: в каком отношении процедура поиска вывода для системы кангеровского типа моделирует процесс анализа через синтез?

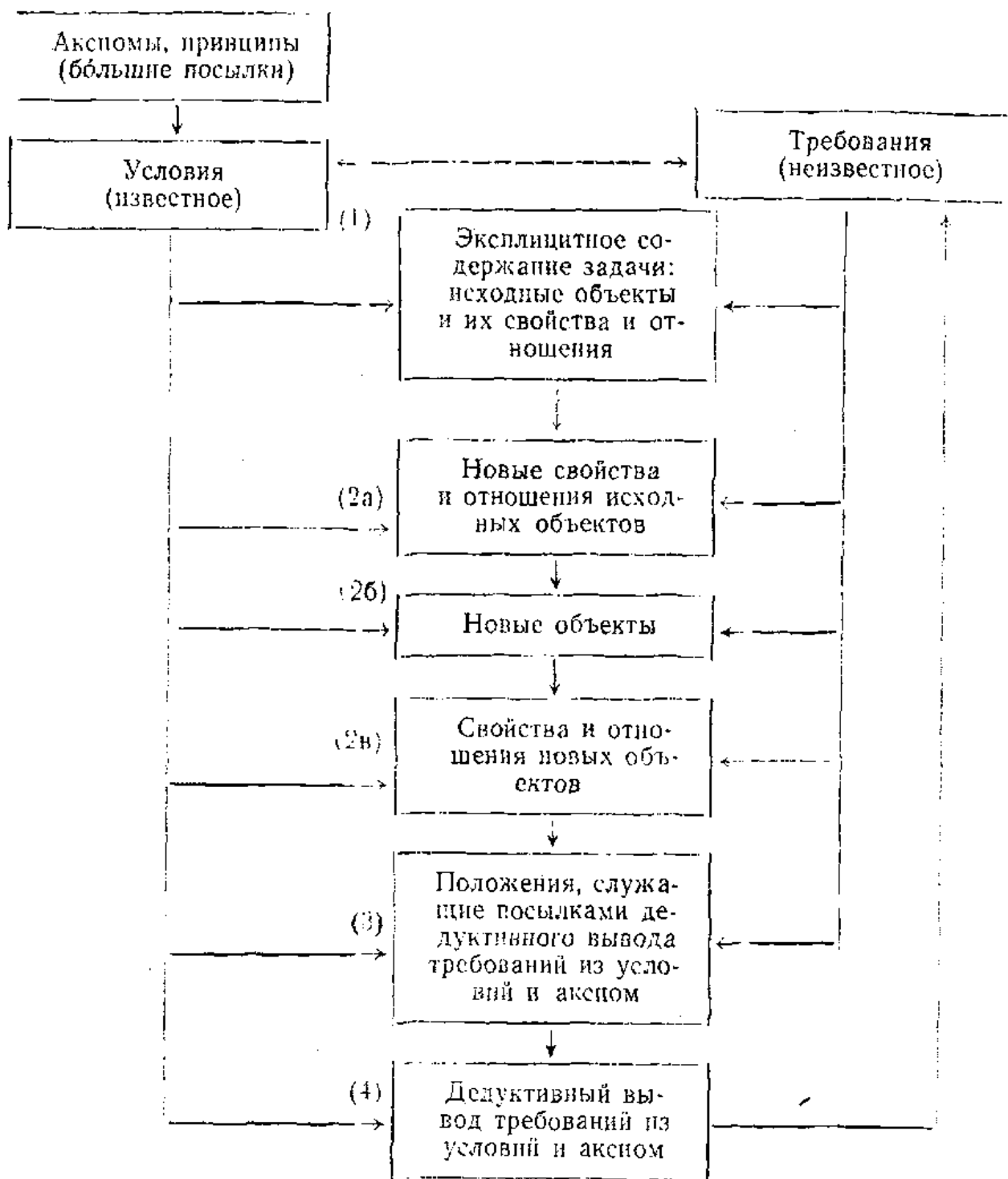
Вообще в секвенциальных исчислениях решение задачи начинается с того, что мы непосредственно соотносим условия за-

<sup>96</sup> Рубинштейн С. Л. Принципы детерминизма и психологическая теория мышления // Психологическая наука в СССР. Т. 1 / Под ред. Б. Г. Апаньева и др. М., 1959. С. 328.

<sup>97</sup> Там же. С. 322.

<sup>98</sup> Рубинштейн С. Л. О мышлении... С. 110.





Стрелки на схеме обозначают зависимость подструктур решения задачи от других подструктур, в частности, стрелки, направленные одновременно от условий и требований к операциям (1)—(3), выражают акт соотнесения условий и требований, т. е. анализ через синтез; пунктирные стрелки, отделяющие этап (2), означают возможность его многократного повторения, которое определяется введением новых свойств объектов и новых объектов; этап (2) представляет собой выявление имплицитного (неявного) содержания условий задачи.

дачи (посылки), записываемые в antecedенте секвенции, с требованиями задачи (следствием), записываемыми в succedente секвенции. Таким образом, наш анализ искомой дедуктивной связи начинается с акта элементарного *синтеза*, соответствующего психическому акту соотнесения условий задачи с ее требо-

ваниями (ср. пункт (0)), совершаемого субъектом с целью, например, установить, не вытекают ли тривиально требования задачи из ее условий. Логически этот акт субъекта моделируется проверкой исходной секвенции на непосредственную выводимость.

Следующий этап решения задачи, по Рубинштейну, — это представление явного (эксплицитного) содержания задачи, на котором рассматриваются исходные объекты, фигурирующие в условиях и требованиях задачи и их явно данные свойства и отношения.<sup>99</sup> Введение исходных объектов в рассмотрение моделируется применением правил для положительных кванторов, встречающихся в первоначальной формулировке задачи ( $\exists \rightarrow$  и  $\rightarrow \forall$ ). Особенностью этих правил является то, что они вводят *новые* индивидуальные параметры, ранее не встречавшиеся в нижней секвенции. Тогда в силу минус-нормализации (см. Приложение) применения правил для отрицательных кванторов ( $\forall \rightarrow$  и  $\rightarrow \exists$ ) моделируют появление у встречающихся в нижней секвенции индивидуальных параметров, представляющих уже введенные в рассмотрение объекты, *новых свойств и отношений*. Если же в исходной секвенции положительные кванторы встречаются в области действия отрицательных и нам приходится «расщеплять» формулу, начинающуюся с отрицательного квантора более одного раза, то тем самым в дерево поиска вывода вводятся *новые объекты*, а затем раскрываются их свойства и отношения. Это моделирует этапы (2а), (2б) и (2в) анализа через синтез.

Так было бы, если бы в исчислениях канторовского типа не встречались бы метапеременные (см. Приложение). Последние вносят в ситуацию новые черты, откладывая на некоторое время введение конкретных термов вместо метапеременной. Использование метапеременных приводит Кангера к следующей процедуре поиска вывода. Предположим, что мы ищем вывод секвенции  $\Gamma \rightarrow \Delta$ . Поиск вывода начинается «снизу», с данной секвенции и идет «наверх» путем построения дерева секвенций с помощью контрприменений правил вывода. При этом поиск вывода естественно разбивается на *этапы*. Внутри каждого этапа применяются только правила для пропозициональных связок и кванторов, причем организуется некоторый порядок применения правил:  $\exists \rightarrow$ ,  $\rightarrow \forall$ , (Pr),  $\forall \rightarrow$ ,  $\rightarrow \exists$ , где (Pr) обозначает множество пропозициональных правил; в ходе поиска вывода отдается предпочтение самому левому применимому правилу. При применении  $\forall \rightarrow$  и  $\rightarrow \exists$  мы должны предпочесть расщепление формулы  $B$  расщеплению формулы, которая расщеплялась большее число раз, чем  $B$ , в предыдущих применениях  $\forall \rightarrow$  и  $\rightarrow \exists$  в этой ветви.

<sup>99</sup> В логике этот прием со времени Аристотеля известен под названием «ecthesis'а» (см.: Beth E. Aspects of modern logic. Dordrecht, 1970. P. 44—48, а также следующий параграф этой главы).

Объем этапов определяется следующим образом: мы считаем этап завершенным, если каждая ветвь этого этапа имеет своей вершиной такую секвенцию  $\Pi \rightarrow \Sigma$ , что, во-первых, каждая формула из  $\Pi$  или является атомарной, или начинается квантором общности, а каждая формула из  $\Sigma$  или является атомарной, или начинается с квантора существования; во-вторых, все неатомарные формулы из  $\Pi$  и  $\Sigma$  расщеплялись в рассматриваемой ветви одно и то же число раз при предыдущих применениях  $V \rightarrow$  или  $\rightarrow \exists$ . В конце каждого этапа мы останавливаемся и проверяем, нельзя ли выбрать такие значения метапеременных из их подстановочных списков, чтобы все секвенции, стоящие в вершинах, были непосредственно выводимы. Если можно сделать такой выбор значений, вывод успешно завершается. Если же в подстановочных списках метапеременных нет таких значений, то метапеременные сохраняются и развертывается новый этап построения дерева поиска вывода.

Из этого описания следует, что процедура поиска вывода моделирует характерные черты метода анализа через синтез. Действительно, развертывание поиска вывода в рамках отдельного этапа, как мы уже видели, соответствует шагам анализа (1) и (2), в ходе которого исходное отношение выводимости включается в множество других логических отношений, вводятся новые индивидуальные параметры (объекты) и рассматриваются их (новые) свойства и отношения. Это точно соответствует включению объектов в новые связи и «вычерпыванию» содержания из исходного отношения выводимости, играющих столь важную роль в процедуре анализа через синтез.

В то же время в рассмотренной процедуре поиска вывода мы имеем и точный аналог *синтеза*, т. е. акта включения исходных элементов в новые связи,<sup>100</sup> соотнесения результатов анализа с условиями и требованиями задачи. В качестве такого аналога выступает проверка в конце каждого этапа верхних секвенций на непосредственную выводимость посредством подстановки термов вместо метапеременных. Таким образом, проверка на непосредственную выводимость и вычленение вывода из его заготовки (дерева поиска вывода) моделирует (3) и (4) этапы анализа через синтез, как он представлен в нашей схеме.

Приведенные соображения показывают, что процедура поиска вывода для систем канторовского типа моделирует в существенных отношениях процесс анализа через синтез, который в теории С. Л. Рубинштейна является «основным нервом всякого процесса мышления». Рассматриваемая процедура поиска вывода носит существенно метауровневый характер, что, в частности, подчеркивается фактом использования метапеременных. Поэтому наше исследование логического моделирования процесса мышления (анализа через синтез) вносит вклад в обоснование и (одновременно) реализацию программы метапсихологизма.

<sup>100</sup> Рубинштейн С. Л. О мышлении... С. 105.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Здесь мы опишем некоторые технические понятия, связанные с секвенциальными системами кангеровского типа.

(1) *Секвенцией* называется метаутверждение вида  $\Gamma \rightarrow \Delta$ , где  $\Gamma$  и  $\Delta$  — списки формул объектного языка, а « $\rightarrow$ » — метазнак, содержательно означающий отношение выводимости множества формул  $\Delta$  из множества формул  $\Gamma$  в объектном языке;  $\Gamma$  называется *антецедентом*, а  $\Delta$  — *сукцедентом* секвенции. Каждой секвенции в объектном языке может быть сопоставлен ее формульный образ  $\bigwedge \Gamma \supset \bigvee \Delta$ , связанный с секвенцией следующим образом: секвенция  $\Gamma \rightarrow \Delta$  истинна, если и только если ее формульный образ общезначим.

(2) *Положительные и отрицательные* вхождения кванторов в формулу или секвенцию определяются следующим образом: если формула  $A$  имеет вид  $\forall xB$  ( $\exists xB$ ), то квантор « $\forall$ » (« $\exists$ ») входит в  $A$  положительно (отрицательно). Операции конъюнкции, дизъюнкции, квантификации сохраняют знак квантора, так же как и вхождение в консеквент импликации или сукцедент секвенции, а операции отрицания и вхождения в антецедент импликации и секвенции меняют знак квантора на противоположный.

(3) Секвенциальная система кангеровского типа для классической логики предикатов первого порядка  $K$ :

(а) аксиомы вида:  $\Gamma_1, A, \Gamma_2 \rightarrow \Delta_1, A, \Delta_2$ ;

(б) правила (ограничимся правилами для « $\wedge$ », « $\neg$ » и кванторов):

$$\begin{aligned} \wedge \rightarrow & \frac{\Gamma_1, A, B, \Gamma_2 \rightarrow \Delta}{\Gamma_1, A \wedge B, \Gamma_2 \rightarrow \Delta} \rightarrow \wedge \frac{\Gamma \rightarrow \Delta_1, A, \Delta_2 \quad \Gamma \rightarrow \Delta_1, B, \Delta_2}{\Gamma \rightarrow \Delta_1, A \wedge B, \Delta_2}; \\ \neg \rightarrow & \frac{\Gamma_1, \Gamma_2 \rightarrow \Delta_1, A, \Delta_2}{\Gamma_1, \neg A, \Gamma_2 \rightarrow \Delta_1, \Delta_2} \rightarrow \neg \frac{\Gamma_1, A, \Gamma_2 \rightarrow \Delta_1, \Delta_2}{\Gamma_1, \Gamma_2 \rightarrow \Delta_1, \neg A, \Delta_2}; \\ \forall \rightarrow & \frac{\Gamma_1, A(t), \forall xAx, \Gamma_2 \rightarrow \Delta}{\Gamma_1, \forall xAx, \Gamma_2 \rightarrow \Delta} \rightarrow \forall \frac{\Gamma \rightarrow \Delta_1, A(a), \Delta_2}{\Gamma \rightarrow \Delta_1, \forall xAx, \Delta_2}; \\ \exists \rightarrow & \frac{\Gamma_1, A(a), \Gamma_2 \rightarrow \Delta}{\Gamma_1, \exists xAx, \Gamma_2 \rightarrow \Delta} \rightarrow \exists \frac{\Gamma \rightarrow \Delta_1, A(t), \exists xAx, \Delta_2}{\Gamma \rightarrow \Delta_1, \exists xAx, \Delta_2}, \end{aligned}$$

где  $a$  — терм, не встречающийся свободно ниже черты. Секвенции, расположенные выше черты, называются *посылками* правила, ниже — *заключением*;

(в) выводом в  $K$  называется дерево секвенций, в вершинах ветвей которого стоят аксиомы, а каждая секвенция получена из одной или более секвенций, расположенных непосредственно выше в дереве вывода, по одному из правил вывода.

(4) *Правило сечения*:

$$\frac{\Gamma_1 \rightarrow \Delta_1, A \quad A, \Gamma_2 \rightarrow \Delta_2}{\Gamma_1, \Gamma_2 \rightarrow \Delta_1, \Delta_2}.$$

(5) *Правило сокращения (слева)*:

$$\frac{\Gamma_1, A, A, \Gamma_2 \rightarrow \Delta}{\Gamma_1, A, \Gamma_2 \rightarrow \Delta}.$$

(6) В секвенциальных исчислениях возможен двойкий способ работы: «сверху вниз», когда начинают с аксиом и строят вывод по типу аксиоматических систем гильбертовского типа в порядке «нормальной дедукции», и «снизу вверх», когда начинают с выводимой секвенции и путем поиска ее непосредственных предшественников строят дерево поиска вывода. Такое применение правил будем называть *контрприменением*.

(7) Для ограничения переборочных правил  $\forall \leftarrow$  и  $\exists \leftarrow$  вводится так

называемая минус-нормализация: при применении этих правил терм  $t$  выбирается только из термов  $t_1, \dots, t_n$ , встречающихся свободно в заключении правила.

(8) *Метапеременная*:  $\forall$  при применении правил  $\rightarrow$  и  $\rightarrow \exists$  разрешается не сразу выбирать значение терма  $t$ , а вводить другую переменную  $\alpha$ , значение которой уточняется выше по дереву поиска вывода;  $\alpha$  называется метапеременной, поскольку областью ее значений являются переменные объектного языка ( $i$ , возможно, другие метапеременные). При введении метапеременной фиксируется ее подстановочный список  $\alpha/t_1, \dots, t_n$ , где  $t_1, \dots, t_n$  — те же, что и в (7).

## § 5. Моделирование метода геометрического анализа

Среди разнообразных вопросов, порождаемых рассмотрением соотношения современной формальной логики и мышления, пожалуй, главным является вопрос о возможности логического моделирования эвристических процессов. Действительно, обычная линия критики применимости формальной логики к анализу мышления состоит в том, что сутью мышления (вполне правильно) признается механизм достижения нового знания, а затем утверждается, что логика в лучшем случае представляет собой аппарат для моделирования конечных результатов таких эвристических процессов, но не имеет отношения к моделированию самих процессов. На такой предпосылке базируются концепции неэвристичности и неинформативности логических процедур, а также различные формы антипсихологизма, отрицающие связь логических процедур с процессом мышления. Эта предпосылка кажется в наше время настолько самоочевидной, что даже С. Ю. Маслов, впервые применивший теорию дедуктивных систем для анализа творческих процессов, считает, что «аппараты логического типа сами по себе моделируют лишь механизм оформления конечных результатов мышления».<sup>101</sup> Моделью эвристических процессов Маслов считает дедуктивные системы более общего, чем логические, типа и процессы поиска вывода для них. Однако наш опыт исследования логических моделей мышления подсказывает: при рассмотрении вопроса о моделировании эвристических процессов важно разделение не на аппараты логического и нелогического типа,<sup>102</sup> а на процедуры типа *вывода* и типа *поиска вывода*. Даже в дедуктивных системах нелогического типа выводы моделируют конечные резуль-

<sup>101</sup> Маслов С. Ю. Теория дедуктивных систем и ее применения. С. 92.

<sup>102</sup> Предпочтение аппаратов логического или нелогического типа, по-видимому, связано с «материей» моделирования. Если это — развитие научной теории, представляемой как множество высказываний, то разумно обращаться к аппаратам логического типа. Вообще решение этого вопроса во многом зависит от того способа представления, который мы выбираем при моделировании эвристических процессов. В системах искусственного интеллекта, как известно, применяются и логические, и нелогические способы представления знаний, так что выбор аппарата моделирования во многом (если не во всем) детерминируется способом представления знаний.

таты мышления, а процессу мышления сопоставляется процесс поиска вывода. Поэтому у нас нет никаких оснований отрицать возможность моделирования эвристических процессов процедурами поиска вывода для логических систем.

Данный параграф как раз и посвящен моделированию эвристических процессов в логических системах, а точнее, процедуре поиска вывода для одной из логических систем, — семантических таблиц Бета. В русле реализации программы метапсихологизма мы рассмотрим возможности логического моделирования особенностей эвристического метода анализа древнегреческих геометров.

В связи с этим возникает вопрос: а относятся ли семантические таблицы Бета к метауровню? Безусловно — да. Это становится понятным, если обратиться к оригинальной статье Бета, в которой он вводит семантические таблицы как средство построения натурального вывода. Точнее, Бет вначале описывает поиск вывода некоторой формулы объектного языка из множества таких формул (т. е. поиск вывода некоторой секвенции) при помощи доказательства невозможности контрпримера (это и есть семантическая таблица), а затем дает алгоритм перестройки семантической таблицы в натуральный вывод (переход с метауровня на объектный уровень).<sup>103</sup> Таким образом, мы здесь видим пример наших трехуровневых систем: объектный уровень с формализацией натурального типа, метауровень с формализацией секвенциального типа, метаметауровень, на котором рассуждают при формализации первых двух уровней.

Теперь мы можем непосредственно перейти к реализации программы метапсихологизма путем исследования возможностей моделирования метода анализа древнегреческих геометров при помощи процедуры поиска вывода для семантических таблиц Бета. Однако сначала мы рассмотрим общее соотношение СТ и мышления.

Семантические таблицы (СТ) представляют собой способ построения классической логики высказываний и предикатов, который был предложен Э. Бетом в начале 50-х годов. В дальнейшем они были распространены (Крипке, Смаллиан и др.) на неклассические логики. СТ решают задачу на определение наличия выводимости  $\Gamma \vdash B$  при помощи систематического поиска контрпримера, т. е. интерпретации, в которой выполнялись бы одновременно каждая формула из  $\Gamma$  и не выполнялась бы формула  $B$ . Если такого контрпримера не существует, метая утверждение  $\Gamma \vdash B$  истинно, если существует — ложно. СТ строятся по определенным правилам, соответствующим семантике логических констант в классической логике.<sup>104</sup>

<sup>103</sup> Beth E. Semantic entailment and formal derivability // Hintikka J. (ed.) Philosophy of mathematics. London, 1969. P. 16—19.

<sup>104</sup> Эти правила см.: Бет Э. Метод семантических таблиц // Математическая теория логического вывода. М., 1967. С. 191—199.

Все применения этих правил можно разбить на два класса: правила, расщепляющие исходную формулу на подформулы в точном смысле этого слова (пропозициональные правила), и правила, дающие подформулы в ослабленном смысле (кванторные правила). Правила последнего типа вводят в рассмотрение индивидуальные параметры (термы, если имеются функциональные символы). Поиск контрпримера (или доказательство его невозможности) состоит, таким образом, из (1) акта предположения истинности каждой из посылок  $\Gamma$  и ложности заключения  $B$ ; (2) расщепления формул на подформулы и разбиения таблицы на подтаблицы; (3) введения индивидуальных параметров; (4) акта определения того, может ли иметь место такое приписывание истинных значений атомарным формулам, при котором предположение (1) имеет место. По мнению самого Бета, его подход благодаря составляющей (2) «в значительной степени реализует концепцию чисто аналитического метода».<sup>105</sup> К тому же Бет считал, что СТ «весьма точно следуют тем способам рассуждения, которые мы применяем, если не пытаемся заранее согласовывать свои действия с некоторой готовой логической теорией».<sup>106</sup>

Эти соображения заставляют нас рассматривать СТ как кандидата на роль некоторой модели естественных рассуждений, воспроизводящей существенные черты естественного процесса мышления. Бет даже идет дальше и прямо замечает, что «при применении метода семантических таблиц (а также сходных методов дедукции, предложенных Хинтиккой, Кангером и Шютте) получаются дедукции, сравнимые с теми процессами, которые спонтанно происходят в ходе логического мышления. Эвристика человеческого мышления, следовательно, по-видимому, уже полностью включена в новые дедуктивные методы».<sup>107</sup> Конечно, утверждение о том, что эвристика человеческого мышления полностью включена в метод СТ и сходные с ним методы, в наше время выглядит преувеличением. Но следует отметить, что Бет ясно ставит здесь проблему логического моделирования эвристических аспектов человеческого мышления и дает се положительное решение. Действительно, СТ являются важным инструментарием эвристической деятельности. «Семантические таблицы, к примеру, также могут работать как эвристические таблицы. Тогда эти таблицы становятся эвристическими приспособлениями для субъекта. Обращаясь к этой возможности (построения логических систем. — В. Б.), логик, таким образом, использует некоторую психологию, даже если он не употребляет этого слова, психологию субъекта, являющегося логиком».<sup>108</sup> Характер-

<sup>105</sup> Beth E. Semantic Entailment and Formal Derivability. P. 19.

<sup>106</sup> Ibid. P. 18.

<sup>107</sup> Beth E. Aspects of modern logic. Dordrecht, 1970. P. 129.

<sup>108</sup> Beth E., Piaget J. Mathematical epistemology and psychology. P. 310.

ным признаком СТ является то, что они в явном виде включают в себя действия по построению вывода. Поэтому они и могут рассматриваться как *эвристика* для субъекта, строящего вывод. Включая в логический аппарат эвристические способы действия субъекта-логика, мы тем самым, по мысли Бета и Пиаже, обращаемся к рассмотрению *психологии* субъекта-логика, а это в дальнейшем ведет нас к рассмотрению *психологии эпистемического субъекта*, использующего логику. Эта связь логических формализмов, включающих в себя способ построения вывода, с психологией субъекта познания, использующего логику (рассуждающего субъекта), говорит о том, что логические процедуры, выполняемые в системах типа СТ, способны сообщать некоторую информацию о психологических характеристиках субъекта познания.

В каком же отношении можно рассматривать СТ как модель естественного мышления? Во-первых, можно говорить о непосредственном воспроизведении некоторых психологических характеристик мышления в процедурах, характерных для СТ, во-вторых, можно рассматривать моделирование процедурами для СТ некоторых методов, в свою очередь отображающих психологические механизмы решения задач.<sup>109</sup>

Обосновывая первый тезис, мы должны искать такие характеристики, которые одновременно могут приписываться психологическим и логическим процессам. Соображения такого рода высказываются Дж. А. Робинсоном. Рассматривая метод истинных таблиц и типы несовместимости предложений, Робинсон говорит о двух видах невозможных булевых оценок: очевидно невозможных типа  $v(A) = t$  и  $v(A) = f$  и неочевидно невозможных. К примеру, по поводу множества оценок  $\{v(A \supset B) = t; v(B \supset (C \vee D)) = t; v(\neg C) = t; v(A) = t; v(D) = f\}$  «мы не можем сказать, что это множество *очевидно* невозможно: нельзя увидеть его невозможность, так сказать, одним взглядом», а потому «мы можем о нем рассуждать».<sup>110</sup> Рассуждение при такой трактовке начинается в силу желания свести *неочевидное к очевидному*, т. е. неочевидные для субъекта логические отношения к очевидным. Ясно, что эта задача имеет психологическую подкладку. Она требует от нас раскрытия способов различения очевидного и неочевидного рассмотрения работы механизма сведения неочевидного к очевидному в естественном мышлении. По мнению Робинсона, СТ как раз и отражают такой механизм, который служит для «организации способности ума различать очевидное».<sup>111</sup> СТ основываются на способности человеческого мышления к восприятию *поверхностной* структуры выражений

<sup>109</sup> См. по этому поводу замечания о логическом моделировании мышления в § 1 главы 1 данной книги.

<sup>110</sup> Robinson J. A. Logic: form and function. P. 46, 44.

<sup>111</sup> Ibid. P. 55.



и, таким образом, учитывают ограничения, присущие человеческой психике. Дело в том, что правила построения таблицы устроены таким образом, чтобы принимать во внимание только самый внешний знак в рассматриваемом предложении. Рассмотрения внутренней структуры выражений, к которым применяется некоторое правило, не требуется. «Глубинная» структура предложения вводится постепенно, шаг за шагом; это, по-видимому, передает такую характеристику человеческого мышления, как *постепенность шагов анализа*. С моделированием восприятия поверхностной структуры выражений связана такая психологическая характеристика естественных рассуждений, моделируемая семантическими таблицами, как *убедительность*. «Каждый шаг построения таблицы, — пишет Робинсон, — должен, говоря на языке психологии, сопровождаться убеждением о том, что новая таблица „очевидно“ представляет ту же самую таблицу, что и старая».<sup>112</sup> Способ построения СТ, таким образом, воспроизводит психологический механизм передачи убедительности по шагам рассуждения. Логическим основанием такой передачи убедительности в СТ является *локальный* характер преобразований. «Локальный характер преобразований используется для того, чтобы сделать эту убедительность возможной».<sup>113</sup>

Из этого анализа соотношения способа построения семантических таблиц и психологических характеристик процесса мышления субъекта познания Робинсон делает общий вывод: семантические таблицы являются «устройством для управления психическими состояниями человека — аналитика».<sup>114</sup>

Соображения, касающиеся моделирования процедурой поиска вывода в форме семантических таблиц Бета «феноменологических» характеристик естественных рассуждений, говорят о принципиальной возможности моделирования мышления семантическими таблицами. Это дает нам основание перейти к рассмотрению моделирования семантическими таблицами конкретного эвристического метода мышления.

В традиционных математических эвристиках значительное место уделяется так называемому анализу древних — содержанию методу поиска доказательств в элементарной геометрии, использовавшегося древними геометрами по крайней мере со времен Евклида и сформулированному в виде свода эвристических правил Паппом Александрийским (3 в. н. э.). Метод анализа является типичным эвристическим методом, поскольку он дает субъекту, решающему геометрическую задачу, определенные указания, направляющие поиск доказательства теоремы или построения, и не гарантирует получения результата (по-

<sup>112</sup> Ibid. P. 56.

<sup>113</sup> Ibid.

<sup>114</sup> Ibid. P. 58.

этому необходим синтез).<sup>115</sup> Кроме того, метод анализа (МА) в своих эвристических правилах отражает типические приемы мышления субъекта познания при доказательстве геометрических теорем. Следовательно, множество правил МА в рамках нашего исследования о соотношении логики (в данном случае семантических таблиц) и естественного мышления может рассматриваться как некоторая модель естественного мышления субъекта познания, соответствующая генетическому регрессу,<sup>116</sup> встроеному в акт открытия геометрической теоремы.

В чем же смысл анализа древних? Опираясь на работы Д. Пойи, Я. Хиштики и У. Ремеза, проведем реконструкцию теоретического анализа.<sup>117</sup>

0. Геометрия рассматривается как аксиоматическая теория с множеством аксиом  $A$  и логикой  $L$  (классическое исчисление предикатов первого порядка). Геометрическая теорема тогда представляется как общая импликация  $\forall x_1, \dots, \forall x_n (C(x_1, \dots, x_n) \supset T(x_1, \dots, x_n))$ , где  $T(x_1, \dots, x_n)$  — заключение (утверждение) теоремы, а  $C(x_1, \dots, x_n)$  — ее условия. Тогда доказательство теоремы представляет собой поиск вывода  $T$  из  $C$  и аксиом  $A$ .

1. Анализ начинается с акта принятия искомого (заключения) теоремы наравне с данными ( $A$  и  $C$ ), т. е. с предположения «истинности»  $T$  и использования его в рассуждениях наравне с  $A$  и  $C$ .

2. Принятие искомого как данного означает, что МА включает в себя принцип максимальной информации: при поиске доказательства рассматривается не только информация о данной геометрической конструкции, сообщаемая  $\Gamma$  и  $C$ , но и информация, сообщаемая  $T$ .

3. В ходе анализа строятся рассуждения, которые в основном заключаются в выведении следствий из  $\Gamma \wedge C \wedge T$  с целью найти утверждения, «опосредствующие» связь между  $\Gamma$  и  $C$ , с одной стороны, и  $T$  — с другой.

4. Предметом анализа является некоторая геометрическая конфигурация  $k$ , т. е. некоторое множество данных объектов («абстрактных геометрических объектов») с определенными на них отношениями.

5. В ходе построения таких рассуждений не всегда удается ограничиться рассмотрением множества объектов, входящих в  $k$ ; тогда вводятся *новые объекты*, обычно называемые вспомо-

<sup>115</sup> Правда, элементарная геометрия является разрешимой теорией (см.: Tarski A. Decision Method for Elementary Algebra and Geometry. Berkeley, 1951). Однако это не умаляет эвристичности метода анализа, а говорит о том, что эвристические методы полезны и в разрешимых теориях.

<sup>116</sup> О понятии генетического регресса по Пиаже см. в § 3 данной главы.

<sup>117</sup> Традиционно различаются два вида геометрического анализа: теоретический — направленный на поиск доказательства теоремы, и проблематический — направленный на поиск построения. В соответствии с нашими задачами мы будем рассматривать только первый вид анализа.

гательными построениями, и получаются конфигурации  $k'$ ,  $k''$  и т. п. и пункт 3 применяется уже к этой конфигурации. Хинтиikka и Ремез считают вспомогательные построения «самым нетривиальным, непредсказуемым элементом метода анализа... Вспомогательные построения, следовательно, являются эвристически решающими элементами методологической ситуации, наиболее трудно поддающимися обработке».<sup>118</sup>

6. Обнаружение утверждений  $B_1, \dots, B_n$  о рассматриваемых конфигурациях  $k, k', k''$  и т. п., следующих, с одной стороны, из  $\Gamma$  и  $C$ , а с другой — из  $T$ , является сигналом для перехода к новой составляющей МА — синтезу. В синтезе требуется доказать *обратимость* шагов анализа, ведущих от  $T$  к  $B_1, \dots, B_n$ , т. е. показать, что не только  $B_1, \dots, B_n$  следуют из  $T$ , но и  $T$  следует из  $B_1, \dots, B_n$ . Если синтез успешен, то задача решена, так как если  $\Gamma \wedge C \vdash B_1, \dots, B_n$  и  $B_1, \dots, B_n \vdash T$ , то по транзитивности « $\vdash$ » можно заключить, что  $\Gamma \wedge C \vdash T$ ; если синтез неуспешен, то следует возобновить попытки анализа.

В целом Хинтиikka и Ремез так характеризуют метод анализа: «Анализ — метод греческих геометров, использующийся при поиске доказательств теорем ... и состоящий в предположении того, что требуется получить в исследовании, откуда это предполагаемое получается, и в продолжении этого процесса до тех пор, пока не будет достигнуто нечто уже известное. За анализом следует синтез, где искомая теорема ... устанавливается шаг за шагом обычным образом с помощью прослеживания шагов анализа в обратном порядке».<sup>119</sup>

Таким образом, метод анализа представляет собой некоторую систематизацию эвристических приемов естественного мышления субъекта познания, используемых при доказательстве геометрических теорем.

Какое же отношение МА имеет к СТ? Для начала заметим, что использовавшийся в пунктах (2) — (6) логический символизм несуществен. Логические связи и отношения обозначают здесь союзы и отношения естественного мышления. Иначе говоря, сам этот символизм еще не устанавливает каких-либо связей с логикой.

Метод анализа древних, изложенный нами в более современной форме, может рассматриваться как некоторая систематизация приемов естественного мышления, используемых субъектом познания при решении геометрических, а если следовать Пойе, то и вообще математических и нематематических задач.<sup>120</sup> Это даст нам удобный случай для сравнения способов рассуждений, представленных СТ, с такого рода приемами естественного мыш-

<sup>118</sup> Hintikka J., Remes U. The method of analysis. Dordrecht, 1974. P. XIV.

<sup>119</sup> Ibid. P. I.

<sup>120</sup> Пойа Д. Как решать задачу. М., 1959. С. 134.

ления. Сравнение СТ и МА было проведено Хинтиккой и Ремезом. Мы сейчас приведем некоторые результаты их исследования, обращая внимание на проблему связи логических процедур и мышления.

При построении СТ, например для решения задачи о том, следует ли формула  $B$  из множества формул  $\Gamma$ , происходят два взаимосвязанных процесса: в левом столбце таблицы выводятся следствия из посылок  $\Gamma$ , а в правом ищутся посылки для заключения  $B$ . Правда, этой интерпретации СТ мешает возможность переноса формул из левого столбца таблицы в правый, и наоборот, но в классической логике предикатов первого порядка от него можно избавиться, предварительно пронеся все отрицания вплоть до атомарных формул. Тогда таблица может рассматриваться как поэтапная процедура, начинающаяся с искомого отношения следования и использующая обе стороны этого отношения для того, чтобы установить его наличие. Эта процедура работает, как бы отталкиваясь от обеих сторон отношения следования к середине, где устанавливается (или не устанавливается) связь между ними. Таким образом, «в методе таблиц... мы начинаем... с искомого следствия и движемся от него через его потенциальные посылки к утверждению, следующему из посылок ( $\Gamma$ ) посредством нормальной „синтетической“ дедукции. Другими словами, в методе таблиц мы предполагаем наличие желаемого следствия и интересуемся, из чего оно вытекает, откуда берется это последнее и т. п., пока не придем к одной из посылок или к одному из уже известных следствий (установленных в левой части таблицы)».<sup>121</sup>

При таком описании способа работы СТ несложно заметить, в каком отношении они моделируют МА.

(1) в СТ так же, как и в МА, *искомое* ( $\Gamma \models B$ ) предполагается уже данным, и работа начинается с этого отношения (с конца).

(2) Совместная работа с  $\Gamma$  в левом столбце и с  $B$  — в правом моделирует прием использования максимальной информации в МА.

(3) В СТ так же, как и в МА, работа заканчивается с обнаружением утверждений, опосредующих связь между  $\Gamma$  и  $B$ .

Однако уже на этом этапе можно увидеть и некоторые различия между МА и СТ. Существенное различие такого рода было подмечено Хинтиккой и Ремезом, которые подчеркивают «практическое неудобство различения двух связанных столбцов в таблице Бета». По их мнению, «такое различение предполагает двойную бухгалтерию, которая достаточно обременительна при проведении неформального рассуждения. По этой причине методы античных геометров отличались от обычных современных

---

<sup>121</sup> Hintikka J., Remes U. Ancient geometrical analysis and modern Logic // Essays in memory of Imre Lakatos. Dordrecht, 1976. P. 261.

форм натурального вывода. Если их процедуру сравнить с нынешними логическими методами, то придется сказать, что они фактически двигались вниз по таблице Бета и в поисках прямого доказательства фактически выводили следствия в обоих столбцах таблицы (что стирало их различия). С окончанием такой процедуры можно было получить только отрицательный ответ... При положительном исходе (та же формула встречается в обоих столбцах) мы не получаем определенного заключения. Такое заключение может быть получено только тогда, когда правила, используемые в анализе, обратимы так, чтобы получалось действительно прямое доказательство». <sup>122</sup>

В чем же смысл этого различия? В СТ, подыскивая для  $B$  его возможные посылки, мы выполняем шаги, являющиеся заранее обратимыми. При преобразовании таблицы в натуральный вывод (если это потребуется, например, для естественности представления вывода) эти шаги просто выписываются в обратном порядке. В анализе древних обоснование обратимости — существенная процедура, без нее мы не получили бы «настоящего» доказательства интересующей нас теоремы.

Таким образом, МА как прием естественного мышления обладает меньшей степенью упорядоченности, чем СТ, его шаги не могут гарантировать обратимости, для этого приходится прибегать к специальной процедуре обоснования шагов анализа и построения доказательства — синтезу. В СТ все это уже встроено в процесс анализа исходного дедуктивного отношения. Думается, что такое расхождение между приемами естественного мышления и логическими процедурами вполне естественно, логика для того и нужна, чтобы, моделируя приемы естественного мышления, совершенствовать их. СТ идеализированно отражают МА.

(4) Следующей важной чертой МА является рассмотрение геометрической теоремы как утверждения о некоторой части конфигурации  $\Gamma$  и, естественно, дедуктивного отношения  $\Gamma, C \vdash T$  в *подстановочной* форме. Иначе говоря, важными эвристическими средствами поиска доказательства геометрических теорем являются рассмотрение чертежей геометрических конфигураций и проведение рассуждений по отношению к этим чертежам. При этом каждая переменная, связанная квантором в условии  $C$  или теореме  $T$ , представляет соответствующий элемент чертежа. Рассуждение в дальнейшем происходит относительно этого чертежа. Как только получается желаемый результат, мы вновь возвращаемся к первоначальной общей форме наших рассуждений. Так, если в утверждении нашей теоремы фигурирует «Для всякого треугольника...», мы смело рассуждаем «Рассмотрим треугольник  $ABC$ , в нем...».

Этот шаг в геометрическом доказательстве издавна вызывал

---

<sup>122</sup> Ibid. P. 265.

удивление у философов. Действительно, рассуждая таким образом, мы доказываем общее утверждение на конкретном примере. Способы обоснования этого приема рассматривались Декартом, Локком, Беркли, Кантом. Можно сказать, что почти вся философия математики строилась под впечатлением этого приема геометрического мышления. Именно отсюда берет начало Кантово конструирование математических понятий.

Хинтикка и Ремез связывают эту особенность геометрического рассуждения с аристотелевским понятием «*ecthesis*'а». Геометрическая теорема может быть сформулирована в форме  $\forall x_1 \dots \forall x_n (C(x_1, \dots, x_n) \supset T(x_1, \dots, x_n))$ . В таком случае «первым шагом доказательства у Евклида является *ecthesis*, „представление“ или „установление“ доказываемой общей теоремы. Иначе говоря, от высказывания, говорящего о любом треугольнике, любой окружности или любой другой геометрической конфигурации какого-либо рода, мы явно переходим к рассмотрению его частного случая. Обычно эта конфигурация изображается на чертеже. По отношению к фигуре, изображенной на чертеже, проводится остальное рассуждение».<sup>123</sup> Этому приему — *ecthesis*'у — можно также сопоставить достаточно точный логический аналог — *удаление кванторов* и подстановку свободных переменных или индивидуальных констант вместо связанных переменных. Тогда исходная теорема приобретает форму  $C(a_1, \dots, a_n) \supset T(a_1, \dots, a_n)$ .<sup>124</sup>

Применение в МА *ecthesis*'а наводит на аналогию с семантическими таблицами (и вообще методами натурального вывода). Проблематика *ecthesis*'а в связи с семантическими таблицами была разработана уже самим Бетом, который утверждал, что только с появлением СТ этот прием нашел себе действительное оправдание. В СТ *ecthesis*'у соответствуют кванторные правила построения таблицы:

( $\forall_n$ ) если  $\forall x A(x)$  встречается в правом столбце таблицы, то помести  $A(a)$  в тот же столбец, где  $a$  — индивидуальная константа, не встречавшаяся ранее в таблице;

( $\forall_n$ ) если  $\forall x A(x)$  встречается в левом столбце таблицы, то помести  $A(t)$  в тот же столбец, где  $t$  — произвольный терм (аналогично для квантора существования).

Э. Бет дает весьма показательный пример применения СТ к моделированию поиска доказательства геометрической теоремы о сумме углов треугольника. Рассуждает он следующим образом.

Пусть условия, согласно которым точки  $x, y, z$  определяют треугольник, выражаются формулой  $Tr(x, y, z)$ , а утверждение о том, что сумма углов треугольника равна двум прямым

<sup>123</sup> Hintikka J., Remes U. The method of analysis. P. 35.

<sup>124</sup> «Здесь  $a_1, \dots, a_n$  (неформально) представляют (неопределенные) геометрические объекты, о которых говорит теорема... и которые изображаются на чертеже, иллюстрирующем теорему» // Ibid.

углам, выражается более сложной формулой, которая сокращается:  $U(x, y, z)$ . Конъюнкцию геометрических аксиом обозначим  $\Gamma$ . Тогда доказываемая теорема имеет вид

$$\forall x \forall y \forall z (\text{Tr}(x, y, z) \supset U(x, y, z)),$$

а таблица приобретает следующую форму:

Истина	Ложь
(1) Геометрические аксиомы $\Gamma$	(2) $\forall x \forall y \forall z (\text{Tr}(x, y, z) \supset U(x, y, z))$
	(3) $\forall y \forall z (\text{Tr}(a, y, z) \supset U(a, y, z))$
	(4) $\forall z (\text{Tr}(a, b, z) \supset U(a, b, z))$
	(5) $\text{Tr}(a, b, c)$
(6) $\text{Tr}(a, b, c)$	(7) $U(a, b, c)$
	⋮

Поскольку заключение (7) логически следует из посылок, в конце концов таблица замкнется.

Из этой семантической таблицы можно получить натуральный вывод с примерно следующей структурой:

(1) Геометрические аксиомы $\Gamma$	(посылка)
(6) $\text{Tr}(a, b, c)$	(+гипотеза 1)
⋮	
(7) $U(a, b, c)$	
(5) $\text{Tr}(a, b, c) \supset U(a, b, c)$	(—гипотеза 1)
(4) $\forall z (\text{Tr}(a, b, z) \supset U(a, b, z))$	
(3) $\forall y \forall z (\text{Tr}(a, y, z) \supset U(a, y, z))$	
(2) $\forall x \forall y \forall z (\text{Tr}(x, y, z) \supset U(x, y, z))$	

Структура этого рассуждения довольно точно отражает прием *ecthesis*'а, применяемый в МА. Действительно, из утверждения (2) о всех треугольниках вообще, мы получаем утверждения (6) и (7) о некотором конкретном треугольнике. Связь утверждений (6) и (7) дедуктивно обосновывается при помощи рассуждений об этом конкретном треугольнике, затем удаляется гипотеза (6) по правилу введения импликации и, основываясь на том, что  $a, b, c$  — произвольные индивиды, производится обобщение, в результате чего получается нужная нам формула (2).<sup>125</sup>

Таким образом, при рассмотрении семантических таблиц и перестройки их в натуральный вывод *ecthesis* довольно точно моделируется правилами удаления и введения кванторов. Э. Бег делает отсюда заключение, согласно которому «нет никаких существенных различий между формально-логическим и геометрическим процессами рассуждения».<sup>126</sup> Мы же можем отсюда заключить, что такая сложная эвристическая составляющая МА, как *ecthesis*, успешно моделируется в СТ.

<sup>125</sup> Beth E. Aspects of modern logic. P. 47—48.

<sup>126</sup> Ibid. P. 48.

(5) С *ecthesis*'ом тесно связана еще одна важная эвристическая характеристика МА — введение в ходе рассуждения новых элементов в рассматриваемую конфигурацию или, иначе говоря, *вспомогательные построения*.<sup>127</sup> Как уже отмечалось, вспомогательные построения часто оказываются *эвристически решающими* при доказательстве теоремы. Как правило, субъект, решающий задачу, заранее не обладает способом введения нужных вспомогательных построений и вводит их более или менее случайным образом: путем проб и ошибок, интуиции и т. п.

Введение вспомогательных элементов является типичным эвристическим приемом естественного мышления субъекта, решающего геометрическую задачу на доказательство или построение. Поэтому важно то обстоятельство, что этот прием также в определенной степени моделируется в СТ<sup>128</sup> процедурой введения в таблицу дополнительных индивидуальных параметров, например когда вместо одного (слабого или отрицательного) квантора вводится более чем один индивидуальный параметр. При поиске вывода в СТ часто встречается такая ситуация, что индивидуальных параметров, введенных при первоначальном *ecthesis*'е, недостаточно для обнаружения искомого отношения выводимости. В таком случае мы возвращаемся к «слабым» (отрицательным) кванторам и пытаемся ввести вместо них свободные параметры, уже встречавшиеся в таблице, но тем не менее *новые для этих кванторов*. Если же в области действия этих кванторов встречаются положительные кванторы, то нам приходится вводить уже новые, ранее не встречавшиеся в таблице, индивидуальные параметры.

Нетрудно заметить, что введение новых индивидуальных параметров в СТ можно трактовать как абстрактную логическую модель введения при доказательстве теоремы вспомогательных построений. Вспомогательные индивиды в ходе поиска вывода и вспомогательные построения в ходе поиска геометрического доказательства играют одинаковую роль: помогают выявить неявные отношения условий теоремы и ее заключения. Вспомогательные индивиды также являются эвристически решающими в поиске вывода в СТ: строя СТ даже для относительно простых формул, «мы в общем случае должны быть готовы к появлению совершенно нерегулярной последовательности введений новых индивидуальных параметров  $a, b, c, \dots$ », «число  $n(U)$

---

<sup>127</sup> «По мере продвижения вперед мы добавляем новые элементы к первоначально рассматривавшимся элементам. Элемент, который мы вводим в надежде, что он поможет продвинуть вперед решение задачи, называется *вспомогательным*» (Пойа Д. Как решать задачу. С. 71).

<sup>128</sup> Может быть, адекватнее этот прием моделируется в процедуре поиска вывода для дистрибутивных нормальных форм, где точно фиксируется число первоначально рассматриваемых индивидов при помощи понятия кванторной глубины формулы (см.: Хинтикка Я. Логико-эпистемологические исследования. М., 1980. С. 153).



индивидуальных параметров  $a, b, c, \dots$ , которые должны быть введены в ходе пробных дедукций данной формулы, является решающим фактором. Если  $n(U)$  фиксировано, то построение семантической таблицы становится конечной процедурой». <sup>129</sup> Однако уже в классической первопорядковой логике предикатов такое число не может быть заранее фиксировано в силу ее неразрешимости. Поэтому *введение новых индивидуальных параметров является эвристическим процессом*. Кстати, Бет прямо проводит рассматриваемую нами аналогию. «...Мы прежде всего, — пишет он, — должны задать себе вопрос: какой операции, скажем, в геометрическом доказательстве, соответствует введение индивидуальных параметров  $a, b, c, \dots$ ? Ответ достаточно прост: оно соответствует построению вспомогательных точек, линий, окружностей и т. д.». <sup>130</sup>

(б) Результирующей процедурой МА, в которой (а) обосновывается обратимость некоторых шагов анализа и (б) строится доказательство в его естественном порядке, является, по Паппу, синтез. Мы уже видели, что в СТ проблема обоснования обратимости просто снимается, так как обратимость заложена в определение шагов анализа — правил построения СТ. Тем не менее задачу (б) можно поставить и для СТ. Решается она при помощи формулировки алгоритма, позволяющего перестраивать любую СТ в вывод в некоторой натуральной системе. <sup>131</sup>

В этом разделе мы шаг за шагом разобрали характерные черты метода анализа древних — (1) работа с конца; (2) учет максимальной информации о геометрической конфигурации; (3) установка на обнаружение «посредствующих» между  $\Gamma, C$  и  $T$  утверждений; (4) *ecthesis*; (5) введение вспомогательных построений; (6) процедура синтеза — и установили, что все эти характеристики моделируются соответствующими правилами построения СТ при поиске логического вывода. Мы не утверждали, что при формализации поиска доказательства конкретной геометрической теоремы методом СТ возникающая конструкция будет изоморфна оригиналу. Здесь уместно вспомнить теорию Ж. Пиаже о соотношении генетического и аксиоматического (логического) регрессов. Генетический (психологический) регресс — это прослеживание шагов возникновения некоторой гипотезы в обратном порядке, соответствующее рациональной реконструкции возникновения этой гипотезы в мышлении субъекта. Логический регресс — это прослеживание шагов вывода данной гипотезы из аксиом рассматриваемой теории. По Пиаже, между двумя этими видами регресса суще-

<sup>129</sup> Beth E. *Formal methods*. Dordrecht, 1962. P. 116—117.

<sup>130</sup> Ibid. P. 118.

<sup>131</sup> См., напр.: Beth E. *Semantic entailment and formal derivability*. P. 16—17.

ствуется «глобальная или функциональная аналогия»,<sup>132</sup> указывающая на возможность моделирования первого вида регресса при помощи второго. В нашем случае образцом генетического (психологического) регресса служит МА, а логического — СТ, и раскрывается процесс моделирования некоторого эвристического приема естественного мышления (МА) при помощи процесса поиска вывода точно определенного вида (СТ).

МА является рациональной реконструкцией эвристического метода организации мышления субъекта при поиске доказательства теорем в элементарной геометрии. В мышлении субъекта выделяются определенные стадии, связанные с генезисом доказательства данной теоремы. Иначе говоря, МА дает нам общее описание генетического (психологического) регресса при доказательстве геометрических теорем. В то же время в СТ мы находим логические аналоги этих общих правил и этапов психологического регресса, причем эти аналогии играют в процессе построения СТ точно такую же роль, какую играют приемы (1)—(6) МА в генетическом регрессе при доказательстве теорем геометрии. Вместе с тем МА и СТ решают принципиально сходную задачу: задачу на поиск доказательства теоремы или вывод гипотезы  $B$  из посылок  $\Gamma$ . Однопорядковость задач СТ и МА и функциональная аналогия между соответствующими способами решения этих задач дает нам право утверждать, что поиск вывода в СТ является (идеализированной) моделью психологического регресса, имеющего место в ходе поиска доказательства теорем элементарной геометрии при помощи МА.

---

<sup>132</sup> Подробнее об этом см. § 3 данной главы.

## ЭВРИСТИЧНОСТЬ ЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕДУР И ИНФОРМАЦИЯ

---

### § 1. Информативность логических процедур и языковые фикции

Когда говорят о тавтологичности логических истин, обычно имеют в виду то, что логически истинные высказывания не сообщают нам никакой информации о внеязыковой реальности. Так, Л. Витгенштейн пишет: «Предложения логики суть тавтологии. Предложения логики, следовательно, ничего не говорят (они являются аналитическими предложениями)».<sup>1</sup> Сходный смысл имеет и положение о неинформативности логического вывода: информация заключения правильного дедуктивного логического вывода не может превосходить информацию его посылок. При этом обычно предполагается, что информация заключения и посылок также представляет собой информацию о реальности, описываемой языком, в котором сформулировано рассматриваемое высказывание. Сформулированные в таком виде положения о тавтологичности и аналитичности логических истин и дедуктивного логического вывода, по существу, представляют собой утверждение о независимости логических истин и логического вывода от фактов, от положений дел в действительности. Правильный логический вывод одного высказывания из другого будет законным выводом при любом положении дел. Логические истины совместимы со всеми непротиворечивыми описаниями положений дел, а значит, не зависят от наличия или отсутствия конкретных положений дел и не сообщают о них никакой информации. Таким образом, положение о тавтологичности логического вывода и логических истин имеет совершенно реальный смысл — общезначимость высказываний и правильность выводов в логической системе не зависят от фактов эмпирического мира и положений дел в действительности, а, следовательно, для установления истинности этих высказываний не нужно обращаться к фактам.

---

<sup>1</sup> Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. М., 1958. С. 83.

Мы уже говорили (§ 1 главы 1), что естественным рассуждениям присуще свойство эвристичности, т. е. установка на получение в ходе рассуждения новых знаний о мире или концептуальной системе. Исходя из нашего подхода к философии логики, естественно требовать, чтобы логические единицы анализа рассуждений также обладали свойством эвристичности. Для логических процедур это требование можно поставить как проблему *информативности*, т. е. приращения информации субъекта познания в ходе совершения логических процедур. Нетрудно заметить, что сведение понятия логической процедуры к понятию вывода сразу же дает нам отрицательное решение проблемы информативности логических процедур. Развитый в главе 1 системный подход к логическим процедурам позволяет поставить решение этой проблемы на более реалистическую основу.

Исследовать проблему информативности логического знания можно в двух направлениях. Во-первых, уточнить само понятие информации, обратившись к рассмотрению понятия *интенциональной информации*: это уточнение влечет также пересмотр наших представлений об описаниях положений дел (описаниях состояний). Во-вторых, рассмотреть изменение информации, имеющейся в распоряжении субъекта познания, в ходе совершения логических процедур. Это взаимосвязанные, но различные аспекты проблемы.

Первый подход развивается в работах Е. К. Войшвилло. При таком подходе источником неинформативности логических истин считается то, что при оценке информативности высказываний в рамках, например, теории информации Карнапа — Бар-Хиллеса оценивается не информация  $I(A)$  высказывания  $A$  самого по себе, но информация данного высказывания  $A$  при наличии некоторых данных  $\Gamma$ . К такого рода данным, например, относится то, что никакое положение дел, представленное в мире, и соответственно «никакое описание состояния не содержит некоторого элементарного высказывания вместе с его отрицанием. Это означает — поскольку описания состояния выражают различные положения дел в действительности — что мы уже заранее принимаем, что в действительности не может быть противоречивых положений (не может быть, что верно одновременно  $p$  и  $\neg p$ ). Иначе говоря, определяя исходные возможности, мы уже принимаем закон противоречия  $\neg(p \wedge \neg p)$ ».<sup>2</sup> При определении экстенциональной информации принимается и закон исключенного третьего  $p \vee \neg p$ . Информация логического закона  $A$  в таком случае оценивается при наличии данных  $\Gamma$ , в которые входят все законы логики, и, впол-

---

<sup>2</sup> Войшвилло Е. К. Семантическая информация: Понятия экстенциональной и интенциональной информации. Кибернетика и современное научное познание / Под ред. В. С. Тюхтина. М., 1976. С. 176.

не естественно, логические законы не сообщают никакой новой по сравнению с  $\Gamma$  информации.

В связи с построением содержательной семантики для систем релевантного следования Е. К. Войшвилло вводит понятие *обобщенных описаний состояний*, при формулировке которых не принимается заранее никакой информации. Чтобы получить обобщенное описание состояния из обычного, достаточно перестать требовать от описания состояний выполнения законов запрета противоречия и исключенного третьего. «Определенные таким образом описания состояний, — пишет Войшвилло, — представляют собой абстрактно возможные положения дел — возможные с точки зрения человека, не имеющего никаких знаний — даже знаний логического характера о действительности».<sup>3</sup> Тогда оказывается, что логически истинные высказывания не выполняются в таких «неклассических» описаниях состояний и, таким образом, исключают их. А это означает, что «каждый закон логики содержит, как и другие высказывания, определенную информацию».<sup>4</sup>

Семантика обобщенных описаний состояний помогает определить, в каком смысле логические истины могут сообщать нам информацию о внеязыковой реальности. Отметим, что для определения этого (интенционального) понятия информации требуется обращаться к характеристике состояний знаний субъекта познания. Однако при помощи семантики обобщенных описаний состояний мы можем дать удовлетворительное решение только проблемы информативности логических истин. Вопрос об эвристических возможностях логических процедур остается открытым.

В решении проблемы информативности логических процедур мы будем исходить из системной трактовки логических процедур как субъект-объектных структур, данной в главе 1. Мы уже отмечали, что неинформативность логического вывода основывается на факте независимости установления правильности переходов между высказываниями от наличия или отсутствия конкретных положений дел в действительности. При этом мы отвлекаемся от границ возможностей субъекта, устанавливавшего отношения логического следования между высказываниями, и ограничиваемся только отношениями наших высказываний к множеству всех возможных положений дел в действительности, не зависящих от субъекта познания. Логическое следование — это объективное отношение между логическими формами высказываний данного языка. Отношения логического следования определяются, как только заданы формы высказываний языка. Поскольку в формализованных языках синтак-

<sup>3</sup> Войшвилло Е. К. Логическое следование и семантика обобщенных описаний состояний // Релевантные логики и теория следования: 2-й Советско-финский коллоквиум по логике. М., 1979. С. 50.

<sup>4</sup> Там же.

сическая форма всегда следует за логической и стремится к однозначному воспроизведению ее,<sup>5</sup> то и отношение выводимости, воспроизводящее объективное отношение логического следования, а значит, и логический вывод, фиксирующий эти отношения в синтаксисе языка, не зависят от субъекта, производящего этот вывод.

Тем не менее было бы слишком сильной идеализацией полагать, что субъекту, совершающему логические процедуры, известны все объективные отношения логических форм высказываний данного языка. Как мы уже отмечали, в логическом содержании любого высказывания, сформулированного в рамках какой-либо дедуктивной системы, можно различить явное и неявное содержание. Это различие можно продемонстрировать на самых элементарных примерах. Так, взятое само по себе высказывание, сформулированное на языке аристотелевской силлогистики «Все  $S$  суть  $P$ », явно выражает лишь отношение термина  $S$  к термину  $P$ , но ничего не говорит об отношении термина не- $S$  к термину не- $P$ . Такого рода отношение терминов, несомненно, содержится в первоначальном высказывании, рассматриваемом как элемент системы силлогистики, но принадлежит уже его неявному содержанию. Синтаксическая форма высказывания показывает лишь часть тех объективных отношений, которые представляет данное высказывание, взятое вместе с другими высказываниями языка. Хотя в приведенном нами примере выявление неявного содержания дело довольно-таки тривиальное, но в общем случае вопрос о неявном содержании высказывания не всегда тривиален. Даже в классической пропозициональной логике в силу бесконечности следствий любого высказывания мы можем эффективно выявлять лишь следствия определенного вида, но не следствия данного высказывания вообще. Если же обратиться к первопорядковой логике предикатов, то проблема выявления неявного содержания высказывания, содержащего кванторы, значительно затрудняется неразрешимостью логики предикатов. Из неразрешимости ее непосредственно следует, что множество всех следствий данного высказывания не рекурсивно, но лишь рекурсивно перечислимо. Поэтому в логике предикатов (за исключением разрешимых случаев) мы не можем быть уверены, что нашли все следствия определенного вида.

Синтаксическая форма высказывания непосредственно соответствует некоторому объективному отношению сущностей, принимаемых в семантике нашего языка, но неявно в ней содержится бесконечное множество объективных отношений определенного вида, и, конечно, субъект при совершении логиче-

---

<sup>5</sup> По поводу понятий синтаксической и логической форм и их взаимоотношений см.: Смирнова Е. Д. Формализованные языки и логическая форма // Логическая структура научного знания. М., 1965. С. 35.

ских процедур не может охватить все бесконечное множество логических отношений, представленных данной логической формой. Проникновение субъекта в структуру логических отношений высказываний, как правило, ограничено некоторыми тривиальными (в разном смысле, в зависимости от способа уточнения понятия тривиальности) отношениями и уже построенными логическими выводами. Этот факт ограниченности субъекта познания неоднократно отмечался в литературе. Так, А. Н. Колмогоров подчеркивает, что в теории алгоритмов, а значит, и в классической логике предполагается способность субъекта познания «производить неограниченно сложные формальные выводы. Между тем нет никаких оснований представлять себе человека столь идеализированным образом — как бесконечной сложности организм, в котором уместится бесконечное множество истин».<sup>6</sup> Об этом говорит Дж. Робинсон, отмечая, что человеческой психике присущи вполне определенные ограничения на сложность тех структур, с которыми она может иметь дело.<sup>7</sup> О том же факте ограниченности проникновения субъекта в структуру логических отношений между высказываниями свидетельствует, на наш взгляд, и возникновение парадокса «всеведения» при присоединении эпистемических (или иных интенциональных) операторов к классической логике высказываний или предикатов. Собственно говоря, сам парадокс и заключается в том, что при обычной трактовке классической логики не учитывается ограниченность проникновения субъекта познания в структуру отношений между логическими формами высказываний.<sup>8</sup>

Факт ограниченности знания логических отношений субъектом познания, производящим логический вывод, имеет решающее значение для рассмотрения нашей проблемы: если мы допустим ограниченность субъекта познания в логике, то дотоле неизвестные ему (хотя объективно данные в семантике языка) отношения между высказываниями, впервые выявляемые при построении логического вывода, несомненно, приносят ему *новую информацию*.

Предположим, что мы учтем ограниченность проникновения субъекта в структуру логических отношений следующим образом. Пусть субъекту известна только некоторая часть логических отношений высказываний (зафиксированных в выводах, доказательствах, построенных в данной системе), хотя бы в силу тривиальности этих отношений. Тогда возникает проблема обнаружения других отношений высказываний данного

---

<sup>6</sup> Колмогоров А. Н. Автоматы и жизнь // Кибернетика. Неограниченные возможности и возможные ограничения: Итоги развития / Под ред. В. Д. Пекельса. М., 1979. С. 12.

<sup>7</sup> Robinson J. A. Logic: form and function. P. 94.

<sup>8</sup> Куртоткина Н. Я. Аналитическое знание и проблема информативности логических истин // Вопросы философии. 1983. № 1. С. 99—107.

языка, например отношений тривиального характера, которые и интересуют нас больше всего. Известно, что в первопорядковой логике предикатов можно организовать такую процедуру рекурсивного перечисления, которая рано или поздно выдаст нам нужный вывод (доказательство, опровержение), фиксирующий искомое логическое отношение. Эта процедура может быть организована регулярным образом, хотя бы по методу Британского музея, т. е. простым перебором. Такая процедура может быть более или менее практичной (упомянутый метод весьма непрактичен), сейчас для нас важно не это, а то, что такая процедура будет представлять собой уже процедуру *поиска вывода*. Естественно предположить, что именно процедуры поиска вывода раскрывают нам дотоле неизвестные отношения между высказываниями и служат средством преодоления ограниченности субъекта познания в рамках логических систем.

Очевидно, что использование таких процедур поиска необходимо лишь в тех случаях, когда отношения между высказываниями нельзя установить непосредственно. Что же мешает установлению таких отношений?

Чтобы установить факт наличия отношения логического следования между высказываниями некоторого формализованного языка, которое является отношением включения по информации,<sup>9</sup> необходимо установить сам факт включения информации одного высказывания в информацию, сообщаемую другим высказыванием. В нетривиальных случаях это не удастся сделать, исходя только из явного содержания рассматриваемых высказываний, с которым мы можем эффективно оперировать. Для установления таких отношений необходимо привлекать содержание высказываний, не выраженное явно в их синтаксической форме. Собственно говоря, на таких процедурах выявления неявного содержания высказываний (или их отрицаний) с целью установления отношений этих высказываний построены все процедуры поиска вывода. Забегая несколько вперед, воспользуемся для иллюстрации сказанного аппаратом дистрибутивных нормальных форм. В теории дистрибутивных нормальных форм при установлении отношения выводимости высказывания  $B$  из высказывания  $A$  мы приводим каждое из них к дистрибутивной нормальной форме, т. е. к дизъюнкции определенного рода конъюнктов, которые в форме множества неопределенности представляют содержание высказывания,<sup>10</sup> неявно данное в его

---

<sup>9</sup> Высказывание  $A$  следует из множества высказываний  $\Gamma$  в логике  $L$ , если  $I(A) \subseteq I(\Gamma)$  для подходящего понятия информации, связанного с  $L$ .

<sup>10</sup> Отметим, что содержанию некоторого высказывания (в смысле множества следствий определенного вида) соответствует множество конъюнктов (совершенной) конъюнктивной нормальной формы (КНФ) данного высказывания для логики высказываний или конъюнктивной дистрибутивной нормальной формы для логики предикатов. В дизъюнктивных нормальных фор-



синтаксической форме. Далее, сравнивая эти множества неопределенности данных высказываний (множества конститuent), мы решаем вопрос о наличии или отсутствии отношения выводимости (и соответственно логического следования). Процедура выявления неявного содержания рассматриваемых высказываний, по существу, состоит в выражении некоторой части их содержания в явной синтаксической форме, с которой можно эффективно оперировать в ходе установления интересующих нас логических отношений. Поскольку содержание высказывания (в смысле, например, множества его следствий) обычно бесконечно, то в процедурах поиска выявление содержания разбивается на некоторые конечные уровни (глубина дистрибутивной нормальной формы, уровни универсума Эрбрана, уровни поиска вывода в секвенциальных системах). Подобное «оконечивание бесконечного» в этих процедурах приводит к возникновению в выявляемом содержании (множестве неопределенности) высказываний таких элементов синтаксической формы этого содержания, которые в силу тех или иных причин являются не реальными, но только кажущимися элементами множества неопределенности данных высказываний. Примерами таких фиктивных выражений могут служить нетривиально бесперспективные пути поиска вывода, нетривиально противоречивые конститuentы, совместные множества дизъюнктов в эрбрановских процедурах, излишние индивиды в методе поиска, основанном на семантических таблицах Бета. Поскольку эти фиктивные элементы содержания возникают в силу невозможности сразу и полностью выразить в данной синтаксической форме все мыслимое в данных высказываниях логическое содержание, мы назовем их *языковыми фикциями*.<sup>11</sup>

Любая логическая процедура в языке первопорядковой логики предикатов может иметь дело с высказываниями, при анализе содержания которых в ходе поиска вывода возникают такие языковые фикции. Фикции препятствуют точному и адекватному выявлению содержания высказывания, создавая своего рода помехи для восприятия мысли из контекста. Роль языковых фикций в первопорядковом рассуждении напоминает роль шума в процессе передачи сигналов по каналам связи. Как там, так и здесь эти явления представляют собой помехи,

мах (ДНФ) также выявляется содержание высказывания, но в форме множества неопределенности данного высказывания, т. е. тех возможных положений дел, которые это высказывание допускает. Эти способы представления содержания высказывания тесно связаны между собой, поскольку по КНФ данного высказывания всегда можно эффективно построить его ДНФ, и наоборот.

<sup>11</sup> Подробнее о философских основаниях введения понятия языковой фикции см.: Брюшинкин В. Н. Принцип единства языка и мышления и проблема информативности логических процедур // Идеалы и нормы научного исследования / Под ред. В. С. Степина. Минск, 1981. С. 395—410.

вносимые средствами коммуникации и выражения, помехи, от которых следует избавляться.<sup>12</sup>

Если в теории и практике передачи сигналов для понижения уровня шума изобретают подходящие системы кодов и соответствующие технические устройства, то в логике единственный возможный способ обращения с нашими «шумами» — перейти на следующий уровень анализа содержания рассматриваемого утверждения и продолжать этот анализ до тех пор, пока не будут выявлены все фиктивные элементы содержания — языковые фикции. В выявлении языковых фикций и состоит одна из функций процедур поиска вывода.

Выяснению роли языковых фикций в различных процедурах поиска вывода будут посвящены соответствующие параграфы этой главы. Сейчас для нас главное — выявить общую связь языковых фикций с понятием информации высказываний в первопорядковой логике. В большинстве теорий семантической информации понятие информации связано с идеей устранения неопределенности. Обычно эта зависимость выражается следующим образом: чем больше сгущается множество исходных возможностей в связи с принятием данного высказывания, т. е. чем больше устраняется неопределенность, тем данное высказывание информативнее. Языковые фикции увеличивают неопределенность содержания анализируемых высказываний, так как *представляются* полноправными составными частями множества неопределенности данного высказывания. *На самом же деле* они не являются компонентами этого множества неопределенности. Соответственно неопределенности, создаваемой наличием фикции, измеряется и информация рассматриваемых высказываний. Точнее говоря, фикции — дополнительные компоненты множества неопределенности высказывания — мешают устранению неопределенности при принятии данного высказывания. Тогда, если, согласно нашему тезису, языковые фикции устраняются в ходе логических процедур поиска вывода, то уменьшается неопределенность содержания данного высказывания и увеличивается его информация.

## § 2. Дистрибутивные нормальные формы и информация

Применение введенного нами понятия языковой фикции для анализа конкретных логических систем и процедур не триви-

<sup>12</sup> Языковые фикции имеют мало общего с гильбертовскими идеальными элементами. Фикции Гильберта вводятся для «удобства выводов». Зачастую их использования можно в принципе избежать (как показывает практика интуиционизма и конструктивизма). Наши фикции — объективная иллюзия языка. Мы не вводим их сознательно в процессе первопорядкового рассуждения, но сталкиваемся с ними как с побочным следствием конечности выявляемого содержания высказываний. Эти фикции — плата за возможность эффективно оперировать с частью неявного содержания высказываний.

ально. Оно требует развития в рассматриваемой системе специальной совокупности понятий, специфических для данной системы и вместе с тем ведущих к общим эффектам, связанным с присутствием языковых фикций. Такая система понятий уже имеется в теории дистрибутивных нормальных форм для логики предикатов первого порядка, автором которой является Я. Хинтикка.<sup>13</sup> По ходу изложения мы будем вносить некоторые формальные и содержательные изменения, связанные в основном с удобством и естественностью введения понятий, а также с установлением связи с изложенными ранее общими положениями.

Аппарат нормальных форм (точнее, совершенных дизъюнктивных и конъюнктивных нормальных форм) играл и играет существенную роль в построении и развитии пропозициональной логики, обеспечивая нас важным инструментом исследования свойств различных классов формул, позволяя сформулировать полные процедуры поиска доказательства и опровержения, которые вместе с тем дают нам разрешающие процедуры. Наряду с техническими достоинствами этот аппарат обладает также весьма привлекательной связью с семантически и философски важным понятием *возможного мира*.

Полезные практические и теоретические свойства аппарата совершенных нормальных форм в пропозициональной логике побуждают искать пути обобщения их на более богатые языки, например язык первопорядковой логики предикатов. Однако такие попытки обобщения уже в самом элементарном случае — логики одноместных предикатов — наталкиваются на труднопреодолимое препятствие — бесконечность индивидуальной области. Так, аппарат карнаповских описаний состояний для полного описания какого-либо мира требует в языке наличия имени для каждого элемента области, что в случае мира с бесконечным множеством индивидов немедленно влечет бесконечность самого описания состояния. Поэтому метод описания состояний не может служить базисом введения нормальных форм для первопорядковой логики предикатов, хотя и играет существенную роль в индуктивной логике. Выход из положения указал Я. Хинтикка, который показал, каким образом можно давать полное и конечное описание возможных миров средствами первопорядковой логики предикатов.

По Я. Хинтикке, бесконечность описания состояния обусловлена тем, что при описании бесконечного универсума мы пользуемся неограниченными языковыми средствами. Так, метод описаний состояний требует наличия имени для каждого элемента бесконечного универсума рассуждения. Я. Хинтикка предлагает сделать описания независимыми от имен, имею-

---

<sup>13</sup> Статьи, связанные с дистрибутивными нормальными формами, см.: Хинтикка Я. Логико-эпистемологические исследования. М., 1980.

щихся в нашем распоряжении. При этом вместо индивидуальных констант в таких описаниях используются кванторы и связанные переменные. Это сразу же показывает, что модифицированные описания — конституенты — уже больше не являются описаниями возможного мира, но скорее некоторого *вида* возможного мира, из которого описание возможного мира получается при помощи подстановки индивидуальных констант вместо связанных переменных. Таким образом, описание становится несколько более неопределенным, чем в случае описаний состояний, но зато приобретает существенное свойство конечности.

Мы покажем, каким образом указанная стратегия реализуется для первопорядковой логики предикатов.

Возможность ограничения языковых средств, позволяющая нам сделать описание возможного мира конечным, связана с выделением следующих параметров формулы (и соответственно конституенты).

(P.1) Множество всех предикатов, встречающихся в формуле (конституенте):  $\{P_1, \dots, P_n\}$ .

(P.2) Множество всех свободных индивидуальных символов<sup>14</sup>  $\{a_1, \dots, a_k\}$ .

(P.3) Глубина формулы (конституенты).

Первые два параметра представляются вполне ясными и естественными. Пояснения требует лишь третий параметр — *глубина* формулы или конституенты. С точки зрения положений об анализе содержания высказываний в ходе процедур поиска, приведенных в предыдущем параграфе, глубина конституенты играет значительнейшую роль в такого рода анализе. С помощью понятий глубины и увеличения глубины конституенты реализуется идея *уровней анализа* содержания высказываний. Конституента определенной глубины соответствует определенному уровню анализа структуры описываемого с ее помощью вида возможного мира, а увеличение глубины конституенты соответствует переходу на новый уровень такого анализа.

Формально глубина конституенты (формулы) — это число словес кванторов в максимальной последовательности кванторов, области действия которых вложены одна в другую. Определение глубины можно переформулировать, например, с использованием понятия управления. Будем говорить, что квантор  $K_1$  управляет квантором  $K_2$ , если и только если  $K_2$  находится в области действия  $K_1$ . Тогда *глубина формулы  $A$  равна числу кванторов в максимальной последовательности управлений в данной формуле*. Я. Хинтикка дает несколько способов уточнения понятия глубины, однако они не влияют на ход наших рассуждений. К тому же эти уточнения практически эквивалентны измерению глубины (по

---

<sup>14</sup> Под свободным индивидуальным символом понимаются индивидуальная константа или свободная переменная.

приводимому несколько позже определению) после приведения рассматриваемой формулы к минисферной форме.

С понятием глубины тесно связано и еще одно понятие — *степень* формулы (конституенты). Степень формулы равняется глубине данной формулы плюс число свободных индивидуальных символов, встречающихся в данной формуле (конституенте).

В дальнейшем параметр (Р.2) и понятие степени практически не будут использоваться, так как речь в основном пойдет о замкнутых формулах и соответственно о замкнутых конституентах. Теперь определим понятие глубины формулы (конституенты).<sup>15</sup> Глубину формулы  $A$  обозначим  $d(A)$ .

1.  $d(A) = 0$ , если  $A$  — атомарная формула.
2.  $d(\neg A) = d(A)$
3.  $d(A_1 \vee A_2) = d(A_1 \wedge A_2) = d(A_1 \supset A_2) = \max(d(A_1), d(A_2))$ .
4.  $d(\forall xAx) = d(\exists xAx) = d(Ax) + 1$ .

Мы дадим несколько отличное от хинтикковского определение понятия конституенты, поскольку оно, по нашему мнению, рельефнее отражает процесс построения конституенты. Для определения понятия конституенты глубины  $d$ <sup>16</sup> введем дополнительные обозначения. При помощи  $B(x_1, \dots, x_k)$  обозначим множество атомарных формул, составленных из предикатов, входящих в (Р.1), и переменных  $x_1, \dots, x_k$ , причем каждая из этих формул содержит по крайней мере одно вхождение  $x_k$ .

**Определение 1.** Формулы, принадлежащие множеству  $B(x_1, \dots, x_d)$  суть *базисные формулы* глубины 0. Формулы, принадлежащие множеству  $B(x_1, \dots, x_e)$ , и формулы вида  $\exists x_{e+1} C^{d-e-1}(x_1, \dots, x_e, x_{e+1})$ , где  $C^{d-e-1}(x_1, \dots, x_e, x_{e+1})$  есть полная конъюнкция базисных формул глубины  $d-e-1$  или их отрицаний, суть *базисные формулы* глубины  $d-e$  ( $e=d-1, d-2, \dots, 0$ ).

**Определение 2.** Полную конъюнкцию базисных формул глубины  $d$  или их отрицаний назовем *конституентой глубины  $d$*  и обозначим  $C^d$ .

Таким образом,

$$C^d = \prod_i \exists x_i C_i^{d-1}(x_i).$$

Введем дальнейшие вспомогательные обозначения. Пусть  $\prod_{i=1}^r p_i$  ( $\sigma \prod_{i=1}^r p_i$ ) означает конъюнкцию (дизъюнкцию) тех  $p_i$ , которые входят в  $\prod_{i=2}^r p_i$  ( $\sum_{i=1}^r p_i$ ) без отрицания.

Каждую конституенту первого рода путем эквивалентных преобразований можно привести к виду, где в области действ-

<sup>15</sup> Хинтикка Я. Логико-эпистемологические исследования. С. 110.

<sup>16</sup> Я. Хинтикка определяет сначала понятие атрибутивной конституенты, а на основе его и понятие конституенты. Однако для замкнутых формул эти понятия совпадают, поэтому мы вводим сразу понятие конституенты.

вия знаков отрицания встречаются только атомарные формулы. Тогда конституента  $C_i^d$  будет иметь вид

$$C_i^d = \pi \exists x_1 C_i^{d-1}(x_1) \wedge \forall x_1 c C_i^{d-1}(x_1).$$

Конstituенты такого вида назовем конституентами второго рода. Отметим, что любая конституента первого рода может быть эффективно преобразована в конституенту второго рода.

**Определение 3.** Дистрибутивной нормальной формой формулы  $A$  будем называть эквивалентную  $A$  дизъюнкцию всех или некоторых конституент (первого или второго рода), параметры (P.1) и (P.2) которых включают соответствующие параметры исходной формулы, а глубина больше или равна исходной. Существует алгоритм приведения любой формулы логики предикатов к дистрибутивной нормальной форме,<sup>17</sup> который показывает эффективность понятия дистрибутивной нормальной формы. Этой эффективностью оно обязано ограниченности глубины конституент и соответственно нормальных форм, т. е. ограничению глубины описания возможного мира. Естественно, нас может не удовлетворять данный уровень анализа возможного мира, что повлечет за собой переход на следующий уровень анализа. Формально этот переход выражается в увеличении глубины конституенты и дистрибутивной нормальной формы, т. е. во введении новых слоев кванторов. В процессе увеличения глубины конституенты (например,  $C_i^d$ ), который Я. Хинтика называет расширением конституенты, данная конституента распадается на дизъюнкцию  $c C_i^{d+1}$  конституент на единицу большей глубины (сама эта дизъюнкция также называется расширением первоначальной конституенты). Причем эта дизъюнкция логически эквивалентна первоначальной конституенте, т. е.  $C_i^d \equiv c C_i^{d+1}$ . Будем говорить, что конституенты, встречающиеся в этой дизъюнкции, подчинены первоначальной конституенте.

С увеличением глубины, т. е. с расширением первоначальных конституент, связана одна из существеннейших особенностей метода дистрибутивных нормальных форм в первопорядковой логике: в ходе увеличения глубины может выявляться противоречивость конституент, которые на предыдущих уровнях анализа считались непротиворечивыми. Отметим, что сами конституенты за исключением совершенно тривиальных случаев не являются непосредственно противоречивыми (содержащими одновременно  $A$  и  $\neg A$ ), но с помощью простых преобразований можно показать, что они имплицируют несовместимые выражения. В первопорядковой логике без равенства для установления такого рода противоречивости конституент слу-

<sup>17</sup> Брюшилкин В. Н. Проблема информативности логических процедур: Канд. дис. М., 1980. С. 35—37.

жат необходимые условия непротиворечивости конституент (достаточные условия противоречивости), сформулированные Я. Хинтиккой в виде множества условий  $(A) — (C)$ .<sup>18</sup>

Условия  $(A) — (C)$  являются необходимыми условиями непротиворечивости конституент, или, иначе говоря, достаточными условиями их противоречивости. Необходимые и достаточные условия непротиворечивости конституент нельзя сформулировать, так как это немедленно повлекло бы наличие разрешающей процедуры для первопорядковой логики предикатов, которая невозможна в силу теоремы Черча.

Как раз в силу неразрешимости первопорядковой логики и вытекающей из нее неполноты наших критериев непротиворечивости мы не можем на данной глубине распознать все объективно противоречивые конституенты. На данной глубине эффективно можно распознать противоречивость конституент в некотором смысле явно противоречивых.

**Определение 4.** Конституента  $C^d$  тривиально противоречива, если она не удовлетворяет условиям  $(A) — (C)$  непротиворечивости конституент на глубине  $d$ .

Однако среди конституент, на данной глубине удовлетворяющих условиям непротиворечивости, могут встретиться такие конституенты, что при расширении их на большую глубину все подчиненные им конституенты на некоторой глубине  $d + e$  ( $e \geq 1$ ) уже не будут удовлетворять нашим условиям непротиворечивости, т. е. окажутся тривиально противоречивыми. Тогда в силу эквивалентности конституенты  $C^d$  своему расширению на глубине  $d + e$  будет противоречивой и сама  $C^d$ .

**Определение 5.** Конституента  $C^d$  называется нетривиально противоречивой, если она на глубине  $d$  удовлетворяет условиям  $(A) — (C)$ , но существует такое число  $e$  ( $e \geq 1$ ), что все подчиненные ей конституенты глубины  $d + e$  тривиально противоречивы.

Тривиальная и нетривиальная противоречивость конституент прежде всего различается тем, что для тривиальной противоречивости существует эффективный тест, т. е. для любой конституенты мы в конечном заранее предсказуемое число шагов можем объяснить, является ли она тривиально противоречивой или нет. Иначе обстоит дело с нетривиальной противоречивостью. Для обнаружения нетривиальной противоречивости конституент можно сформулировать рекурсивную процедуру, которая будет перечислять нам все противоречивые конституенты. Такой процедурой перечисления является процедура опровержения конституент, представляющая собой комбинацию проверки конституент на тривиальную противоречивость, и увеличения глубины конституент. Вкратце опишем ее. Вначале формула  $A$  глубины  $d$  приводится к дистрибутивной нормаль-

<sup>18</sup> Хинтикка Я. Логико-эпистемологические исследования. С. 125—136.

ной форме  $A^d$  глубины  $d$ . Затем ко всем конституентам, входящим в эту нормальную форму, применяются критерии противоречивости. Если все эти конституенты оказываются противоречивыми согласно критериям  $(A) - (C)$ , то  $A$  тривиально противоречива и процедура заканчивается. Если остаются конституенты, удовлетворяющие нашим условиям, то все они расширяются в конституенты глубины  $d+1$ , к которым вновь применяются те же условия, и т. д. Если на некоторой глубине  $d+e$  все конституенты дистрибутивной нормальной формы  $A^{d+e}$  глубины  $d+e$  станут противоречивыми, то  $A$  опровержимо. В силу неразрешимости первопорядковой логики число  $e$  нельзя эффективно предсказать. Я. Хинтиikka доказал полноту этой процедуры опровержения, т. е. тот факт, что подобным образом можно построить опровержение любой противоречивой формулы первопорядковой логики предикатов.<sup>19</sup> Из полноты процедуры опровержения следует, что множество противоречивых конституент рекурсивно перечислимо.

Формальные свойства дистрибутивных нормальных форм и связь их с идеей описания возможных миров позволяют определить понятия информации высказываний для всей первопорядковой логики и ввести меры количества этой информации. Напомним, что теория семантической информации, в которой информация рассматривается как характеристика знания, выражаемого знаковой формой, изначально была связана с идеей *устранения неопределенности*. Эта идея впервые была сформулирована (на содержательном уровне) К. Поппером еще в 30-х годах.<sup>20</sup> Логическая экспликация этой идеи связана с работами Р. Карнапа и И. Бар-Хиллела начала 50-х годов.<sup>21</sup> В подходе Р. Карнапа и И. Бар-Хиллела, от которого отталкиваются практически все современные теории семантической информации, неопределенность высказывания отождествляется с числом совместимых с ним базисных альтернатив (состояний мира, альтернативных миров). Р. Карнап ввел фундаментальное в теории индуктивной вероятности и семантической информации понятие описания состояния. *Описание состояния* — это максимальное непротиворечивое множество атомарных предложений в первопорядковом языке с конечным числом одноместных предикатных и индивидуальных констант. Естественно, что все различные описания состояний с одинаковыми атомарными предложениями попарно несовместимы, что и обуславливает возможность рассмотрения их как описаний взаимоисключающих альтернатив относительно возможных со-

<sup>19</sup> Там же. С. 138—150.

<sup>20</sup> Поппер К. Логика и рост научного знания. М., 1983. С. 150, 158—161.

<sup>21</sup> Carnap R., Bar-Hillel Y. An outline of a theory of semantic information // Bar-Hillel Y. Language and information. London, 1964. P. 221—274.



стояний мира. При таком подходе вполне естественно считать, что неопределенность высказывания тем больше, чем больше оно допускает такого рода альтернатив для описаний состояний. Устранение же неопределенности естественно связывать с ограничением круга альтернатив относительно возможных состояний мира. На этой основе Р. Карнап и ввел меры индуктивной вероятности, а через последние определил и меры семантической информации.

Для содержательного понятия семантической информации в теории Карнапа — Бар-Хиллела вводятся два экспликата  $\text{inf}$  и  $\text{cont}$ :  $\text{inf}$  соответствует мере неожиданности данного высказывания,  $\text{cont}$  — мере содержания его. Количественно эти меры информации выражаются через меры индуктивной вероятности следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{inf}(A) &= -\log_2 p(A), & (1) \\ \text{cont}(A) &= 1 - p(A). & 2) \end{aligned}$$

Хотя свойства этих мер информации, вообще говоря, различны, но в интересующем нас отношении они дают практически одинаковый результат. Пусть  $A$  — логически истинное высказывание, а  $B$  — логически ложное. Тогда  $\text{inf}(A) = \text{cont}(A) = 0$ , а  $\text{inf}(B) = \infty$ ,  $\text{cont}(B) = 1$ .<sup>22</sup> Логически истинные высказывания в этой теории не сообщают нам никакой информации, а логически ложные — сообщают максимальную информацию.

В этом пункте теория семантической информации, базирующаяся на дистрибутивных нормальных формах, резко отличается от построений Р. Карнапа и И. Бар-Хиллела. В ней можно определить понятие информации, количество которой увеличивается в процессе логических процедур. Для определения такого понятия информации нам придется войти в некоторые детали теории семантической информации, базирующейся на дистрибутивных нормальных формах.

В своей работе «Поверхностная информация и глубинная информация» Я. Хинтикаа отмечает, что для построения теории информации требуется, во-первых, объяснить, что представляют собой базисные альтернативы, во-вторых, приписать им веса или априорные вероятности, в-третьих, объяснить, как наши меры информации зависят от получающихся мер вероятности.<sup>23</sup> Для определения интересующего нас понятия информации достаточно взять уже упоминавшиеся зависимости (1) и (2) мер информации от мер вероятности. В качестве решения второй задачи можно взять произвольный, но фиксированный способ приписывания весов. Важнейшую роль в определении требуемого понятия информации играет решение пер-

<sup>22</sup> Это теоремы 6—4 *b, c* и 7—8 *b, c* из работы Р. Карнапа и И. Бар-Хиллела.

<sup>23</sup> Хинтикаа Я. Логико-эпистемологические исследования. С. 184.

вой задачи: именно оно представляет чисто логический аспект определения понятия информации. Сейчас мы проанализируем решение этой задачи, которое предлагает Я. Хинтикка.

При рассмотрении теории дистрибутивных нормальных форм, предпринятом в предыдущем параграфе, мы видели, что возможные миры, которые обычно служат базисными альтернативами для определения понятия вероятности и информации, описываются в этой теории при помощи конституент фиксированной глубины, среди которых наряду с непротиворечивыми конституентами встречаются и противоречивые. Более того, противоречивые конституенты бывают двух родов: тривиально и нетривиально противоречивые. Очевидно, что тривиально противоречивые конституенты не могут играть роль базисных альтернатив, поскольку можно эффективно определить, что они неспособны описывать какой-либо возможный мир.<sup>24</sup> Сложнее обстоит дело с нетривиально противоречивыми конституентами. Когда мы приводим формулу глубины  $d$  к дистрибутивной нормальной форме той же глубины с целью выявить альтернативы, которые она допускает, то на данной глубине мы неспособны (у нас нет эффективного метода) отличить нетривиально противоречивые конституенты от конституент непротиворечивых. Это обстоятельство обуславливает ту новизну, с которой мы сталкиваемся при анализе первопорядковых языков в терминах дистрибутивных нормальных форм. В теории информации Карнапа — Бар-Хиллела в качестве базисных альтернатив рассматривались только непротиворечивые описания мира. В теории дистрибутивных нормальных форм появляется возможность рассматривать в качестве базисных альтернатив нетривиально противоречивые описания мира.

Таким образом, при анализе первопорядковых языков в терминах дистрибутивных нормальных форм у нас возникает возможность выбора базисных альтернатив. В качестве таковых мы, во-первых, можем принять только непротиворечивые конституенты, что даст нам обычное понятие семантической информации типа Карнапа — Бар-Хиллела, и, во-вторых, наряду с непротиворечивыми учитывать и нетривиально противоречивые конституенты.

Рассмотрим вначале первую альтернативу. В этом случае ненулевые веса приписываются только непротиворечивым конституентам. При этом предполагается, что устранены все противоречивые конституенты, в том числе и нетривиально про-

---

<sup>24</sup> Хотя выбор базисных альтернатив сильно зависит и от нашего понимания логической компетентности субъекта. Если, к примеру, следуя уже упоминавшемуся подходу Е. К. Войшвилло, не предполагать у субъекта каких-либо знаний логического характера, то тривиально противоречивые конституенты также придется включать в множество базисных альтернатив. Мы, однако, не будем рассматривать этот возможный подход к нашей проблеме.

тиворечивые. Поскольку на каждом данном уровне анализа (глубине) у нас нет эффективного метода выделения множества непротиворечивых конститuent, то следует учитывать, что в основе получающегося на этом пути понятия информации лежит сильная идеализация — допущение о законченности процесса (устранения противоречивых конститuent), окончание которого нельзя предсказать заранее.

Обозначим априорную вероятность каждой из альтернатив  $p(C_i^d)$ . Тогда, если высказывание  $A$  допускает некоторое множество таких альтернатив  $C_1^d, \dots, C_n^d$ , то его вероятность (вес) можно определить как  $p(A) = \sum_{i=1}^n p(C_i^d)$ . Я. Хинтика называет

получившееся понятие вероятности высказывания *индуктивной* или *постлогической вероятностью*. На основе этой меры вероятности можно определить и меру информации при помощи выражений (1) и (2). Получающуюся меру информации Я. Хинтика называет мерой *глубинной* информации  $\text{inf}_{\text{depth}}(A)$ .

Глубинная информация — это информация, которую наше утверждение сообщает о внеязыковой действительности, о ходе событий в эмпирическом мире, рассматриваемом независимо от нашего языка и понятийной системы. Поэтому логически истинные утверждения не сообщают никакой глубинной информации, а логические процедуры неспособны увеличивать ее. Это и неудивительно, поскольку мы по определению исключили из рассмотрения те альтернативы, с которыми, собственно говоря, имеет дело логика (т. е. нетривиально противоречивые конститuent). Логические истины ничего не говорят о мире в смысле глубинной информации именно потому, что при определении ее с самого начала игнорируется тот вклад, который логические процедуры вносят в процесс получения информации.

Зависимость понятия глубинной информации от элиминации всех противоречивых конститuent (в том числе и нетривиально противоречивых) показывает, что мера глубинной информации в общем случае первопорядковой логики не рекурсивна, поскольку не рекурсивно множество противоречивых конститuent. Следовательно, у нас нет эффективного способа определения количества глубинной информации, сообщаемой произвольным первопорядковым высказыванием. Это, на первый взгляд, чисто техническое положение имеет существенное философское значение. Оно показывает, что глубинная информация не может служить экспликатом понятия информации, которую сообщает субъекту познания высказывание первопорядкового языка. Разве в научной практике и коммуникации мы оперируем информацией, смысл которой не ясен и установить его невозможно? Естественнее предполагать, что мера

информации, сообщаемой некоторым высказыванием субъекту познания, должна быть рекурсивной. Глубинная информация скорее цель научного исследования, чем то, что сообщают нам утверждения научной теории в ходе исследования.

Указанные особенности глубинной информации обуславливают необходимость введения понятия информации более реалистически отражающего действительное содержание первопорядковых высказываний. Основную характеристику этого понятия подсказывает все предшествующее рассуждение. Такое понятие должно учитывать наличие в содержании наших высказываний языковых фикций — нетривиально противоречивых конституент — и способы выявления и устранения их. Такое понятие информации было определено Я. Хинтиккой и названо им поверхностной информацией. Вклад, который это понятие вносит в обоснование информативности логических истин и логических процедур, требует достаточно подробного рассмотрения как формального определения этого понятия, так и его содержательного смысла.

Приписывание ненулевых весов (априорных вероятностей) всем конституентам, которые не являются на данной глубине тривиально противоречивыми, порождает вероятностно-подобную меру, определенную на множестве высказываний первогопорядкового языка. Конечно, ее свойства в некотором отношении должны отличаться от свойств обычных мер вероятности (в том числе введенных ранее индуктивной или постлогической вероятности), поскольку она приписывает ненулевой вес языковым фикциям — нетривиально противоречивым конституентам, а любая обычная мера вероятности (удовлетворяющая колмогоровским аксиомам) всем противоречивым выражениям приписывает нулевой вес. Указанным свойством обладает, например, мера абсолютной поверхностной вероятности  $p'(A)$ . Прежде чем перечислить ее свойства, кратко определим некоторые понятия поверхностной семантики.<sup>25</sup>

**Определение 6.** Высказывание  $A$  глубины  $d$  является поверхностной тавтологией, если и только если  $\neg A$  тривиально противоречиво на глубине  $d$ .

**Определение 7.** Высказывание  $A_1 \supset A_2$  глубины  $d$  является поверхностной импликацией, если и только если высказывание  $A_1 \wedge \neg A_2$  тривиально противоречиво на глубине  $d$ .

Обозначим через  $A^{d+e}$  нормальную форму глубины  $d+e$ , являющуюся расширением нормальной формы формулы  $A$  на глубине  $d+e$ .

**Определение 8.** Высказывание  $A$  глубины  $d$  тривиально противоречиво на глубине  $d+e$ , если и только если  $A^{d+e}$  тривиально противоречиво.

<sup>25</sup> По поводу поверхностной семантики см.: Hintikka J. Surface semantics: Definition and its motivation // Truth, syntax, and modality. Amsterdam, 1973. P. 127—147.

Отметим, что в таком случае простая тривиальная противоречивость будет означать тривиальную противоречивость на своей собственной глубине.

Для определения меры поверхностной информации Я. Хинтика формулирует последовательность вероятностно-подобных мер. Для этого определения следует предположить, что все тривиально противоречивые конституенты элиминированы вплоть до данной глубины  $d$ . Ненулевые веса при этом приписываются всем конституентам глубины  $\leq d$ , которые не являются тривиально противоречивыми на глубине  $d$ . Вероятностно-подобную меру, основывающуюся на понятии тривиальной противоречивости на глубине  $d$ , Я. Хинтика обозначает  $p^d$ . Для высказываний  $A, A_1, A_2$  глубины  $\leq d$  эта мера удовлетворяет следующим условиям:

- (1<sup>d</sup>)  $p^d(A) \geq 0$ ;
- (2<sup>d</sup>)  $p^d(A) = 0$ , если  $A$  тривиально противоречно на глубине  $d$ ;
- (3<sup>d</sup>)  $p^d(A_1 \vee A_2) = p^d(A_1) + p^d(A_2)$ , если  $A_1 \wedge A_2$  тривиально противоречно на глубине  $d$ ;
- (4<sup>d</sup>)  $p^d(t^d) = 1$ ;
- (5<sup>d</sup>) если  $(A_1 \equiv A_2)^d$  — поверхностная тавтология, то  $A_1$  и  $A_2$  взаимозаменяемы в высказываниях глубины  $\leq d$  без воздействия на  $p^d$ .

Я. Хинтика следующим образом разъясняет смысл введенной им меры  $p^d$ : «Если речь идет лишь о высказываниях глубины не более  $d$ , то меру  $p^d(A)$  можно интерпретировать как степень уверенности, которую рационально приписывать  $A$  в тот момент, когда анализ конкретного содержания перволорядкового высказывания  $A$  доведен до уровня  $d$ , например, когда мы осуществили разложение отрицания  $\neg A$  до глубины  $d$ ».<sup>26</sup>

Условия (1<sup>d</sup>)—(5<sup>d</sup>) не полностью определяют меру  $p^d$ . Полное определение ее можно дать рекурсивно, определяя  $p^d$  в терминах  $p^{d-1}$ .

С помощью вновь введенной меры  $p^d$  легко определить новую меру условной вероятности:

$$p'(B//A) = \frac{p^{d_0}(B \wedge A)}{p^{d_0}(A)}, \quad (p^{d_0}(A) \neq 0),$$

где  $d_0 = \max(d(A), d(B)) = d(A \wedge B)$ .

В принципе меру  $p'(B//A)$  можно определить и независимо от меры абсолютной вероятности  $p^d$ . Тогда последняя, естественно, определяется в терминах первой:

$$p^d(A) = p'(A//t^d),$$

где  $t^d$  — поверхностная тавтология глубины  $d$ . Соответствующие понятия информации и содержания получаются при помо-

<sup>26</sup> Хинтика Я. Логико-эпистемологические исследования. С. 206.

ши обычных определений (1) и (2). Таким образом, мы получаем последовательность информационных мер  $\text{inf}^d$  и  $\text{cont}^d$ .

Для введенной меры информации справедливо следующее утверждение.

Если  $A$  имеет глубину  $e < d$ , то  $\text{inf}^d(A) < \text{inf}^{d+1}(A)$ , только если по крайней мере одна из конституент в первоначальной нормальной форме  $A^e$  (глубины  $e$ ) становится в первый раз тривиально противоречивой на глубине  $d+1$ .

Это утверждение определяет необходимое условие возрастания информации. Обратить его можно лишь частично. Если одна из конституент нормальной формы глубины  $e$  предложения  $A$  становится противоречивой в первый раз на глубине  $d+1$ , то поверхностная информация возрастает при условии, что неверно: 1)  $A$  тривиально следует на глубине  $d+1$  из конституенты  $C_0^f$  глубины  $f$  ( $f < e$ ), причем  $C_0^f$  не является тривиально противоречивой на глубине  $d+1$ ; 2) по крайней мере одна из конституент глубины  $f < e$  такая, что  $A \supset \neg C_0^f$  является поверхностной тавтологией, становится противоречивой на глубине  $d+1$ .

Определенная Я. Хинтиккой последовательность мер поверхностной информации позволяет сделать важный вывод о соотношении глубинной и поверхностной информации. Мы уже отмечали, что поверхностная информация — это в некотором смысле *дологическая* информация, способная возрасти в процессе логических процедур, а глубинная информация представляет собой нечто вроде постлогической информации, количество которой измеряется после применения всех возможных логических средств. Теперь это соотношение можно выразить в точных терминах. Однако для этого следует принять следующее весьма естественное соглашение:

Если  $C_1^d$  и  $C_2^d$  непротиворечивы и подчинены одной и той же конституенте  $C_0^{d-1}$  глубины  $d-1$ , то

$$\frac{p^d(C_1^d)}{p^d(C_2^d)} = \frac{p_{\text{depth}}(C_1^d)}{p_{\text{depth}}(C_2^d)},$$

где  $p_{\text{depth}}$  — вероятностно-подобная мера, на которой основывается мера глубинной информации.

Основываясь на этом соглашении легко показать верность следующего утверждения:

$$\lim_{e \rightarrow \infty} \text{inf}^{d+e}(A) = \text{inf}_{\text{depth}}(A), \quad (1.3)$$

где  $A$  есть высказывание глубины  $d$ .

В терминах вероятностно-подобных мер этот результат выражается следующим образом:

$$\lim_{e \rightarrow \infty} p^{d+e}(A) = p_{\text{depth}}(A). \quad (1.4)$$

Эти утверждения Я. Хинтикка назвал количественной теоремой полноты первопорядковой логики предикатов, поскольку они непосредственно имеют дело с численными мерами информации и вероятности, а обоснование их зависит от теоремы полноты для процедуры опровержения в терминах конститuent, гласящей, что для каждой противоречивой конститuenty  $C^d$  глубины  $d$  найдется такое число  $e$ , что на глубине  $d+e$  конститuenta  $C^d$  станет тривиально противоречивой.

В ряде своих работ Я. Хинтикка утверждает, что любая логическая процедура (доказательство, опровержение, вывод и т. п.) может быть сформулирована в терминах дистрибутивных нормальных форм. При этом все логические выводы, доказательства, опровержения приобретают следующую форму: вначале рассматриваемые высказывания приводятся к соответствующим дистрибутивным нормальным формам, а затем эти нормальные формы расширяются на все большие глубины до тех пор, пока искомые логические отношения не станут очевидными. По мнению Я. Хинтикки, приведенные ранее меры поверхностной информации и условия увеличения ее подсказывают естественные способы измерения приращения поверхностной информации в каждом из упомянутых видов логических рассуждений.

Так, он рассматривает опровержение высказывания  $A$  глубины  $d$ , тогда  $\text{cont}^d(A) = 1 - p^d(A)$ . Если  $A$  противоречиво, то на некоторой глубине  $d+e$  все конститuenty его нормальной формы  $A^{d+e}$  станут тривиально противоречивыми в первый раз. Значит,  $p^{d+e}(A) = 0$ ,  $\text{cont}^{d+e}(A) = 1$ , а приращение информации

$$\text{cont}^{d+e}(A) - \text{cont}^d(A) = p^d(A).$$

Эта мера имеет весьма естественную интерпретацию: приращение информации в ходе опровержения в точности равно вероятности, которая была приписана нетривиально противоречивым конститuentам, противоречивость которых обнаружена в ходе опровержения, т. е. равна устраненной неопределенности.

Подобные меры приращения информации могут быть заданы и для других видов логических рассуждений. Так, информативность вывода высказывания  $B$  из высказывания  $A$  ( $\max(d(A), d(B)) = k$ ) в точности равна поверхностной вероятности тех конститuent, которые первоначально мешали установлению отношения логического следования на глубине  $k$ .

### § 3. О характере приращения информации в первопорядковых логических процедурах

Вопрос об информативности или неинформативности логического вывода и логических истин представляет собой один

из центральных вопросов философии логики. История разработки его богата и разнообразна. Но на протяжении почти всей этой истории он решался в основном, исходя лишь из умозрительных предпосылок той или иной философии. Рационалисты по преимуществу признавали, что логика способна давать нам новое знание, эмпирики чаще всего отказывали ей в этом. С возникновением символической логики этот вопрос решался уже на более конкретной почве, но, как мы уже отмечали, в основном отрицательно. Поэтому попытка построить такое понятие информации, которое давало бы нам объективную меру приращения информации в логических выводах, доказательствах, опровержениях, заслуживает серьезного внимания и тщательного анализа тех предпосылок, на которых базируются столь радикальные заключения. Сейчас мы попытаемся проанализировать некоторые аспекты этой проблемы.

В своем обыденном употреблении термин «вывод» (а также родственные ему термины «доказательство», «опровержение») обладает некоторой двусмысленностью. С одной стороны, вывод означает *процесс* выведения некоторого высказывания из других высказываний, а с другой — *результат* этого процесса, выражающийся в одном высказывании, полученном из предыдущих, или в последовательности высказываний, связанных между собой логическими переходами. В современной логике два смысла этого термина четко различаются, и им соответствуют два точных понятия: «поиск вывода» и собственно «логический вывод». Термином «вывод» обычно обозначают структуру формул, обладающую определенными свойствами. Термин же «поиск вывода» относится к процессу обнаружения выводимости одних высказываний из других и построению самого вывода. Этот процесс обычно управляется более или менее эффективными правилами (так называемые процедуры или алгоритмы поиска вывода).

Рассматривая феномен увеличения поверхностной информации, Я. Хинтикка пишет: «Все обычные виды логических рассуждений — опровержения, доказательства, доказательства из посылок, цепи эквивалентностей и т. п. — можно в принципе построить линейным образом, приведя вначале интересующее нас высказывание к нормальной форме, а затем осуществив расширение этих форм до достаточной глубины, на которой исходное логическое отношение становится очевидным. И в каждом из этих случаев существует некоторая естественная мера поверхностной информации, приобретенной в процессе логических рассуждений».<sup>27</sup> Чтобы лучше разобраться в создавшейся ситуации, рассмотрим, каким образом Я. Хинтикка описывает *логический вывод* формулы *B* из формулы *A*. «Если *B* дейст-

---

<sup>27</sup> Там же. С. 212.



вительно следует из  $A$ , — пишет он, — должно существовать число  $e$ , такое, что все члены  $A^{d+e}$  окажутся среди членов  $B^{d+e}$ . Доказательство  $B$  из  $A$  тогда будет идти от  $A$  к  $A^d$ , к  $\dots$ , к  $A^{d+e}$ , к  $B^{d+e}$ , к  $\dots$ , к  $B^{d+1}$ , к  $B^d$ , к  $B$ .<sup>28</sup> При рассмотрении этой цепочки формул возникает вопрос: действительно ли она фиксирует логический вывод  $B$  из  $A$ ? Дело в том, что здесь основной переход от  $A^{d+e}$  к  $B^{d+e}$  допустим только после устранения всех конституент, тривиально противоречивых на глубине  $d+e$ , когда оказывается, что все конституенты из нормальной формы  $A^{d+e}$  встречаются среди конституент, входящих в  $B^{d+e}$ . Однако устранение всех тривиально противоречивых на глубине  $d+e$  конституент немедленно влечет выявление и устранение тех нетривиально противоречивых конституент глубины  $d$  из нормальной формы  $A^d$ , которые «мешали» установлению факта включения  $A^d$  в  $B^d$  на глубине  $d$ . В таком случае становится допустимым прямой переход от  $A^d$  (минус устраненные нетривиально противоречивые конституенты) в  $B^d$ , что делает в выводе  $B$  из  $A$  излишними звенья  $A^{d+1}, \dots, A^{d+e}, B^{d+e}, \dots, B^{d+1}$ . Таким образом, собственно логический вывод  $B$  из  $A$  в терминах дистрибутивных нормальных форм будет выглядеть следующим образом: от  $A$  к  $A'^d$ , к  $B^d$ , к  $B$ , где  $A'^d$  отличается от  $A^d$  в приведенной цитате тем, что в ней более не встречаются нетривиально противоречивых конституент глубины  $d$ , оказавшихся тривиально противоречивыми на глубине  $d+e$ . Отсюда следует, что последовательность формул, представляющая логический вывод в терминах дистрибутивных нормальных форм, не включает в себя противоречивых конституент.

Подобным же образом можно установить, что и другие логические рассуждения, проводимые в терминах дистрибутивных нормальных форм — доказательства, опровержения, цепи эквивалентностей, не включают противоречивых конституент, но, наоборот, для их построения требуется полное исключение противоречивых конституент из нормальных форм рассматриваемых высказываний.

Таким образом, на основании рассмотрения хинтикковских формулировок обсуждаемых логических рассуждений мы можем сделать заключение: логические выводы, доказательства, опровержения, проводимые в терминах дистрибутивных нормальных форм, не включают в себя противоречивых конституент, а следовательно, и их выявления и устранения.

Отсюда следуют и важные положения относительно понятия поверхностной информации и ее возрастания. Напомним, что приращение поверхностной информации в логическом выводе  $B$  из  $A$ , по Хинтикке, равняется сумме весов конституент из нормальной формы высказывания  $A \wedge \neg B$ , т. е. именно тех конституент, противоречивость которых выявилась при переходе

<sup>28</sup> Там же. С. 152.

от  $A^{d+e}$  к  $B^{d+e}$ . Однако эти конститuentы не встречаются в логическом выводе  $B$  из  $A$  в терминах дистрибутивных нормальных форм (как это было продемонстрировано выше), и потому в логических выводах в теории дистрибутивных нормальных форм не происходит приращения информации.

Однако, хотя противоречивые конститuentы не входят в логические выводы, доказательства, опровержения, тем не менее из рассмотренных процедур видно, что именно их устранение помогает нам устанавливать наличие отношений логического следования, доказуемости, опровержимости и т. п. Для выяснения роли устранения противоречивых конститuent в логических процедурах, основывающихся на дистрибутивных нормальных формах, нам понадобятся замечания по поводу двух типов логических систем — «чистых» и «комбинированных», различие между которыми мы разбирали в главе I. Нетрудно заметить, что логические процедуры, которые Я. Хинтиikka называет выводом, доказательством и т. п., имеют место в рамках системы второго типа, которая наряду с формализацией понятия логического вывода и т. п. частично формализует процесс поиска вывода. Поэтому мы можем сказать, что выявление и устранение противоречивых конститuent происходит в ходе поиска вывода. Действительно, нетривиально противоречивые конститuentы, встречающиеся в первоначальной нормальной форме глубины  $d$  (например  $A^d$ ), являются препятствиями на пути выявления «действительных» логических отношений между высказываниями первопорядкового языка, а их выявление и устранение в ходе увеличения глубины приводит к обнаружению логических отношений, которые затем фиксируются в выводах, доказательствах, опровержениях. Процедура поиска вывода в данном случае состоит в расширении первоначальных нормальных форм на все большую глубину и в последующей проверке вновь возникающих конститuent на непротиворечивость. Эта процедура имеет алгоритмический характер, и ее нетрудно сформулировать в соответствующем виде.

Вместе с тем на выявлении и устранении противоречивых конститuent из дистрибутивных нормальных форм первопорядковых формул основывается положение о приращении информации в ходе логических процедур. Проведенный анализ позволяет нам заявить, что сами по себе логические выводы, доказательства, опровержения в теории дистрибутивных нормальных форм не могут увеличивать поверхностной информации высказываний. По отношению к таким рассуждениям, как вывод, доказательство, опровержение, поверхностная информация ведет себя точно так же, как и глубинная. Однако приращение поверхностной информации в ходе логических процедур происходит, конечно, при выявлении и устранении противоречивых конститuent из содержания высказываний, а это выявление и устранение имеет место в ходе поиска вывода (до-

казательства, опровержения), и, таким образом, именно процедуры поиска вывода являются теми процедурами, которые увеличивают имеющуюся у субъекта познания до их осуществления поверхностную информацию, сообщаемую первопорядковыми высказываниями, и именно к ним относятся построения Я. Хинтикки.

#### § 4. Приращение информации в процедуре поиска вывода для системы $SLC^o$

Предпринятое в предыдущих параграфах этой главы рассмотрение показывает, в каком смысле введенные Я. Хинтиккой понятия поверхностной и глубинной информации можно рассматривать как понятия *дологической* и *постлогической* информации. Поверхностная информация представляет собой дологическую информацию, поскольку она характеризует содержание высказываний до момента включения их в логическую систему в качестве ее теорем, выводимых в ней формул и т. п. или, иначе говоря, до момента включения их в выводы, доказательства, опровержения этой системы. Глубинную информацию можно рассматривать как постлогическую в силу того, что она характеризует содержание высказываний после того, как они прошли обработку логическими процедурами поиска вывода и стали элементами логической системы.

Проблема дологической информации была подробно рассмотрена Я. Хинтиккой для процедур поиска вывода в терминах дистрибутивных нормальных форм. Для других форм процедур поиска этот вопрос вообще не изучался, да вряд ли когда-либо ставился. По всей видимости такое положение дел вызвано непригодностью большинства процедур поиска для выделения базисных альтернатив, на основе которых определяется обычно понятие семантической информации.<sup>29</sup> Поскольку указанная проблема в целом, по-видимому, достаточно сложна, мы обратимся к исследованию одного из частных случаев ее, а именно попытаемся определить понятия дологической и постлогической информации для процедуры поиска вывода в системе  $SLC^o$ , представляющей собой разрешимый фрагмент первопорядковой классической логики. Это, конечно, одна из самых простых процедур поиска, хотя бы в силу разрешимости системы. Однако зачастую именно простые частные случаи помогают выявить некоторые важные общие черты концептуальной ситуаций. К тому же при помощи этой системы можно определить регулярную (хотя и не очень практичную)

---

<sup>29</sup> Возможно, что для изучения таких процедур окажется полезным алгоритмическое понятие информации, введенное А. Н. Колмогоровым, которое не требует выделения множества базисных альтернатив.

процедуру поиска вывода для всей первопорядковой логики.<sup>30</sup>

Система  $SLC^0$ , введенная В. А. Смирновым, представляет собой секвенциальную систему без структурных правил, образованную из канторовской системы при помощи замены правил  $V \rightarrow$  и  $\rightarrow E$  на соответствующие правила в генценовской формулировке, а также удаления правил для знаков « $=$ », « $\equiv$ ». Она имеет простую разрешающую процедуру, сформулированную В. А. Смирновым как процедура поиска вывода. Вот эта формулировка.

«А. Предварительная процедура.

В секвенции  $\Gamma \rightarrow \Delta$  размечаются кванторы: при каждом отрицательном кванторе пишется число положительных кванторов, находящихся в области действия этого квантора.

В. Процедура построения дерева поиска доказательства. Фигуры  $V \rightarrow$  и  $\rightarrow E$  переформулируем

$$\frac{\frac{\Gamma, At_1, \Delta \rightarrow \theta \text{ или } \dots \text{ или } \Gamma, At_n, \Delta \rightarrow \theta}{\Gamma, \forall x Ax, \Delta \rightarrow \theta}}{\Gamma \rightarrow \Psi, At_1, \theta \text{ или } \dots \text{ или } \Gamma \rightarrow \Psi, At_n, \theta}, \frac{\Gamma \rightarrow \Psi, At_1, \theta \text{ или } \dots \text{ или } \Gamma \rightarrow \Psi, At_n, \theta}{\Gamma \rightarrow \Psi, \exists x Ax, \theta}$$

где  $t_1, \dots, t_n$  — свободные переменные, входящие в формулы нижней секвенции, или  $\omega_0$ , если таковых нет.

Дерево поиска доказательства строим «снизу вверх», придерживаясь следующих правил.

(0) Проверяется, не является ли секвенция основной. Если да, то секвенция закрывается, если нет, то:

(1) устраняется самое левое вхождение положительного квантора;

(2) если (1) неприменим, то устраняется самое левое вхождение пропозиционального знака из формул, содержащих кванторы;

(3) если (1) и (2) неприменимы, то устраняется самое левое вхождение отрицательного квантора с наибольшим индексом;

(4) если (1), (2) и (3) неприменимы, то устраняется самое левое вхождение пропозиционального знака.

Эту процедуру осуществляем над каждой секвенцией. Процесс обрывается, если секвенция основная или не содержит неатомарных формул и не является основной. В итоге получаем дерево поиска, в верхних ветвях которого стоят основные секвенции или недоказуемые неразложимые секвенции».<sup>31</sup>

<sup>30</sup> Системы без сокращения в настоящее время активно используются для поиска выводов в логике первого порядка (см.: Ketonen J., Weuschaich R. A. decidable fragment of predicate calculus // Theoretical Computer Science. 1984. Vol. 32, N 3. P. 297—307).

<sup>31</sup> Смирнов В. А. Формальный вывод и логические исчисления. М., 1972. С. 165—166.

Главным достоинством данной процедуры представляется возможность одновременного рассмотрения различных *альтернативных путей* поиска вывода исходной секвенции, что достигается за счет переформулировки правил  $V \rightarrow$  и  $\rightarrow \exists$  (т. е. правил введения отрицательных кванторов). Введение союза «или», связывающего поддеревья исходного дерева, позволяет одновременно рассматривать несколько альтернативных путей поиска вывода, число которых является основным фактором, определяющим *сложность* дерева поиска вывода. Наличие таких альтернатив и позволяет определить соответствующие понятия вероятности и информации.<sup>32</sup> В силу полноты данной процедуры поиска для системы  $SLC^0$  (процедура всегда конечна и на выходе дает либо вывод исходной секвенции, либо показывает ее невыводимость в  $SLC^0$ ) множества путей, образующихся при применении правил для отрицательных кванторов, достаточно для обнаружения вывода исходной секвенции в  $SLC^0$ .

Для облегчения последующих рассуждений введем некоторые терминологические соглашения и определим необходимые понятия.

1. (а) Правила  $V \rightarrow$  и  $\rightarrow \exists$  назовем «или»-правилами; (б) правила, отличные от «или»-правил, назовем «и»-правилами.

2. «Или»-ветвлением («и»-ветвлением) назовем разветвление ветви дерева поиска в результате применения «или»-правил («и»-правил).

3. «Или»-деревом  $\mathcal{A}_i$  назовем каждое из поддеревьев дерева поиска, возникающих в результате применения «или»-правил.

4. Семейством «или»-деревьев  $\tilde{\mathcal{A}}_i$  назовем множество «или»-деревьев, корнями которых служат секвенции, являющиеся посылками некоторого применения «или»-правила. Секвенцию, стоящую в заключении этого применения «или»-правила, назовем предком данного «или»-семейства.

Дерево поиска вывода предстает перед нами как совокупность (частично упорядоченная) «или»-деревьев. Именно в терминах «или»-деревьев и будет вестись значительная часть последующих рассуждений. Переход от одного «или»-дерева к следующему с помощью одного из «или»-правил естественно считать переходом на следующий этап поиска вывода. Исходя из этого соображения, определим понятие уровня поиска вывода.

5. (а) Исходная секвенция и все секвенции, получающиеся

<sup>32</sup> Отметим, что наличие альтернативных путей поиска вывода не является особенностью данной процедуры поиска. Так, широко известный метод метaperменных, введенный С. Кангером, также позволяет рассматривать одновременно несколько путей поиска, склеивая их в один при помощи метaperменной.

из нее по «и»-правилам, принадлежит уровню 0; б) если секвенция  $S$  («или»-дерево  $\mathfrak{A}_i$ ) принадлежат уровню  $h$ , а  $S'$  (корень  $\mathfrak{A}'_i$ ) получается из  $S$  (одной из верхних секвенций  $\mathfrak{A}_i$ ) с помощью одного из «или»-правил, то  $S'(\mathfrak{A}'_i)$  принадлежит уровню  $h + 1$ .

Семейство  $\tilde{\mathfrak{A}}_i$  (дерево  $\mathfrak{A}_i$ ), расположенное на уровне  $h$  будем обозначать  $\tilde{\mathfrak{A}}_i^h$  ( $\mathfrak{A}_i^h$ ).

6. *Высотой* дерева поиска вывода  $h$  назовем число уровней в нем. Заметим, что число применений «и»-правил не влияет на высоту дерева поиска вывода.

Центральным звеном нашей конструкции будет служить понятие «*путь поиска вывода*». Однако в силу переплетения применений «и»- и «или»-правил в ходе поиска вывода определение пути потребует некоторого вспомогательного аппарата.

7. Существенным на уровне  $h$  «и»-ветвлением назовем «и»-ветвление уровня  $g < h$ , одна из ветвей которого достигает уровня  $h$ , а другая достигает уровня  $h$  или замыкается на уровне  $f$  ( $g \leq f < h$ ).

8. Семейство  $\tilde{\mathfrak{A}}_p^h$  «или»-деревьев уровня  $h$  назовем *связанным* с некоторым «и»-ветвлением  $\alpha$  уровня  $g < h$ , если и только если существует последовательность «или»-деревьев  $\mathfrak{A}^{i_1}, \dots, \mathfrak{A}^{i_k}$ , такая, что предок каждого  $\mathfrak{A}^{i_j}$  ( $1 \leq j \leq k$ ) является верхней секвенцией «или»-дерева  $\mathfrak{A}^{i_{j-1}}$ ; предок семейства, в которое входит  $\mathfrak{A}^{i_1}$ , принадлежит ветви, выходящей из «и»-ветвления  $\alpha$ , а  $\mathfrak{A}^{i_k} = \mathfrak{A}_p^h \in \tilde{\mathfrak{A}}_p^h$ .

9. Семейства  $\mathfrak{A}_{i_1}^h, \dots, \mathfrak{A}_{i_n}^h$  уровня  $h$  назовем *сопряженными*, если каждое из этих семейств связано с существенным «и»-ветвлением  $\alpha$ , расположенным на уровне  $g < h$ . Пусть исходная секвенция и все секвенции, расположенные на уровне 0, составляют дерево поиска высоты 0. Определим понятие «*путь поиска вывода*» (в дальнейшем просто «путь»):

10. (а) Дерево поиска высоты 0 есть путь высоты 0 ( $\mathfrak{B}^0$ ).

(б) Пусть  $\mathfrak{B}_r^{h-1}$  ( $h \geq 1$ ) будет путь высоты  $h - 1$ , имеющий следующий вид:  $\langle \mathfrak{B}_s^{h-2}, \{\mathfrak{A}_{j_1}^{h-1}, \dots, \mathfrak{A}_{j_n}^{h-1}\} \rangle$  или  $\langle \mathfrak{B}_s^{h-2}, \mathfrak{A}_j^{h-1} \rangle$ ; тогда:

(1) если  $\mathfrak{A}_i^h$  — элемент несопряженного семейства уровня  $h$ , то  $\langle \mathfrak{B}_r^{h-1}, \mathfrak{A}_i^h \rangle$  есть путь высоты  $h$ ;

(2) если  $\mathfrak{A}_{i_1}^{h-1}, \dots, \mathfrak{A}_{i_k}^{h-1}$  — элементы сопряженных семейств  $\tilde{\mathfrak{A}}_{i_1}^h, \dots, \tilde{\mathfrak{A}}_{i_k}^h$  уровня  $h$ , предки которых находятся среди верхних секвенций «или»-деревьев  $\mathfrak{A}_{j_1}^{h-1}, \dots,$

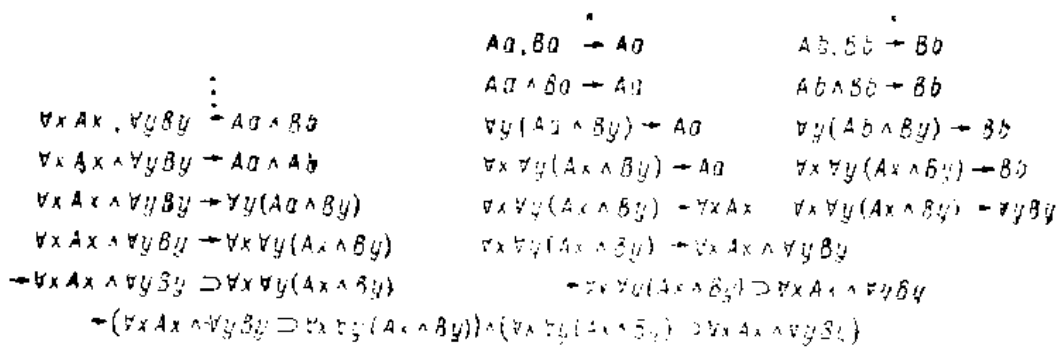
$\mathcal{A}_{j_n}^{h-1}$  или  $\mathcal{A}_j^{h-1}$  соответственно, то  $\langle \mathcal{B}_r^{h-1}, \{\mathcal{A}_{i_1}^h, \dots, \mathcal{A}_{i_n}^h\} \rangle$  есть путь высоты  $h$ .

Таким образом путь представляет собой минимальную частично упорядоченную систему «или»-деревьев, в рамках которой возможно построение вывода исходной секвенции.<sup>33</sup>

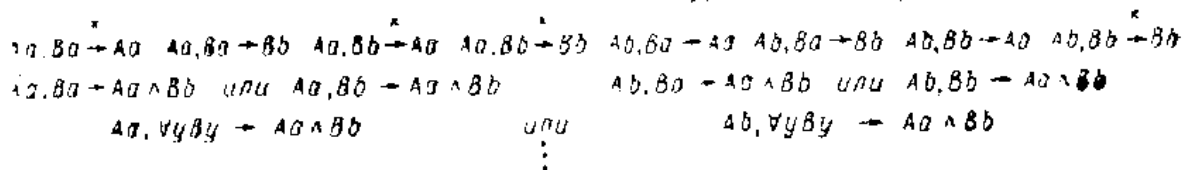
В дальнейшем нам понадобится еще одно понятие, связанное с понятием пути.

11. Путь  $\mathcal{B}_j^{h+n}$  ( $n \geq 1$ ) является продолжением пути  $\mathcal{B}_i^h$ , если существует последовательность «или»-деревьев  $\mathcal{A}_{i_0}^h, \mathcal{A}_{i_1}^{h+1}, \dots, \mathcal{A}_{i_n}^{h+n}$ , такая, что  $\mathcal{A}_{i_0}^h \in \mathcal{B}_i^h, \dots, \mathcal{A}_{i_n}^{h+n} \in \mathcal{B}_j^{h+n}$ , а каждое  $\mathcal{A}_{i_p}^{h+p}$  ( $p = 0, 1, \dots, n$ ) принадлежит семейству уровня  $h+p$ , предком которого является одна из верхних секвенций «или»-дерева  $\mathcal{A}_{i_{p-1}}^{h+p-1}$ .

Проиллюстрируем введенные понятия на примере. Рассмотрим построение дерева поиска секвенции  $\rightarrow \forall x \forall y (Ax \wedge By) \equiv \equiv \forall x Ax \wedge \forall y By$ :

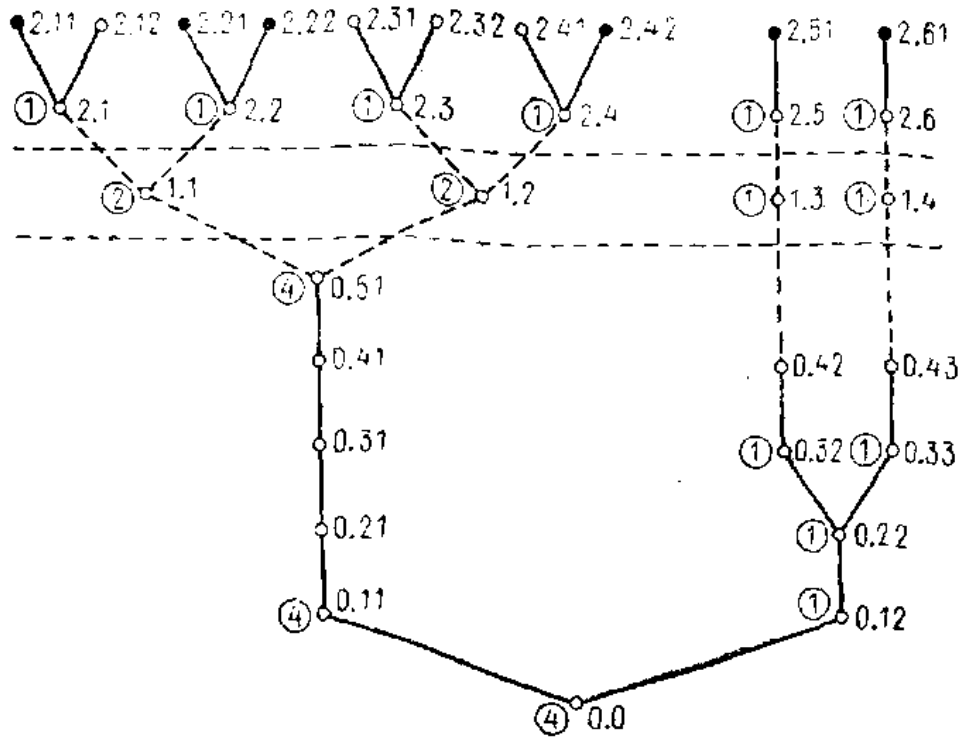


Левую ветвь изображенного нами дерева поиска продолжим, применяя переформулированное  $\forall \rightarrow$ , следующим образом:



Для удобства изобразим это дерево схематически:

<sup>33</sup> Используемое нами понятие пути имеет мало общего с понятием пути в теории сетей и графов. Наш «путь» представляет собой множество путей в обычном смысле слова. Вместо термина «путь» можно было бы пользоваться термином «дерево поиска» (соответственно, «альтернативное дерево поиска»), но, поскольку последний употребляется для обозначения всей конструкции, строящейся в процессе поиска, мы предпочли употреблять термин «путь» в несколько необычном смысле.



Кружки заменяют секвенции, черные точки — замкнутые секвенции, сплошные линии означают переход от одной секвенции к другой по «и»-правилам, пунктирные — по «или»-правилам. Пунктирные горизонтальные линии разделяют уровни поиска (уровни дерева поиска).

В изображенном на схеме дереве поиска «или»-деревьями будут служить следующие множества узлов:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^0 &= \{0, 0.11, 0.12, 0.22, 0.31, 0.32, 0.33, 0.41, 0.51\}, \\ \mathcal{A}_1^1 &= \{1.1\}, \mathcal{A}_2^1 = \{1.2\}, \mathcal{A}_3^1 = \{1.3\}, \mathcal{A}_4^1 = \{1.4\}, \\ \mathcal{A}_1^2 &= \{2.1, 2.11, 2.12\}, \mathcal{A}_2^2 = \{2.2, 2.21, 2.22\}, \\ \mathcal{A}_3^2 &= \{2.3, 2.31, 2.32\}, \mathcal{A}_4^2 = \{2.4, 2.41, 2.42\}, \\ \mathcal{A}_5^2 &= \{2.5, 2.51\}, \mathcal{A}_6^2 = \{2.6, 2.61\}. \end{aligned}$$

Имеются также следующие «или»-семейства:

$$\tilde{\mathcal{A}}_{1,2}^1 = \{\mathcal{A}_1^1, \mathcal{A}_2^1\}, \tilde{\mathcal{A}}_{3,4}^1 = \{\mathcal{A}_3^1, \mathcal{A}_4^1\},$$

$$\tilde{\mathcal{A}}_{1,2}^2 = \{\mathcal{A}_1^2, \mathcal{A}_2^2\}, \tilde{\mathcal{A}}_{3,4}^2 = \{\mathcal{A}_3^2, \mathcal{A}_4^2\}, \tilde{\mathcal{A}}_5^2 = \{\mathcal{A}_5^2\}, \tilde{\mathcal{A}}_6^2 = \{\mathcal{A}_6^2\}.$$

Все семейства уровней 1 и 2 сопряжены друг с другом. Семейство  $\tilde{\mathcal{A}}_{1,2}^2$ , к примеру, связано с существенным «и»-ветвлением в узле 0.0 посредством «или»-дерева  $\mathcal{A}_1^1$ .

В данном дереве поиска вывода имеются следующие пути:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}^0 &= \langle \mathcal{A}^0 \rangle; \mathcal{B}_1^1 = \langle \mathcal{A}^0, \{\mathcal{A}_1^1, \mathcal{A}_3^1, \mathcal{A}_4^1\} \rangle; \mathcal{B}_2^1 = \langle \mathcal{A}^0, \{\mathcal{A}_2^1, \mathcal{A}_3^1, \mathcal{A}_4^1\} \rangle; \\ \mathcal{B}_1^2 &= \langle \mathcal{A}^0, \{\mathcal{A}_1^1, \mathcal{A}_3^1, \mathcal{A}_4^1\}, \{\mathcal{A}_1^2, \mathcal{A}_5^2, \mathcal{A}_6^2\} \rangle; \mathcal{B}_2^2 = \langle \mathcal{A}^0, \{\mathcal{A}_1^1, \mathcal{A}_3^1, \mathcal{A}_4^1\}, \\ &\{\mathcal{A}_2^2, \mathcal{A}_5^2, \mathcal{A}_6^2\} \rangle; \mathcal{B}_3^2 = \langle \mathcal{A}^0, \{\mathcal{A}_2^1, \mathcal{A}_3^1, \mathcal{A}_4^1\}, \{\mathcal{A}_3^2, \mathcal{A}_5^2, \mathcal{A}_6^2\} \rangle; \mathcal{B}_4^2 = \langle \mathcal{A}^0, \\ &\{\mathcal{A}_2^1, \mathcal{A}_3^1, \mathcal{A}_4^1\}, \{\mathcal{A}_4^2, \mathcal{A}_5^2, \mathcal{A}_6^2\} \rangle. \end{aligned}$$



Подобные пути поиска вывода могут служить *базисными альтернативами* при определении понятия вероятности утверждения о построении доказательства исходной секвенции, так как они представляют собой альтернативные (но не исключающие друг друга) способы построения вывода исходной секвенции. Решение вопроса о способе приписывания вероятностей (весов) нашим альтернативам, конечно, зависит от содержательной трактовки определяемого понятия вероятности. Действительно, какой смысл может иметь приписывание веса путям поиска вывода? Наиболее естественным представляется следующий ответ: вес, приписываемый данному пути поиска вывода, должен выражать *степень уверенности субъекта*, производящего поиск, в том, что вывод исходной секвенции будет получен именно на этом пути. В таком случае наше построение с самого начала связано с субъектом, производящим поиск, а вводимое понятие вероятности близко по своей содержательной трактовке к широко обсуждаемому понятию субъективной вероятности. Свойства такого понятия вероятности, конечно, зависят от того, как мы понимаем способности (логическую компетентность) субъекта производящего поиск.

Среди вопросов, для ответа на которые приходится обращаться к рассмотрению способностей субъекта, фигурирует, например, столь важный, как: каким альтернативным путям данной высоты приписывать ненулевой вес? Дело в том, что на данном уровне поиска вывода мы можем различить два типа путей: пути, которые замыкаются на данном уровне или не замыкаются, но имеют продолжения на более высоких уровнях, и пути, которые на данном уровне содержат незамкнутые далее неразложимые секвенции. Первые мы в дальнейшем будем называть *перспективными* на данном уровне путями,<sup>34</sup> вторые — *тривиально бесперспективными* на данном уровне путями. Естественно возникает вопрос: приписывать ли ненулевой вес тривиально бесперспективным путям (на данном уровне)? Основанием для приписывания им веса может служить то соображение, что в рамках этих путей все же осуществляется поиск вывода — происходит применение «и»-правил. Однако «и»-правила носят совершенно механический, однозначный характер, и мы вполне можем предполагать, что в число способностей субъекта входит умение предвидеть результат применения этих правил и тем самым немедленно распознавать тривиальную бесперспективность путей данного уровня. Такому

---

<sup>34</sup> Путь, у которого имеется по крайней мере одно продолжение, не содержащее незамкнутых секвенций, которые далее неразложимы, будем называть в дальнейшем собственно перспективным путем.

пониманию способностей субъекта соответствует приписывание тривиально бесперспективным на данном уровне путям нулевого веса. Конечно, если отвлечься от *всех* знаний субъекта, то становится возможным приписывать ненулевой вес и тривиально бесперспективным путям. Тогда получится понятие информации, количество которой может изменяться не только при переходе с одного уровня на другой, но и в пределах одного уровня.<sup>35</sup> Такое понятие также обладает интересными свойствами, однако мы его не будем рассматривать.

Для определения численного значения весов, приписываемых путям, нам понадобится способ вычисления числа путей на каждом уровне поиска вывода. Очевидно, что число путей на уровне 0 равно единице. Естественность такого положения дел подтверждается тем, что на этом уровне не возникает альтернативных путей. На более высоких уровнях вычисление числа путей затрудняется наличием существенных «и»-ветвлений, которые, сопрягая друг с другом «или»-деревья одного уровня, делают наши пути не линейной последовательностью «или»-деревьев, а частично упорядоченной системой их.

Опишем способ определения числа путей в данном дереве поиска вывода на уровне  $h$ . Каждому «или»-дереву уровня  $h$  припишем индекс, равный единице. (На нашей схеме индексы представлены числами в кружочках слева от соответствующих узлов). Затем предку каждого «или»-семейства уровня  $h-1$  припишем индекс, равный сумме индексов, соответствующего «или»-семейства (короче говоря, числу членов этого «или»-семейства).

Узел дерева будем считать помеченным, если ему приписан индекс. Допустим, что индекс ветви  $\alpha_1$ , выходящей из некоторого «и»-ветвления  $\alpha$ , равен индексу самой нижней помеченной секвенции, расположенной на этой ветви. Тогда узлу, из которого выходит существенное «и»-ветвление, припишем индекс, равный произведению индексов, приписанных выходящим из него ветвям. Корню каждого «или»-дерева уровня  $h-1$  припишем индекс, равный индексу самого нижнего помеченного узла данного дерева. Затем, возвращаясь к началу нашей процедуры приписывания, припишем предку каждого «или»-семейства уровня  $h-1$ , принадлежащего уровню  $h-2$ , индекс, равный сумме индексов корней элементов этого семейства. И так вплоть до корня дерева поиска.

*Число путей* в дереве поиска вывода уровня  $h$  будет равняться индексу, приписанному корню дерева поиска.

Вернемся к вопросу о приписывании весов нашим путям поиска вывода. Уже упоминалось, что одной из особенностей

<sup>35</sup> Таким образом, свойства понятия информации зависят от того, как мы понимаем способности субъекта познания, т. е. по существу от запаса его знаний (ср. с подходом к понятию информации, развиваемым Е. К. Войшвилло).

рассматриваемой процедуры поиска вывода является достаточность имеющихся в дереве поиска путей для обнаружения вывода исходной секвенции. Это положение мы можем теперь интерпретировать следующим образом: на каждом уровне поиска вывода субъект, производящий этот поиск, имеет все основания быть уверенным в том, что рассматриваемые пути обязательно приведут к обнаружению вывода (если он вообще существует). Это несколько странное на первый взгляд утверждение основывается на том факте из, так сказать, «психологии» поиска вывода, что вывод (доказательство) обычно ищут для тех секвенций (высказываний), которые считают доказуемыми (выводимыми).<sup>36</sup> Вряд ли кому-нибудь придет в голову искать доказательство высказывания, не предполагая, что это высказывание является теоремой системы. Таким образом, в процессе поиска вывода субъект должен быть уверен, что вывод обязательно обнаружится по крайней мере на одном из рассматриваемых путей, т. е. сумма вероятностей всех путей данного уровня должна быть равной единице.

Итак, мы уже можем подвести предварительные итоги обсуждения способов распределения весов среди путей поиска вывода данной высоты. Во-первых, ненулевые веса мы будем приписывать только путям, которые на данном уровне не являются тривиально бесперспективными; во-вторых, сумма весов, приписанных путям на каждом уровне, должна равняться единице; в-третьих, вес данного пути является численным выражением степени уверенности субъекта, производящего поиск, в возможности обнаружения вывода на этом пути.

Учитывая только что высказанные соображения, несложно определить и сам способ приписывания весов. Этот способ, конечно, зависит от того, считаем ли мы все пути поиска равновозможными или нет. В первом случае естественно применять равномерное распределение весов, во втором — неравномерное. Поскольку с чисто логической точки зрения мы не имеем оснований а priori предпочесть одну альтернативу другой, то естественнее всего применять равномерное распределение весов.

Пусть число  $l(h)$  путей уровня  $h$  равно  $n$ . Тогда вероятность каждого пути, не являющегося тривиально бесперспективным, будет равна  $1/n$ . Обозначим вероятностно-подобную меру, назначающую веса путям уровня  $h$ , через  $p^h(\mathcal{B}_i^h)$ . Тогда  $p^h(\mathcal{B}_i^h) = 1/n$ . Пусть  $\mathcal{A}^h$  будет дерево поиска вывода высоты  $h$ . В таком случае

<sup>36</sup> Э. Бет так формулирует это положение: «То, что  $Z$  логически следует из  $K$ , пока нам не дана сама дедукция, мы можем только предполагать (за исключением некоторых случаев, которые не имеют для нас существенного значения). Эвристические методы дедукции (процедуры поиска вывода. — В. Б.) прежде всего предназначены дать нам указания о том, что следует предпринять, если возникнет такое предположение» (Beth E. Aspects of modern logic. P. 60).

$$p^h(\mathcal{Q}^h) = \sum_{i=1}^{l(h)} p^h(\mathcal{B}_i^h) = 1.$$

На основании этой вероятностной меры можно ввести и соответствующую меру информации  $\text{inf}^h(S_{\mathcal{B}_i^h}) = -\log_2 p^h(\mathcal{B}_i^h)$ , которая выражает степень неожиданности получения вывода исходной секвенции  $S$  на данном пути поиска вывода  $\mathcal{B}_i^h$ . Точнее говоря,  $\text{inf}^h(S_{\mathcal{B}_i^h})$  есть мера информативности сообщения об успешном поиске секвенции  $S$  на данном пути поиска вывода  $\mathcal{B}_i^h$  высоты  $h$  или, иначе говоря, утверждения о выводимости данной секвенции на данном пути поиска вывода. При таком истолковании не является неожиданным тот факт, что  $\text{inf}^h S_{\mathcal{Q}^h} = 0$ , т. е. утверждение о выводимости данной секвенции в пределах всего дерева поиска данной высоты, не приносит нам ничего нового, так как мы уже отмечали, что субъект, производящий поиск, ожидает именно этого.

С другой стороны, если выяснилось, что ни один из путей не ведет к успеху, т. е. если все они содержат незамкнутые неразложимые далее секвенции, то вероятность, приписанная такому дереву поиска, очевидно, равна нулю, а информация утверждения о выводимости исходной секвенции — бесконечна, поскольку вполне естественно, что сообщение об успешном поиске вывода исходной секвенции в ситуации, где выяснилась невозможность получения вывода ее в пределах данного дерева поиска, несет бесконечную информацию, так как противоречит реальному положению дел.

Ранее мы уже говорили о возможной бесперспективности путей. Однако тривиальная бесперспективность не является единственным видом бесперспективности. Может случиться (и зачастую случается), так, что путь, который не был тривиально бесперспективным на уровне  $h$ , все же становится впоследствии (на более высоких уровнях) бесперспективным. Это происходит тогда, когда все продолжения его на некоторой высоте  $h+e$  ( $e \geq 1$ ) тривиально бесперспективны. Такого рода пути мы назовем нетривиально бесперспективными. Точнее говоря, путь высоты  $h$  назовем *нетривиально бесперспективным*, если и только если существует такое число  $e$  ( $e \geq 1$ ), что все продолжения данного пути высоты  $h+e$  тривиально бесперспективны.

Появление нетривиально бесперспективных путей показывает, что по мере построения дерева поиска вывода могут выявляться *новые обстоятельства*, касающиеся возможностей поиска и степеней нашей веры в успех на тех или иных путях поиска. Такому выявлению новых обстоятельств и обнаружению неоправданности нашей уверенности в успешном поиске

вывода на некоторых путях должно соответствовать увеличению информативности утверждения о выводимости данной секвенции в данном дереве поиска вывода. Это увеличение информации обязано тому, что, продвигаясь на более высокие уровни, мы можем точнее оценить действительное содержание рассматриваемого утверждения. Исходя из этих соображений, введем меру, оценивающую вероятность дерева и информацию нашего утверждения на некотором уровне с точки зрения более высокого уровня:

$$p^{h+k}(\mathcal{A}^h) = p^h(\mathcal{A}^h) - \sum_{i=1}^s p^h(\mathcal{A}_i^{*h}) = 1 - \sum_{i=1}^s p^h(\mathcal{B}_i^{*h}),$$

где  $s \leq l(h)$ , а  $\mathcal{B}_i^{*h}$  ( $i = 1, 2, \dots, s$ ) — путь, перспективный на высоте  $h$ , все продолжения которого на высоте  $h+k$  тривиально бесперспективны.

$$\text{inf}^{h+k}(S_{\mathcal{A}^h}) = -\log_2 p^{h+k}(\mathcal{A}^h) \geq 0.$$

Таким образом, мера  $\text{inf}^{h+k}(S_{\mathcal{A}^h})$  есть мера приращения информации в процессе поиска секвенции  $S$  при переходе с уровня  $h$  на уровень  $h+k$ , т. е. мера *относительного приращения* информации утверждения о выводимости исходной секвенции при переходе с уровня  $h$  на уровень  $h+k$  ( $k \geq 1$ ).

Можно также определить меру абсолютного приращения информации в процессе поиска вывода. Абсолютное приращение информации естественно толковать как суммарное приращение информации при уже завершённом поиске вывода, когда установлены все нетривиально бесперспективные пути всех уровней. Пусть  $\mathcal{B}_{j_i}^{h_i}$  будут все нетривиально бесперспективные пути высоты  $h_i$ , такие, что пути высоты  $h_i-1$ , продолжениями которых служат наши первоначальные пути, собственно перспективны (т. е. это нетривиально бесперспективные пути наименьшей высоты). Очевидно, что в различных частях дерева поиска они могут иметь различную высоту. Пусть  $p^*(\mathcal{A}_s)$  будет суммой весов таких нетривиально бесперспективных путей, т. е.  $p^*(\mathcal{A}_s) = p^{h_1}(\mathcal{B}_{j_1}^{h_1}) + \dots + p^{h_n}(\mathcal{B}_{j_n}^{h_n})$  или иначе:  $p^*(\mathcal{A}_s) = \sum_{i=1}^n p^{h_i}(\mathcal{B}_{j_i}^{h_i})$ . Однако возможно, что  $p^*(\mathcal{A}_s)$  будет больше единицы. Это заставляет нас нормализовать эту сумму, например, разделив ее на число слагаемых. Положим вес нетривиально бесперспективных путей поиска

$$p^*(\mathcal{A}_s) = \frac{\sum_{i=1}^n p^{h_i}(\mathcal{B}_{j_i}^{h_i})}{n}.$$

Тогда вес перспективных путей поиска вывода в данном дереве положим  $p^+(A_s) = 1 - p^*(A_s)$ , а приращение информации утверждения о выводимости исходной секвенции в процессе поиска определим так:

$$I(S_{21}) = -\log_2 p^+(A_s).$$

Сформулированное понятие информации и приращения ее в процессе поиска вывода позволяет ввести некоторые понятия, связанные со сложностью поиска вывода, такие, например, как тривиальность поиска. Тривиальным поиском вывода будем считать поиск, для которого верно, что  $I(S_{21}) = 0$ . Тогда в ранг тривиальных попадут попытки построения вывода, не включающие нетривиально бесперспективных путей, а также попытки, в которых один из путей замыкается прежде, чем выявится нетривиальная бесперспективность какого-либо пути. Можно ввести и меры нетривиальности поиска. В качестве таких мер могут, например, выступать значения функции  $I(S_{21})$  или высота дерева поиска.

Применение различия вывода и поиска вывода к указанной проблеме поднимает еще один важный вопрос: в каких языковых структурах фиксируется знание субъекта познания о логических отношениях? Иначе говоря, что же является носителем информации о логических отношениях высказываний?

В теории семантической информации типа Карнапа — Бар-Хиллела носителем информации считается высказывание объектного языка. По нашему мнению, здесь скрывается один из источников признания неинформативности логических процедур, поскольку семантическая информация высказывания объектного языка определяется, как только задана структура языка и класс его моделей, а следовательно, независимо от наших способов оперирования с данным высказыванием и фактического выполнения логических процедур. Выбор высказываний объектного языка в качестве носителей информации не позволяет учесть логический «аспект» информации и не может служить адекватной базой для исследования проблемы информативности логических процедур.

Что же является носителем информации о логических отношениях высказываний, другими словами, содержание какой языковой структуры изменяется при совершении процедур поиска вывода? Ответ на этот вопрос представляется однозначным — такой языковой структурой является метаязыковое утверждение о доказуемости некоторого высказывания объектного языка. Действительно, содержание доказываемого высказывания объектного языка не изменяется, поскольку, как мы уже видели, оно фиксируется объективно (независимо от субъек-

екта, совершающего логические процедуры и его действий), но вполне можно говорить о том, что информативность утверждения о доказуемости данного высказывания увеличивается в результате успешного поиска вывода.<sup>37</sup>

В пользу приведенного тезиса свидетельствует также и то, что исследование логических отношений между высказываниями происходит в метаязыке. Недаром С. Клини называет метаязык языком исследователя.<sup>38</sup> Это положение также хорошо иллюстрируется примером процедур поиска вывода для секвенциальных систем, в которых носителем информации оказывается метаутверждение о выводимости исходной секвенции.

Ранее мы уже касались понятия «языковая фикция» и выяснили, что именно присутствие таких фикций в содержании доказываемых и выводимых высказываний и устранение их в нетривиальных логических процедурах поиска позволяет говорить о приращении информации в ходе этих процедур. В § 2 данной главы был рассмотрен вопрос о природе таких фикций в теории дистрибутивных нормальных форм. Аналогичная проблема возникает и в связи с только что рассмотренной процедурой поиска и введенным понятием информации. Ответ естественным образом подсказывается аналогией с дистрибутивными нормальными формами — как там мы считали языковыми фикциями нетривиально противоречивые конститuentы, так и здесь на роль языковых фикций претендуют нетривиально бесперспективные пути поиска вывода.

Как уже отмечалось в § 1 данной главы, в общем случае языковые фикции представляют собой кажущиеся компоненты содержания (множества неопределенности) доказываемых или выводимых высказываний, которые, как выясняется в ходе анализа, не являются его реальными компонентами. В случае рассматриваемой в этом параграфе процедуры поиска в роли такого множества неопределенности для утверждений о выводимости исходной секвенции выступают альтернативные пути поиска вывода, которые возникают в результате рассмотрения разных возможностей анализа содержания высказываний, входящих в исходную секвенцию. Альтернативные пути, которые претендуют на статус возможного вывода исходной секвенции, но в ходе продвижения по уровням анализа выявляют свою нетривиальную бесперспективность, т. е. нетривиально бесперспективные пути, и являются языковыми фикциями для нашей процедуры поиска.

В процедурах поиска вывода центральным является вопрос

<sup>37</sup> Метаязыковой характер утверждений, с которыми имеют дело процедуры поиска вывода, подчеркивают, например, Чень и Ли. Так, они называют теоремами в теории поиска вывода «утверждения, что формула логически следует из формул» (Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. М., 1983. С. 13).

<sup>38</sup> Клини С. Математическая логика. М., 1973. С. 11—12.

обнаружения по данной гипотезе совокупности ее возможных доказательств (выводов). Задача любой процедуры такого типа — выявить и построить в формализованном языке конструкцию, которая воспроизводила бы неформальную процедуру рассуждения, приводящую в формализуемой теории к данной гипотезе (утверждению, теореме).<sup>39</sup> Однако не все конструкции, порождаемые в процессе поиска вывода, отражают рассуждения, ведущие к искомому доказательству (выводу). В нашей процедуре искомым возможным выводам исходной секвенции соответствуют пути поиска вывода. Как мы уже видели, даже при успешном поиске вывода возникают такие пути, которые претендуют на статус возможного вывода исходной секвенции, но тем не менее не ведут к обнаружению вывода. Это — нетривиально бесперспективные пути. В ходе поиска и выясняется, что им нельзя сопоставить никакого рассуждения, ведущего к доказательству данной гипотезы. Поскольку нетривиально бесперспективные пути не имеют отношения к воспроизводимым содержательным процедурам рассуждения, ведущим к доказательству исходной гипотезы, то приходится заключить, что они являются порождением самой процедуры поиска, в частности ее механического характера. Действительно, альтернативные пути поиска вывода возникают при применении «или»-правил, которые на место догадки в деле выбора индивида для продолжения поиска ставят механический перебор всех индивидов и всех возможностей обнаружения вывода. Следствием такого рекурсивного введения индивидов в «или»-правилах и является возникновение излишних, фиктивных, т. е. нетривиально бесперспективных, путей.

Хотелось бы подчеркнуть, что непосредственной причиной возникновения бесперспективных путей в процессе поиска вывода является рассмотрение его возможностей и для таких индивидов, которые в действительности (как выясняется впоследствии) не могут вести к построению вывода. Введение таких фиктивных индивидов является общей чертой процедур поиска вывода, что, в частности, отмечает Э. Бет: «...механическое применение метода семантических таблиц (т. е. как метода поиска вывода. — В. Б.) необходимо включает введение индивидуальных параметров, которые не вносят вклада в замыкающие таблицы».<sup>40</sup>

Все рассуждения, предпринятые нами до сих пор, имели целью подвести к проблеме соотношения дологической и постлогической информации для данной процедуры поиска выво-

---

<sup>39</sup> С. Ю. Маслов, например, отмечает, что основная задача теории поиска вывода состоит в том, чтобы показать, «как можно было бы открыть такую-то истину» (см.: Маслов С. Ю. Теория поиска вывода и вопросы психологии творчества // Семиотика и информатика. 1979. Вып. 13. С. 20).

<sup>40</sup> Beth E. Formal methods. P. 118.



да. Разделение дологической и постлогической информации предполагает поэтапный характер выполнения логических процедур преобразования информации и умение оценивать количество информации как на каждом этапе, так и после их выполнения. Например, введение Я. Хинтиккой понятия поверхностной информации, которая представляет собой один из видов дологической информации, позволяет оценивать информационные характеристики высказываний до применения логических процедур поиска вывода, а также в процессе этого применения (на разных глубинах). Глубинная, т. е. постлогическая, информация есть информация высказывания, содержание которого с логической точки зрения полностью проанализировано (т. е. в нем полностью выявлены и устранены все противоречивые конститuentы).

Отметим, что меры дологической и постлогической информации, по нашему мнению, своим различием обязаны не формальным характеристикам, но прежде всего различию тех объектов, к которым эти меры применяются. Мера дологической информации характеризует содержание исходного утверждения (высказывания, утверждения о выводимости секвенции) в процессе анализа (на разных уровнях анализа). Поэтому она должна быть «чувствительной» к изменению, постепенному раскрытию содержания в ходе анализа и в его результате. Возрастание дологической информации в ходе логических процедур поиска вывода как раз и отражает изменение содержания анализируемого утверждения. Приращение информации, достигнутое в результате анализа, показывает нам объем работы, которую нам придется выполнить для извлечения вывода из его «заготовки».

Мера постлогической информации характеризует результат применения логической процедуры поиска к исходному утверждению, когда выявлены и отброшены все фиктивные альтернативы и в расчет берутся только «реальные» альтернативы (непротиворечивые конститuentы и перспективные пути). Поскольку построенные логические выводы, доказательства и т. п. не включают выявления и устранения каких-либо реальных альтернатив, они не увеличивают имеющейся в нашем распоряжении информации.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной книге предпринята попытка как можно последовательнее обосновать существенные свойства логических процедур, приписываемые им обычно в науке и практике рассуждений, но не нашедшие отражения в теоретических построениях философии логики. Поэтому нашей целью была системная трактовка логических процедур, максимально приближающая их к структуре естественных рассуждений. Насколько это удалось — судить читателю.

Книга построена по принципу конкретизации тезиса об эвристичности логических процедур — центрального тезиса книги. В главе 1 мы подвели общее философское основание под возможность приписывания свойства эвристичности логическим процедурам. Для этого нам понадобилась системная трактовка этих процедур. В главе 2 была предпринята попытка установить, в каком отношении логические процедуры могут считаться моделями эвристических процессов мышления. Пройти между Сциллой антипсихологизма и Харибдой психологизма нам помогла программа метапсихологизма, определяющая главные направления логического моделирования эвристических процессов мышления. Главную роль в таком моделировании, как нам подсказывает системная трактовка понятия логической процедуры, данная в главе 1, играют процедуры поиска вывода. В этой же главе разбираются образцы реализации программы метапсихологизма: реставрация требования возрастания очевидности в ходе совершения логических процедур; моделирование «основного нерва мышления», по С. Л. Рубинштейну — анализа через синтез; моделирование эвристического метода геометрического анализа древних. Рассматриваются также перспективы решения проблемы соотношения логики и мышления,

намечаемые концепцией Жаана Пиаже. Глава 3 содержит две конкретные реализации тезиса об эвристичности логических процедур. С точки зрения подхода, предложенного в этой главе, эвристичность логических процедур может точно исследоваться логическими средствами как приращение информации, имеющейся в распоряжении субъекта познания, совершающего данную логическую процедуру. Таким образом, проблема эвристичности логических процедур прекращается в проблеме их информативности. В данной главе рассматриваются, во-первых, предложенный Хинтиккой анализ первопорядковых логических процедур в терминах дистрибутивных нормальных форм и введенное им понятие поверхностной информации, служащее экспликатом приращения знаний субъекта в ходе совершения логических процедур. Хинтикковский подход уточняется с точки зрения предложенного в главе 1 системного подхода к логическим процедурам. Во-вторых, предлагается анализ фрагмента логики предикатов — логики без сокращений, который помогает определить меры приращения дологической информации в ходе совершения логических процедур в этой системе.

Конечно, проблематика моделирования эвристических процессов не исчерпывается материалом, предложенным читателю в данной книге. Остался в стороне анализ наиболее распространенных процедур поиска логического вывода — метода резолюций и обратного метода С. Ю. Маслова, не проанализированы возможности нелогического моделирования эвристических процессов, например, с точки зрения теории дедуктивных систем, как она развивается в работах того же С. Ю. Маслова.<sup>1</sup> Интересные перспективы для рассмотрения проблемы эвристичности логических процедур открывают и исследования Н. Н. Непейводы по автопродуктивным системам теорий и преобразованию понятия логического вывода применительно к нуждам теоретического программирования и информатики.<sup>2</sup> Дождается более полного исследования тенденция к введению в логику «человеческого фактора» путем приложения ее к проблемам программирования и «искусственного интеллекта».

Исследование, проведенное в этой книге, охватывает только основные методологические принципы логического моделирования эвристических процессов и первоначальные попытки их реализации на логическом и психологическом материале. Однако поле исследования, открываемое изложенным подходом,

---

<sup>1</sup> Маслов С. Ю. Теория дедуктивных систем и ее применения. М., 1986.

<sup>2</sup> Непейвода Н. Н. 1) О формализации неформализуемых понятий: автопродуктивные системы теорий // Семиотика и информатика. Вып. 25. М., 1985. С. 46—93; 2) Выводы в форме графов // Семиотика и информатика. Вып. 26. М., 1985. С. 52—82.

велико. Полная реализация программы метапсихологизма требует проработки наиболее продуктивных процедур поиска вывода и выяснения того, в каком отношении они могут считаться моделями человеческого мышления. Плодотворность этого исследования не вызывает сомнений, хотя бы потому, что оно дает новые решения некоторых традиционных пограничных проблем логики, психологии и «искусственного интеллекта» и ставит новые, например проблему логического моделирования психологических моделей мышления.

## SUMMARY

Vladimir Briushinkin's monography "Logic, Thought, and Information" presents solutions of the basic philosophical problems of symbolic logic in a new key. The usual deductive logical procedures are regarded as heuristic tools for cognitive agent. In view of this thesis four basic problems of the philosophy of logic are discussed: psychologism, informativity of logical procedures, the function of cognitive subject in logical procedures, the relation of analysis and synthesis in logical procedures. The typical answers to these questions given by current forms of philosophy of logic are negative. This monograph contains justification of the positive answers to these questions.

This motivates the thorough analysis of the notion of logical procedure in the first chapter "The system approach to logical procedures". Reasoning as subsystem of the communication process, logical procedure as a model of reasoning are discussed. Logical procedure is treated as interaction of two subsystems: of logical deduction and of deduction-search. The inclusion of deduction-search in the structure of logical procedure permits to argue the heuristic nature of logical procedures.

In the second chapter "Logical Procedures and Thought" the study is more sharply focused in the interrelations of logical procedures and psychological models of thought. The original program of metapsychologism is advanced as a solution of the logic to thought relation problem in the light of deduction-search theory. Author discerns three levels of logical procedure: 1) object-level at that the notion of inference is formalized; 2) metalevel at that principles of deduction-search are formalized and 3) nonformalized metametalevel,—and formulates the thesis of metapsychologism according to which metalevel processes of deduction-search can be regarded in some sense as models of thought-processes. The program is natural consequence of a) applying logic to solving "artificial intelligence" problems; b) the three-level interpretation of logical procedures; c) the possibility of metalevel formalization of thought-acts which is directed to searching and finding of logical relations between statements of the given logical system; d) the non-psychological orientation to substantiation of these relations. Metapsychologism lifts usual psychologist considerations one level up in the hierarchy of logical procedure while the possibility of non-psychologist substantiation of logical relations remains at the object level. The analysis of Piaget's theory of logic and thought shows that structures that Piaget proposes as correlates of thought-processes have not logical but algebraic nature. The real approach to solving logic and thought problem can be drawn from Piaget's considerations on genetic and axiomatic regresses reinterpreted in the light of metapsychologism. Two logical models of thought-processes are proposed in the

course of carrying out the program of metapsychologism: the procedure of deduction-search for Kanger's style sequential calculus as a simulation of the well-known Rubinstein's psychological model of analysis through synthesis and the deduction-search procedure for Beth's tableaux as a simulation of the heuristic method of ancient geometrical analysis.

Different models of information-growth in the course of logical procedures are considered in the third chapter "Logical Procedures, Heuristics, and Information". The notion of language fiction is proposed for explaining of the effect of information-growth and different instants of this notion are discussed in the Hintikka's theory of distributive normal forms and in the deduction-search procedure for a sequential calculus without contractions. The thorough analysis of Hintikka's theory shows that the information-growth happens not in deductions, proofs, disproofs, as Hintikka insists, but in the course of deduction-search as the program of metapsychologism proposes.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

Введение . . . . .	3
<b>Глава 1. Системный подход к логическим процедурам . . . . .</b>	<b>6</b>
§ 1. Основные проблемы философии логики . . . . .	—
§ 2. Рассуждения как системы . . . . .	13
§ 3. Логическая процедура как системная единица анализа в философии логики . . . . .	33
<b>Глава 2. Логические процедуры и мышление . . . . .</b>	<b>3</b>
§ 1. Проблема психологизма в философии логики . . . . .	—
§ 2. Программа метапсихологизма . . . . .	48
§ 3. Логика и мышление в генетической эпистемологии Жана Пиаже . . . . .	66
§ 4. Секвенциальные исчисления и моделирование мышления: анализ через синтез . . . . .	80
§ 5. Моделирование метода геометрического анализа . . . . .	92
<b>Глава 3. Эвристичность логических процедур и информация . . . . .</b>	<b>106</b>
§ 1. Информативность логических процедур и языковые фикции . . . . .	—
§ 2. Дистрибутивные нормальные формы и информация . . . . .	113
§ 3. О характере приращения информации в первопорядковых логических процедурах . . . . .	126
§ 4. Приращение информации в процедуре поиска вывода для системы $SLC^0$ . . . . .	130
Заключение . . . . .	145
Summary . . . . .	148

## CONTENTS

Introduction . . . . .	3
<b>Chapter 1. System Approach to Logical Procedures</b> . . . . .	<b>6</b>
§ 1. Basic Problems of the Philosophy of Logic . . . . .	—
§ 2. Reasonings as Systems . . . . .	13
§ 3. Logical Procedure as a System Unit of Analysis in the Philosophy of Logic . . . . .	33
<b>Chapter 2. Logical Procedures and Thought</b> . . . . .	<b>39</b>
§ 1. The Problem of Psychologism in the Philosophy of logic . . . . .	—
§ 2. The Program of Metapsychologism . . . . .	48
§ 3. Logic and Thought in Jean Piaget's Genetic Epistemology . . . . .	66
§ 4. Sequential Calculi and Simulating of Thought: Analysis through Synthesis . . . . .	80
§ 5. Simulating of the Early Greek Geometrical Analysis . . . . .	92
<b>Chapter 3. Logical Procedures, Heuristics, and Information</b> . . . . .	<b>106</b>
§ 1. Logical Information-Growth and Language Fictions . . . . .	—
§ 2. Distributive Normal Forms and Information . . . . .	113
§ 3. On the Information-Growth in First-Order Logical Procedures . . . . .	126
§ 4. Information-Growth in Deduction-Search Procedure for system $SLC^0$ . . . . .	130
Conclusion . . . . .	145
Summary . . . . .	148



*Научное издание*

**Брюшинкин Владимир Никифорович**

**ЛОГИКА, МЫШЛЕНИЕ, ИНФОРМАЦИЯ**

Редактор *Т. В. Глушенкова*

Художественный редактор *С. В. Алексеев*

Обложка художника *В. В. Пожидаева*

Технический редактор *Г. М. Матвеева*

Корректоры *Н. В. Ермолаева, С. С. Алмаметова*

ИБ № 2919

---

Сдано в набор 10.05.88. Подписано в печать 18.11.88. Формат 60×90<sup>1/8</sup>.  
Бумага тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 9,5.  
Усл. кр.-отт. 9,69. Уч.-изд. л. 10,2. Тираж 5605 экз. Заказ № 381. Цена 60 коп.  
Издательство ЛГУ. 199034, Ленинград, Университетская наб., 7/9.

---

Типография Изд-ва ЛГУ. 199034, Ленинград, Университетская наб., 7/9.

60 коп.

ИЗДАТЕЛЬСТВО ЛЕНИНГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА